

**ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНО-КЕРУЮЧИХ СИСТЕМ  
ТА ТЕХНОЛОГІЙ**

**Кафедра інформаційних технологій**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

**до лабораторних робіт  
з дисципліни**

***«КОМП'ЮТЕРНІ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ»***

**Частина I**

**Харків – 2018**

Методичні вказівки розглянуто і рекомендовано до

друку на засіданні кафедри інформаційних технологій  
12 березня 2018 р., протокол № 10.

У методичних вказівках викладені основні питання про дослідження систем автоматичного керування та їх передавальних функцій з метою набуття навичок подальшого їх синтезу.

Методичні вказівки призначені для студентів спеціальностей 126 — Інформаційні системи та технології та 123 — Комп'ютерна інженерія, які вивчають дисципліну «Комп'ютерні системи керування», денної та заочної форм навчання

Укладачі:

доценти В. О. Бриксін,  
В. В. Усик,  
Я. Ю. Корольова

Рецензент

проф. С. В. Лістровий

## МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до лабораторних робіт  
з дисципліни

*«КОМП'ЮТЕРНІ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ»*

Частина I

Відповідальний за випуск Бриксін В. О.

Редактор Решетилова В. В.

---

Підписано до друку 06.04.18 р.

Формат паперу 60x84 1/16. Папір писальний.

Умовн.-друк.арк. 5,0. Тираж 50. Замовлення №

Видавець та виготовлювач Український державний університет  
залізничного транспорту,  
61050, Харків-50, майдан Фейербаха, 7.  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 6100 від 21.03.2018 р.

## ЗМІСТ

Вступ.....	4
Лабораторна робота 1. Дослідження передавальної функції, перехідних та частотних характеристик динамічних ланок лінійної системи автоматичного керування.....	5
Лабораторна робота 2. Дослідження стійкості безперервних лінійних систем автоматичного керування за алгебраїчними та частотними критеріями.....	19
Лабораторна робота 3. Дослідження лінійних систем автоматичного керування з запізнюванням.....	31
Лабораторна робота 4. Синтез системи автоматичного регулювання.....	39
Лабораторна робота 5. Дослідження імпульсних систем автоматичного керування, стійкість.....	57
Лабораторна робота 6. Дослідження характеристик та моделей нелінійних об'єктів.....	69
Список літератури.....	83

## ВСТУП

Методичні вказівки до лабораторних робіт з дисципліни «Комп'ютерні системи керування» призначені для закріплення студентами знань, одержаних на лекційних і практичних заняттях відповідно до робочої навчальної програми за дисципліною «Комп'ютерні системи керування».

До виконання лабораторних робіт допускаються студенти, що пройшли інструктаж з техніки безпеки і успішно пройшли контрольне опитування. Звіт з лабораторної роботи складається кожним студентом окремо. Захист виконаної роботи відбувається під час наступного заняття. Під час перебування у лабораторії студенти повинні суворо дотримуватися вимог техніки безпеки щодо роботи з комп'ютерною технікою. Інструктаж з техніки безпеки проводить викладач на початку лабораторних занять, про що кожен студент і викладач засвідчують у лабораторному журналі.

Видання може бути використане студентами інших напрямів підготовки при вивченні ними питань щодо систем автоматичного керування.

Лабораторні роботи виконуються в комп'ютерних класах з використанням програми Vissim.

У результаті проведення лабораторних робіт студенти повинні:

– знати: методи аналізу і синтезу систем автоматичного керування (САК), методику дослідження стійкості та якості перехідних процесів САК;

– вміти: складати диференційні рівняння і визначати передавальні функції окремих ланок і всієї системи САК у цілому, дослідити стійкість САК за допомогою алгебраїчних і частотних критеріїв, розрахувати перехідні процеси та визначити схему САК, оцінити параметри пристроїв коригування САК.

Наприкінці кожної роботи наведені контрольні запитання та завдання, відповіді на які дозволяють визначити ступінь готовності студентів до виконання лабораторної роботи.

# ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 1. Дослідження передавальної функції, перехідних та частотних характеристик динамічних ланок лінійної системи автоматичного керування

## 1.1 Мета роботи

Метою роботи є вивчення типових ланок лінійних систем автоматичного керування, набування й закріплення навичок моделювання елементів систем у програмі Vissim, дослідження їх перехідних і частотних характеристик.

## 1.2 Методичні вказівки з організації самостійної роботи студентів

Типові ланки лінійних систем можна визначати різними еквівалентними засобами, зокрема, за допомогою передавальної функції, що має, як правило, дробово-раціональний вигляд, тобто є відношенням двох поліномів:

$$W(p) = \frac{b_0 \cdot p^m + b_1 \cdot p^{m-1} + \dots + b_{m-1} \cdot p + b_m}{a_0 \cdot p^n + a_1 \cdot p^{n-1} + \dots + a_{n-1} \cdot p + a_n},$$

де  $b_i$  та  $a_j$  – коефіцієнти поліномів.

Передавальна функція зв'язує зображення  $Y(p)$  вихідного сигналу  $y(t)$  ланки із зображенням  $X(p)$  його вхідного сигналу  $x(t)$  (рисунок 1.1), дозволяє за будь-яким відомим вхідним сигналом  $x(t)$  знайти вихідний  $y(t)$ . Це означає, що, з точки зору САК, передавальна функція повністю характеризує систему керування або її ланку. Це ж саме можна сказати і відносно сукупності коефіцієнтів поліномів чисельника і знаменника передавальної функції.

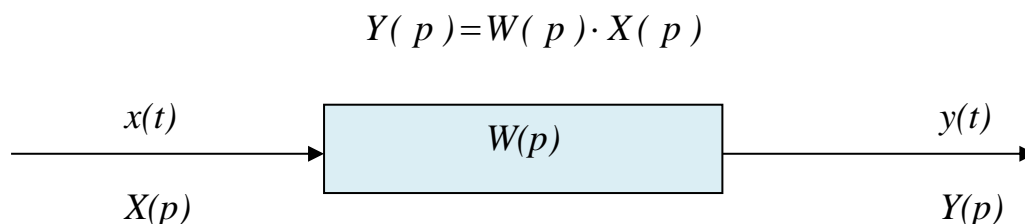


Рисунок 1.1 – Умовне позначення ланки

Досліджувані ланки:

– пропорційна ланка – ланка, вихідний сигнал якої пропорційний вхідному

$$y(t) = k \cdot x(t),$$

де  $k$  – коефіцієнт підсилення;

передавальна функція

$$W(p) = k;$$

– ідеально-інтегровальна ланка – ланка, вихідний сигнал якої пропорційний інтегралу за часом від вхідного

$$y(t) = \frac{1}{T} \int_0^t x(t) dt;$$

передавальна функція

$$W(p) = \frac{1}{T \cdot p} = \frac{k_1}{p},$$

де  $T$  [с] – часова стала інтегратора;

$k_1 = 1/T$  [1/с] – коефіцієнт підсилення інтегратора;

– аперіодична ланка 1-го порядку – ланка, вихідний сигнал  $y(t)$  якої пов'язаний із вхідним  $x(t)$  диференціальним рівнянням

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k \cdot x(t);$$

передавальна функція

$$W(p) = \frac{k}{T \cdot p + 1},$$

де  $k$  – коефіцієнт підсилення (розмірний або безрозмірний);

$T$  – часова стала, с;

– коливальна, аперіодична 2-го порядку, консервативна ланки – ланки, вихідний сигнал  $y(t)$  яких пов'язаний з вхідним сигналом  $x(t)$  диференціальним рівнянням

$$T^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2 \cdot b \cdot T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k \cdot x(t),$$

де  $k$  – коефіцієнт посилення;

$T$  – часова стала і декремент загасання  $b$ .

Залежно від значення  $b$  поділяють передавальні функції:

– аперіодичної ланки 2-го порядку

$$W(p) = \frac{k}{T^2 \cdot p^2 + 2 \cdot b \cdot T \cdot p + 1} \quad b > 1;$$

– коливальної ланки

$$W(p) = \frac{k}{T^2 \cdot p^2 + 2 \cdot b \cdot T \cdot p + 1} \quad 0 < b < 1;$$

– консервативної ланки

$$W(p) = \frac{k}{T^2 \cdot p^2 + 2 \cdot b \cdot T \cdot p + 1} \quad b = 1,$$

$$W(p) = \frac{k}{T^2 \cdot p^2 + 1}.$$

Перехідна функція  $h(t)$  – реакція, відгук лінійної системи або ланки на ступеневу одиничну дію  $1(t)$  (рисунок 1.1).

Перехідна функція – це відповідь ланки. Кожна ланка має свою особливу, таку, що відрізняється від перехідних функцій

інших ланок, перехідну функцію, за якою можна визначити типи та параметри ланки.

Перехідна функція моделі САК дозволяє характеризувати її якість (швидкодію і точність) у перехідному режимі роботи. Крім того, знаючи перехідну функцію лінійної системи, можна визначити реакцію системи на довільну дію. Важливий для практики додаток перехідної функції – ідентифікація об'єктів і систем: визначення за експериментально знятою перехідною функцією вигляду типової ланки, якою можна промодельовати окремі елементи і системи в цілому, а також можливість визначення параметрів моделювальних ланок (див. рисунок 1.2).

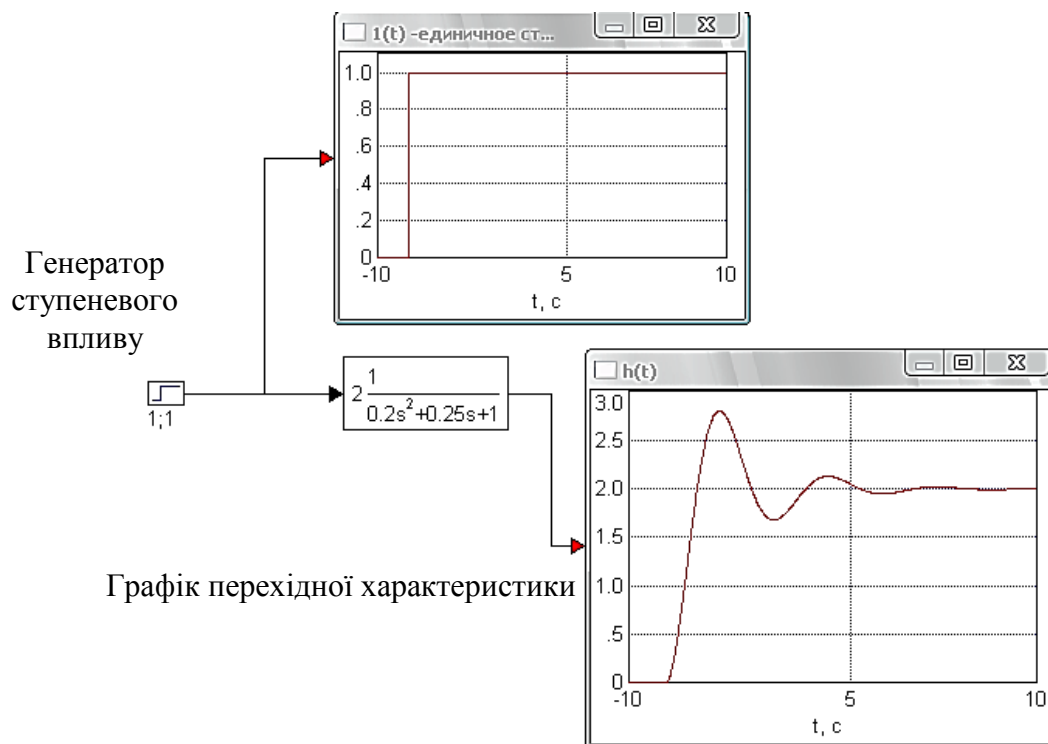


Рисунок 1.2 – Приклад віртуального лабораторного стенда, побудованого в програмі Vissim, для визначення перехідних характеристик ланок і осцилограма перехідної функції коливальної ланки

### 1.3 Завдання до роботи

Визначити вплив параметрів типових ланок на перехідні і частотні характеристики.



### 1.3.1 Перехідні характеристики

Побудувати в програмі Vissim віртуальний лабораторний стенд для дослідження моделей ланок (рисунок 1.3).

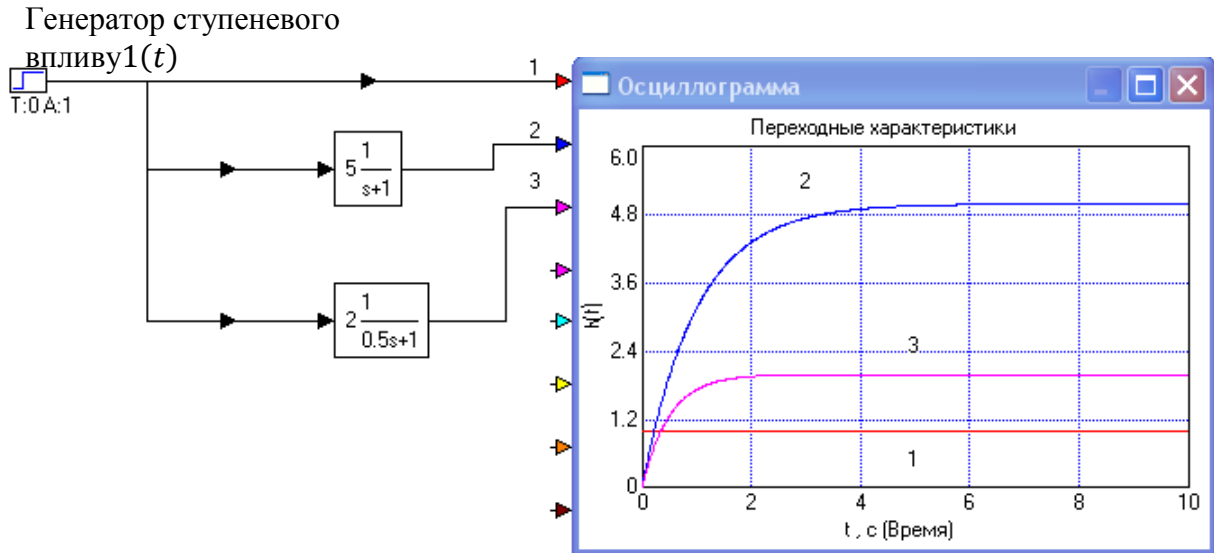


Рисунок 1.3 – Віртуальний стенд для дослідження аперіодичної ланки 1-го порядку

Аналогічно отримати віртуальний стенд для дослідження останніх типових ланок. Установити зв'язок параметрів ланок з параметрами його перехідної функції.

Визначити параметри ланок за їх перехідними функціями, порівняти із заданими на віртуальному стенді значеннями.

Установити зв'язок параметрів ланок з параметрами його перехідної функції.

Визначити параметри ланок за їх перехідними функціями, порівняти із заданими на стенді значеннями.

Змінити параметри ланок і, запустивши моделювання, перевірити, до яких змін перехідних функцій це призвело.

Зробити висновки, занести їх у звіт разом із знімком екрана лабораторного стенда.

### 1.3.2 Частотні характеристики

Побудувати в програмі Vissim віртуальний лабораторний стенд і отримати частотні характеристики для всіх досліджуваних ланок (рисунок 1.4).

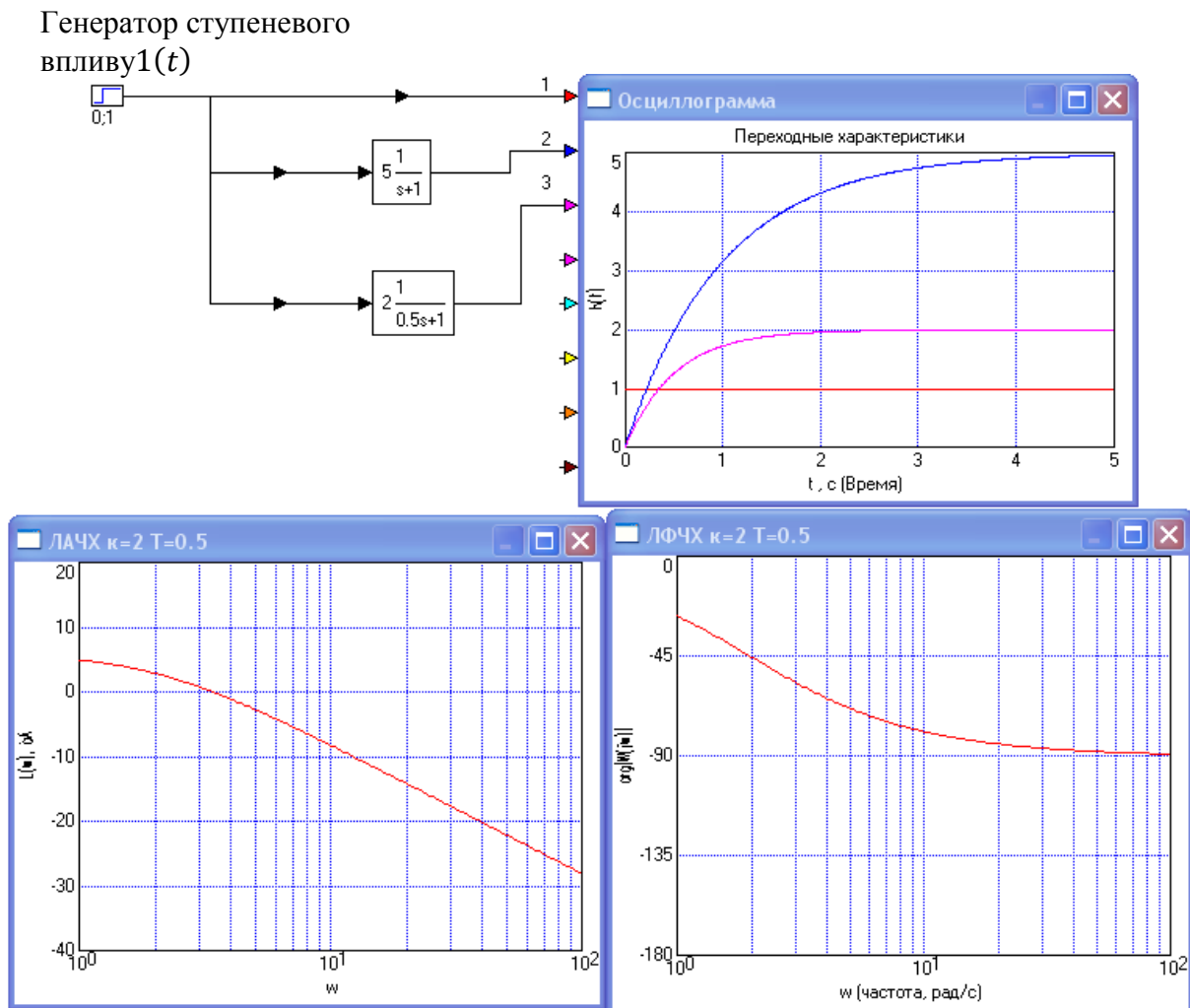


Рисунок 1.4 – Віртуальний стенд для дослідження частотних характеристик аперіодичної ланки 1-го порядку

## 1.4 Порядок виконання роботи

1.4.1 Запустити Vissim. Встановити кирилицю: View (Вигляд) – Fonts (Шрифти) – вибрати шрифт MS Sans Serif, кирилиця, розмір 8.

1.4.2 Вибрати красиве оформлення блоків і ліній зв'язку: View (Вигляд) – Presentation Mode (Режим презентації).

1.4.3 Побудувати в програмі Vissim віртуальний лабораторний стенд для дослідження, наприклад, моделі аперіодичної ланки.

Винести на робоче поле Vissim генератор ступеневого сигналу (Blocks – Signal Producer – step) і осцилограф (Blocks –

Signal Consumer – Plot), зробити написи (Blocks – Annotation – label).

Аперіодична ланка створюється винесенням на робоче поле блока transferfunction (Blocks – Linear System – transferfunction) і заданням його параметрів.

Параметри аперіодичної ланки задаються у вікні діалогу, що з'являється при подвійному клацанні по блоку transferfunction (рисунок 1.5).

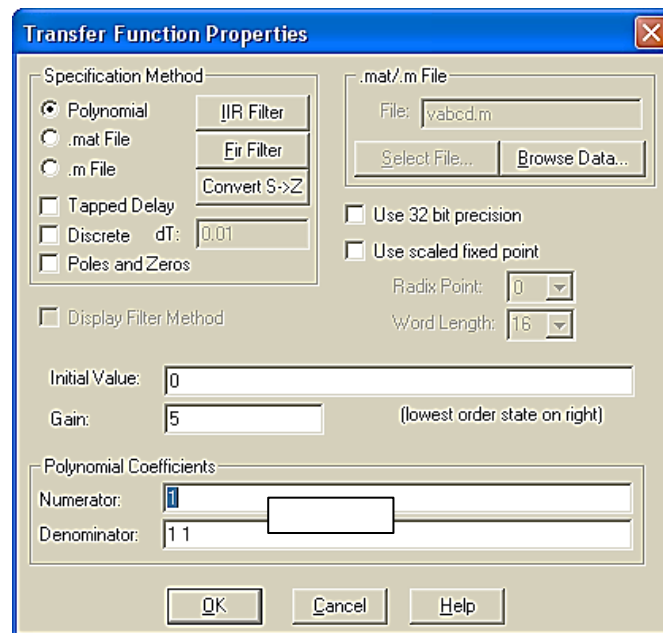


Рисунок 1.5 – Поля вікна діалогу для задання параметрів ланки

Пояснення щодо налаштування віртуального лабораторного стенда (задання параметрів моделювання):

- для відображення під блоками, зокрема під блоком генератора ступеневої функції (step), їх параметрів слід вибрати в меню View пункт Block Labels (Підписи блоків);

- час моделювання Rng вибраний (Simulate – Simulation Properties – вкладка Range: Start і End) таким, що змінюється від – 1 с до 5 с. Це зроблено для підвищення наочності осцилограми, щоб показати частину осі часу лівіше нуля і поведінку досліджуваних там функцій;

- крок моделювання Step (там же Step Size) дорівнює 0,001 с;

- $T$  – поточний час, параметр, корисний при моделюванні в реальному часі (Simulate Simulation Properties – вкладка Range: відзначити за необхідності Run In Real Time);
- RK2 – інтеграція проводиться за методом Рунге–Кутти 2 порядку.

Зберегти лабораторний стенд із змістовною назвою в особистій папці.

1.4.4 Визначити за осцилограмами часові сталі й коефіцієнти посилення ланок і вказати, яка крива відповідає якій ланці.

1.4.5 Отримати графіки частотних характеристик.

Запустити моделювання клацанням по кнопці із зеленим трикутником «Пуск (Go)» на панелі інструментів Vissim.

Виділити фрагмент схеми з підсилювачем і інтегратором, натиснувши ліву кнопку миші за його межами й розширивши рамку до включення в неї лише цих блоків. Відпустити кнопку. Блоки стануть чорними.

У меню вибрати: Analyze (Аналізуй) --> Frequency Response (Частотний відгук) (рисунок 1.6).

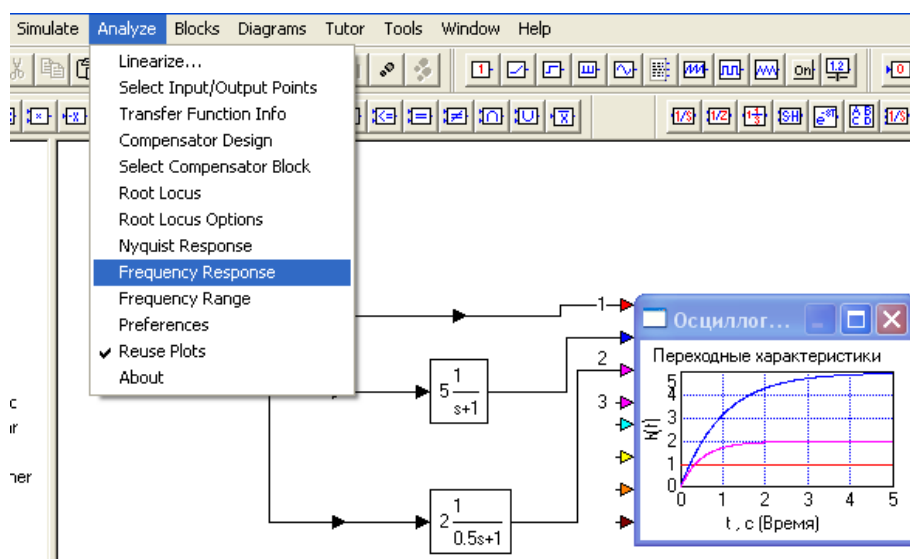


Рисунок 1.6 – Виклик частотних характеристик виділеного фрагмента схеми

На робочому просторі з'являться два графіки, обчислені Vissim, що є ЛАЧХ і ЛФЧХ виділеного фрагмента схеми. Розтягнути їх і помістити один під одним, ЛАЧХ (Bode-magnitude)

повинна знаходитися зверху, а ЛФЧХ (Bode-phase) – нижче (рисунок 1.7).

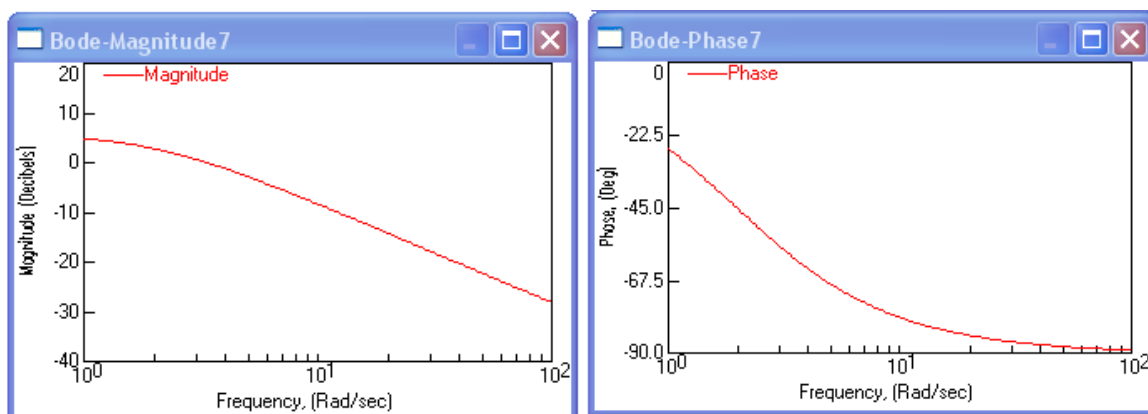


Рисунок 1.7 – Вихідний вигляд частотних характеристик ланки, побудованих Vissim

*Примітка* – Частотний діапазон, в якому Vissim подає характеристики, залежить від його налаштувань. З практичної точки зору зручно, коли діапазон становить 2 – 4 декади, тобто частота по горизонтальній осі графіка змінюється в 100 – 10000 разів. Якщо при виконанні справжньої роботи частотний діапазон побудованих Vissim частотних характеристик відрізняється від показаного на рисунку 1.6, то слід його змінити, вибравши в меню Analyze --> Frequency Range (Частотний діапазон) (рисунок 1.8).

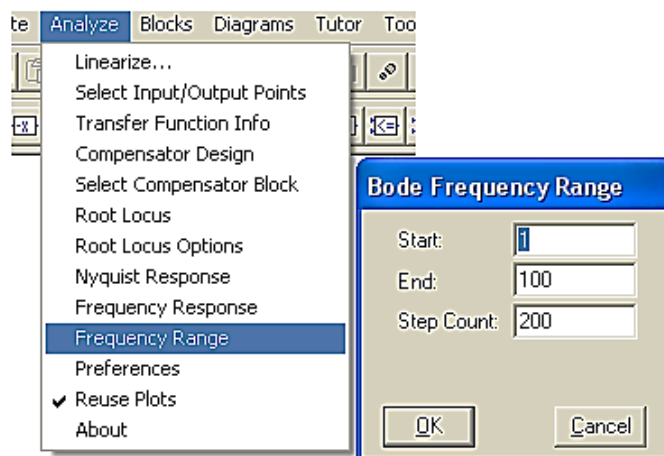


Рисунок 1.8 – Задання меж частотної характеристики. Частота змінюється від 0,1 до 100 рад/с, тобто на 3 декади

### 1.4.6 Оформити графіки частотних характеристик

Ввести сітки координат: навести курсор на центр графіка plot --> подвійне клацання --> вкладка Options (Параметри) Grid Lines (Сітка координат) –установити прапорець. Натиснути ОК. Лише на верхньому графіку, для ЛАЧХ, установити по осі ординат значення в децибелах (там же, вкладка Options прапорець Decibel Y) (рисунок 1.9).

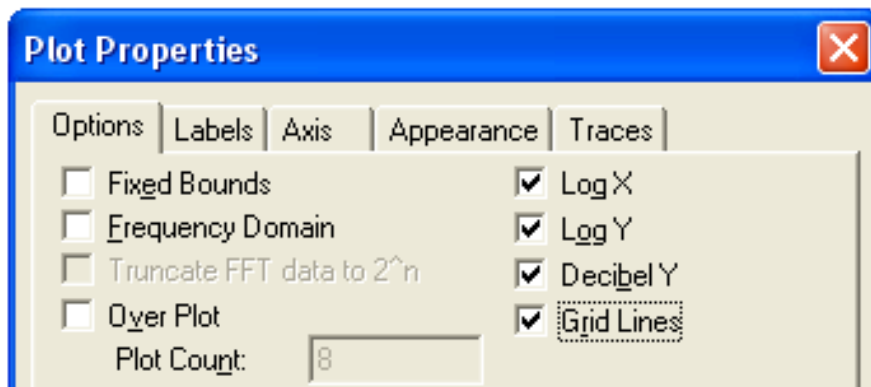


Рисунок 1.9 – Задання властивостей графіка

Прапорцями відмічені сітка координат (Grid Lines) по обох осях і децибелі по вертикальній осі Y.

Для нижнього графіка, ЛФЧХ, у властивостях, на вкладці Axis (Осі) встановити значення Y Lower Bound (Нижнє значення по осі Y), що дорівнює  $-1800$  градусів. Поставити прапорець Fixed Tick Count (Фіксоване число поділок), установити значення Y Divisions (Поділка по осі Y), що дорівнює 4 (рисунок 1.10).

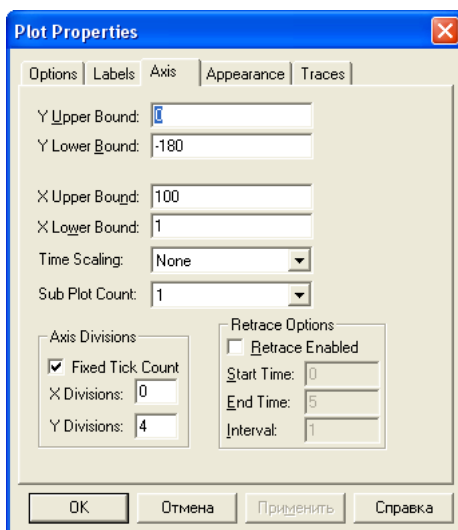


Рисунок 1.10 – Установлення межі й числа поділок вертикальної осі ЛФЧХ

У цьому випадку будуть відмічені як лінія  $-900$ , так і лінія  $-1800$ . Натиснути ОК, характеристики набудуть вигляду, зображеного на рисунку 1.11. При такому розмірі графіків точність читання величини посилення  $1-2$  дБ, аргументу  $-2-3$  градуси, чого досить для практики.

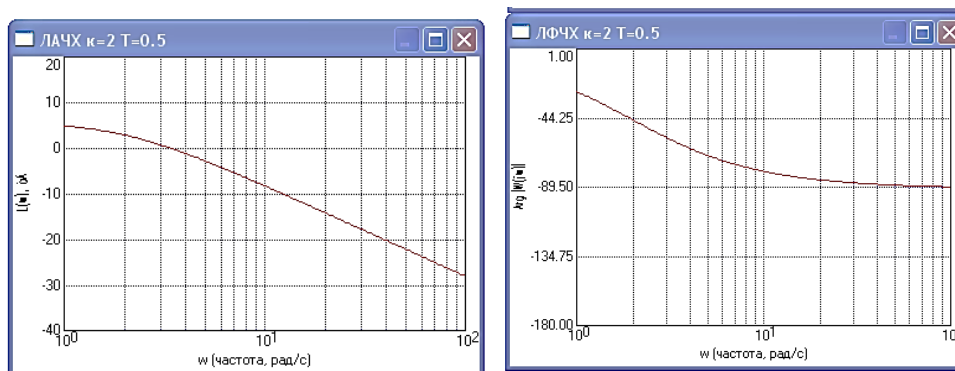


Рисунок 1.11 – Остаточний вигляд частотних характеристик ланки при коефіцієнті посилення до  $\kappa=2$  і  $T=0,5$

Для підвищення точності читання значень кожне з вікон можна розвернути на весь екран, а крім того, використовувати кнопку Read Coordinates на вкладці Options властивостей графіка.

1.4.7 Отримати графіки амплітудно-фазової частотної характеристики (АФЧХ)

Виділити фрагмент схеми, натиснувши ліву кнопку миші за межами блоків, для яких отримуємо АФЧХ, і розширивши рамку до включення в неї лише цих блоків. Відпустити кнопку. Блоки стануть чорними.

У меню вибрати: Analyze (Аналізуй) -->Nyquist Response (рисунок 1.12).

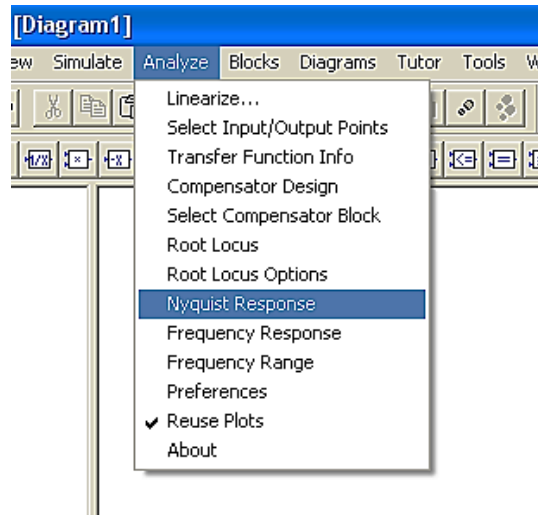


Рисунок 1.12 – Виклик АФЧХ виділеного фрагмента схеми

На рисунку 1.13 наведена АФЧХ коливальної ланки.

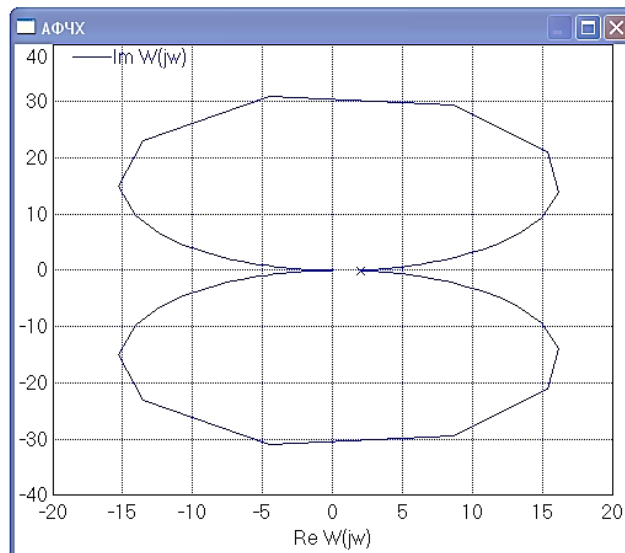


Рисунок 1.13 – АФЧХ коливальної ланки



### 1.4.8 Отримання перехідної функції й графіка перехідної характеристики засобами Mathcad

На рисунку 1.14 наведено знімок екрана Mathcad, в якому проведені розрахунки перехідних функцій і характеристик типової ланки.

Розрахувати перехідну функцію ланки, яка описується передавальною функцією, та побудувати перехідну характеристику:

- коефіцієнт підсилення  $k = 5$ ;
- часову сталу  $T = 0,5$ ;
- передавальну функцію  $W(p) = \frac{k}{T \cdot s + 1}$ .

Діапазон зміни часу від 0,05 до 10.

Вираз для перехідної функції подано на рисунку 1.14.

$$W1(s) := \frac{W(s)}{s}$$

$$h(t) := W1(s) \text{ invlaplace } ,s \rightarrow -5 \cdot \exp(-2 \cdot t) + 5.$$

t =	h(t) =
0	0
0.5	3.101
1	4.323
1.5	4.751
2	4.908
2.5	4.968
3	4.988
3.5	4.995
4	4.998
4.5	4.999
5	5
5.5	5
6	5
6.5	5
7	5
7.5	5
8	5
8.5	5
9	5
9.5	5
10	5

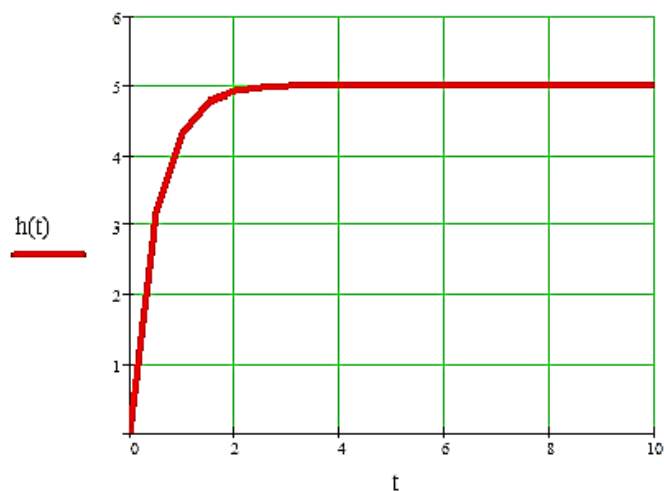


Рисунок 1.14 – Знімок екрана MathCad

Проаналізувати отримані результати.

## 1.5 Варіанти завдань

Таблиця 1.1 – Варіанти завдань

Варі- ант	Пропорційна ланка			Ідеальна інтегрувальна ланка			Аперіодична ланка 1-го порядку			
	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k$	$T_1$	$T_2$	$T_3$
1	0,2	0,4	0,8	0,75	1	0,25	0,25	0,1	0,01	0,5
2	0,12	0,25	0,45	0,9	0,5	0,12	0,5	0,25	0,45	0,02
3	0,9	0,5	0,12	1	0,12	1,6	0,7	0,05	0,4	1
4	0,6	0,8	0,25	0,45	0,75	1	1	0,12	0,01	0,2
5	0,45	0,75	1	0,15	0,35	0,85	0,8	0,2	0,4	0,01
6	0,15	0,35	0,85	0,6	0,8	0,25	0,12	0,4	0,5	0,02
7	1	0,12	1,6	0,2	0,4	0,8	0,35	1	0,07	0,5
8	0,75	1	0,25	0,12	0,25	0,45	0,45	0,5	1	0,05

Таблиця 1.2 – Варіанти завдань

Варі- ант	Аперіодична ланка 2-го порядку					Коливальна ланка					Консерватив на ланка		
	$k$	$T$	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$k$	$T$	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$T_1$	$T_2$	$T_3$
1	1	0,1	1	1,2	1,4	1	0,1	0,25	0,9	0,5	0,1	0,01	0,5
2	0,25	0,02	1,25	1,4	1,5	2	0,01	0,5	0,75	0,25	0,25	0,45	0,02
3	0,5	0,25	1,05	1,15	1,3	2,5	0,2	0,75	0,1	0,5	0,05	0,4	1
4	2	0,01	1,1	1,4	1,5	1	0,02	0,12	0,75	0,8	0,12	0,01	0,2
5	1	0,4	1,2	1,05	1,6	2	0,5	0,12	0,65	0,35	0,2	0,4	0,01
6	0,7	0,12	1,4	1,2	1,04	1	0,05	0,1	0,25	0,45	0,4	0,5	0,02
7	0,75	0,3	1,2	1,1	1,3	2,5	1,2	0,4	0,25	0,7	1	0,07	0,5
8	0,2	0,35	1,12	1,2	1,05	2	1,25	0,01	0,1	0,08	0,5	1	0,05

### Контрольні запитання

1 Що таке передавальна функція? Як визначити передавальну функцію системи, якщо відоме диференціальне рівняння, що описує систему автоматичного керування?

2 Що таке частотна передавальна функція?

3 Назвіть частотні характеристики лінійної САК.

4 Наведіть вирази для отримання частотних функцій.

5 Що таке часові характеристики та функції САК?

6 Як визначити часові характеристики лінійної САК?

## **ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 2. Дослідження стійкості безперервних лінійних систем автоматичного керування за алгебраїчними та частотними критеріями**

### **2.1 Мета роботи**

Метою роботи є дослідження систем автоматичного керування на стійкість з використанням алгебраїчних та частотних характеристик, набування практичних навичок моделювання САКу Vissim та MathCad для отримання стійких систем із заданими показниками якості.

### **2.2 Методичні вказівки з організації самостійної роботи студентів**

Стійкість – непряма характеристика якості САК. Стійка САК може бути корисна, а може бути і даремна. Міра стійкості САК характеризується числовими значеннями – запасами стійкості, які й використовуються для непрямой характеристики якості САК.

За Ляпуновим, система стійка, якщо після закінчення дії вона повертається у вихідний стан. Вагова функція системи, тобто її реакція на дельта-функцію  $\delta(t)$  Дірака, відповідно до наведеного визначення може характеризувати стійкість системи.

Оскільки перехідна функція  $h(t)$  системи (її реакція на ступеневу дію) є інтегралом від її вагової функції, то за перехідною функцією можна судити про факт і міру стійкості САК.

САК стійка, якщо її перехідна функція з часом монотонно або коливально наближається до деякого постійного значення.

Відгук на ступеневу дію САК, що знаходиться на межі стійкості, є незгасаючими коливаннями. Відгук нестійких САК на ступеневу дію має коливальний характер, причому амплітуда коливань зростає з часом. Чим більш нестійка САК, тим швидше зростає амплітуда відгуку. Швидкість зростання амплітуди доцільно співвідносити з періодом коливань.

Лінійні системи, що містять контур із стійких ланок, можуть бути нестійкими. З фізичної точки зору, саме наявність контуру зворотного зв'язку є необхідною (але не достатньою) умовою нестійкості системи. Тому наявність у системі контуру, наприклад місцевого або головного зворотного зв'язку, служить структурною ознакою потенційної нестійкості САК. У системах керування

нестійкість, як правило, є недопустимою, шкідливою. У системах генерації (енергетичних потужностей, радіотехнічних сигналів і т. п.) нестійкість, навпаки, необхідна.

З визначення стійкості Ляпунова випливає основна умова стійкості САК: усі корені характеристичного полінома (знаменника передавальної функції) САК повинні мати негативну дійсну частину, тобто розташовуватися в лівій півплощині комплексної площини.

Критерії стійкості – це правила, відповідно до яких можна судити про стійкість САК, не обчислюючи безпосередньо корені її характеристичного полінома.

Критерії поділяються відповідно до використовуваного математичного апарату на алгебраїчні (Гурвіца, Рауса та Воронова) і частотні (Михайлова та Найквіста).

З практичної точки зору, критерії корисно розділити на ті, які не вимагають для свого застосування виконання якихось умов (Гурвіца, Воронова та Михайлова), і критерій Найквіста, який вимагає для свого практичного застосування виконання умови: розімкнена САК має бути стійкою.

Значущість критеріїв Гурвіца та Михайлова в теперішній час, коли широко застосовуються програми об'єктно-орієнтованого моделювання (Vissim та ін.), деякою мірою зменшилася. Раніше ці критерії використовувалися, зокрема, для оцінки стійкості розімкненого контуру з метою визначення і забезпечення виконання умови практичного застосування критерію Найквіста. Проте і зараз знання критеріїв Гурвіца та Михайлова не зашкодить, їх можна використовувати для інженерних експрес – оцінок стійкості.

Критерій Гурвіца сформулюємо для системи третього порядку. Це найпростіша система з додатними коефіцієнтами характеристичного полінома, здатна втратити стійкість. У той же час, на прикладі цієї системи можна прослідкувати всі основні властивості лінійної САК загального вигляду. Нехай передавальна функція САК має вигляд

$$W(s) = k \frac{T \cdot p + 1}{a_0 \cdot p^3 + a_1 \cdot p^2 + a_2 \cdot p + 1}.$$

Міра полінома чисельника має бути меншою за міру полінома знаменника (характеристичного полінома САК) – це умова фізичної реалізованості САК. Усі коефіцієнти знаменника мають бути додатними – це практично зручна необхідна, але не достатня умова стійкості САК.

Відповідно до критерію Гурвіца, САК стійка, якщо виконується співвідношення  $a_1 \cdot a_2 > a_0$ , що легко перевіряється. Зазначимо, що при  $a_0 = 0$  система другого порядку, за критерієм Гурвіца, виходить стійкою при будь-якому співвідношенні позитивних коефіцієнтів характеристичного полінома. Але система другого порядку – це просто коливальна ланка, перехідна функція якої при декременті загасання більше нуля прагне досягти деякого постійного рівня, що узгоджується з результатом – критерієм Гурвіца, який дається.

### *2.2.1 Критерій стійкості Найквіста*

Замкнута САК стійка тоді й лише тоді, коли амплітудно-частотна характеристика (АФЧХ) її розімкнутого контуру починається на дійсній осі комплексної площини, і при зміні частоти від нуля до нескінченності не охоплює точку з координатами  $(-1, 0j)$ .

Наведене формулювання критерію Найквіста правдиве лише для випадку, коли розімкнута САК стійка. Перевірити факт стійкості розімкнутого контуру можна за допомогою критеріїв Михайлова або Гурвіца, а також прямим моделюванням у Vissim розімкнутого контуру й визначенням факту стійкості за перехідною характеристикою.

Але якщо є АФЧХ, то про стійкість розімкнутого контуру найпростіше судити з його поведінки в околі початку координат, тобто при частотах, що наближаються до нескінченності. Відповідно до узагальненого інверсного критерію стійкості Михайлова: АФЧХ стійкого розімкнутого контуру приходить у початок координат за годинниковою стрілкою, тоді як годограф нестійкого розімкнутого контуру приходить проти годинникової стрілки.

### 2.2.2 Логарифмічний варіант критерію Найквіста

Оскільки ЛАЧХ і ЛФЧХ розімкнутого контуру містять ту саму інформацію про систему, що і АФЧХ, то за ними також можна судити про стійкість САК. Часто це значно зручніше.

Замкнута САК стійка тоді й лише тоді, коли частота зрізу  $\omega_{зр}$  ЛАЧХ розімкнутого контуру менша за частоту  $\omega\pi$  ЛФЧХ.

Перевага критерію Найквіста полягає в тому, що, використовуючи його аналітичні інструменти – ЛАЧХ і ЛФЧХ або АФЧХ розімкнутого контуру, можна не лише встановити факт стійкості або нестійкості замкнутої САК, але і кількісно оцінити міру стійкості. Ця кількісна оцінка побічно характеризує і якість САК. Більш того, аналізуючи названі частотні характеристики, можна виробити заходи щодо стабілізації й оптимізації параметрів САК. Це й визначає нешвидкоплинну значущість критерію стійкості Найквіста.

Запаси стійкості за амплітудою ( $\Delta L$ ) та фазою ( $\Delta\varphi$ ) – це числові параметри, що характеризують міру стійкості замкнутої САК.

Запас стійкості за амплітудою (ЗСА)  $\Delta L$  показує, в скільки разів (або, що те саме, на скільки децибел) слід збільшити коефіцієнт посилення контуру САК для того, щоб перевести її на межу стійкості. Таким чином, якщо посилення контуру стійкої САК збільшиться з яких-небудь причин менше ніж на запас стійкості, то САК збереже стійкість.

Запас стійкості за фазою показує, яку додаткову фазу на частоті  $\omega_{зр}$  слід внести до контуру з тим, щоб САК виявилася на межі стійкості.

Запаси стійкості необхідні для того, щоб якість САК залишалася задовільною навіть у тому випадку, коли при моделюванні, як це й буває, не були враховані деякі малозначущі елементи реальної системи. Крім того, запаси стійкості необхідні і для збереження задовільної якості САК при впливі на неї зовнішніх чинників, які не завжди можна врахувати, наприклад, зміни температури й т. п.

Практика показує, що в якісних САК запаси стійкості за фазою знаходяться в межах 400 – 700 градусів, а за амплітудою в межах 4 – 10 разів (12 – 20 дБ). Для статичних систем, на відміну від астатичних, до цих вимог додається обмеження на коефіцієнт

посилення контуру: він повинен знаходитися в межах 20 – 40 дБ (10 – 100 одиниць).

Якщо запаси стійкості і контурне посилення САК знаходяться в названих вище межах, то час регулювання САК приблизно дорівнює  $t_p = 3/\omega_{зр}$ , а перерегулювання не перевищує 40 %.

## 2.3 Завдання до роботи

2.3.1 Побудувати в програмі Vissim віртуальний лабораторний стенд для дослідження моделей ланок (рисунок 2.1).

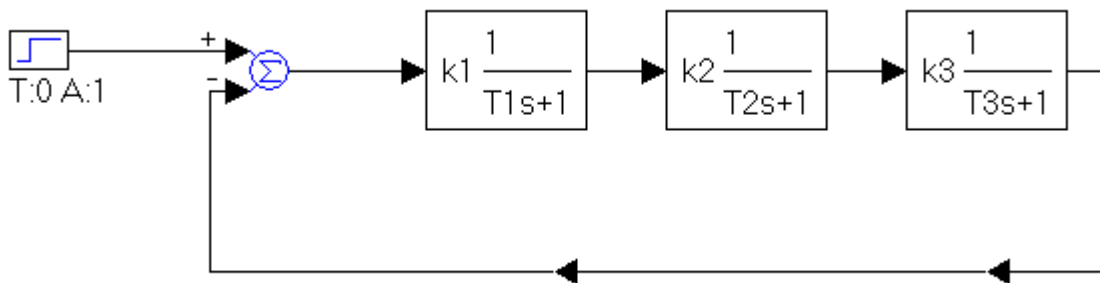


Рисунок 2.1 – Математична модель віртуального лабораторного стенда

2.3.2 Дослідити систему автоматичного керування на стійкість.

2.3.3 Визначити експериментально критичний коефіцієнт посилення системи  $k_{кр}$ , при якому система знаходиться на межі стійкості, отримати  $k_{кр}$  аналітично.

2.3.4 Використовуючи критерій стійкості Найквіста, визначити стійкість САК  $k < k_{кр}$ .

2.3.5 Отримати логарифмічні частотні характеристики стійкої САК. Експериментально підібрати такий коефіцієнт посилення  $k < k_{кр}$ , при якому система задовольняла б так показники якості:

- запас стійкості за амплітудою  $\Delta L$  від 12 до 20 дБ та вище;
- запас стійкості за фазою  $\Delta\varphi$  від 35 до 60° та більше.

2.3.6 За графіком перехідної характеристики визначити прямі показники якості.

2.3.7 Проаналізувати отримані результати.

## 2.4 Порядок виконання роботи

2.4.1 Запустити Vissim. Встановити кирилицю: View (Вигляд) – Fonts (Шрифти) – вибрати шрифт MS Sans Serif, кирилиця, розмір 8.

2.4.2 Вибрати необхідне оформлення блоків і ліній зв'язку: View (Вигляд) – Presentation Mode (Режим презентації).

2.4.3 Побудувати в програмі Vissim віртуальний лабораторний стенд для дослідження.

Винести на робоче поле Vissim генератор step ступеневого сигналу (Blocks – Signal Producer – step) і осцилограф (Blocks – Signal Consumer – Plot), зробити написи (Blocks – Annotation – label ланки створюються винесенням на робоче поле блока transferfunction (Blocks – Linear System – transferfunction)) і заданням їх параметрів (рисунок 2.2).

Запустити моделювання клацанням по кнопці із зеленим трикутником "Пуск (Go)" на панелі інструментів 'Vissim'.

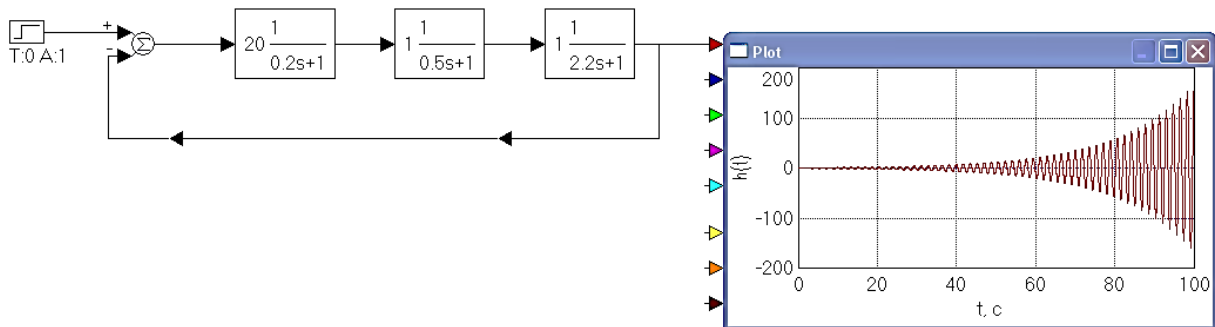


Рисунок 2.2 – Віртуальний лабораторний стенд

Змінюючи коефіцієнт посилення першої ланки, отримати перехідний процес системи автоматичного регулювання на межі стійкості (рисунок 2.3).



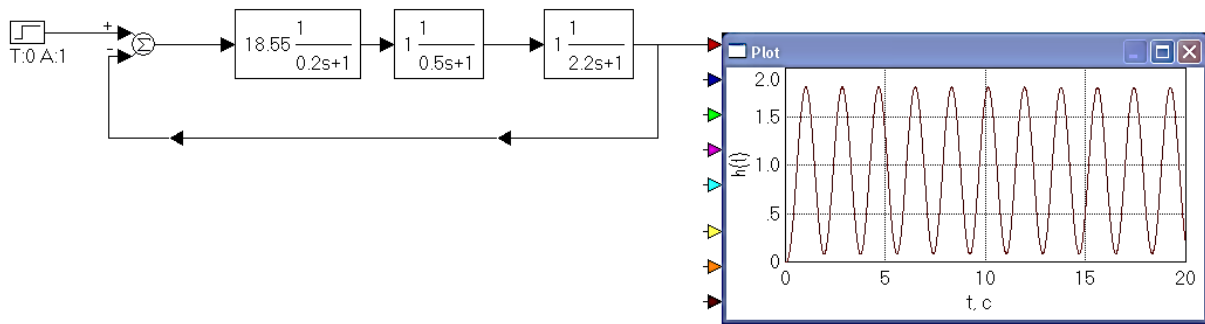


Рисунок 2.3 – Система автоматичного керування на межі стійкості  $k_{кр}=18,55$

Для набуття критичного значення коефіцієнта посилення аналітичним способом необхідно скористатися критерієм алгебри Гурвіца. Характеристичний поліном системи 3-го порядку має вигляд

$$D(s) = a_0 \cdot s^3 + a_1 \cdot s^2 + a_2 \cdot s + a_3.$$

Визначник Гурвіца при  $a_3=k_{кр}$  матиме такий вигляд

$$\begin{vmatrix} a_1 & k_{кр} & 0 \\ a_0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & k_{кр} \end{vmatrix} = 0.$$

Розв'язуючи матричне рівняння, отримаємо, що

$$k_{кр} = \frac{a_1 \cdot a_2}{a_0}.$$

Для отримання коефіцієнтів характеристичного полінома можна скористатися Mathcad. На рисунку 2.4 наведений знімок екрана Mathcad, в якому проведені розрахунки коефіцієнтів характеристичного полінома та  $k_{кр}$ .

$$D(s) := (0.2 \cdot s + 1) \cdot (0.5 \cdot s + 1) \cdot (2.2 \cdot s + 1) + 20 \text{ coeffs}, s \rightarrow \begin{pmatrix} 21 \\ 2.9 \\ 1.64 \\ .220 \end{pmatrix}$$

$$a0 := 0.22 \quad a1 := 1.64 \quad a2 := 2.9 \quad a3 := 21$$

$$D1(s) := 0.22 \cdot s^3 + 1.64 \cdot s^2 + 2.9 \cdot s + 21$$

$$K_{kr} := \frac{(a1 \cdot a2)}{a0} \quad K_{kr} = 21.618$$

Рисунок 2.4 –Знімок екрана MathCad

Провести моделювання віртуального лабораторного стенда (рисунок 2.5) для аналітично отриманого  $k_{кр}$ .

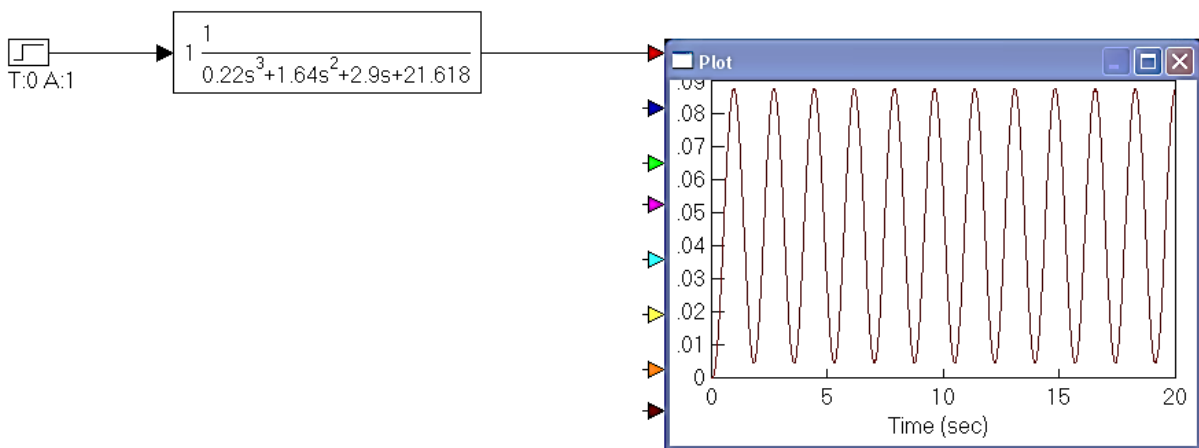


Рисунок 2.5 – Віртуальний лабораторний стенд для перевірки аналітичного значення  $k_{кр}$

2.4.4 Провести дослідження на стійкість за критерієм Найквіста при  $k = k_{кр}$ ,  $k < k_{кр}$ .

За допомогою інструментарію Nyquist Response програми Vissim для системи (рисунок 2.6) можна побудувати годограф комплексного коефіцієнта передачі (АФХ) (рисунки 2.7, 2.8).

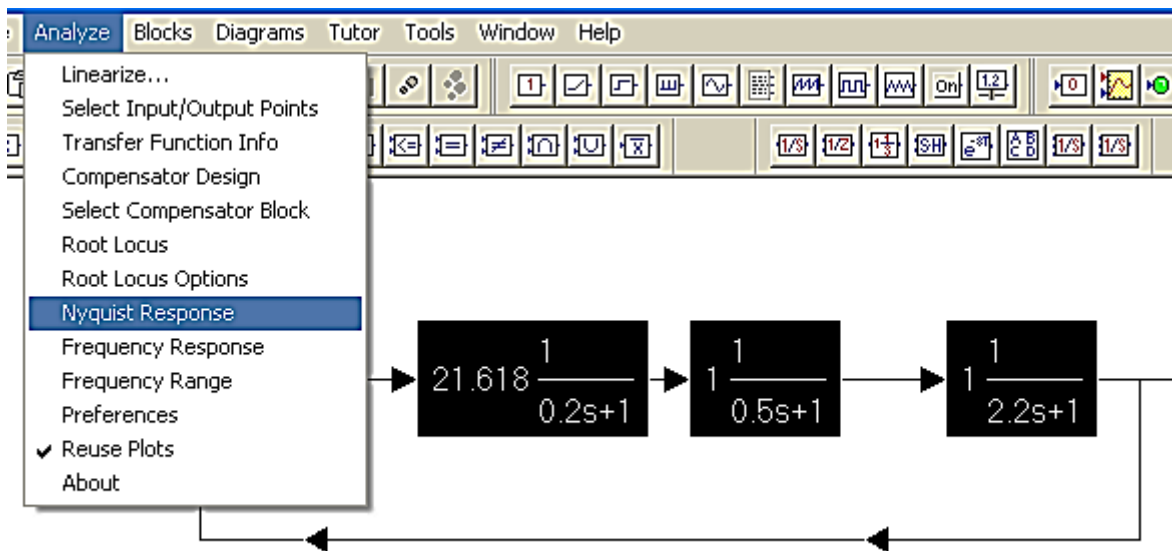


Рисунок 2.6 – Здобуття АФЧХ за допомогою інструментарію Nyquist Response

Відзначимо, що цей годограф дозволяє відповідно до критерію Найквіста судити про стійкість не розімкнутого контуру, а замкнутої системи

$$\Phi(s) = \frac{W(s)}{1 + W(s)}$$

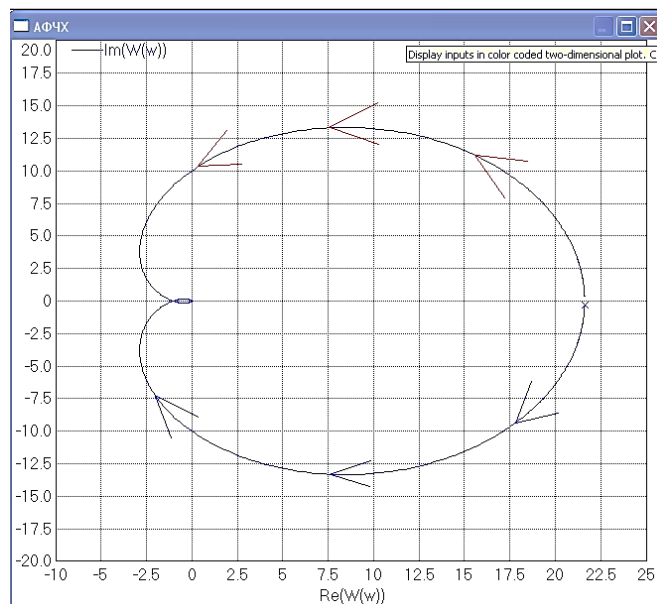


Рисунок 2.7 – АФЧХ досліджуваної системи

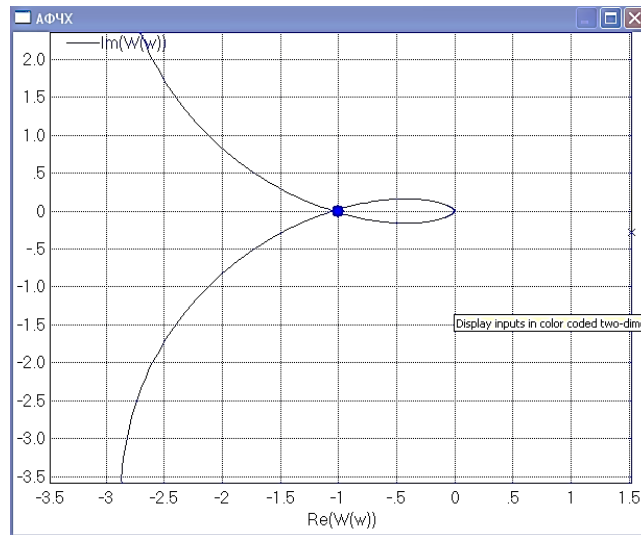


Рисунок 2.8 – АФЧХ досліджуваної системи в околі точки  $(-1, j0)$   
 $k = k_{кр}$

Аналогічним чином отримати АФЧХ і перехідну характеристику системи при  $k < k_{кр}$ . Проаналізувати отримані результати.

2.4.5 Отримати логарифмічні частотні характеристики стійкої САК.

На рисунку 2.9 подані логарифмічні частотні характеристики стійкої САК при  $k < k_{кр}$ . Запас стійкості за амплітудою  $\Delta L = 13$  дБ, запас стійкості за фазою  $\Delta\varphi = 50^\circ$ .

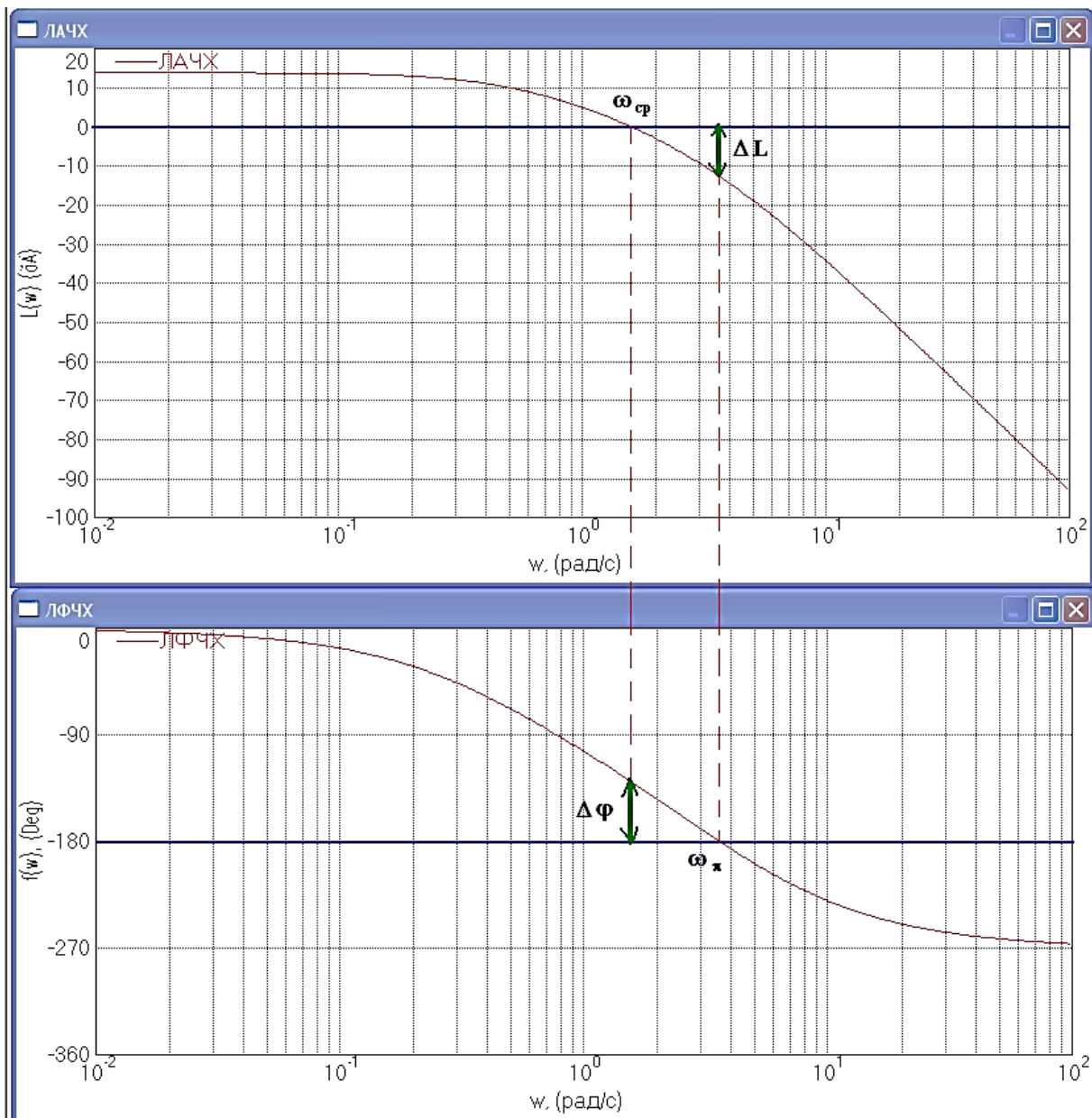


Рисунок 2.9 – Логарифмічні частотні характеристики, схема визначення показників якості

2.4.6 На рисунку 2.10 подана схема визначення прямих показників якості за графіком перехідної характеристики отриманої САК.

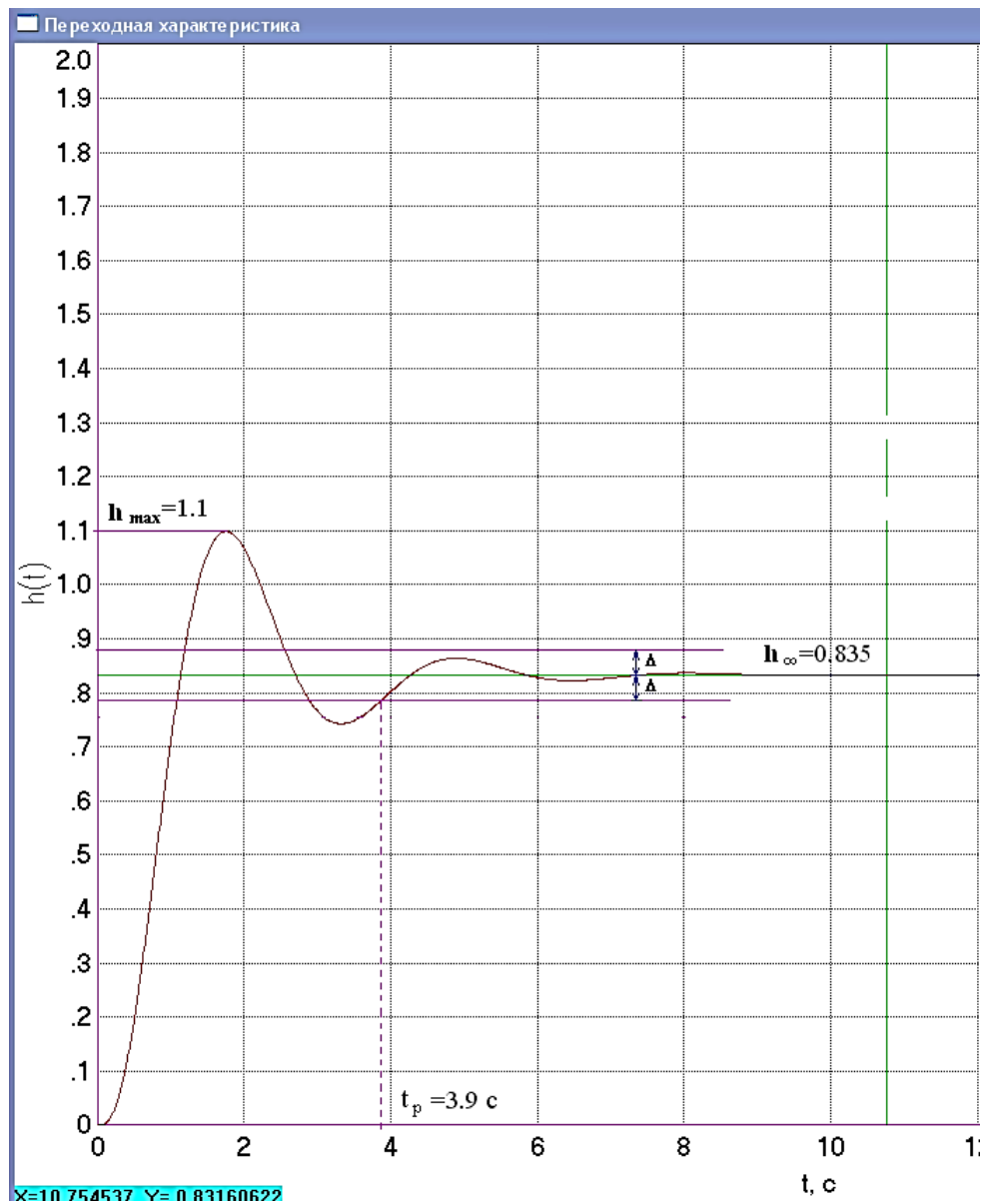


Рисунок 2.10 – Схема визначення прямих показників якості перехідного процесу

Для отриманої стійкої САК:

– час регулювання  $t_p=3,9$  с;

–перерегулювання.

$$\sigma = \frac{h_{max} - h_{\infty}}{h_{\infty}} \cdot 100\% = \frac{1,1 - 0,835}{0,835} \cdot 100\% \approx 32\%.$$

Проаналізувати отримані результати.

## 2.5 Варіанти завдань

Таблиця 2.1 – Варіанти завдання ( $k_2=k_3=1$ )

Варіант	$k_1$	$T_1$	$T_2$	$T_3$
1	20	0,2	0,5	2,2
2	15	0,25	0,05	0,5
3	25	3,4	0,27	0,5
4	25	6,2	1,5	10
5	12	3,2	1,5	1,27
6	12	1,28	2	1,25
7	20	0,46	3,7	1,25
8	30	1,1	0,06	0,9

### Контрольні запитання

- 1 Дайте визначення стійкості лінійних систем автоматичного керування.
- 2 Визначення стійкості за Ляпуновим.
- 3 Критерії стійкості. Алгебраїчні критерії.
- 4 Частотні критерії стійкості.
- 5 Як визначити критичне значення коефіцієнта посилення за характеристичним поліномом системи?
- 6 Переваги і особливості критерію Найквіста.
- 7 Назвіть показники якості системи.
- 8 Як визначити прямі показники якості? За якими характеристиками їх можна отримати?
- 9 Як визначити непрямі показники якості?

## **ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 3. Дослідження лінійних систем автоматичного керування із запізненням**

### **3.1 Мета роботи**

Дослідження впливу ланки запізнення на стійкість та якість системи автоматичного керування.

### **3.2 Методичні вказівки з організації самостійної роботи студентів**

До складу систем автоматичного керування можуть входити ланки запізнення, рівняння яких мають вигляд

$$Y(t) = X(t - \tau),$$

де  $\tau$  – час запізнення.

Передавальна функція такої ланки відповідно до теореми запізнення (властивості перетворення за Лапласом)

$$W_{\text{зап}}(s) = e^{-s\tau}.$$

Системи автоматичного керування, до складу яких входить ланка запізнення, називаються системами із запізненням.

Ланка запізнення може включатися до прямого ланцюга системи або до ланцюга зворотного зв'язку. Причому, незалежно від місця включення ланки запізнення, характеристичне рівняння замкнутої системи із запізненням має вигляд

$$D_{\tau}(s) = Q(s) + R(s) e^{-s\tau} = 0,$$

де  $Q(s)$  і  $R(s)$  – відповідно поліноми знаменника й чисельника передавальної функції розімкнутої системи без запізнення.

Це характеристичне рівняння не є поліномом і має нескінченну множину коренів. Тому для дослідження стійкості систем із запізненням необхідно використовувати критерії стійкості. Причому алгебраїчні критерії Рауса та Гурвіца непридатні в їх звичайній формі. Для дослідження стійкості



систем із запізненням зручно використовувати критерії Найквіста або Михайлова. Висновок про стійкість системи можна зробити на підставі аналізу АФЧХ розімкненої системи із запізненням.

Можна показати, що наявність ланки запізнення не змінює модуля  $A(\omega)$  АФЧХ розімкненої САК, а вносить лише додатковий від'ємний фазовий зсув  $\omega\tau$ , пропорційний частоті. При цьому коефіцієнтом пропорційності є час запізнення  $\tau$ .

Змінюючи час запізнення  $\tau$  в широких межах, можна знайти таке його значення, при якому замкнута система буде знаходитися на межі стійкості. В цьому випадку АФЧХ розімкненої системи із запізненням буде проходити через точку  $(-1; j0)$ .

Час запізнення  $\tau_{кр}$  і відповідне йому значення частоти  $\omega_{кр}$ , при яких АФЧХ проходить через точку  $(-1; j0)$ , називають критичними. Для критичного випадку правдиві умови

$$A(\omega_{кр}) = 1; \varphi_{\tau}(\omega_{кр}) = -\pi.$$

Система автоматичного керування буде стійкою, якщо час запізнення  $\tau$  менший за критичний:  $\tau < \tau_{кр}$ .

### **3.3 Завдання до роботи**

3.3.1 Побудувати структурну схему системи без запізнення, розрахувати перехідні характеристики та зробити висновок про стійкість системи.

3.3.2 Побудувати структурну схему системи з ланкою запізнення в прямому ланцюзі, розрахувати перехідну характеристику для одного значення часу запізнення  $\tau < \tau_{кр}$ , визначити експериментальне та теоретичне значення критичного часу запізнення  $\tau_{кр}$ .

3.3.3 Побудувати структурну схему системи з ланкою запізнення в ланцюзі зворотного зв'язку, розрахувати перехідну характеристику для одного значення часу запізнення  $\tau < \tau_{кр}$ , визначити експериментально та теоретично значення критичного часу запізнення  $\tau_{кр}$ .

### 3.4 Порядок виконання роботи

Дослідженню підлягає система автоматичного керування, до складу якої входить ланка запізнення.

3.4.1 Передавальна функція розімкнутої системи автоматичного керування без запізнення має вигляд

$$W(s) = \frac{k}{s(T_1 \cdot s + 1)(T_2 \cdot s + 1)}.$$

Значення коефіцієнта підсилення  $k$  та постійних часу  $T_1$  і  $T_2$  наведені в таблиці 3.1.

За допомогою пакета Vissim побудувати перехідну характеристику  $h(t)$  замкнутої системи з одиничним від'ємним зворотним зв'язком. Зробити висновок про стійкість системи.

На рисунку 3.1 наведено вигляд віртуального стенда для вивчення системи із запізненням (без ланки запізнення).

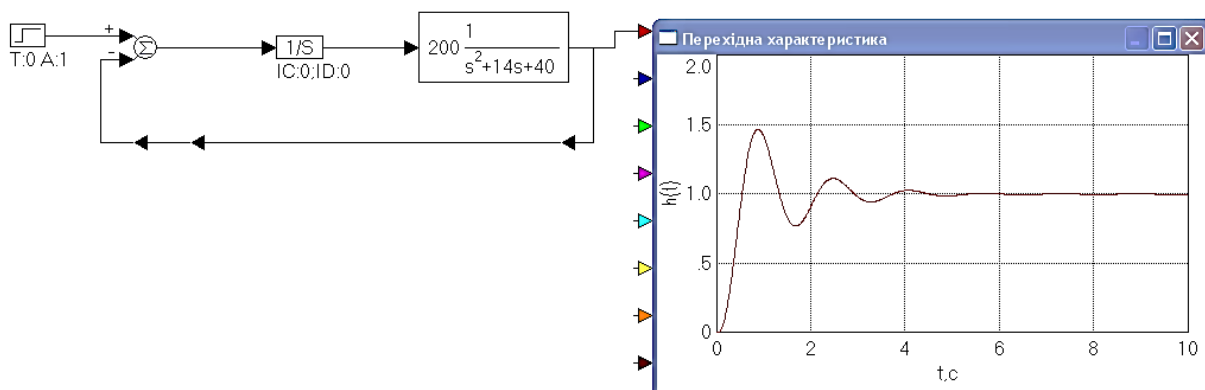


Рисунок 3.1 – Віртуальний стенд для вивчення системи із запізненням (без ланки запізнення)

Створення віртуального стенда:

а) запустити Vissim. Встановити: View (Вигляд) – Fonts (Шрифти) – обрати шрифт MS Sans Serif, кирилиця, розмір 8;

б) винести на робоче поле Vissim генератор step ступеневого сигналу (Blocks – Signal Producer – step) та осцилограф (Blocks – Signal Consumer – Plot), зробити підписи (Blocks – Annotation – label).

Передавальна функція створюється за допомогою блока Integrator ( $W(s)=1/s$ ) і блока Transfer Function (Blocks – Linear System – Transfer Function) та визначенням його параметрів (рисунки 3.2, 3.3).

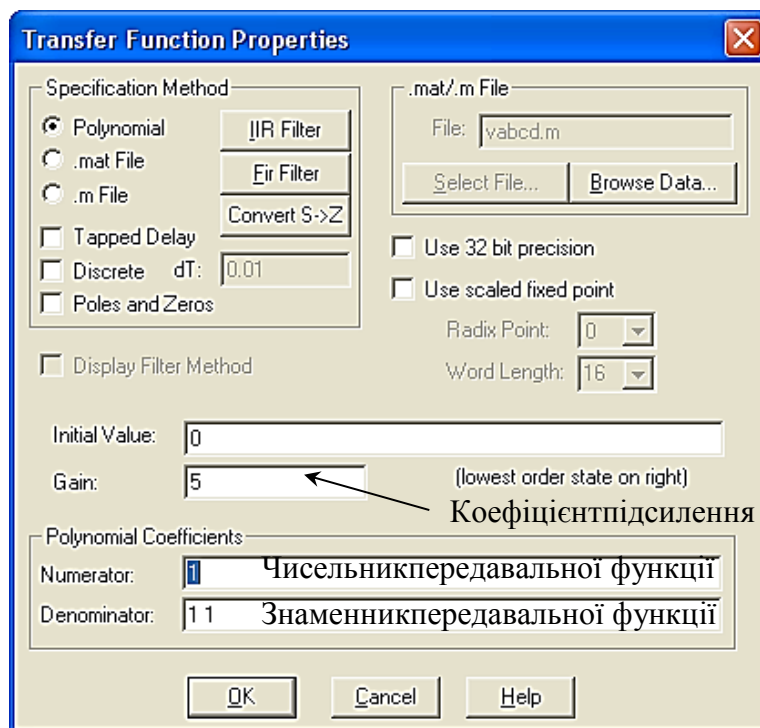


Рисунок 3.2 – Поля вікна діалогу для задавання параметрів ланки (якщо в чисельнику та у знаменнику вводяться коефіцієнти полінома)

Введення суматора необхідно зробити за допомогою (Blocks – Arithmetic – summing Junction). Для того щоб друге виведення суматора було від'ємним, необхідно підвести маніпулятор миші до необхідного виведення та, коли з'явиться чорна стрілка, натиснути Ctrl+ правою кнопкою миші.

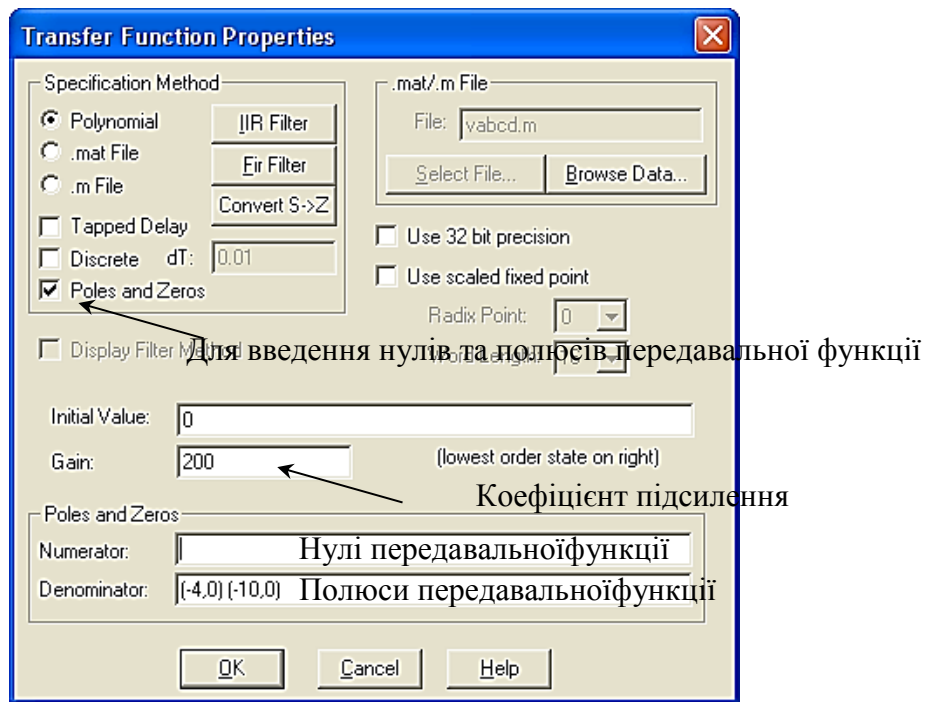


Рисунок 3.3 – Поля вікна діалогу для задавання параметрів ланки (якщо в чисельнику вводяться нулі передавальної функції й у знаменнику вводяться полюси передавальної функції)

3.4.2 Ввести до прямого ланцюга системи ланку запізнення з часом запізнення  $\tau=0,01$ с, побудувати перехідну характеристику системи із запізненням і зробити висновок, як ланка запізнення впливає на якість перехідного процесу (рисунок 3.4).

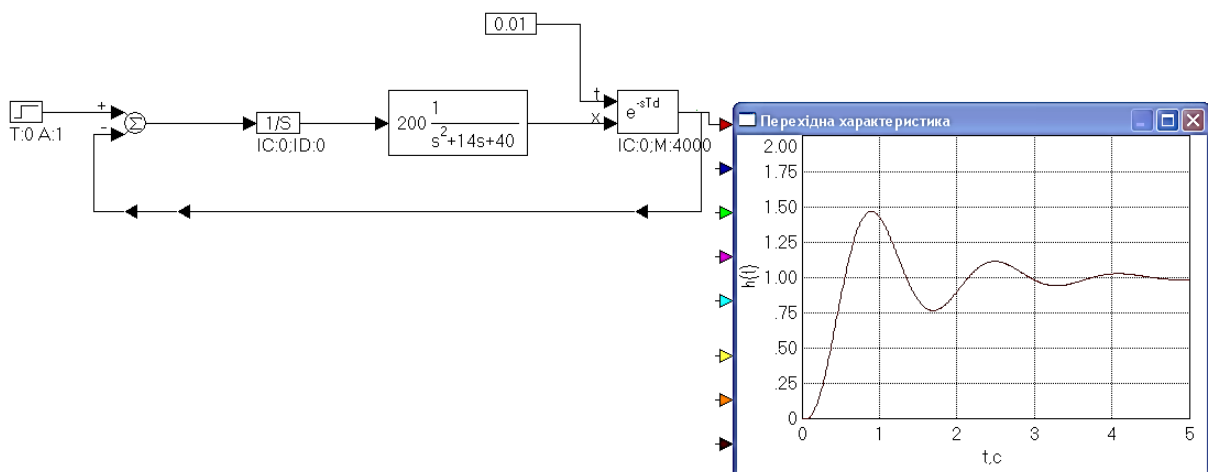


Рисунок 3.4 – Стенд для вивчення системи із запізненням

Ланка запізнення виноситься на робоче поле з меню (Blocks – Time Delay – timeDelay), блок констант– з (Blocks – Signal

Producer – const). Значення затримки сигналу в ланці запізнення визначається значенням сигналу, що подається на верхній вхід у ланки. Сигнал, що затримують, подається на нижній вхід  $x$  ланки.

3.4.3 Збільшуючи час запізнення, простежити, як змінюється перехідна характеристика системи; добитися втрати стійкості системи (перехідний процес розбігається).

3.4.4 Визначити експериментально значення критичного часу запізнення  $\tau_{кр}$ , при якому система буде знаходитись на межі стійкості (перехідний процес буде незатухаючим) (рисунок 3.5).

3.4.5 Визначити теоретично значення критичного часу запізнення  $\tau_{кр}$ ; порівняти отримані результати.

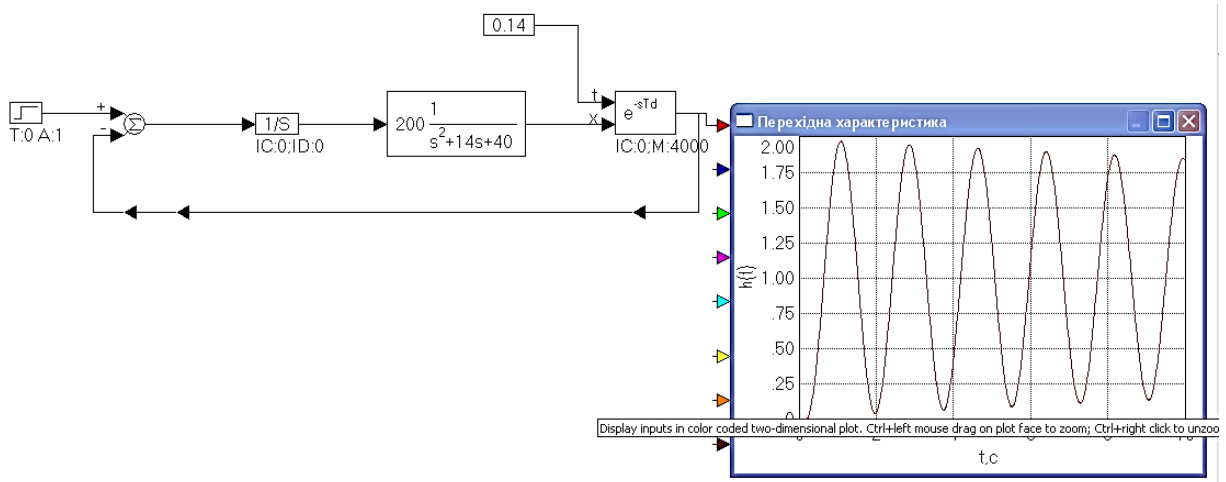


Рисунок 3.5 – Віртуальний стенд для вивчення системи із запізненням з  $\tau = \tau_{кр}$

3.4.6 Повторити пункти 3.4.2 – 3.4.5 для випадку, коли ланку запізнення включено до ланцюга зворотного зв'язку (рисунок 3.6). Зробити висновки.

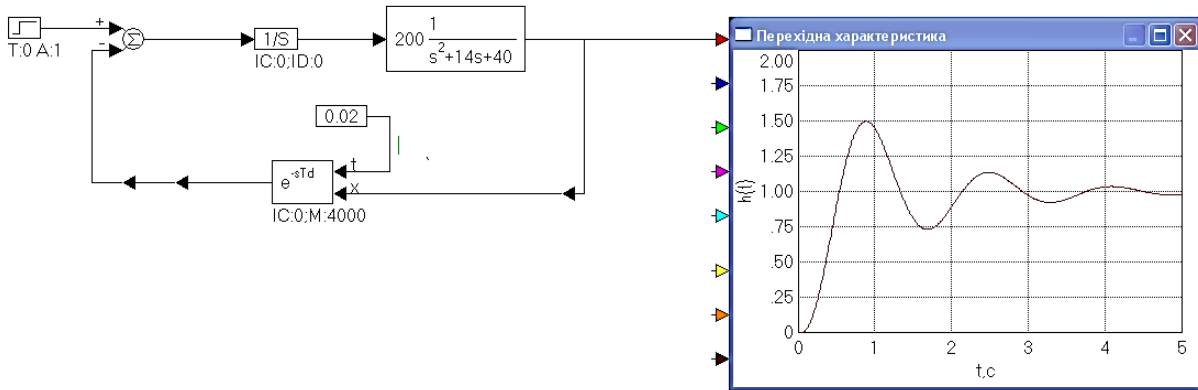


Рисунок 3.6 – Стенд для вивчення системи, коли ланку запізнення включено до ланцюга зворотного зв'язку

### 3.5 Варіанти завдань

Таблиця 3.1 – Варіанти завдання до лабораторної роботи

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8
$k$	50	15	150	10	15	25	10	10
$T_1, \text{с}$	0,5	0,25	0,05	0,05	0,04	0,02	0,1	0,4
$T_2, \text{с}$	0,01	0,1	0,01	0,2	10	3,3	5	0,4

### Контрольні запитання

1 Наведіть рівняння та передавальну функцію ланки запізнення.

2 Наведіть приклади технічних пристроїв або технологічних процесів, у математичний опис яких входить ланка запізнення.

3 За яким критерієм і як можна перевірити стійкість системи, яка містить ланку запізнення?

4 Що таке критичний час запізнення?

5 Як впливає на стійкість системи ланка запізнення?

6 Як впливає ланка запізнення на частотні характеристики системи?

7 Як визначається критичний час запізнення за АФЧХ розімкнутої системи?

## **ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 4. Синтез системи автоматичного регулювання**

### **4.1 Мета роботи**

Мета роботи полягає в отриманні практичних навичок у синтезі лінійної системи автоматичного керування для відомого об'єкта керування, тобто побудова моделі САР, що відповідає вимогам якості, які ставляться до неї відносно швидкодії й точності регулювання.

### **4.2 Методичні вказівки з організації самостійної роботи студентів**

Оптимізація САР– це процедура модифікації структури й визначення таких числових значень параметрів заданої САР, при яких вона має найкращу, в певному заздалегідь значенні, якість регулювання (стеження та стабілізації).

Критерій оптимізації задає числову міру якості САР і прямо або побічно вказує таке її значення, при якому якість САР вважається найкращою.

Критерій оптимізації САР дозволяє відносною мірою судити й про міру наближення якості САР до деякого ідеалу, визначуваного конкретним критерієм. Змінюючи параметри і структуру САР, досягають найкращого числового значення міри якості САР, відповідної вибраному критерію, тобто оптимізують САР.

Метод оптимізації САР–це алгоритм, послідовність дій, які слід провести для того, щоб отримати з вихідної САР найкращу, з точки зору конкретного критерію якості, САР. Методи бувають аналітичні, наближені графоаналітичні та ін. Вони можуть реалізовуватися дослідником «уручну» або програмою моделювання.

Оптимізація САР може здійснюватися і за сукупністю критеріїв.

Ідеального, абсолютно найкращого критерію якості САР, а значить, і методу оптимізації не існує. Для одних об'єктів керування, наприклад масивних механізмів, перш за все потрібна плавність регулювання, а вже потім мінімізація часу регулювання. Для інших об'єктів, наприклад малоінерційних електронних

систем стеження, важливішою є мінімізація часу регулювання, нехай навіть і з підвищеною, але допустимою коливальністю.

Параметрична оптимізація САР – це визначення таких значень її параметрів, при яких САР має найкращі, в певному заздалегідь значенні, показники якості.

Значущість розв'язання такої задачі визначається тим, що в типовій рутинній ситуації, коли відома структура САР і вже задані типи й характеристики всіх її елементів і спосіб їх з'єднання (т.з. незмінна частина), вибрані на етапі попереднього її проектування, залишається лише визначити тип і найкращі (оптимальні) керувальні параметри регулятора.

Неможливість досягнення бажаної якості зміною параметрів САР призводить до необхідності зміни не лише параметрів, але і структури САР. У простому випадку може бути потрібним замінити П-регулятор на ПІ – або ПІД – регулятор, тобто змінити структуру регулятора.

Оптимізація САР, що вимагає зміни структури й керувальних параметрів її елементів, називається структурно-параметричною.

Як правило, при вирішенні завдань оптимізації передбачається, що параметри об'єкта керування зміні не підлягають – об'єкт заданий. Але в деяких виняткових випадках для вирішення технологічного завдання може бути потрібна і зміна об'єкта керування, якщо при наявному заданні технологічного процесу, обслуговуваного системою автоматичного керування, що не вирішується з належною якістю.

Сенс оптимізації у вузькому розумінні зводиться до мінімізації помилок регулювання САР у перехідному і сталому режимах, а також її часі регулювання шляхом визначення й задання в САК найкращих значень керувальних параметрів.

Функція ціни – це математичне поняття, що визначає сукупну кількісну відносну міру якості САК при деякому поєднанні її параметрів.

Функція ціни задається дослідником так, щоб при найкращому в певному значенні поєднанні і значеннях параметрів ця функція мала мінімум.

Функціями ціни можуть бути середньоквадратична помилка (СКП) керування в перехідному режимі, величина коливальності або перерегулювання та ін. (див. нижче).



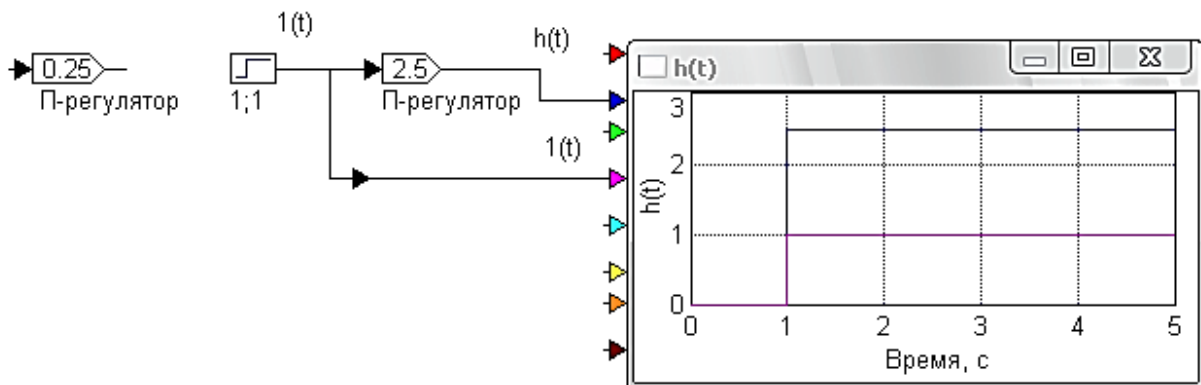
Функція ціни є відносною мірою якості в тому сенсі, що дозволяє порівнювати якість однієї й тієї самої САР при різних значеннях її параметрів, але для різних САР цей захід не дозволяє провести порівняння, для такого порівняння функція ціни втрачає сенс.

З безлічі критеріїв якості САР для розгляду нижче виберемо критерій мінімуму середньоквадратичної помилки (СКП), а також сформулюємо простий і ефективний критерій якості САР, оснований на близькості величини перерегулювання САР до 5%.

Найчастіше використовуються на практиці регулювальники, реалізуючи П-, І- і ПІД- закони регулювання (пропорційний, пропорційно-інтегральний і пропорційно - інтегрально - диференціальний).

#### 4.2.1 П-регулятор

Це регулятор, що реалізує простий пропорційний закон регулювання. Функціонально він є безінерційним підсилювачем, а структурно-алгоритмічно – це пропорційна ланка (рисунок 4.1).



$$W_p(p) = k_p \cdot h_p(t) = k_p \cdot 1(t).$$

Рисунок 4.1 – П-регулятор, його передавальна й перехідна функції

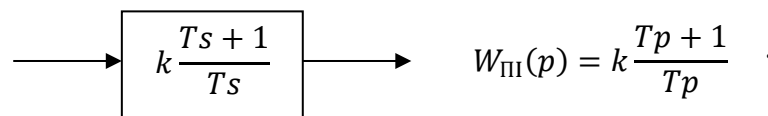
Таким чином, П-регулятор просто підсилює сигнал помилки в деяке число разів. Важливість П-регулятора визначається тим, що в статичних САР, де він використовується, змінюючи його коефіцієнт посилення, можна не лише досягти стійкості САР, але й, оптимізуючи значення цього коефіцієнта, оптимізувати якість усієї САР. Проте отримати потрібні або просто хороші показники

якості САР за допомогою одного лише П-регулятора вдається далеко не завжди.

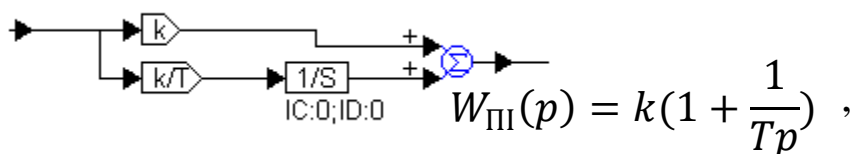
#### 4.2.2 ПІ-регулятор

Вихідний сигнал ПІ-регулятора пропорційний зваженій сумі вхідного сигналу й інтеграла від нього (рисунок 4.2). Відповідно до цього алгоритму будується так звана паралельна модель ПІ-регулятора. Часто використовується й альтернативна еквівалентна модель, що є послідовним з'єднанням інтегратора й форсуючої ланки (рисунок 4.2 – 4.3).

#### Послідовна модель ПІ-регулятора



#### Паралельна модель ПІ-регулятора



$$h_{\text{PI}}(t) = k \left( 1 + \frac{1}{T} t \right) \cdot 1(t)$$

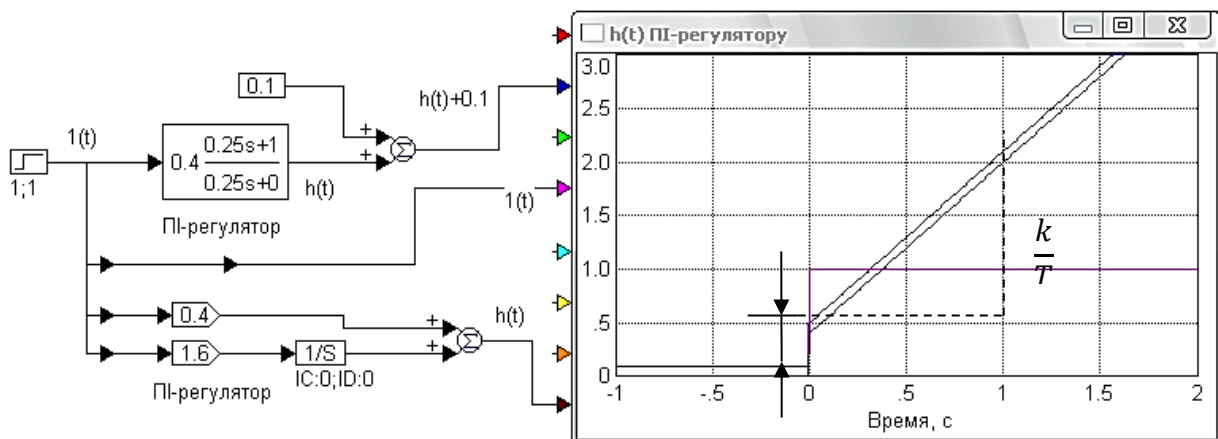


Рисунок 4.2 – ПІ-регулятор, його еквівалентні структурні послідовна і паралельна форми подання, передавальні і перехідні функції

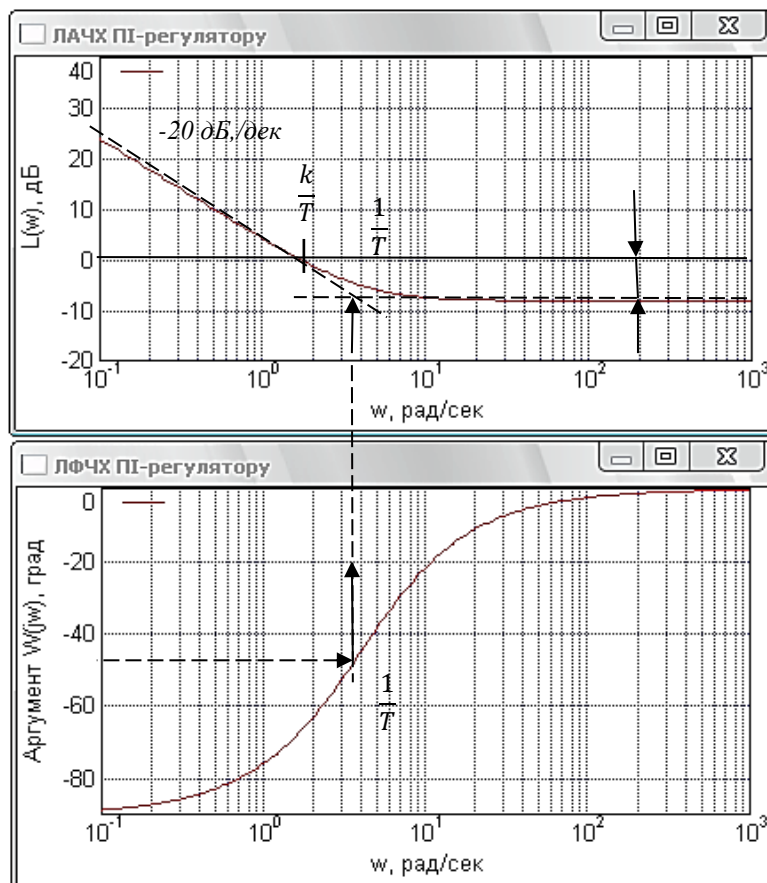


Рисунок 4.3– ПІ-регулятор, частотні характеристики

ПІ-регулятор має дві важливі переваги. По-перше, введення його в статичну САР замість П-регулятора перетворює САК в астатичну, що покращує якість регулювання в сталому режимі. По-друге, ПІ-регулятор дозволяє за допомогою форсуючої ланки, що входить до його складу, істотною мірою компенсувати на високих частотах інерційність, що вноситься інтегратором, і зберегти якість перехідного режиму початкової статичної САР, зокрема її швидкодію.

Таким чином, ПІ-регулятор простими засобами одночасно покращує якість сталого режиму роботи початкової статичної САР і зберігає якість перехідного, чим й обумовлене розповсюдження таких регуляторів.

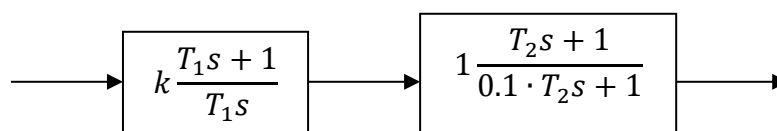
На низьких частотах ПІ-регулятор поводить себе як інтегратор, а на високих – як пропорційна ланка. Тим самим при правильному налаштуванні ПІ-регулятора покращуються властивості САР у сталому режимі і зберігаються властивості перехідного режиму, тобто швидкодія і точність.

ПІ-регулятор не лише підсилює сигнал помилки, як це робить П-регулятор, але й завдяки наявності інтегратора нагромаджує його з часом. Це дозволяє САР з ПІ-регулятором працювати в сталому режимі при відстежуванні постійних завдань з нульовою помилкою. Іншими словами, САР з ПІ-регулятором – астатична.

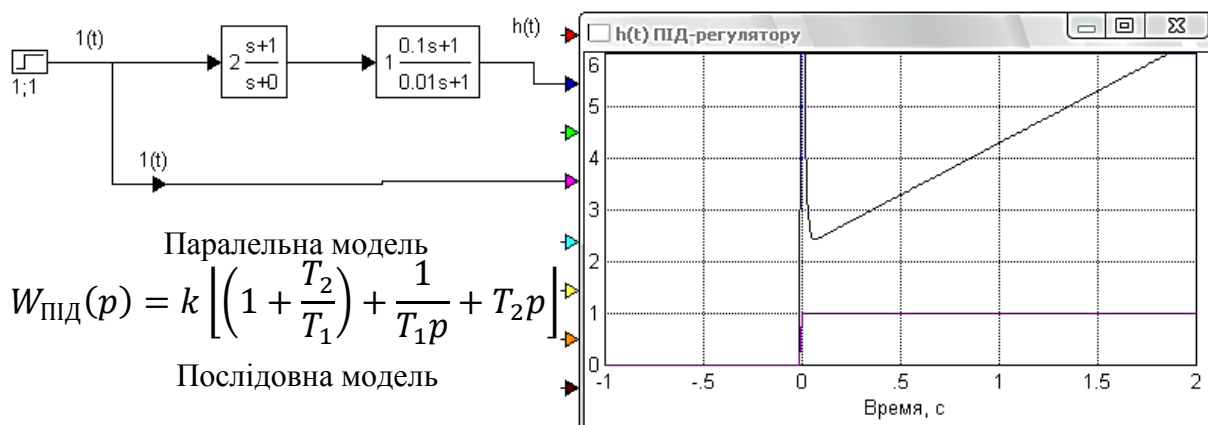
#### 4.2.3 ПІД-регулятор

Вихідний сигнал ПІД-регулятора пропорційний зваженій сумі вхідного сигналу, інтеграла від нього і його похідної (рисунок 4.4). Відповідно до цього алгоритму будується так звана паралельна модель ПІ-регулятора. Часто використовується й еквівалентна альтернативна модель, що є послідовним з'єднанням інтегратора і двох форсуючих ланок (рисунок 4.4 – 4.5). Такі моделі називають ідеальними.

#### Реальний ПІД-регулятор



$$h_{\text{ПІД}}(t) = k \left[ \left( 1 + \frac{T_2}{T_1} \right) + \frac{1}{T_1} t + T_2 \delta(t) \right] 1(t) .$$



$$W_{\text{ПІД}}(p) = k \frac{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}{T_1 p} , T_1 > T_2 .$$

Рисунок 4.4 – ПІД-регулятор, його еквівалентні структурні послідовна і паралельна форми подання передавальних і перехідних функцій

Реалізована модель

$$W_{\text{ПІД}}(p) = k \frac{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}{T_1 p (T_3 p + 1)}$$

$$T_1 > T_2 \gg T_3$$

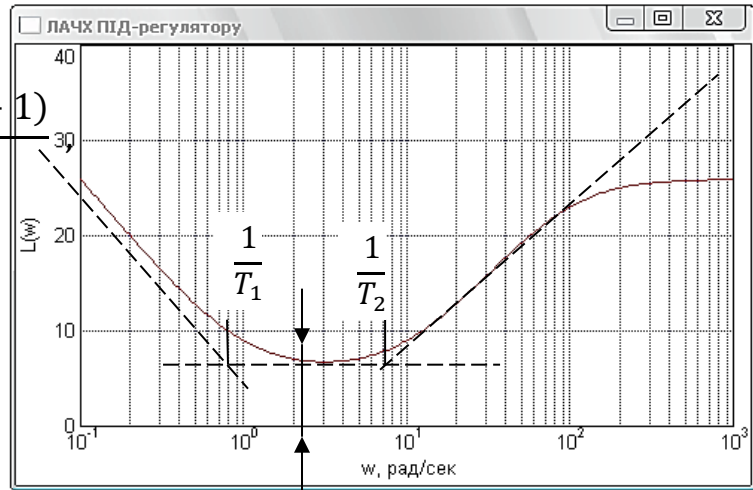


Рисунок 4.5– ПІД-регулятор, його частотні характеристики

### 4.3 Завдання до роботи

4.3.1 Побудувати віртуальні лабораторні стенди для оптимізації настроювальних параметрів регуляторів САР (передавальні функції незмінної частини САР наведені в таблиці 4.1).

4.3.2 Оцінити за ЛАЧХ і ЛФЧХ розімкнутого контуру САР наближені значення настроювальних параметрів регуляторів і методом випробувань уточнити ці значення.

4.3.3 Провести попередню корекцію і оптимізацію П-регулятора, ПІ-регулятора ПІД-регулятора.

### 4.4 Порядок виконання роботи

4.4.1 Створення лабораторного стенда.

Запустити Vissim. Встановити кирилицю: View (Вигляд) – Fonts (Шрифти) – вибрати шрифт MS Sans Serif, кирилиця, розмір 8.

Вибрати красиве оформлення блоків і ліній зв'язку: View (Вигляд) – Presentation Mode (Режим презентації).

Побудувати модель віртуального стенда (рисунок 4.6).

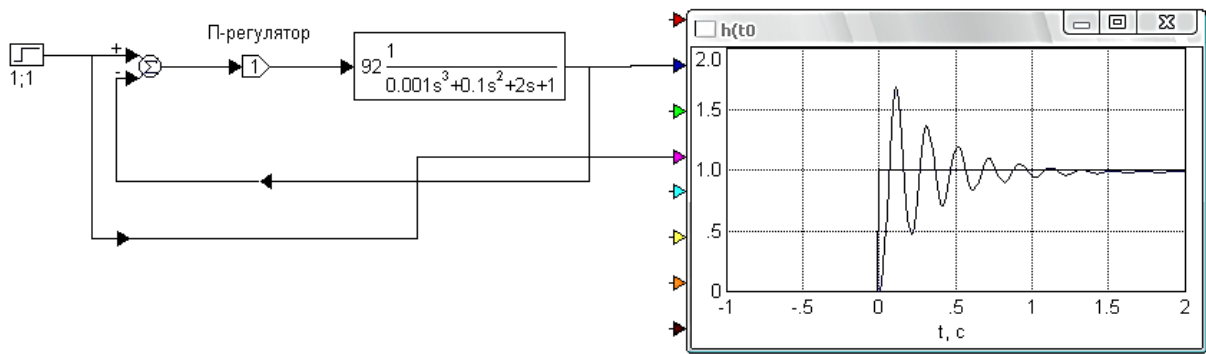


Рисунок 4.6 – Віртуальний лабораторний стенд

#### 4.4.2 Попередня корекція П-регулятора.

Попередньою корекцією називатимемо наближене визначення коефіцієнта посилення П-регулятора статичною САР.

Першим кроком корекції є перевірка стійкості та, за необхідності, стабілізація розімкнутого контуру САР із здобуттям запасу його стійкості за амплітудою у 12 – 20 дБ.

Якщо розімкнутий контур складається зі стійких ланок (типових ланок до другого порядку включно), то причиною його нестійкості є наявність внутрішніх контурів. Стабілізувати ці контури можна в моделюючих програмах зменшенням коефіцієнта посилення цих контурів у 4–10 разів після попереднього виведення їх на межу стійкості зменшенням коефіцієнта посилення контуру.

Попередня корекція полягає в забезпеченні шляхом варіювання коефіцієнта посилення контуру вихідної САР, поперше, запасів стійкості:

- за фазою 45 – 70°, краще за все 60°;

- за амплітудою 12 – 20 дБ (4 – 10 разів), краще 18 дБ,

а також, якщо це виявиться можливим, то й забезпечення посилення на нижніх частотах в 20 – 40 дБ, краще 40 дБ.

Якщо це виявиться можливим, то й забезпечення посилення на нижніх частотах у 20 – 40 дБ, краще 40 дБ (рисунок 4.7).

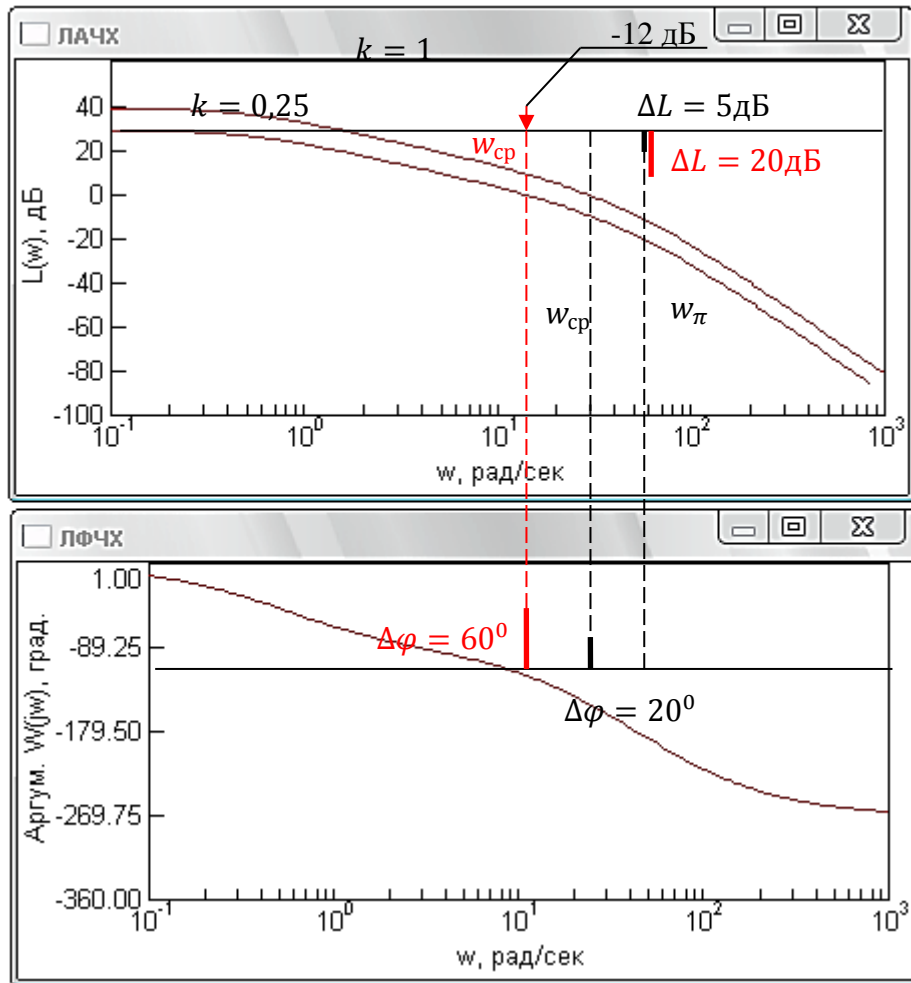


Рисунок 4.7—Збільшення запасів стійкості САР до оптимальних значень шляхом опускання ЛАЧХ униз усуває її підвищену коливальність

У даному випадку було потрібне опускання на 12 дБ, що відповідає зміні посилення контуру в  $10^{-20/12}=0,25$ , тобто зменшенню його в 4 рази. На осцилограмах показано, як поведуться перехідні функції замкнутих САР, а ЛАЧХ і ЛФЧХ побудовані для їх розімкнутих контурів.

Таким чином, для прикладу, розглянутого на рисунку 2.9, добрим попереднім значенням коефіцієнта посилення П-регулятора є 0,25, починаючи з якого можна проводити остаточну оптимізацію його значення (рисунок 4.8).

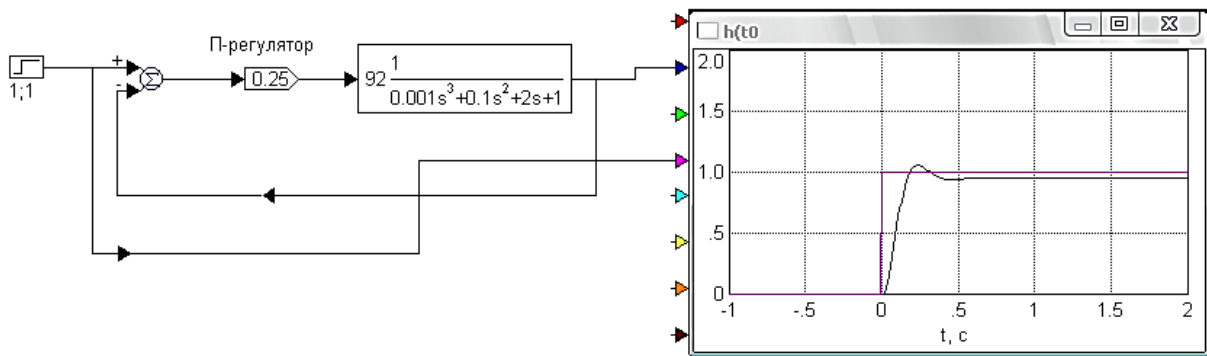


Рисунок 4.8 – САК з коефіцієнтом посилення П-регулятором, дорівнює 0,25

Залишається методом випробувань і помилок, злегка змінюючи початкове значення коефіцієнта посилення П-регулятора, підібрати таке, при якому перерегулювання САК становитиме 5 %. Для схеми (рисунок 4.8) оптимальне значення П-регулятора дорівнює 0,2 (рисунок 4.9).

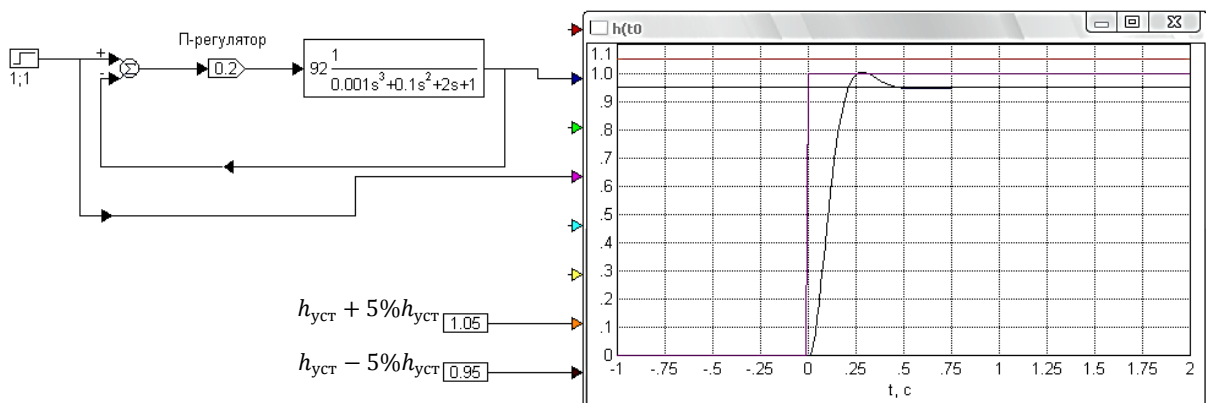


Рисунок 4.9– САК з коефіцієнтом посилення П-регулятором, що дорівнює 0,2 і 5 % перерегулювання

#### 4.4.3 Попередня корекція ПІ-регулятора

Якщо при оптимізації коефіцієнта посилення статичної САК, розглянутої в попередньому пункті, не вдається отримати САК з хорошими показниками якості (САК має великі помилки в сталому режимі внаслідок малого посилення контуру на нижніх частотах), то доводиться змінювати структуру регулювальника, замінюючи П-регулятор на ПІ-регулятор.



Оскільки САР з ПІ-регулятором є астатичною, то для попередньої її корекції досить забезпечити такі самі, як і раніше, запаси стійкості:

– за фазою  $45 - 70^\circ$ , краще  $60^\circ$ ;

– за амплітудою  $12 - 20$  дБ ( $4 - 10$  разів), краще  $18$  дБ,

шляхом зміни коефіцієнта посилення контуру.

Оскільки ПІ-регулятор містить інтегратор, то САР з ним обов'язково є астатичною. Тому вимоги до величини коефіцієнта посилення контуру з точки зору забезпечення якості роботи САР в статиці, на відміну від статичної САР, не ставляться.

Забезпечити необхідні запаси стійкості можна в різній послідовності, але переважно зробити таким чином.

У початковій статичній САР, варіюючи коефіцієнт посилення ПІ-регулятора, забезпечити запас стійкості за фазою в  $60 - 70^\circ$  або більше відповідно до рисунку 4.8 і запас стійкості за амплітудою не менше  $12$  дБ.

За ЛАЧХ розімкнутого контуру тільки що скоректованою САК визначити оптимальне значення часової сталої  $T$  ПІ-регулятора (рисунок 4.10).

Початкове значення коефіцієнта посилення ПІ-регулятора вибрати  $0,5$  (емпіричне значення).

У результаті з урахуванням коефіцієнта посилення ПІ-регулятора ( $k_p = 0,25$ ) передавальна функція ПІ-регулятора й схема САР наберуть вигляду, поданого на рисунку 4.11.

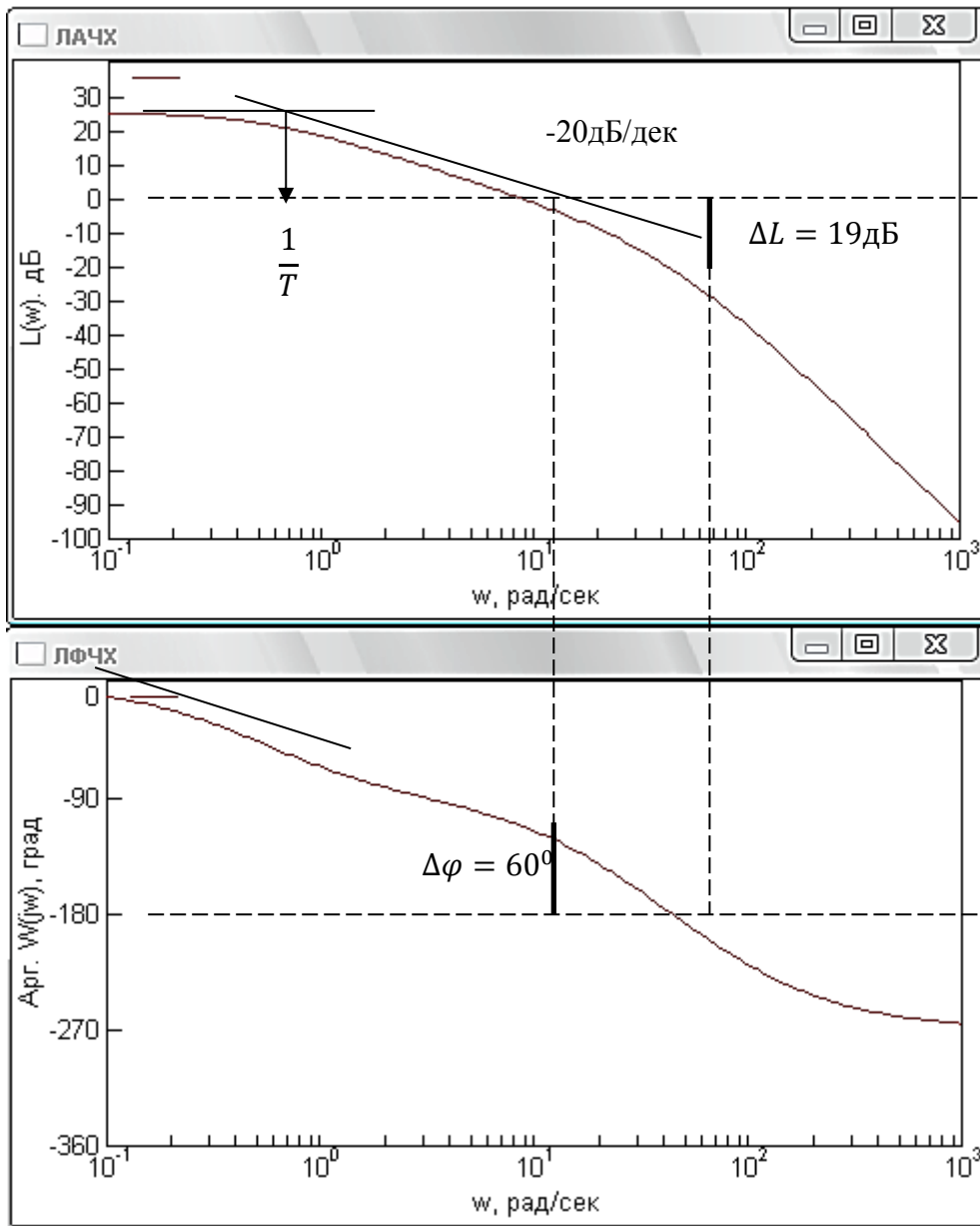


Рисунок 4.10–Визначення сталої часу ПІ-регулятора за ЛАЧХ розімкнутого контуру заздалегідь скоректованої статичної САР

Шукана стала часу обернено пропорційна частоті сполучення відрізків апроксимації САР з нахилами 0 та– 20 дБ/дек. У даному прикладі  $T = 1/0,5 = 2,0$  с.

$$W_{\text{ПІ}}(p) = k_{\text{ПІ}} k \frac{Tp + 1}{Tp} = 0,25 \cdot 0,5 \cdot \frac{2p + 1}{2p} = 0,125 \frac{2p + 1}{2p}.$$

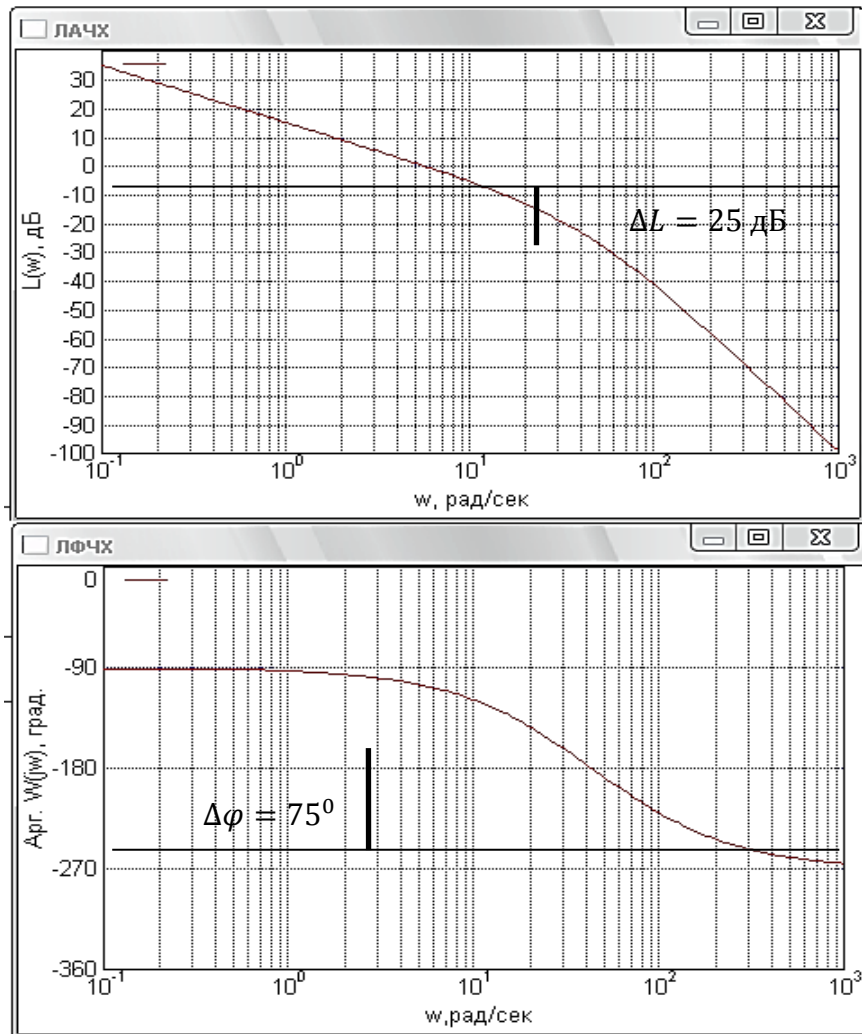
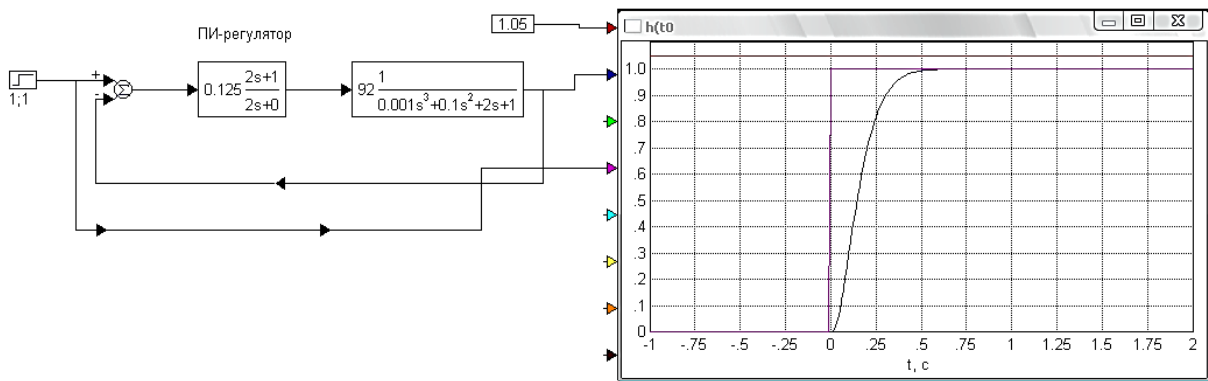


Рисунок 4.11 – Наближене налаштування ПІ-регулятора

Як видно, перехідна характеристика досить добра, а запаси стійкості злегка завищені, тому перерегулювання дорівнює нулю. Вихідне наближення повністю задовільне, але швидкодія САР може бути дещо підвищена.

*Оптимізація значення коефіцієнта посилення ПІ-регулятора.*  
У загальному випадку для ПІ-регулятора оптимізацію слід

здійснювати за обома його параметрами: коефіцієнтом посилення  $k$  і часовою сталою  $T$ . Це трудомістка робота для виконання вручну. Тому далі можна обмежитися лише оптимізацією коефіцієнта посилення, вважаючи, що часова стала  $T$  визначена із задовільною точністю.

Залишається методом випробувань і помилок, змінюючи коефіцієнт посилення ПІ - регулятора, добитися 5 %-го або трохи меншого перерегулювання  $\sigma$  (рисунок 4.12).

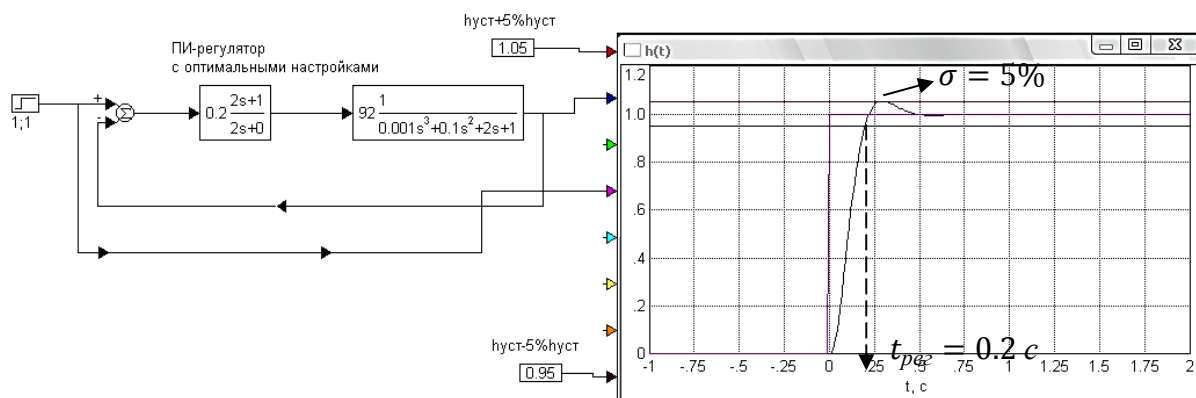


Рисунок 4.12 – Оптимізована модель САР з ПІ-регулятором

Перерегулювання становить 5 %. Це забезпечує мінімальний час регулювання для тих об'єктів, яким протипоказана зайва коливальність, що супроводиться знакозмінними динамічними навантаженнями.

#### 4. Налаштування ПІД-регулятора.

Використання ПІД-регулятора дозволяє підвищити швидкодію САРу перехідному й сталому режимах у порівнянні з САР такою ж незмінною частиною, в якій використовується ПІ-регулювальник.

Наближене визначення налаштовувальних параметрів ПІД-регулятора. Оскільки САР з ПІД-регулятором є астатичною, то для попередньої її корекції досить забезпечити такі, як і раніше для ПІ-регулювальника, запаси стійкості:

- за фазою  $45 - 70^\circ$ , краще  $60^\circ$ ;
- за амплітудою 12 – 20 дБ (4 – 10 разів), краще 18 дБ,

шляхом зміни коефіцієнта посилення контуру.

Визначити сталу часу регулятора (рисунок 4.13).

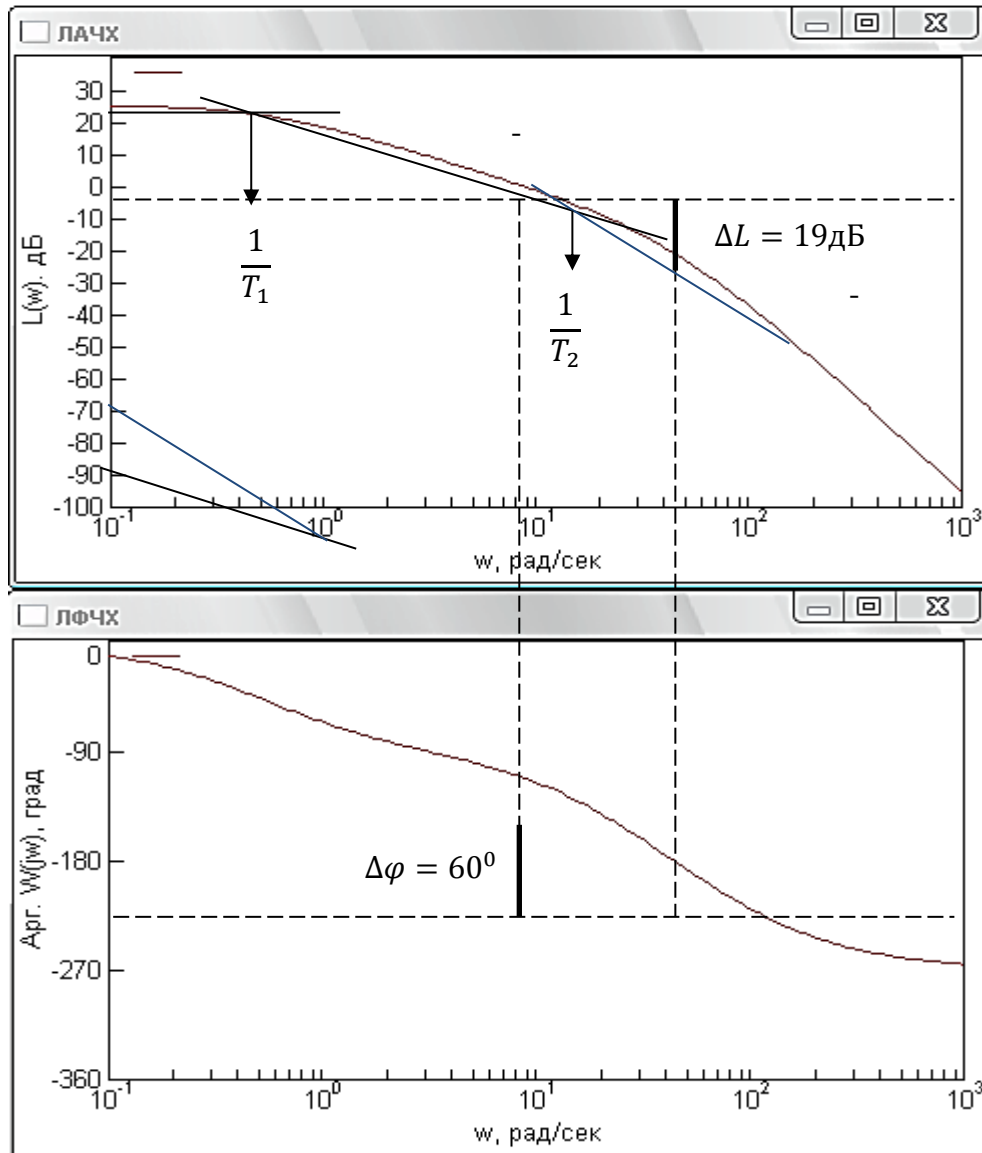


Рисунок 4.13–Часові сталі ПІД-регулятора

Часові сталі ПІД-регулятора визначаються за частотами точок сполучення відрізків з нахилами 0,  $-20$  і  $-40$  дБ/дек лінійної апроксимації низькочастотної частини ЛАЧХ розімкнутого контуру заздалегідь скоректованою статичною САР. У даному випадку  $T_1 = 1/0,5 = 2,0$  с і  $T_2 = 1/20 = 0,05$  с.

Після визначення часових сталей ПІД-регулятора слід прийняти коефіцієнт посилення  $k = 0,5$ , значення, набуто емпіричним шляхом, обчислити й задати коефіцієнти посилення гілок регулювальника і побудувати перехідну характеристику отриманої САК (рисунок 4.14).

$$W_{\text{ПД}}(p) = k \left[ \left( 1 + \frac{T_2}{T_1} \right) + \frac{1}{T_1 p} + T_2 p \right];$$

$$\left( 1 + \frac{T_2}{T_1} \right) = 1,05 \quad \frac{1}{T_1} = 0,5 \quad T_2 = 0,05.$$

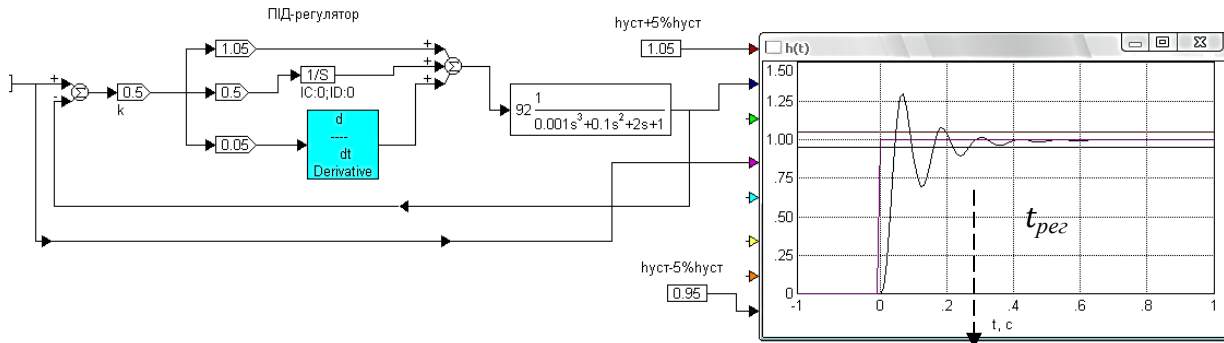


Рисунок 4.14 – САК з попередніми налаштуваннями параметрів ПІД-регулятора. Час регулювання становить 0,25 с

*Оптимізація значення коефіцієнта посилення ПІД-регулятора.* Для оптимізації коефіцієнта посилення ПІД-регулятора методом випробувань і помилок, змінюючи коефіцієнт посилення регулятора, доб'ємося перерегулювання, що дорівнює 5 % (рисунок 4.15).

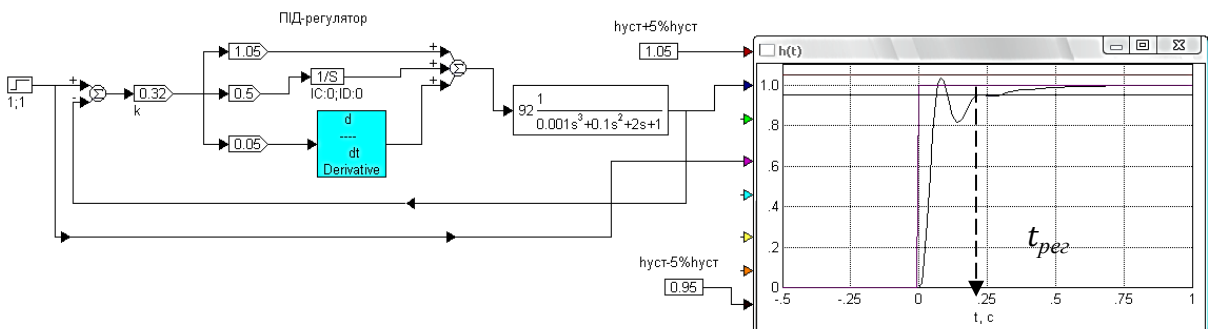


Рисунок 4.15– САК з оптимальним налаштуванням коефіцієнта посилення ПІД-регулювальника, виконана вручну

Оптимальне значення, підібране вручну методом випробувань і помилок, дорівнює  $k = 0,32$ . Час регулювання оптимізованої САК становить 0,2 с.

#### 4.4.5 Порівняння ефективності регулювальників.

Розглянемо перехідні функції систем автоматичного регулювання, що мають однакові незмінні частини й різні типи регулювальників з оптимальними налаштуваннями (рисунок 4.16).

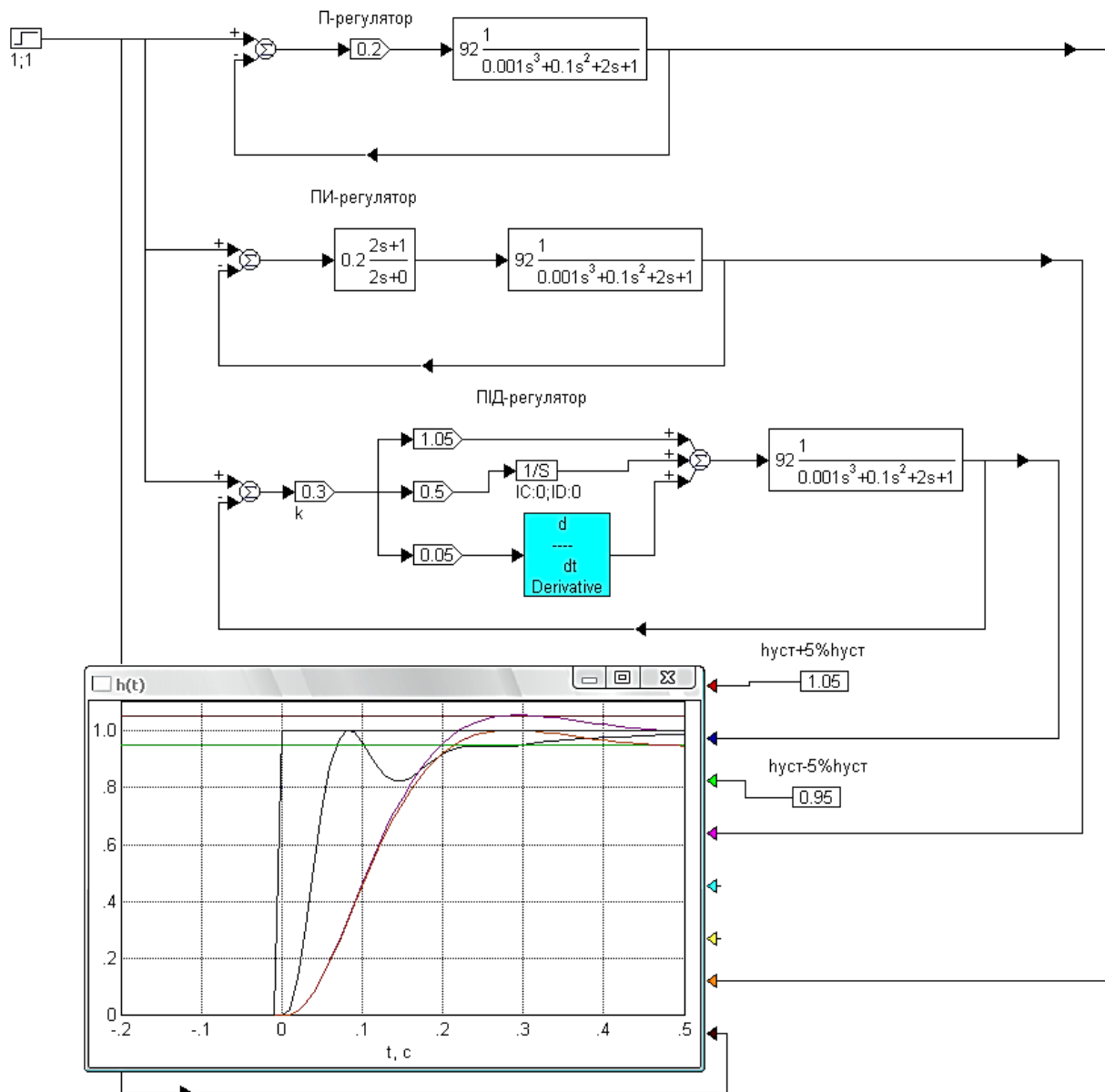


Рисунок 4.16 – Порівняння систем автоматичного регулювання з однаковими незмінними частинами і з оптимальними налаштуваннями П-, ПІ- і ПІД- регуляторів, отриманими з використанням ЛАЧХ і методом випробувань і помилок

Як видно, оптимальний ПІ-регулювальник дає САР, рівну за швидкодією САР з П-регулятором, але що перевершує її нульовою помилкою стеження в статиці (при відстежуванні постійної

величини ПІД-регулятор у даному випадку дає САР у п'ять разів вищу швидкодню, що перевищує обидві інших САР, але коливальність такої САР виявляється теж більшою мірою). Це, втім, за необхідності легко виправити невеликим зменшенням коефіцієнта посилення. Стала помилка САР з ПІД-регулятором, як і в САР з ПІ-регулятором, природно, дорівнює нулю.

Отже, ПІ-регулятор дозволяє САР керувати об'єктом «м'якше», а ПІД-регулятор – енергійно. Обидва вони дають нульову помилку стеження в статиці, на відміну від малої, але не нульової помилки САР з П-регулятором.

Проаналізувати отримані перехідні процеси й зробити висновки.

#### 4.5 Варіанти завдань

Таблиця 4.1 – Варіанти завдання

Варіант	Передавальна функція незмінної частини САР
1	$W(p)=5 \frac{1}{0.025p^3+0.5p^2+p+1}$
2	$W(p)=15 \frac{1}{0.025p^3+p^2+1.5p+1}$
3	$W(p)=50 \frac{1}{0.025p^3+p^2+3p+1}$
4	$W(p)=50 \frac{1}{0.001p^3+0.25p^2+1.5p+1}$
5	$W(p)=10 \frac{1}{0.001p^3+0.5p^2+p+1}$
6	$W(p)=10 \frac{1}{0.01p^3+0.25p^2+p+1}$
7	$W(p)=25 \frac{1}{0.014p^3+0.5p^2+1.9p+1}$
8	$W(p)=30 \frac{1}{0.024p^3+p^2+3p+1}$

#### Контрольні запитання

1 Що таке синтез САР?



2 Що таке оптимізація САР, параметрична оптимізація САР, структурно-параметрична оптимізація САР?

3 Що таке критерій оптимізації? Які критерії оптимізації ви знаєте?

4 Що таке метод оптимізації? Які методи оптимізації ви знаєте?

5 Що таке функція ціни? Яка у неї властивість? Чи зв'язана вона з параметрами САР?

6 Що таке регулятори в техніці і в САР? Для чого вони служать?

7 Які класичні типи регуляторів, що розглядаються в САР, ви знаєте? Які їх передавальні і перехідні функції?

8 Як за ЛАЧХ і ЛФЧХ незмінної частини САР приблизно визначити оптимальне значення посилення П-регулятора?

9 Як за ЛАЧХ і ЛФЧХ незмінної частини САР приблизно визначити оптимальне значення посилення ПІ-регулятора?

10 Як за ЛАЧХ і ЛФЧХ незмінної частини САР приблизно визначити оптимальне значення посилення ПІД-регулятора?

## **ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 5. Дослідження імпульсних систем автоматичного керування, стійкість**

### **5.1 Мета роботи**

Метою роботи є вивчення імпульсних систем автоматичного керування, дослідження стійкості імпульсних САК і набування практичних навичок роботи у Vissim і MathCad.

### **5.2 Методичні вказівки з організації самостійної роботи студентів**

Типова гілка амплітудно-імпульсної системи автоматичного керування (АІСАК) подана на рисунку 5.1.



Рисунок 5.1 – Типова гілка АІСАК

Типова гілка АІСАК перетворює безперервний сигнал у гратчасту функцію (дискретизує), здійснює фіксацію і потім перетворює сигнал лінійною інерційною безперервною частиною.

Дискретизатор стробує імпульсом одиничної площі безперервний сигнал. Фіксатор зберігає значення площі на час проміжку між дискретами.

Типова гілка АІСАК описується дискретною  $z$ -передавальною функцією

$$W(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}.$$

Формально ця передавальна функція пов'язує гратчасту функцію вихідного сигналу з гратчастою функцією вхідного. Але при виборі досить малого періоду дискретизації цю функцію з практичної точки зору можна трактувати й як оператор перетворення безперервного вхідного сигналу в безперервний вихідний. Це корисно відносно перенесення властивостей безперервних САК на АІСАК, що містять гілки з дискретизаторами.

Таким чином,  $Z$ -перетворення і перетворення Лапласа схожі в тому сенсі, що як одне, так й інше дозволяє ставити у відповідність функції часу її зображення, а для гілок САК і АІСАК записувати передавальні функції, за допомогою яких можна визначати вихідний сигнал гілки при відомому вхідному.

Між  $Z$ -передавальною функцією типової гілки АІСАК і передавальною функцією  $W(p)$  її безперервної частини є взаємно-однозначна відповідність.

$Z$ -передавальну функцію типової гілки АІСАК за характеристиками безперервної частини цієї гілки можна знайти різними способами, зокрема за формулою

$$W(z) = \frac{z - 1}{z} Z\{h_y(t)\},$$

де  $h_n(t)$  – перехідна функція безперервної частини гілки.

Без урахування фіксатора, за наближеною формулою

$$W(z) = W(p) \Big|_{p=\frac{z-1}{Tz}} .$$

Для обліку фіксатора праву частину потрібно домножити на спеціальний коефіцієнт, визначуваний періодом дискретизації.

Точніший перехід від безперервної системи до системи дискретної в часі дає так звана підстановка Тастіна

$$W(z) = W(p) \Big|_{p=\frac{2(z-1)}{T(z+1)}} .$$

### 5.3 Завдання до роботи

5.3.1 Для відповідного варіанта передавальної функції приведеної безперервної частини (таблиця 5.1) необхідно отримати вираз для дискретної передавальної функції.

5.3.2 Досліджувати вплив періоду дискретизації на графік перехідної характеристики безперервної гілки САК і амплітудно-імпульсною САК.

5.3.3 Перевірити якість перехідного процесу при використанні для здобуття дискретної передавальної функції підстановку Тастіна.

5.3.4 Отримати перехідну функції і побудувати графік перехідної характеристики в MathCad.

5.3.5 Перевірити стійкість амплітудно-імпульсної САК засобами MathCad.

### 5.4 Порядок виконання роботи

5.4.1 Запустити Vissim. Встановити кирилицю: View (Вигляд) – Fonts (Шрифти) – вибрати шрифт MS Sans Serif, кирилиця, розмір 8).

5.4.2 Вибрати красиве оформлення блоків і ліній зв'язку: View (Вигляд) – Presentation Mode (Режим презентації).

5.4.3 Побудувати в програмі Vissim віртуальний лабораторний стенд з трьома безперервними гілками (рисунок 5.2).

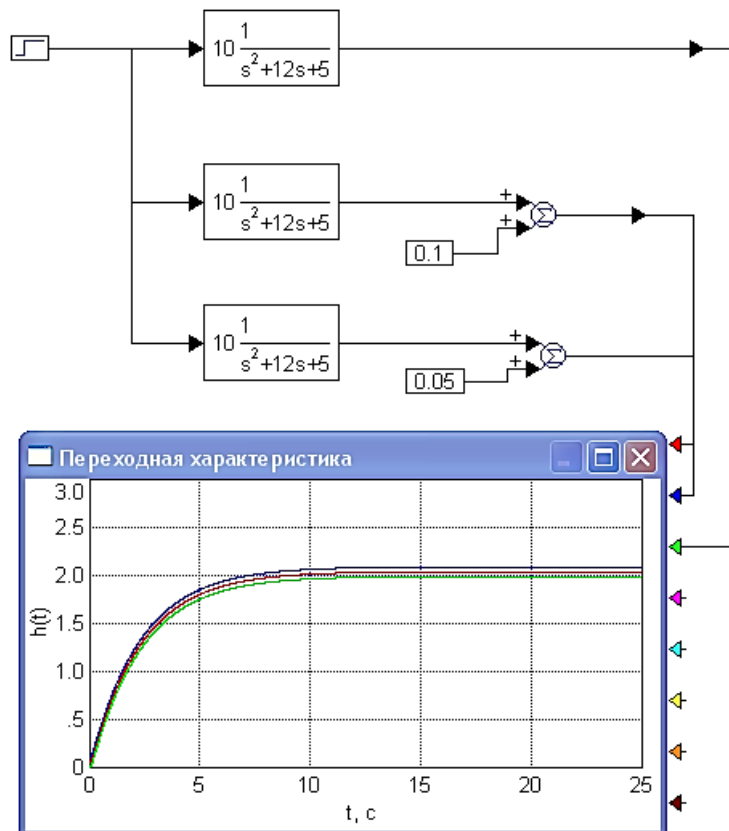


Рисунок 5.2 – Заготівка лабораторного стенда

5.4.4 Замінити дві нижні ланки їх дискретними аналогами, користуючись інструментами Vissim. Для нижньої ланки перетворити передавальну функцію так, щоб вільний член знаменника дорівнював одиниці. Для цього зробити таке.

Клацнути правою кнопкою по другому зверху блоку transferfunction (поданому спочатку в безперервній формі) й у вікні, що з'явилося, клацнути по кнопці Convert S → Z (рисунок 5.3).

З'явиться вікно з пропозицією встановити значення кроку дискретизації (Discrete Sampling Rate) при використанні підстановки Тастина. Погодитися, клацнувши ОК, із пропонованим значенням, яке за умовчанням пропонується Vissim рівним кроку модельного часу, у даному випадку 0,1 с. Vissim негайно перерахує й замінить значення коефіцієнтів, а також покаже значення періоду дискретизації  $dT = 0,1$  (рисунок 5.4).

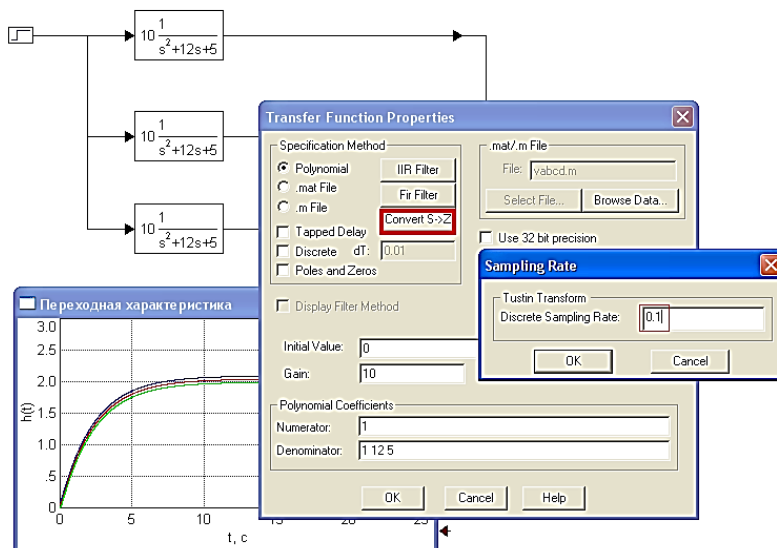


Рисунок 5.3 – Перехід у Vissim від безперервної до дискретної передавальної функції, що відповідає періоду дискретизації, який дорівнює  $dT = 0,1$  с

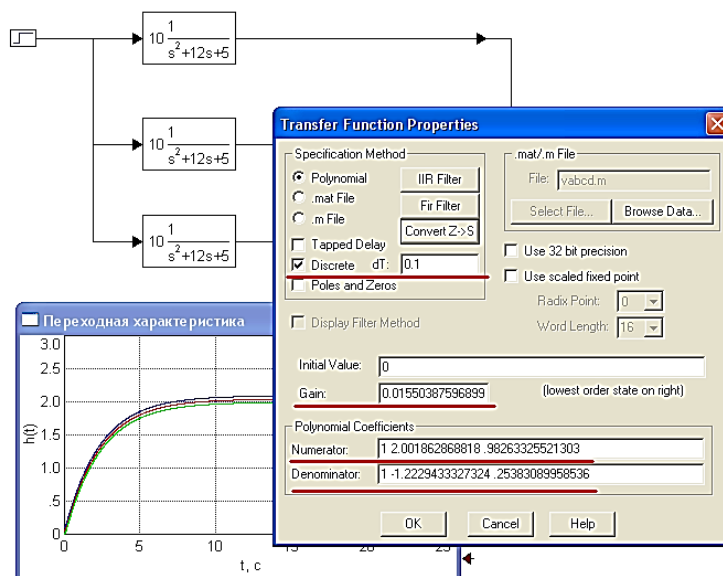


Рисунок 5.4 – Vissim перерахував коефіцієнти  $W(p)$  у коефіцієнти  $W(z)$ , використовуючи підстановку Тастина і взявши період дискретизації рівним  $dT = 0,1$

Коефіцієнти при старших членах зроблені ним одиничними. Клацанням по кнопці ОК виходить дискретна ланка на робочому полі (рисунок 5.5).

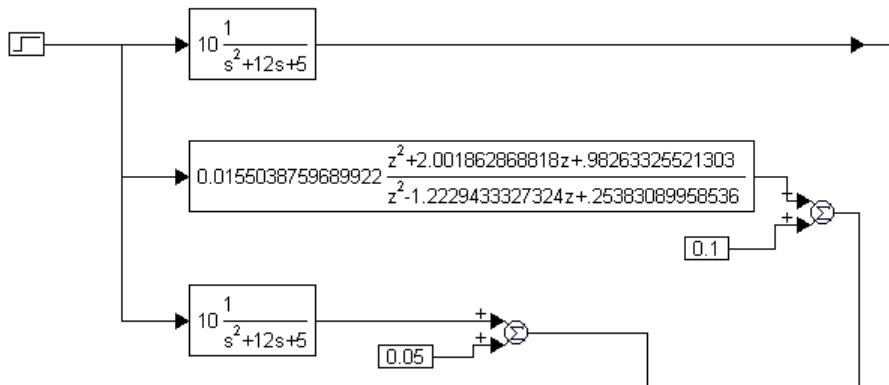


Рисунок 5.5 – Заміна безперервної ланки на дискретну, еквівалентність якої слід встановити

Vissim нормує Z-передавальну функцію так, щоб у старших членів полінома чисельника й знаменника коефіцієнти дорівнювали одиниці. Це не завжди зручно, тому в третій ланці пропонується подати цю ж саму передавальну функцію в канонічному вигляді, коли дорівнюють одиницям модулі вільних членів поліномів. Для цього слід виконати таке. Аналогічним чином, як і в другій ланці, перетворити в дискретну нижню ланку.

Перетворити Z-передавальну функцію нижньої ланки до канонічного вигляду. Для цього винести за дужки вільні члени чисельника і знаменника й помножити та розділити на них відповідно коефіцієнт посилення (рисунок 5.6).

$$\frac{1}{.98263325521303} = 1.018 \quad \frac{2.001862868818}{.98263325521303} = 2.037$$

$$\frac{1}{.25383089958536} = 3.94 \quad \frac{-1.2229433327324}{.25383089958536} = -4.818$$

$$0.01550387596899 \frac{.98263325521303}{.25383089958536} = 0.06$$

Рисунок 5.6 – Обчислення коефіцієнтів Z-передавальної функції канонічного вигляду

Подвійним клацанням по нижньому блоку відкрити його властивості і замінити значення коефіцієнтів на обчислені, не забуваючи вводити (копіювати) їх через пропуск (рисунок 5.7).

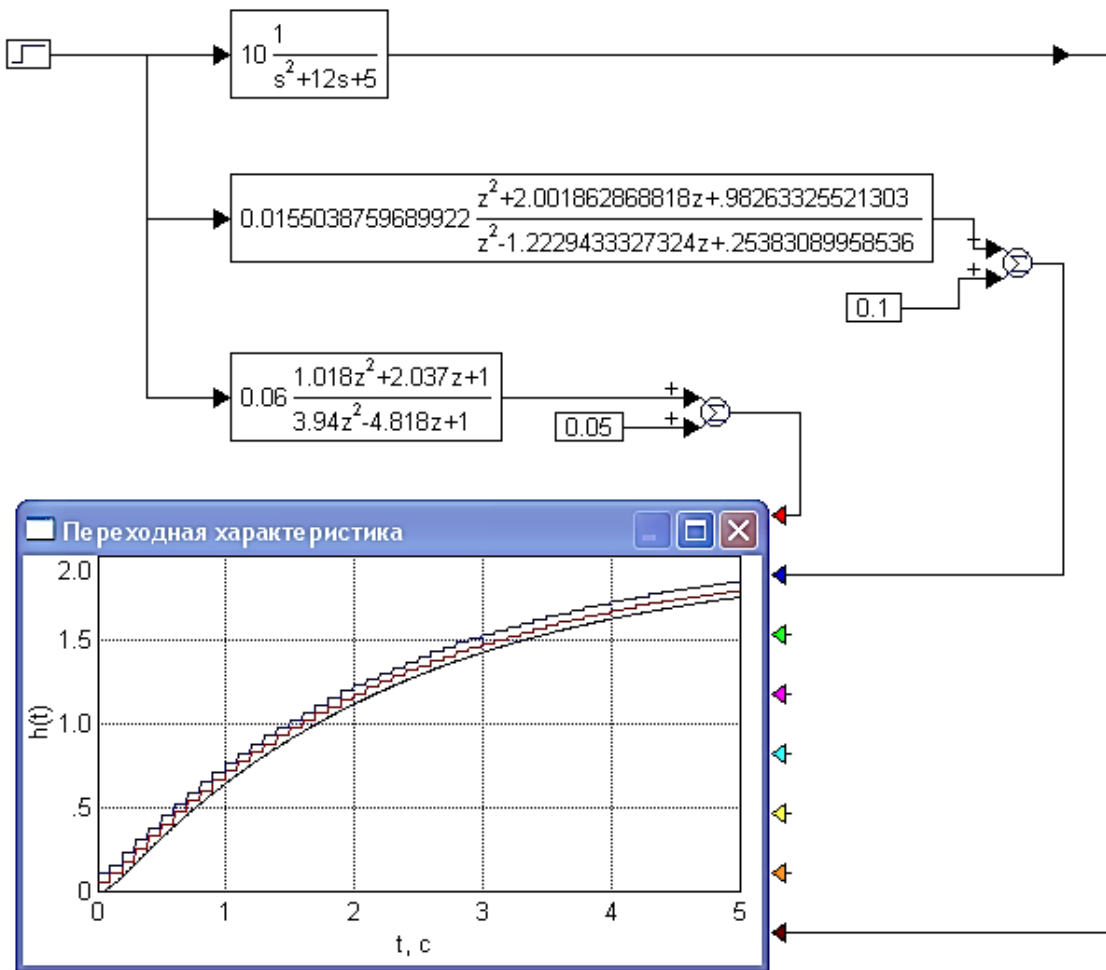


Рисунок 5.7 – Фінальний вигляд лабораторного стенда для зіставлення перехідних функцій безперервної і дискретної ланок

Запустити моделювання клацанням по кнопці із зеленим трикутником. Порівняти осцилограми перехідних функцій. Що можна сказати про якість відтворення перехідних функцій і про їх збіг? Як можна оцінити кількісно розбіжність між перехідними функціями?

Як співвідносяться крок моделювання, крок дискретизації і величина сталої часу модельованої коливальної ланки?

5.4.5 Зменшити крок моделювання (Simulate – Simulation Properties – Step Size) з 0.1 на 0.01 (рисунок 5.8). Запустити моделювання.

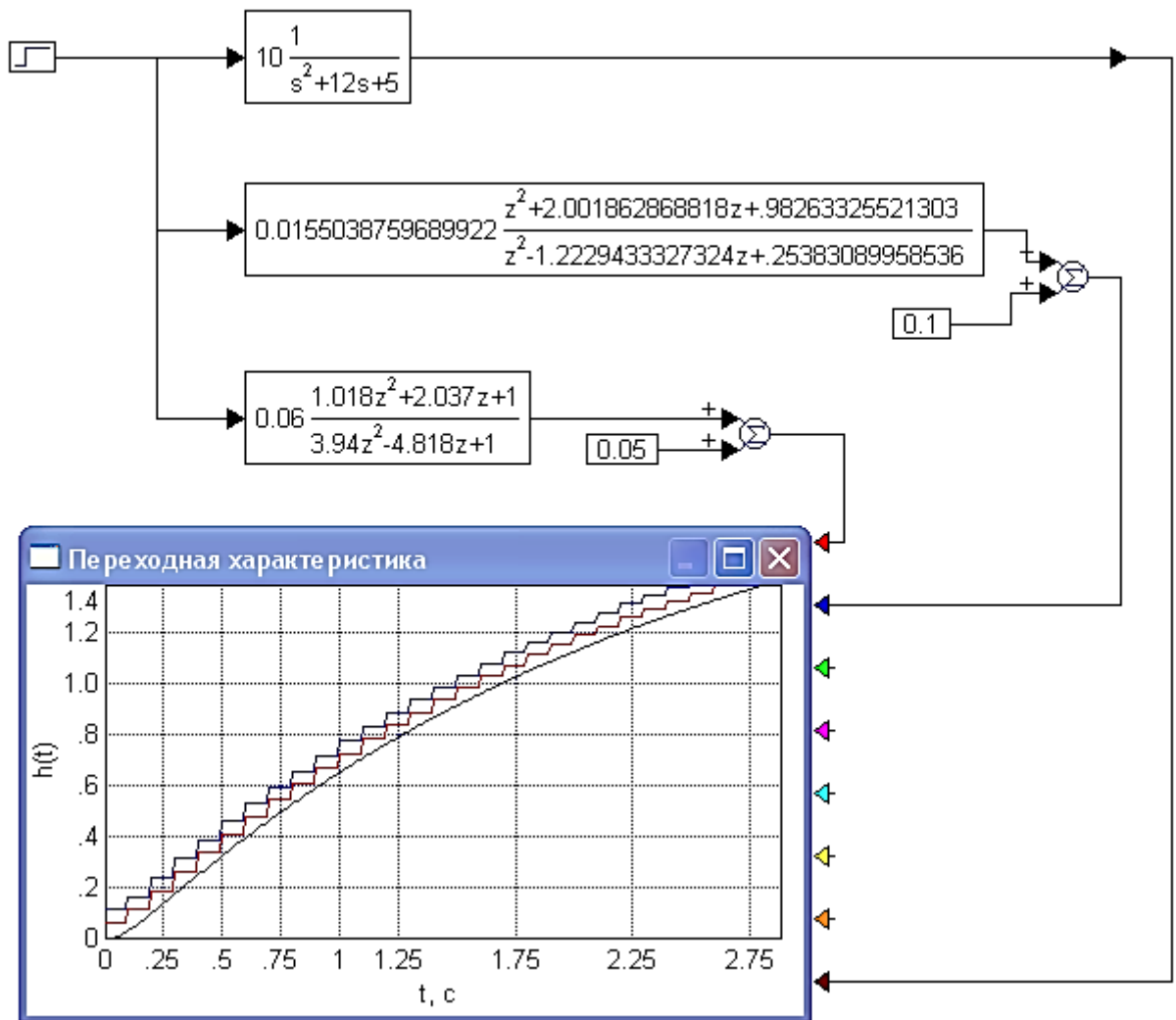


Рисунок 5.8 – Моделювання з меншим кроком

Що змінилося в перехідних функціях, а значить, і у властивостях ланки і наскільки?

Чи залежать параметри Z-передавальної функції дискретної ланки, адекватної безперервної, від кроку дискретизації? Як можна змінювати часовий масштаб перехідної функції дискретної ланки?

5.4.6 Перевірити набуті Vissim значення параметрів Z-передавальної функції безпосередньою підстановкою Тастина у вирази для передавальної функції безперервної моделі. Виконати це можна в MathCad.

На рисунку 5.9 наведений знімок екрана MathCad, в якому проведені розрахунки, необхідні для здобуття дискретної передавальної функції з підстановкою Тастина.



$W(s) := \frac{10}{s^2 + 12s + 5}$	<p>Передавальна функція приведеної безперервної частини</p>
$T := 0.1$	<p>Період дискретизації</p>
$W(s) \text{ substitute } s = \frac{2 \cdot (z - 1)}{T \cdot (z + 1)} \rightarrow \frac{2.0z^2 + 4.0z + 2.0}{129.0z^2 - 158.0z + 33.0}$	<p>Здобуття дискретної передавальної функції</p>
$W1(z) := \frac{2.0z^2 + 4.0z + 2.0}{129.0z^2 - 158.0z + 33.0}$	<p>Приведення дискретної передавальної функції до канонічного вигляду (вільні члени багаточленів мають дорівнювати 1)</p>
$\frac{2}{33} = 0.061 \quad \frac{-158}{33} = -4.788 \quad \frac{129}{33} = 3.909$	<p>Дискретна передавальна функція в канонічному вигляді</p>
$W2(z) := 0.061 \frac{(z^2 + 2z + 1)}{(3.909z^2 - 4.788z + 1)}$	

Рисунок 5.9 – Дискретна передавальна функція з підстановкою Тастина

Яка ж з програм Vissim або MathCad ближча до правильного результату? Перевірити це експериментально у Vissim. Для цього зробити таке.

5.4.7 Підставити в третю ланку коефіцієнти, отримані в MathCad, й запустити моделювання (рисунок 5.10).

Відзначимо, що коефіцієнти посилення дискретних ланок, на відміну від коефіцієнта посилення безперервної ланки, не дорівнюють асимптотичному значенню перехідної функції.

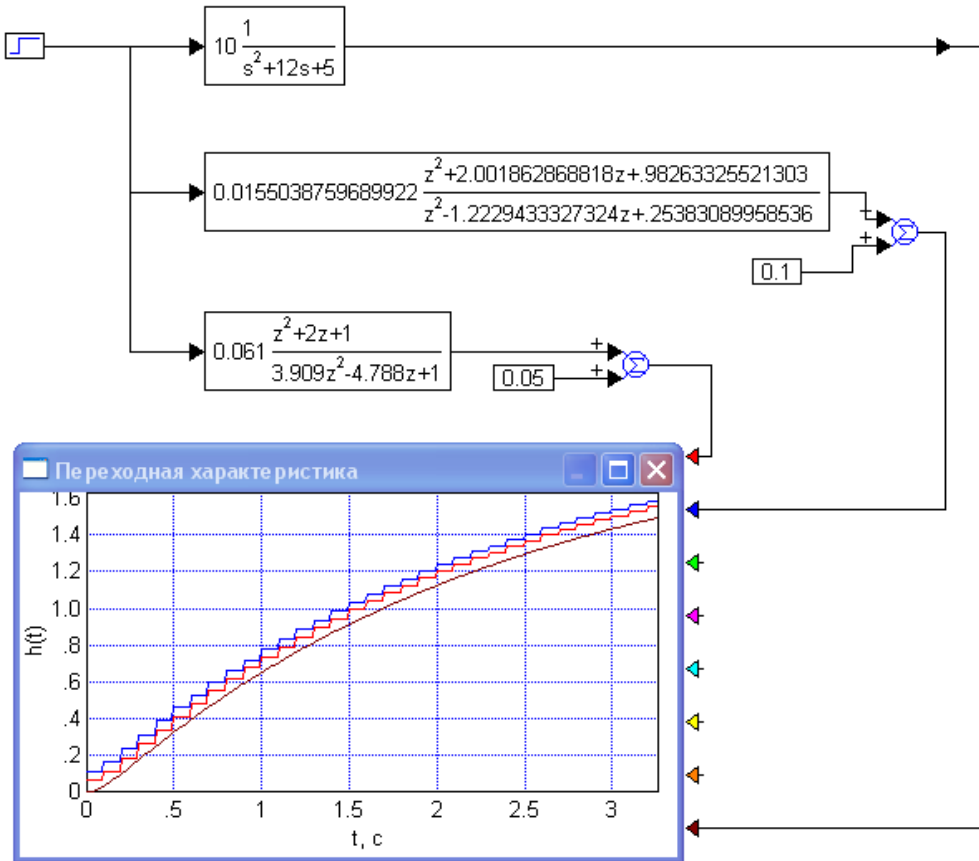


Рисунок 5.10 – Порівняння дискретних ланок з коефіцієнтами, отриманими в MathCad (червона лінія) і Vissim (синя) ( $dT = 0,1$  с)

#### 5.4.8 Отримання вираження перехідної функції в MathCad

На рисунку 5.11 поданий знімок екрана MathCad, в якому проведені розрахунки дискретної перехідної функції, і зображений графік перехідної характеристики:

$$W2(z) := 0.061 \frac{(z^2 + 2z + 1)}{(3.909z^2 - 4.788z + 1)}. \text{ Дискретна передавальна функція}$$

в канонічному вигляді  $n := 1.. 100$ .

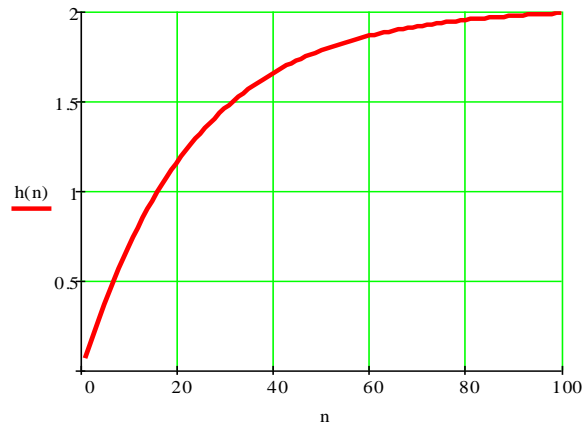


Рисунок 5.11 – Знімок MathCad

5.4.9 Перевірка стійкості імпульсної САК за критерієм Найквіста (рисунок 5.12).

$$W2(z) \text{ substitute, } z = \frac{(v-1)}{v+1} \rightarrow \frac{244.0v^2}{121.0v^2 - 5818.0v + 9697.0} \quad v\text{-перетворення}$$

$$W2(v) := \frac{244.0v^2}{121.0v^2 - 5818.0v + 9697.0}$$

$$W2(v) \text{ substitute, } v = i \cdot \omega \rightarrow -\frac{1.0(2.366068e6\omega^2 - 29524.0\omega^4 + 1.419592e6\omega^3 \cdot i)}{14641.0\omega^4 + 3.150245e7\omega^2 + 9.4031809e7}$$

ПОСТАНОВКА  $v=i\omega$

$$\omega := 0..100$$

$$W2(\omega) := -\frac{1.0(2.366068e6\omega^2 - 29524.0\omega^4 + 1.419592e6\omega^3 \cdot i)}{14641.0\omega^4 + 3.150245e7\omega^2 + 9.4031809e7}$$

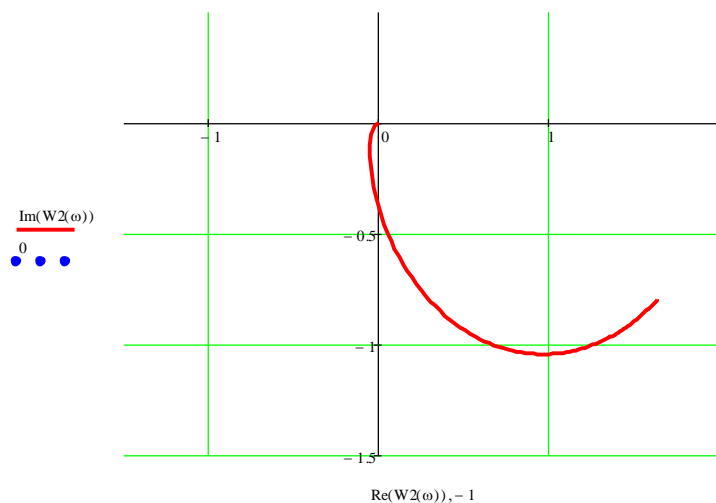


Рисунок 5.12 – Знімок з розрахунками і АФЧХ імпульсною САК

## 5.5 Варіанти завдань

Таблиця 5.1 – Варіанти завдання

Варіант	Передавальна функція приведеної безперервної частини $W_{\text{ПБЧ}}$
1	$W_{\text{ПБЧ}} = \frac{10}{s^2 + 12s + 5}$
2	$W_{\text{ПБЧ}} = \frac{10}{3s^2 + 5s + 1}$
3	$W_{\text{ПБЧ}} = \frac{5}{10s^2 + 7s + 1}$
4	$W_{\text{ПБЧ}} = \frac{1}{4s^2 + 10s + 2}$
5	$W_{\text{ПБЧ}} = \frac{10}{5s^2 + 15s + 2}$
6	$W_{\text{ПБЧ}} = \frac{5}{4s^2 + 20s + 3}$
7	$W_{\text{ПБЧ}} = \frac{10}{s^2 + 6s + 7}$
8	$W_{\text{ПБЧ}} = \frac{2}{s^2 + 6s + 7}$

### Контрольні запитання

- 1 Що таке дискретна система автоматичного керування?
- 2 Наведіть типову схему імпульсної САК.
- 3 Що таке Z-перетворення? Властивості Z-перетворення?
- 4 Яким чином можливе отримання дискретної передавальної функції, якщо відома передавальна функція безперервної приведеної частини системи?
- 5 Як визначити перехідну характеристику імпульсної системи?
- 6 Умови стійкості для дискретних систем автоматичного керування.
- 7 Наведіть критерії стійкості дискретних систем автоматичного керування. Що таке v-перетворення?

## **ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 6. Дослідження характеристик та моделей нелінійних об'єктів**

### **6.1 Мета роботи**

Метою роботи є вивчення існуючих нелінійних ланок, засобів їх математичного опису за допомогою MathCad, отримання статичних характеристик нелінійних ланок у Vissim.

### **6.2 Методичні вказівки з організації самостійної роботи студентів**

Нелінійні об'єкти, системи або їхні елементи в загальному випадку є динамічними об'єктами і мають не тільки власне нелінійність, але й інерційність, і тому описуються нелінійними диференціальними рівняннями.

Будемо вважати систему нелінійною, якщо хоча б один її елемент є істотно нелінійним.

Істотно нелінійний елемент об'єкта або системи – це такий, заміна якого лінійним приводить до принципової зміни властивостей системи. Цю зміну можна визначити за значною зміною вихідного сигналу після такої заміни.

Особливості нелінійних систем:

– на відміну від лінійних систем для нелінійних не справедливий принцип суперпозиції, тобто реакція нелінійної системи на суму впливів не дорівнює сумі її реакцій на кожне з них;

– будь-яка нестійка лінійна САК у міру зростання сигналів на її вході в ній самій і на її виході стає нелінійною, що, наприклад, і обмежує сигнали в реальних САК;

– нелінійні САК можуть бути стійкими в малому (при малих впливах), у великому й у цілому і можуть бути нестійкими;

– у нелінійних системах може існувати стійкий режим автоколивань (це дуже важливо при побудові генераторів сигналів). У такий режим звичайно й виходить нестійка у вихідному стані лінійна система;

– зміна послідовності лінійної й нелінійної ланок змінює властивості системи (рисунок 6.1).

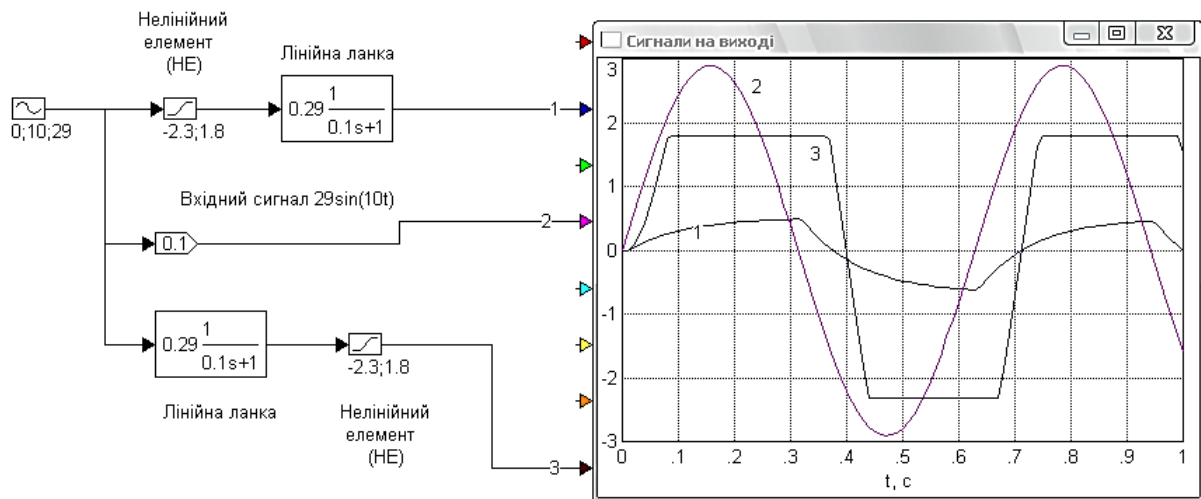


Рисунок 6.1 – Зміна послідовності лінійних інерційних і нелінійних безінерційних ланок істотно позначається на вихідному сигналі

Схеми не еквівалентні, як це було б у випадку послідовності лінійних ланок.

Найважливішою характеристикою нелінійного об'єкта (НО) або його елемента (НЕ) є статична характеристика.

Статична характеристика – це залежність величини вихідного сигналу нелінійного елемента у від величини вхідного  $x$  за умови, що його вхідний сигнал постійний (не змінюється досить тривалий час для того, щоб перехідні процеси в нелінійному елементі, якщо вони мають місце, завершилися).

Статична характеристика показує, як залежить вихідний сигнал нелінійного елемента від вхідного, коли вхідний змінюється дуже повільно, тобто в умовах, коли інерційні властивості нелінійного елемента практично не виявляються.

Істотно нелінійний елемент об'єкта або системи – це такий, заміна якого лінійним приводить до принципової зміни властивостей системи. Цю зміну можна визначити за значною зміною вихідного сигналу після такої заміни. В інженерних завданнях, як правило, у системі є тільки один істотно нелінійний елемент. Це пояснюється тим, що в міру зростання сигналів у лінійній моделі якийсь із її елементів першим починає виявляти нелінійні властивості, стає істотно нелінійним.

Істотно нелінійний елемент може бути присутнім в об'єкті, а значить, і в схемі моделі із самого початку, тобто і при яких завгодно малих сигналах.

Статичні характеристики істотно нелінійних ланок в інженерних завданнях можуть бути приблизно замінені, апроксимовані відрізками прямих (апроксимація лінійно-ламанною лінією).

Швидкодія (інерційність) – друга характеристика нелінійної ланки. Визначається тривалістю перехідних процесів ланки, якщо такі мають місце.

Діапазон лінійності – ще одна важлива характеристика нелінійного об'єкта, що визначає діапазон величин вхідного впливу, в якому об'єкт має лінійні властивості.

Крутизна статичної характеристики. Крутизна у загальному випадку залежить від вибору робочої точки й визначається як диференціальний коефіцієнт підсилення, тобто коефіцієнт підсилення для малих збільшень вхідного сигналу.

У багатьох практичних випадках реальний нелінійний елемент моделюють безінерційною нелінійністю, властивості якої повністю визначає його статична характеристика. При цьому інерційними властивостями нелінійної ланки за наявності достатніх підстав нехтують. Однак така модель може не повною мірою відповідати реальній ланці, і тому зробити це можна не завжди.

### **6.3 Завдання до роботи**

6.3.1 У таблиці 6.1 наведено нелінійні ланки, що характеризуються певними характеристиками.

6.3.2 Реалізувати всі наведені нелінійні ланки у Vissim, отримати статичні характеристики для цих ланок з параметрами відповідно до варіанта (таблиця 6.2).

6.3.3 Отримати статичні характеристики для нелінійної системи, що має один нелінійний елемент та одну інерційну ланку.

6.3.4 Реалізувати нелінійні характеристики в MathCad.

## 6.4 Порядок виконання роботи

6.4.1 Запустити Vissim.

6.4.2 Побудувати в програмі Vissim віртуальний лабораторний стенд для дослідження нелінійних ланок.

Винести на робоче поле Vissim генератор зростаючого ramp сигналу (Blocks – Signal Producer – ramp) і осцилограф (Blocks – Signal Consumer – Plot).

Нелінійна ланка з ідеальною релейною характеристикою створюється винесенням на робоче поле блока relay (Blocks – Nonlinear – relay) і заданням його параметрів (рисунок 6.2).

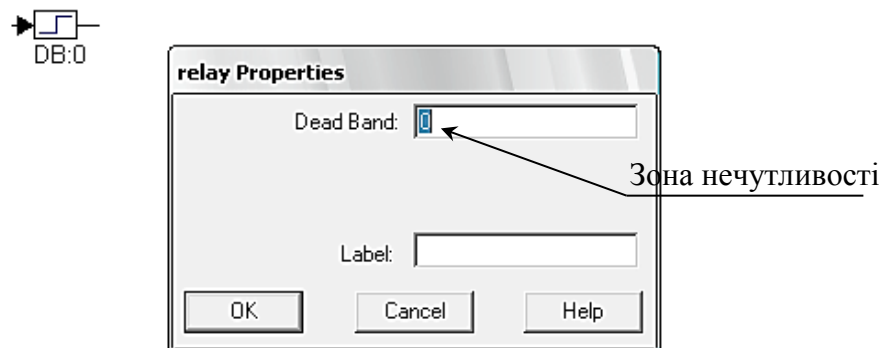


Рисунок 6.2 – Вікно задання параметрів блока relay

Блок реле відстежує величину вхідного сигналу на кожному кроці симуляції й залежно від заданої «зони нечутливості» установлює вихід в один із трьох стабільних станів. Зона нечутливості в блоці реле симетрична щодо нуля.

Клацання правою кнопкою миші по блокові викликає діалогове вікно його властивостей, у якому можна задати ширину зони нечутливості DeadBand (значення за замовчуванням 0) і визначити мітку для блока.

Провести моделювання нелінійної ланки з ідеальною лінійною характеристикою (рисунок 6.3). Отримані осцилограми зберегти.



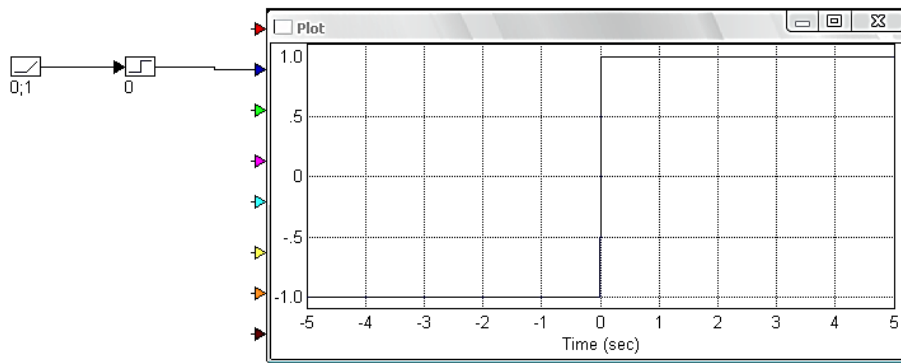


Рисунок 6.3 – Результат моделювання нелінійної ланки з ідеальною релейною характеристикою

Одержати осцилограму для нелінійної ланки при подачі на вхід синусоїдального сигналу `sinusoid` (Blocks – Signal Producer – `sinusoid`). Клацання правою кнопкою миші по генератору дозволить задати параметри синусоїдального сигналу (параметри вхідного сигналу задані в таблиці 6.2) рисунок 6.4.

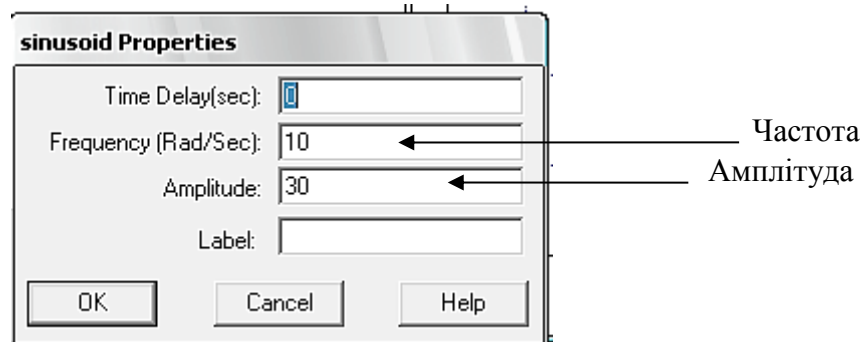


Рисунок 6.4 – Вікно задання параметрів генератора синусоїдального сигналу

Провести моделювання й зберегти осцилограми (рисунок 6.5).

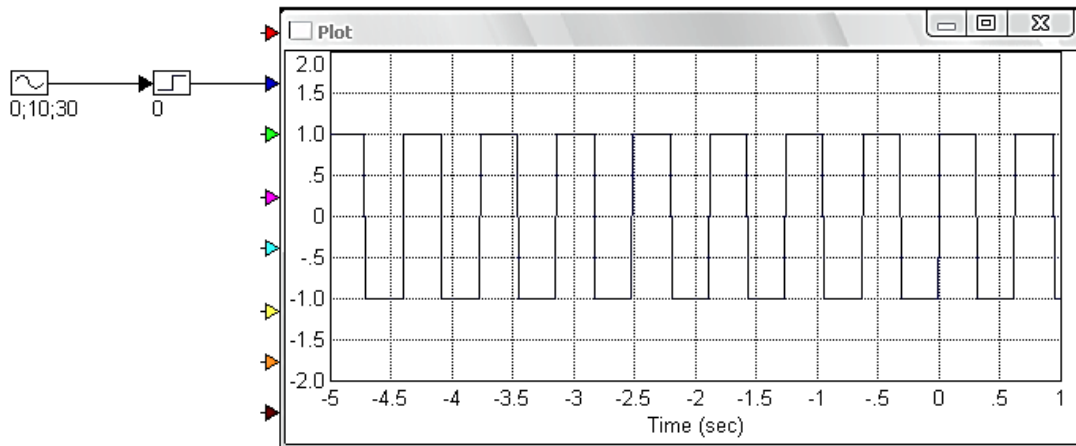


Рисунок 6.5 – Результат моделювання нелінійної ланки з ідеальною релейною характеристикою при подачі на вхід синусоїдального сигналу

6.4.3 Нелінійна ланка з релейною характеристикою й зоною нечутливості створюється винесенням на робоче поле блоку relay (Blocks – Nonlinear – relay) і заданням значення зони нечутливості DeadBand (див. рисунок 6.2). Провести моделювання при двох різних вхідних сигналах (рисунок 6.6).

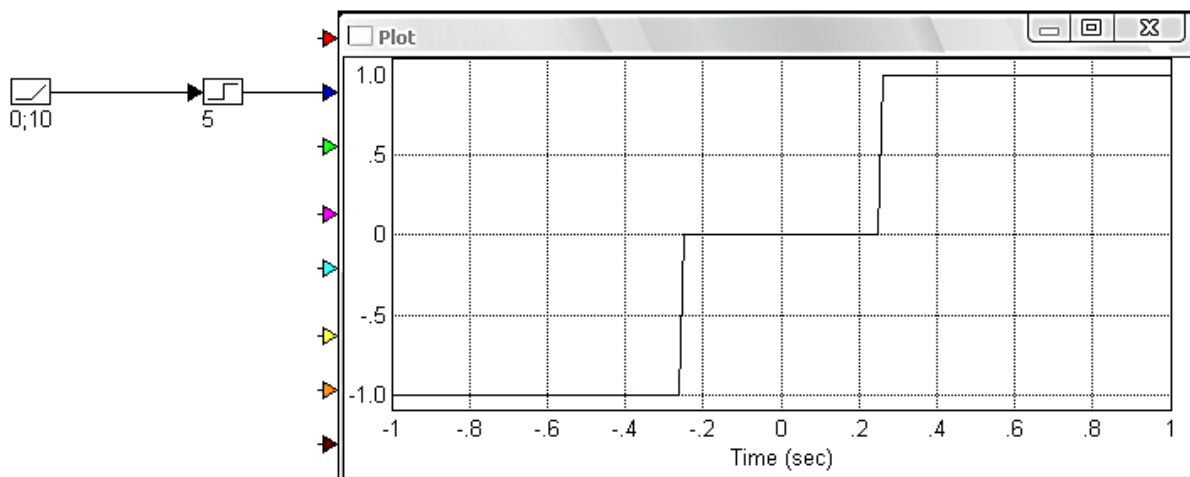


Рисунок 6.6 – Результат моделювання нелінійної ланки з релейною характеристикою й зоною нечутливості ( $b=2,5$ ) при подачі на вхід лінійно зростаючих і синусоїдальних сигналів, аркуш 1

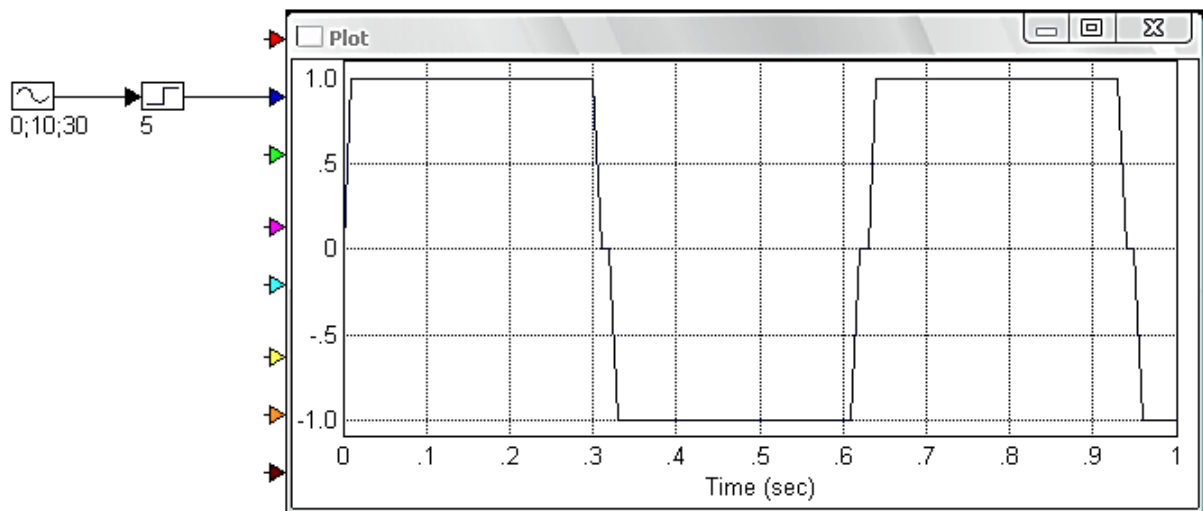


Рисунок 6.6, аркуш 2

6.4.4 Нелінійна ланка з насиченням створюється винесенням на робоче поле блока Limit (Blocks – Nonlinear – Limit) і заданням його параметрів (рисунок 6.7). Провести моделювання при двох різних вхідних сигналах (рисунок 6.8).

Блок Limit обмежує вихідний сигнал відповідно до заданих меж – верхньої та нижньої. Якщо вхідний сигнал знаходиться в заданих межах, то блок віддає його на вихід без перетворень. Якщо вхідний сигнал виходить за межі, то доти, поки ситуація не зміниться, вихідному сигналу буде присвоюватися значення відповідної межі.

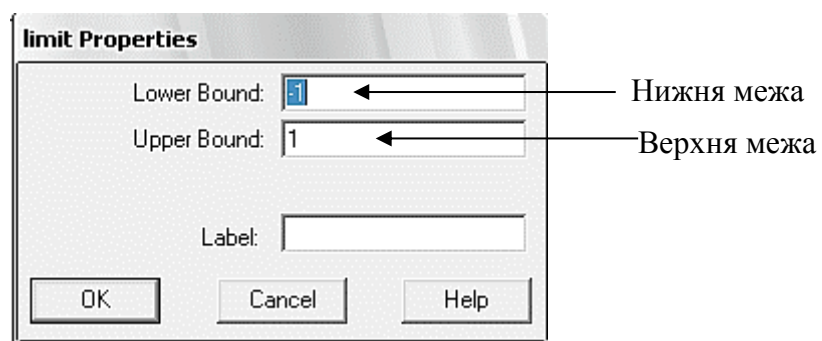


Рисунок 6.7 – Вікно задання параметрів блока Limit

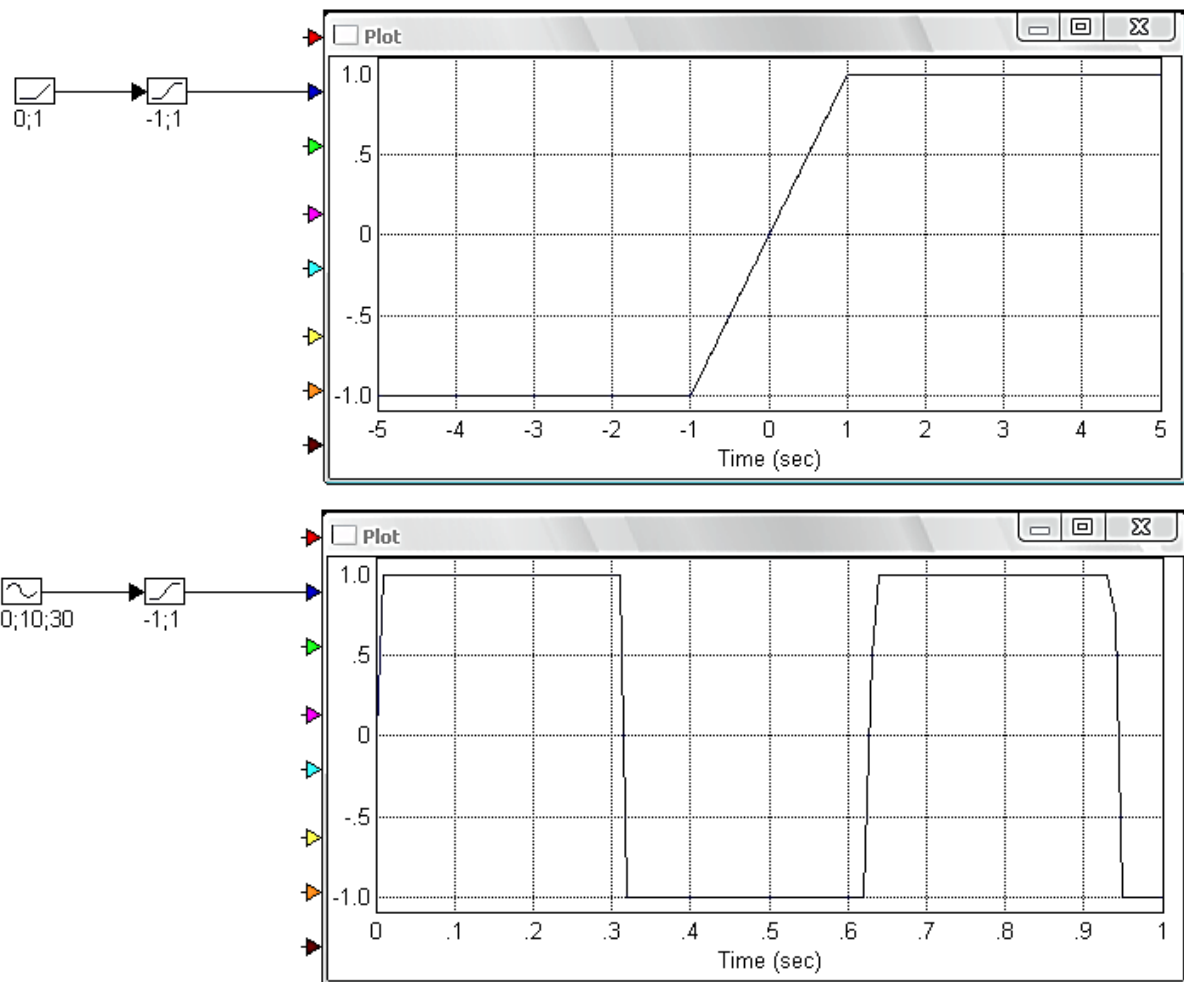


Рисунок 6.8 – Результат моделювання нелінійної ланки із насиченням при подачі на вхід лінійно зростаючих і синусоїдального сигналів

6.4.5 Нелінійна ланка із зоною нечутливості й насиченням створюється винесенням на робоче поле блока DeadBand (Blocks – Nonlinear – DeadBand) і заданням його параметрів (задання параметрів блока аналогічно блоку relay). Провести моделювання при двох різних вхідних сигналах (рисунок 6.9).

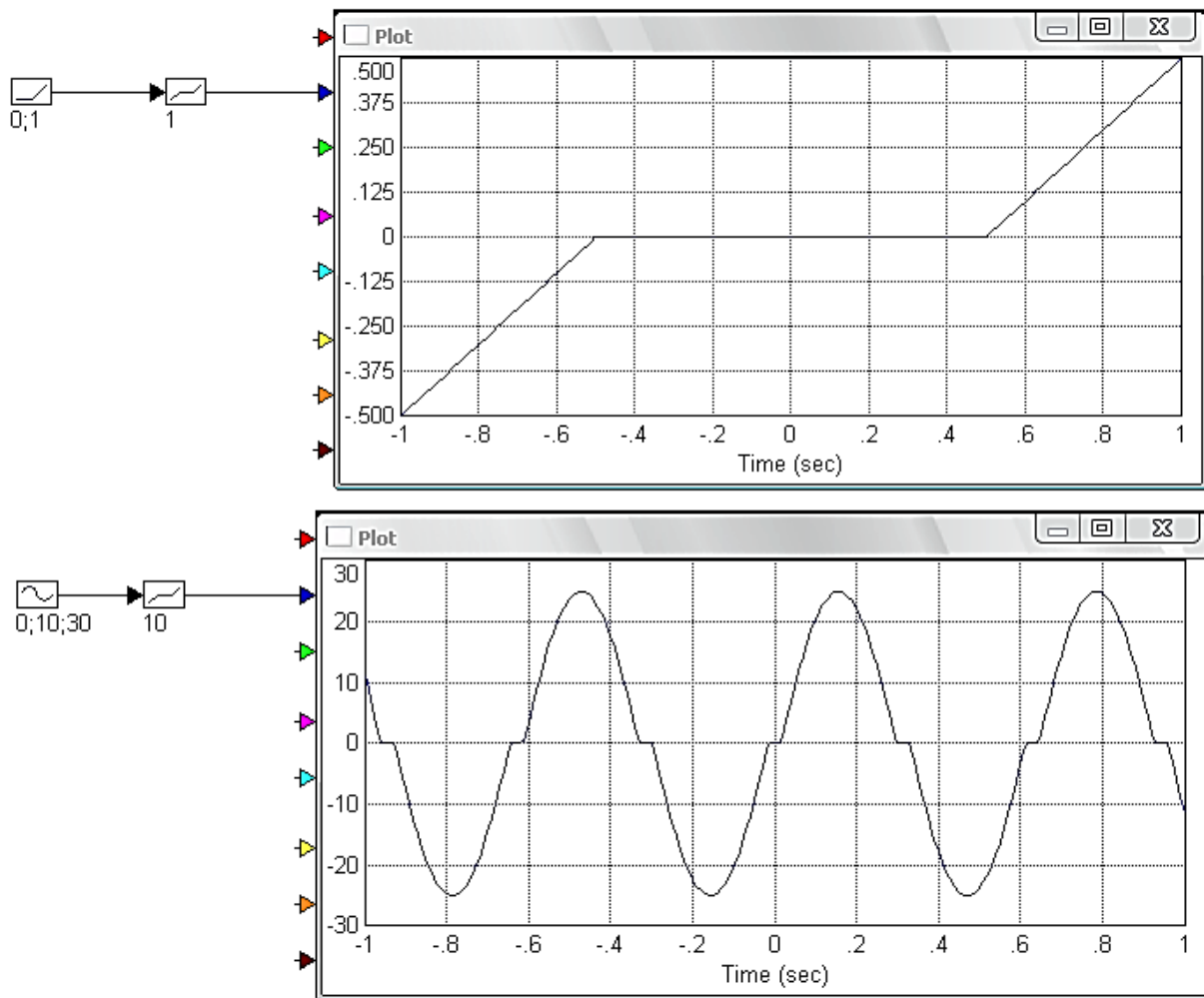


Рисунок 6.9 – Результат моделювання нелінійної ланки із зоною нечутливості ( $b=0,5$ ;  $b=5$ ) і насиченням при подачі на вхід лінійно зростаючих і синусоїдальних сигналів

6.4.6 Для реалізації релейної характеристики з гістерезисом (реле з пам'яттю) у Vissim необхідно скласти схему, подану на рисунку 6.10.

Принцип роботи реле з пам'яттю полягає в тому, що перемикання зі стану, коли вихідний сигнал дорівнює  $c2$ , у стан  $c1$  відбувається тільки тоді, коли вхідний сигнал збільшується й стає рівним  $b1$ . Для переведення реле зі стану  $c1$  у стан  $c2$  необхідно вхідний сигнал зменшувати до значення  $b2$  і нижче. У момент рівності відбувається перемикання.

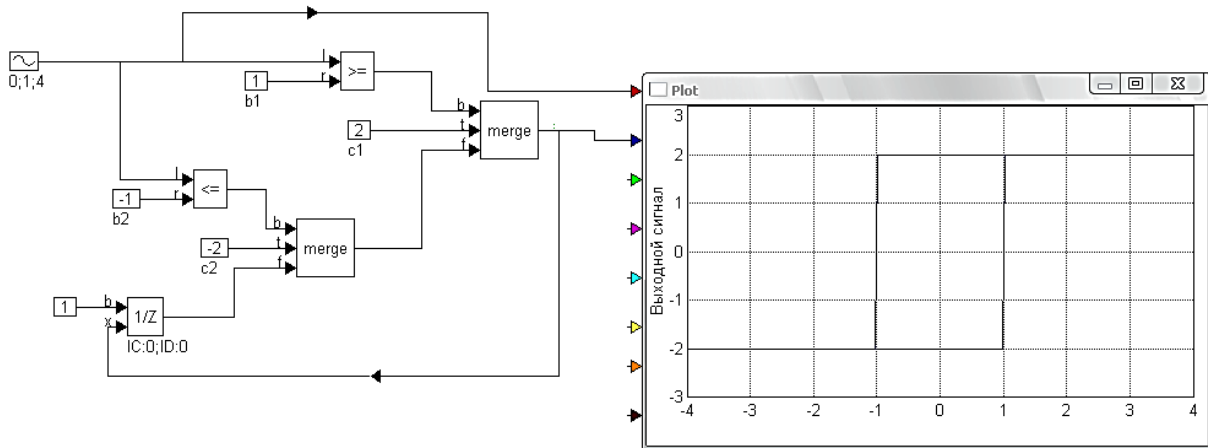


Рисунок 6.10 – Реалізація блока реле з пам'яттю

### Особливості стенда

Розгорнення осцилографа по горизонтальній осі здійснюється подачею лінійно зростаючого сигналу на перший вхід осцилографа й установленням прапорця XY-Plot Axis у його властивостях (подвійне клацання по осцилографу) (рисунок 6.11).

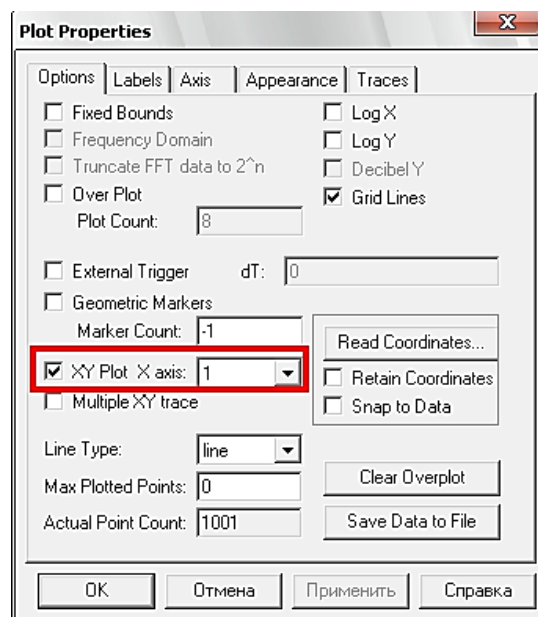


Рисунок 6.11 – Задання горизонтального розгорнення осцилографа сигналом, що подається на перший (верхній) вхід

6.4.7 Одержати статичні характеристики для лабораторного стенда з усіма вивченими нелінійними характеристиками (таблиця 6.1) і однією лінійною ланкою (передавальна функція

лінійної ланки наведена за варіантами у таблиці 6.2) при подачі на вхід синусоїдального сигналу (приклад, наведений на рисунку 6.12).

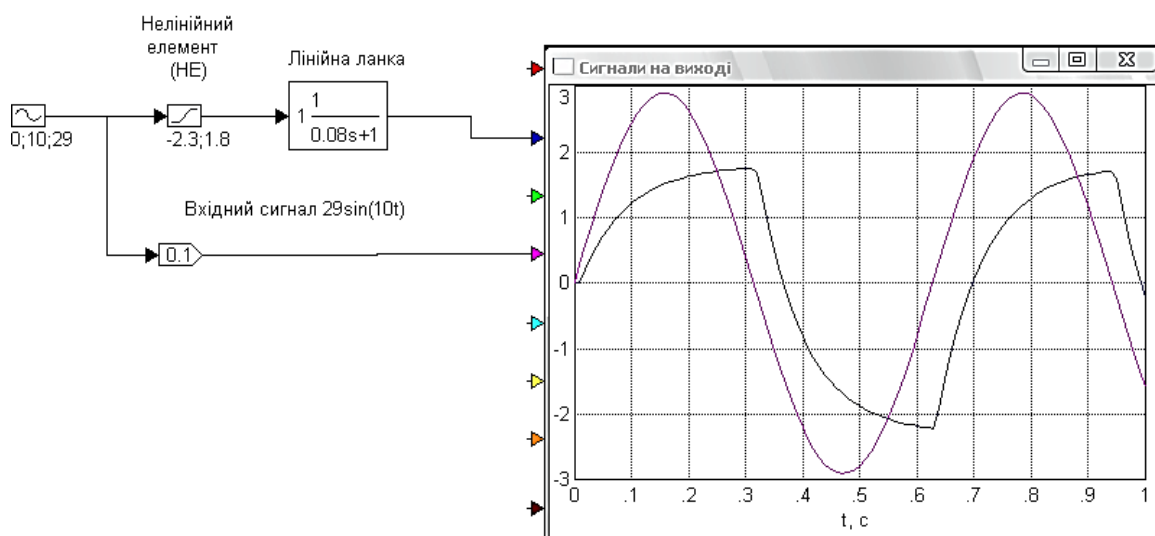
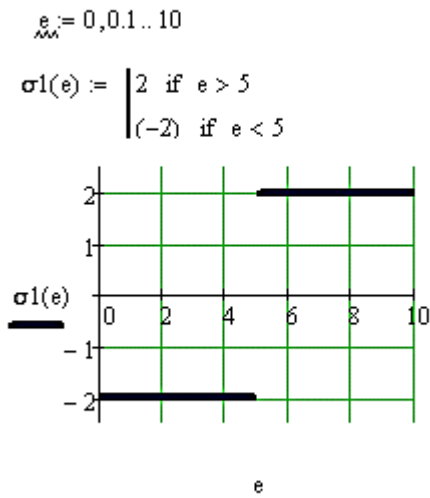


Рисунок 6.12 – Віртуальний лабораторний стенд для дослідження статичних характеристик нелінійної системи, що складається з однієї лінійної й однієї нелінійної ланки

6.4.8 Одержати статичні характеристики досліджуваних нелінійних ланок у MathCad. На рисунках 6.13, 6.14 подані знімки екрана MathCad, в якому наведений приклад одержання статичних характеристик нелінійних ланок.

1. Ідеальна релейна характеристика



2. Релейна характеристика із зоною нечутливості

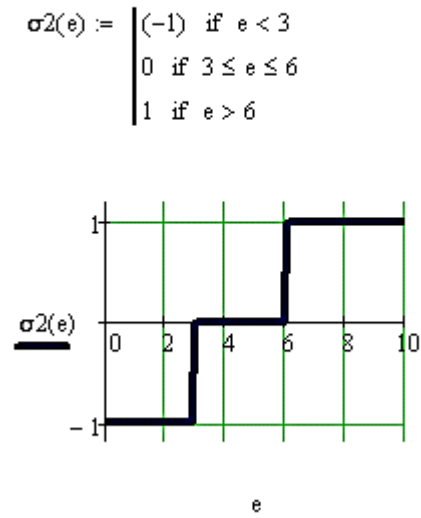
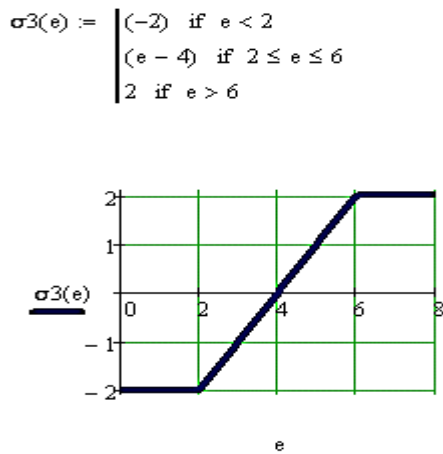
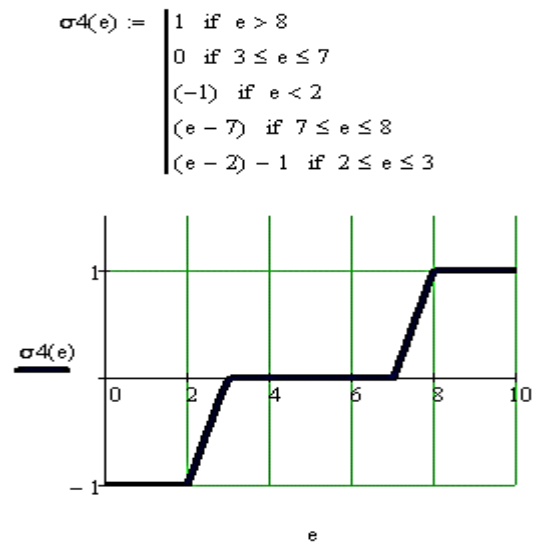


Рисунок 6.13 – Знімок екрана MathCad

3. Характеристика з насиченням



4. Характеристика із зоною нечутливості та насиченням



5. Релейна характеристика з гістерезисом

$t := 0, 0.1 \dots 10$      $e(t) := \sin(t)$

$x(t) := \frac{d}{dt} e(t)$

$$\sigma(x, e) := \begin{cases} \text{if } x > 0 \\ \quad \begin{cases} 3 & \text{if } e > 0.5 \\ (-3) & \text{if } e < 0.5 \end{cases} \\ \text{if } x < 0 \\ \quad \begin{cases} 3 & \text{if } e > -0.1 \\ -3 & \text{if } e < -0.1 \end{cases} \end{cases}$$

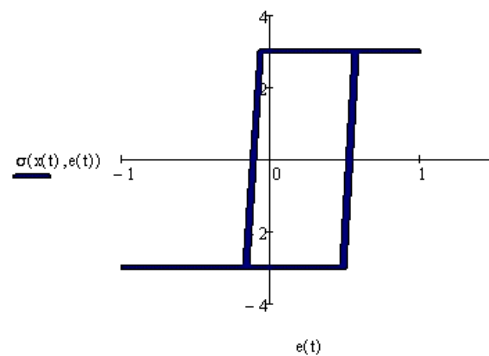
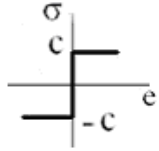
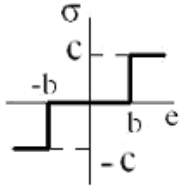
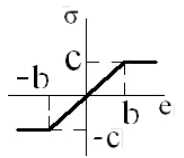
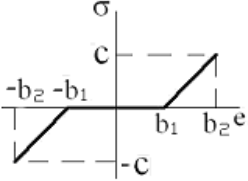
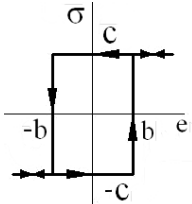


Рисунок 6.14 – Знімок екрана MathCad



## 6.5 Варіанти завдань

Таблиця 6.1 – Варіанти завдання

Нелінійні характеристики	Графічне зображення	Математичний опис
Ідеальна релейна характеристика		$\sigma(e) = \begin{cases} c, & e > 0 \\ -c, & e < 0 \end{cases}$
Релейна характеристика із зоною нечутливості		$\sigma(e) = \begin{cases} -c, & e < -b \\ 0, & -b \leq e \leq b \\ c, & e > b \end{cases}$
Характеристика з насиченням		$\sigma(e) = \begin{cases} -c, & e < -b \\ \frac{c}{b} \cdot e, & -b \leq e \leq b \\ c, & e > b \end{cases}$
Характеристика із зоною нечутливості та насиченням		$\sigma(e) = \begin{cases} c, & e > b_2 \\ \frac{c}{b_2} \cdot (e - b_1), & b_1 \leq e \leq b_2 \\ 0, & -b_1 \leq e \leq b_1 \\ -c, & e < -b_2 \\ \frac{c}{b_2} \cdot (e - b_2), & -b_1 \leq e \leq -b_2 \end{cases}$
Релейна характеристика з гістерезисом		$\sigma(e) = \begin{cases} c, & e > b & \frac{de}{dt} > 0 \\ -c, & e < b & \frac{de}{dt} > 0 \\ c, & e > -b & \frac{de}{dt} < 0 \\ -c, & e < -b & \frac{de}{dt} < 0 \end{cases}$

Таблиця 6.2 – Варіанти завдання (вхідний сигнал  $30 \cdot \sin(10 \cdot t)$ )

№	$W_{л}(s)$	Параметри нелінійних характеристик
1	$W(s) = \frac{0,29}{0,1s + 1}$	Для однозначних характеристик $e=5$ с; $c=2$ ; $b=2$ ; $b_1=b$ ; $b_2=1$ ; $k=1$
2	$W(s) = \frac{1}{0,25s + 1}$	Для неоднозначних характеристик $c=0,5$ ; $b=0,1$
3	$W(s) = \frac{5}{0,2s + 1}$	Для однозначних характеристик $e=4$ с; $c=2$ ; $b=2$ ; $b_1=b$ ; $b_2=1$ ; $k=1$
4	$W(s) = \frac{0,5}{0,01s + 1}$	Для неоднозначних характеристик $c=0,5$ ; $b=0,1$
5	$W(s) = \frac{0,2}{0,05s + 1}$	Для однозначних характеристик $e=3$ с; $c=3$ ; $b=3$ ; $b_1=b$ ; $b_2=2$ ; $k=2$
6	$W(s) = \frac{0.6}{0,12s + 1}$	Для неоднозначних характеристик $c=0,5$ ; $b=0,2$
7	$W(s) = \frac{1}{0,029s + 1}$	Для однозначних характеристик $e=5$ с; $c=3$ ; $b=3$ ; $b_1=b$ ; $b_2=2$ ; $k=2$
8	$W(s) = \frac{1}{0,08s + 1}$	Для неоднозначних характеристик $c=0,5$ ; $b=0,2$

### Контрольні запитання та завдання

1 Наведіть схему нелінійної системи автоматичного керування.

2 Які нелінійні ланки вам відомі? Наведіть їх статичні характеристики.

3 Наведіть математичний опис нелінійних ланок.

4 Наведіть особливості нелінійних систем порівняно з лінійними системами автоматичного керування.

5 Що таке статична характеристика нелінійної ланки або нелінійної системи?

6 Чим характеризується нелінійна ланка, окрім статичної характеристики?

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- 1 Попович, М. Г. Теорія автоматичного керування [Текст] : підручник / М. Г.Попович. – К.: Либідь, 1997. – 554 с.
- 2 Основы автоматизации управления производством [Текст] / под ред. Макарова И. М.. – М. : Высш. шк., 1983. – 504 с.
- 3 Єрьоменко, І. Ф. Теорія автоматичного управління [Текст] : навч. посібник / І. Ф. Єрьоменко. – Харків : ХТУРЕ, 1998. – Ч. 1. – 100 с.
- 4 Сборник задач по теории автоматического регулирования и управления [Текст] / под ред. В. А. Бесекерского. – М. : Наука, 1969. – 587 с.
- 5 Теория автоматического управления [Текст] : учеб. для вузов: в 2-х ч./ Н. А. Бабаков, А. А. Воронов, А. А. Воронова и др.; / под ред. А. А. Воронова. – М. : Высш. шк., 1986.
- 6 Иващенко, Н. Н. Автоматическое регулирование. Теория и элементы систем [Текст] / Н. Н. Иващенко. – М. : Высш. шк., 1988. – 348 с.
- 7 Красовский, А. А. Основы автоматики и технической кибернетики [Текст] / А. А.Красовский, Г. С. Поспелов. – М. : Наука, 1984. – 290 с.
- 8 Цыпкин, Я. З. Релейные автоматические системы [Текст] / Я. З. Цыпкин. – М. : Высш.шк., 1991. – 398 с.
- 9 Пугачев, В. С. Основы статистической теории автоматических систем [Текст] / В. С.Пугачев, И. Е. Казаков, Л. Г. Евланов. – М. : Наука, 1989. – 450 с.
- 10 Солодовников, В. В. Расчет оптимальных систем автоматического управления при наличии помех [Текст] / В. В. Солодовников, П. С. Матвеев. – М. : Высш. шк., 1990. – 460 с.
- 11 Понтрягин, Л. С. Математическая теория оптимальных процессов [Текст] / Л. С.Понтрягин, В. Г. Болтянский. – М. : Наука, 1979. – 370 с.





