УДК 621.391

Н.А. ШТОМПЕЛЬ, канд. техн. наук

БИОИНСПИРИРОВАННЫЙ ПОДХОД К ОПТИМИЗАЦИИ ДЕКОДИРОВАНИЯ КОДОВ С МАЛОЙ ПЛОТНОСТЬЮ ПРОВЕРОК НА ЧЕТНОСТЬ

Постановка проблемы и анализ литературы

Для повышения достоверности передачи информации в телекоммуникационных системах различного назначения широко применяются методы помехоустойчивого кодирования. При этом выбор конкретной кодовой конструкции осуществляется в зависимости от требований к скорости передачи информации, особенностей канала связи и ряда других характеристик. Популярным классом помехоустойчивых кодов являются коды с малой плотностью проверок на четность, которые характеризуются разреженной проверочной матрицей. В общем случае можно выделить регулярные и нерегулярные коды с малой плотностью проверок на четность. Код называется регулярным, если каждая строка и каждый столбец его проверочной матрицы имеют одинаковый вес, в противном случае код является нерегулярным. В [1] показано, что при итеративном декодировании нерегулярные коды обладают лучшими характеристиками для различных моделей каналов связи.

Суть итеративных методов декодирования кодов с малой плотностью проверок на четность заключается в последовательном обмене сообщениями между битовыми и проверочными вершинами графа Таннера, соответствующего некоторой проверочной матрице. Метод мягкого декодирования на основе распространения доверия обладает значительной вычислительной сложностью, поэтому может применяться только при относительно небольших скоростях передачи информации в телекоммуникационных системах. В [2] предложен метод декодирования минимальной суммы уменьшенной сложности, который основан на аппроксимации вычислений в проверочных вершинах, что в результате приводит к снижению корректирующей способности кода. Для повышения эффективности данного метода декодирования можно использовать нормализацию сообщений в проверочных вершинах. При этом для осуществления данной операции необходимо определить соответствующие коэффициенты нормализации, например, с помощью процедуры «density evolution». При использовании регулярных кодов с малой плотностью проверок на четность достаточно определить единственный коэффициент нормализации для получения существенного увеличения эффективности декодирования. Однако при декодировании нерегулярных кодов данный подход приводит к значительному росту вероятности ошибки декодирования, поэтому в [3] предложено использовать двумерную нормализацию сообщений как в проверочных, так и в битовых вершинах. В результате чего возникает задача поиска группы коэффициентов нормализации, значения которых зависят от степени некоторой вершины. В [3] показано, что для решения данной задачи можно использовать метод дифференциальной эволюции совместно с процедурой «density evolution». Однако данный подход характеризуется высокой вычислительной сложностью, что существенным образом ограничивает область его применения.

Таким образом, актуальной задачей является обеспечение заданной достоверности передачи информации в телекоммуникационных системах путем разработки подхода к оптимизации декодирования нерегулярных кодов с малой плотностью проверок на четность для определенной модели канала связи с уменьшенной вычислительной сложностью.

Цель статьи – повышение эффективности декодирования нерегулярных кодов с малой плотностью проверок на четность для обеспечения заданной достоверности передачи информации в телекоммуникационных системах различного назначения.

Основная часть

Пусть для кодирования информации в некоторой телекоммуникационной системе используется двоичный (n, k) код с малой плотностью проверок на четность, который задается проверочной матрицей H, состоящей из элементов $h_{ij} \in \{0,1\}$, где $i \in [1, n-k]$, $j \in [1, n]$. Также данный код можно представить в виде графа Таннера, имеющего два множества вершин. Множество $N(i) \equiv \{ j \in [1, n] : h_{ij} = 1\}$ включает битовые вершины, связанные с i-й проверочной вершиной, а множество $M(j) \equiv \{i \in [1, m] : h_{ij} = 1\}$ – проверочные вершины, связанные с j-й битовой вершиной. Предположим, что передача информации осуществляется через канал с аддитивным гауссовым шумом с применением двоичной фазовой модуляции.

Рассмотрим особенности реализации различных методов декодирования кодов с малой плотностью проверок на четность.

Метод мягкого декодирования на основе распространения доверия содержит два ключевых этапа на каждой итерации w:

– вычисление и передача сообщений от проверочных вершин к битовым вершинам для $j \in [1, n]$ и каждого $i \in M(j)$:

$$U_{ij}^{w} = 2\tanh^{-1} \prod_{j' \in N(i) \setminus j} \tanh \frac{V_{ij'}^{w-1}}{2}, \tag{1}$$

где $V_{ij'}^{w-1}$ – сообщение, передаваемое от всех битовых вершин, кроме j-й вершины, к проверочным вершинам на итерации $w-1$;

– вычисление и передача сообщений от битовых вершин к проверочным вершинам для $j \in [1, n]$ и каждого $i \in M(j)$:

$$V_{ij}^{w} = U_{0,j} + \sum_{i' \in M(j) \setminus i} U_{i'j}^{w}, \tag{2}$$

где $U_{0,j}$ – сообщение, принятое из канала связи; $U_{i'j}^{w}$ – сообщение, передаваемое от всех проверочных вершин, кроме i-й вершины, к битовым вершинам на итерации w.

Для уменьшения вычислительной сложности декодирования кодов с малой плотностью проверок на четность в методе декодирования минимальной суммы предложено заменить (1) следующей формулой:

$$U_{ij}^{\min, w} = \prod_{j' \in N(i) \setminus j} \operatorname{sgn}(V_{ij'}^{w-1}) \cdot \min_{j' \in N(i) \setminus j} |V_{ij'}^{w-1}|. \tag{3}$$

Следует отметить, что данное упрощение вычислений в проверочных вершинах приводит к значительному снижению эффективности декодирования, поэтому целесообразно модифицировать (3) следующим образом:

$$U_{ij}^{\alpha, w} = \alpha \cdot U_{ij}^{\min, w}, \tag{4}$$

где α – коэффициент нормализации для проверочных вершин, $0 < \alpha \le 1$.

Использование нормализации сообщений в проверочных вершинах при декодировании кодов с малой плотностью проверок на четность обеспечивает получение результатов близких к декодированию на основе распространения доверия с меньшей вычислительной сложностью.

Дальнейшим развитием данного подхода является нормализация сообщений в битовых вершинах путем преобразования (2):

$$V_{ij}^{\beta, w} = U_{0,j} + \beta \sum_{i' \in M(j) \setminus i} U_{i'j}^{w}, \tag{5}$$

где β – коэффициент нормализации для битовых вершин, $0 < \beta \le 1$.

Увеличение вычислительной сложности декодирования за счет применения дополнительного коэффициента нормализации обосновывается повышением эффективности декодирования кодов с малой плотностью проверок на четность. При этом для регулярных кодов можно использовать единственный коэффициент нормализации для всех проверочных (битовых) вершин. С другой стороны, нерегулярные коды характеризуются неодинаковыми степенями проверочных и битовых вершин, поэтому при их декодировании целесообразно использовать различные коэффициенты нормализации для каждой из вершин в зависимости от ее веса [3].

Пусть некоторый нерегулярный код с малой плотностью проверок на четность задан распределением степеней битовых и проверочных вершин графа Таннера соответственно:

$$\lambda(x) = \sum_{l=1}^{d_{V_{\max}}} \lambda_l x^{l-1}, \tag{6}$$

$$\rho(x) = \sum_{l=1}^{d_{P_{\max}}} \rho_l x^{l-1}, \tag{7}$$

где λ_l – коэффициент, определяющий долю ребер, исходящих из битовой вершины графа Таннера степени l; ρ_l – коэффициент, определяющий долю ребер, исходящих из проверочной вершины графа Таннера степени l.

Тогда с учетом (1) – (5) ключевые этапы декодирования данного кода с применением нормализации вычислений в битовых и проверочных вершинах с учетом их веса можно представить следующим образом:

$$U_{ij}^{\alpha_l, w} = \alpha_l \prod_{j' \in N(i) \setminus j} \operatorname{sgn}(V_{ij'}^{w-1}) \cdot \min_{j' \in N(i) \setminus j} |V_{ij'}^{w-1}|, \tag{8}$$

$$V_{ij}^{\beta_l, w} = U_{0,j} + \beta_l \sum_{i' \in M(j) \setminus i} U_{i'j}^{w}, \tag{9}$$

где α_l – коэффициент нормализации для проверочной вершины веса l, $0 < \alpha_l \le 1$; β_l – коэффициент нормализации для битовой вершины веса l, $0 < \beta_l \le 1$.

Если код является частично регулярным, т.е. имеет одинаковый вес битовых (проверочных) вершин, то осуществляется нормализация сообщений только для проверочных (битовых) вершин согласно (8) или (9) соответственно.

Таким образом, в общем случае декодирование кодов с малой плотностью проверок на четность может базироваться на одномерной или двумерной нормализации вычислений в вершинах графа Таннера. При этом эффективность декодирования некоторого кода существенно зависит от значений коэффициентов нормализации α_l и β_l, для поиска которых в [3] предложено совместно использовать процедуру «density evolution» и метод дифференциальной эволюции.

Для уменьшения вычислительной сложности поиска коэффициентов нормализации и повышения эффективности двумерного декодирования с использованием (8) и (9) расширим данный подход применением обобщенных биоинспирированных процедур по аналогии с [4].

Представим коэффициенты нормализации для проверочных и битовых вершин в виде векторов $\overline{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_{d_{P_{\max}}})$ и $\overline{\beta} = (\beta_1, \beta_2, ..., \beta_{d_{V_{\max}}})$ соответственно. Тогда для некоторого нерегулярного кода с малой плотностью проверок на четность, заданного с помощью (6) и (7), близкие к оптимальным значения векторов $\overline{\alpha}$ и $\overline{\beta}$ можно определить путем вычисления шумового порога (минимально допустимого отношения сигнал/шум) при использовании двумерного декодирования для заданной модели канала связи.

Формально данную поисковую задачу можно представить следующим образом:

$$f(\overline{\alpha}^*, \overline{\beta}^*) = \min_{\overline{\alpha} \in \overline{\alpha}', \overline{\beta} \in \overline{\beta}'} f(\overline{\alpha}, \overline{\beta}) \tag{10}$$

$$f(\overline{\alpha}, \overline{\beta}) = SNR, \tag{11}$$

$$n = const\ ,\ k = const,\ \lambda(x) = const\ ,\ \rho(x) = const\ , \tag{12}$$

$$\overline{\alpha}' = \left\{ \overline{\alpha} \middle| \begin{array}{l} 0 < \alpha_l \le 1, \\ l = 1, 2, \ldots, d_{P_{\max}} \end{array} \right\},\ \overline{\beta}' = \left\{ \overline{\beta} \middle| \begin{array}{l} 0 < \beta_l \le 1, \\ l = 1, 2, \ldots, d_{V_{\max}} \end{array} \right\}, \tag{13}$$

где $\overline{\alpha}^*, \overline{\beta}^*$ – глобальный (локальный) минимум, соответствующий «лучшим» векторам, состоящим из коэффициентов нормализации для проверочных и битовых вершин соответственно; $\overline{\alpha}', \overline{\beta}'$ – множество допустимых решений, соответствующее группе векторов, состоящих из коэффициентов нормализации для проверочных и битовых вершин соответственно; SNR – отношение сигнал/шум, дБ.

Основные этапы предлагаемого подхода к оптимизации двумерного декодирования минимальной суммы на основе минимизации (10) с учетом свойств функции (11) и ограничений (12) и (13) приведены ниже.

Этап 1. Задание параметров кода и модели канала связи.

На этом этапе устанавливаются значения распределений степеней битовых и проверочных вершин графа Таннера $\lambda(x)$ и $\rho(x)$ заданного кода, а также выбираются параметры процедуры «density evolution» в зависимости от модели канала связи.

Этап 2. Поиск коэффициентов нормализации для проверочных и битовых вершин графа Таннера.

На данном этапе осуществляется оптимизация значений векторов $\overline{\alpha}$ и $\overline{\beta}$ путем последовательного применения процедуры «density evolution» для группы данных векторов, формируемых с использованием обобщенных биоинспирированных процедур.

Этап 3. Получение оптимизированных значений коэффициентов нормализации.

На этом этапе происходит формирование «лучших» векторов $\overline{\alpha}^*$ и $\overline{\beta}^*$ на основе выполнения этапа 2, т.е. получение значений коэффициентов нормализации близких к оптимальным для заданных параметров кода и модели канала связи.

Выводы

Для повышения эффективности декодирования минимальной суммы необходимо применять нормализацию вычислений в вершинах графа Таннера, соответствующего некоторому коду с малой плотностью проверок на четность. Задачу поиска коэффициентов нормализации формально можно представить в виде оптимизационной задачи, для решения которой целесообразно применять биоинспирированный подход уменьшенной сложности. Таким образом, предложенный подход к оптимизации метода декодирования минимальной суммы для заданного кода с малой плотностью проверок на четность можно рассматривать как обобщение метода [3].

Список литературы: 1. *Richardson, T.J., Urbanke, R.L.* The capacity of low-density parity-check codes under message-passing decoding // IEEE transactions on information theory. – 2001. – Vol. 47, № 2, February. – P. 599–618. 2. *Fossorier, M., Mihaljevic, M., Imai, H.* Reduced complexity iterative decoding of low-density parity check codes based on belief propagation // IEEE transactions on information theory. – 1999. – Vol. 47, № 5, May. – P. 673–680. 3. *Zhang, J., Fossorier, M., Gu. D., Zhang, J.* Improved min-sum decoding of LDPC codes using 2-dimensional normalization // IEEE Global telecommunications conference. – 2005. Vol. 3. – P. 1187 –1192. 4. *Штомпель, Н.А.* Оптимизация нерегулярных кодов с малой плотностью проверок на четность на основе природных вычислений // Радиотехника. – 2016. Вып. 186. – С. 207 – 210.

Украинский государственный университет железнодорожного транспорта

Поступила в редколлегию 12.10.2016