

УДК 621. 0

<sup>1</sup>Венцель Є. С., д.т.н., <sup>2</sup>Євтушенко А. В., к.т.н., <sup>1</sup>Щукін О. В., к.т.н.,  
<sup>1</sup>Орел О. В., к.т.н.<sup>1</sup>Харківський національний автомобільно-дорожній університет<sup>2</sup>Український державний університет залізничного транспорту

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЗАЛЕЖНОСТІ ЗНОСУ ТРИБОСПОЛУЧЕНЬ ВІД ПОВЕРХНЕВОЇ ЩІЛЬНОСТІ ДИСЛОКАЦІЙ

**Анотація.** *Получена математическая модель зависимости интенсивности изнашивания трибосопряжений от целого ряда их характеристик, в частности, от поверхностной плотности дислокаций. Установлено, что величина интенсивности изнашивания при нестационарном режиме трения обратно пропорциональна поверхностной плотности дислокаций.*

**Анотація.** *Отримано математичну модель залежності інтенсивності зношування трибосполучень від цілого ряду їх характеристик, зокрема, від поверхневої щільності дислокацій. Встановлено що величина інтенсивності зношування при нестационарному режимі тертя обернено пропорційна поверхневій щільності дислокацій.*

**Abstract.** *The mathematical model of dependence of the wear intensity of tribo-units on a variety of their characteristics, in particular on the surface density of dislocations, is obtained. It is established that the intensity of wear at a nonstationary friction regime is inversely proportional to the surface density of dislocations.*

**Постановка проблеми.** В процесі роботи формуються структура і властивості поверхневих шарів, які забезпечують мінімізацію сил тертя і швидкості зношування. На підставі розглянутих загальних закономірностей Б. І. Костецьким [1–3] була побудована теорія структурно-енергетичної адаптації (структурного пристосовування) поверхонь тертя при механічних і термохімічних процесах. Згідно з цією теорією, для всіх матеріалів та умов середовища існує визначений діапазон навантажень і швидкостей переміщення, при яких відбувається нормальне протікання механіко-хімічного зношування.

При цьому структура поверхневих шарів набуває найбільшу для даних умов міцність проти фізико-хімічного впливу. Такі структури

---

©Венцель Є. С., Євтушенко А. В., Щукін О. В., Орел О. В.

Б.І. Костецький назвав вторинними.

Коли структура і властивості поверхневих шарів стають оптимальними, сили тертя і зношування квазістабілізуються, що характеризується мінімальними значеннями температури і швидкості зношування. В цьому випадку поверхні тертя адаптовані до умов тертя, тобто в максимальній степені наближені до стаціонарного стану [4].

Відомо також, що в реальній структурі кристалів завжди мають місце дефекти решітки, до яких належать дислокації. Особливостями їх структури, числом, закономірностями переміщення визначаються такі важливі характеристики металів, як пластичність, твердість і зносостійкість. Внаслідок дислокаційних процесів утворюються особливі структури поверхонь, які теж можна віднести до розряду вторинних. Велике значення при цьому має мастильне середовище, яке контактує з металевою поверхнею.

Поверхнево-активні речовини, які виникають у змащувальному мастилі при окисленні полегшують вихід дислокацій на поверхню тіла, що приводить до пластифікування, а отже, до зміцнення поверхневих шарів, підвищення межі текучості та опору до зношування.

**Метою роботи** є отримання математичної моделі, яка б пов'язувала інтенсивність зношування трибосполучення при нестаціонарному режимі роботи з поверхневою щільністю дислокацій.

**Виклад основного матеріалу.** Для отримання математичної моделі, яка б пов'язувала знос пари тертя при нестаціонарному режимі роботи з поверхневою щільністю дислокацій, скористаємося відомою теоремою І. Пригожина про наближення термодинамічної системи до стаціонарного стану, при якому виробництво ентропії прямує до мінімального значення. При цьому будемо припускати, що трибосполучення – це динамічна дисипативна система, в якій реалізується деградація енергії макромеханічного руху, тобто виробляється ентропія.

Спочатку за допомогою теореми І. Пригожина отримаємо вираз для величини рівновагової тангенційної напруги  $\sigma_\tau$ , яка зумовлена силою тертя.

Визначимо з урахуванням вкладу дислокацій об'ємне виробництво ентропії для елемента об'єма  $dV$ , що містить поверхню тертя, яка межує з середовищем, тобто змащувальним мастилом. Об'ємне виробництво ентропії  $p_s = d\dot{s} / dV$ , що зумовлено дислокаціями, визначається співвідношенням [5]:

$$P_{SD} = \frac{1}{T} \sigma_{ij} \dot{E}_{ij}, \quad (1)$$

де  $\sigma_{ij}$  – тензор напружень;

$\dot{E}_{ij}$  – швидкість пластичних деформацій;

$T$  – температура.

Обмежуючись режимом пластичного контакту при нестационарному режимі роботи і враховуючи, що швидкість пластичної деформації у площині ковзання згідно з даними роботи [6],

$\dot{E}_{xy} = b\rho_D v_D$ , отримаємо наступний вираз для виробництва ентропії, обумовлений дислокаціями:

$$v_D = \frac{10\sigma_\tau b^3 C_t}{3kT}, \quad (2)$$

де  $\sigma_\tau$  – компонента тензору напруження, яка зумовлена питомою силою тертя;

$b$  – абсолютна величина вектора Бюргерса;

$C_t$  – швидкість звуку;

$k$  – стала Больцмана;

$T$  – температура.

На підставі даних, наданих у роботі [7], можна показати, що вклад у виробництво ентропії сил тертя враховується членом

$$P_{ST} = \frac{\sigma_\tau |\vec{v}| \vec{k}_0}{Tn} \text{grad } n, \quad (3)$$

де  $\vec{v}$  – вектор швидкості переміщення поверхонь трибовузла;

$\vec{k}_0$  – одиничний вектор;

$n$  – об'ємна концентрація часток зносу в трибовузлі.

Тоді повне виробництво ентропії буде мати дві складові частини, що залежать від  $\sigma_\tau$  та визначаються виразами (1) і (3) з урахуванням виразу (2):

$$P_S = \rho_D \frac{10\sigma_\tau^2 b^4 C_t}{3kT^2} + \frac{\sigma_\tau |\vec{v}| \vec{k}_0}{Tn} \text{grad } n \vec{k}_o + \sum \vec{J}_i \vec{X}_i, \quad (4)$$

де  $\rho_D$  – щільність дислокацій у приповерхневій зоні;

$\vec{J}_i$  – термодинамічний потік;

$\vec{X}_i$  – термодинамічна сила.

Остання складова частина у цьому виразі містить потоки і термодинамічні сили, що не залежать від  $\sigma_\tau$ .

Оскільки згідно з теоремою І. Пригожина повне виробництво ентропії у стаціонарному стані, коли інтенсивність зношування та сили

тертя постійні, прямує до мінімуму, то умовний екстремум по  $\sigma_\tau$  має вигляд  $dps/d\sigma_\tau$ , звідки, згідно з даними роботи [6], впливає наступний вираз для  $\sigma_\tau$ , що відповідає стаціонарному стану:

$$\sigma_\tau = -\frac{3|\vec{v}| \text{grad } n k_o}{20b^4 \rho_d C_t n} kT. \quad (5)$$

Виразимо концентрацію  $n$  через характеристики поверхонь трибосполучення.

Якщо внаслідок зношування руйнується об'єм  $\Delta V_{из}$ , тоді утворюються частки зносу, що характеризуються середнім об'ємом  $V_o$ . Кількість цих часток та їх концентрація в об'ємі вузла тертя  $V_{ту}$  визначаються співвідношеннями:

$$N = \frac{\Delta V_{из}}{V_o}, \quad n = \frac{\Delta V_{из}}{V_o V_{ту}}. \quad (6)$$

Якщо площа перетину вузла тертя  $\Omega$ , товщина зношеного шару  $h_{и}$ , а середній зазор трибосполучення  $H$ , то:

$$n = \frac{h_{и} \Omega}{V_o V_{ту}} = \frac{h_{и}}{V_o H}. \quad (7)$$

Пов'яжемо товщину зношеного шару  $h_{и}$  з переміщенням поверхонь трибосполучення  $\Delta l$ , використовуючи величину лінійного зношування  $I_h = -\Delta h_{и} / l$ . Нехай за проміжок часу  $\tau_0$  частка зносу середніх розмірів перемістилась вздовж осі  $Z$  на величину середнього зазору  $H$ . За цей же час вона переміститься вздовж поверхні тертя на відстань  $\Delta l = v \tau_0$ . Тоді  $h_{и} = I v \tau_0$  і рівноважна концентрація, яка встановлюється за час формування вузла тертя  $\tau_0$ :

$$n = \frac{I v \tau_0}{V_o H}, \quad (8)$$

де  $I$  – інтенсивність зношування;

$v$  – швидкість переміщення поверхонь тертя.

Підставляючи співвідношення (8) до (5), отримаємо:

$$\sigma_{\tau} = -\frac{3V_0 H |\text{grad } n| kT}{20b^4 \rho_{\text{д}} I \tau_0 C_t}. \quad (9)$$

Перетворимо вираз (9) таким чином. Якщо повна концентрація усіх часток на поверхні тертя дорівнює  $n_0$ , а в деякому місці  $z = \alpha H$  ( $\alpha < 1$ ), вона внаслідок зменшення досягає значення  $n_{\text{min}} \ll n_0$ . Тоді, вважаючи, що

$$\text{grad } n = \frac{\partial n}{\partial Z} k_0 = \text{const}, \quad \text{маємо:}$$

$$n_0 - n_{\text{min}} \approx n_0 = \int_0^{\alpha H} \frac{\partial n}{\partial Z} dZ = \frac{\partial n}{\partial Z} \int_0^{\alpha H} dZ = |\text{grad } n| \alpha H. \quad (10)$$

Тоді, замінюючи у виразі (10)  $H |\text{grad } n| = \frac{n_0}{\alpha}$  та враховуючи, що  $C_t = \sqrt{G / \rho}$  остаточно отримаємо:

$$\sigma_{\tau} = \frac{3V_0 n_0 kT}{20\alpha b^4 \rho_{\text{д}} I \tau_0} \sqrt{\frac{\rho}{G}}, \quad (11)$$

де  $\rho$  – щільність;

$G$  – модуль зсуву.

З отриманого виразу випливає, що рівновагова тангенційна напруга пропорційна середньому об'єму  $v_0$  часток зносу та повній концентрації часток на поверхні тертя і обернено пропорційна поверхневій щільності дислокацій на поверхні тертя.

Вираз (11) справедливий для усієї ділянки пластичної деформації, то він повинен бути справедливим і для випадку, коли тангенційна напруга  $\sigma_{\tau}$  дорівнює межі текучості  $\sigma_{\tau}$ . Скориставшись тим, що  $\sigma_{\tau}$  і твердість пов'язані співвідношенням  $HB = 3\sigma_{\tau}$  нарешті отримаємо таку математичну модель інтенсивності зношування поверхні трибосполучення:

$$I = \frac{9V_0 n_0 kT}{20\alpha b^4 \rho_{\text{д}} \tau_0 HB} \sqrt{\frac{\rho}{G}} \approx \frac{V_0 n_0 kT}{2\alpha b^4 \rho_{\text{д}} \tau_0 HB} \sqrt{\frac{\rho}{G}}, \quad (12)$$

де  $V_o$ ,  $n_o$  – відповідно, середній об'єм та об'ємна концентрація часток зносу у трибосполученні;

$k$  – стала Больцмана;

$T$  – температура;

$\alpha$  – коефіцієнт пропорційності;

$b$  – абсолютна величина вектора Бюргерса;

$\rho_d$  – щільність дислокацій у приповерхневій зоні;

$\tau_0$  – інтервал часу;

$\rho$  – щільність;

$HB$  – твердість поверхні;

$G$  – модуль зсуву матеріалу поверхні.

З виразу (12) виходить, що крім інших факторів величина інтенсивності зношування трибосполучення при нестационарному режимі обернено пропорційна поверхневій щільності дислокацій.

Отримана математична модель справедлива, очевидно, не тільки на час роботи трибосполучення при нестационарних режимах, а експериментальне підтвердження справедливості моделі дозволить пояснити причину підвищення зносостійкості поверхонь тертя при їх контакті з протизношувальними присадками.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Костецкий Б.И. Классификация видов поверхностного разрушения и общие закономерности трения и изнашивания / Б.И. Костецкий // Вестник машиностроения. – 1984. – №11. – С.10–12.
2. Костецкий Б.И. О роли вторичных структур в формировании механизмов трения, смазочного действия и изнашивания / Б.И. Костецкий // Трение и износ. – 1980. – Т.1, №4. – С.622–637.
3. Костецкий Б.И. Трение, смазка, износ / Б.И. Костецкий. – К.: Техника, 1970. – 396 с.
4. Ventsel Y, Klyus O. Self-organization of Machinery Tribounits / Y. Ventsel, O. Klyus. – Logistsra, 2015. – Pp. 4894 – 4897.
5. Мейз Дж. Теория и задачи механики сплошных сред: пер. с англ. / Б.И. Костецкий. – М.: Мир, 1974. – 319 с.
6. Хирт Дж., Лоте И. Теория дислокаций: Пер. с англ. / Дж. Хирт, И. Лоте. – М.: Атомиздат, 1972. – 599 с.
7. Березняков А.И. Комплексная структурная приспособляемость трибосопряжений в аспекте теоремы И. Пригожина / А.И. Березняков, Е.С. Венцель // Трение и износ. – 1993. – Т.14, №1. – С.194–202.