УДК 621.391

Н.А. ШТОМПЕЛЬ, канд. техн. наук

ОПТИМИЗАЦИЯ НЕРЕГУЛЯРНЫХ КОДОВ С МАЛОЙ ПЛОТНОСТЬЮ ПРОВЕРОК НА ЧЕТНОСТЬ НА ОСНОВЕ ПРИРОДНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Постановка проблемы и анализ литературы

К современным телекоммуникационным системам выдвигается ряд требований, одно из которых – обеспечение требуемой достоверности передачи информации. Для решения данной задачи применяются различные помехоустойчивые коды, которые являются обязательной составляющей большинства телекоммуникационных технологий [1].

В настоящее время широкое распространение получили коды с малой плотностью проверок на четность, которые обладают высокой эффективностью вблизи пропускной способности канала связи и меньшей сложностью технической реализации кодека по сравнению с турбо-кодами. Характеристики данных кодов определяются видом графа Таннера, матрица инцидентности которого соответствует проверочной матрице. В зависимости от вида графа Таннера выделяют регулярные и нерегулярные коды с малой плотностью проверок на четность, при этом последние обладают лучшими характеристиками и чаще применяются на практике [2].

Некоторый нерегулярный код с малой плотностью проверок на четность полностью характеризуется распределениями степеней символьных и проверочных вершин графа Таннера. Основным подходом к декодированию данных кодов является итеративный метод распространения доверия, использование которого приводит к возникновению эффекта шумового порога, выше которого вероятность правильного декодирования стремится к нулю [3].

Для повышения шумового порога при использовании длинных кодов с малой плотностью проверок на четность предложен подход, основанный на применении процедуры «density evolution» [4]. Оптимизация нерегулярных кодов с малой плотностью проверок на четность для каналов без памяти с использованием метода дифференциальной эволюции рассмотрена в [5]. При этом высокая вычислительная сложность данного метода оптимизации ограничивает область применения этого подхода кодами относительно короткой длины.

Таким образом, актуальной задачей является обеспечение заданной достоверности передачи информации в телекоммуникационных системах путем разработки метода оптимизации нерегулярных кодов с малой плотностью проверок на четность для определенной модели канала связи с уменьшенной вычислительной сложностью.

Цель статьи – улучшение характеристик нерегулярных кодов с малой плотностью проверок на четность для обеспечения заданной достоверности передачи информации в телекоммуникационных системах.

Основная часть

В общем случае некоторый нерегулярный код с малой плотностью проверок на четность характеризуется распределением степеней символьных и проверочных вершин графа Таннера соответственно:

$$\lambda(x) = \sum_{i=2}^{\infty} \lambda_i x^{i-1}, \qquad (1)$$

$$\rho(x) = \sum_{i=2}^{\infty} \rho_i x^{i-1}, \qquad (2)$$

где λ_i – коэффициент, определяющий долю ребер, исходящих из символьной вершины графа Таннера степени i; ρ_i – коэффициент, определяющий долю ребер, исходящих из проверочной вершины графа Таннера степени i.

В [4, 5] показано, что эффективность кода во многом зависит от пары распределений степеней $(\lambda(x), \rho(x))$. Следовательно, поиск «хороших» нерегулярных кодов с малой плотностью проверок на четность эквивалентен поиску распределения степеней вершин графа Таннера (1) и (2).

Следует отметить, что (1) и (2) определяют ансамбль нерегулярных кодов с малой плотностью проверок на четность, а построение графа Таннера конкретного кода из этого ансамбля может, например, осуществляться с помощью метода «progressive edge-growth» (PEG) [6]. Согласно данному методу построения графа Таннера распределение проверочных вершин (2) должно подчиняться равномерному закону. В частности, хорошие результаты получаются при использовании распределения для двух последовательно выбранных проверочных вершин. Таким образом, в этом случае для кода с заданной скоростью кодирования и длиной кодового слова поиск «хорошего» нерегулярного кода с малой плотностью проверок на четность упрощается и сводится к поиску только распределения степеней символьных вершин графа Таннера (1).

Пусть распределение степеней символьных вершин графа Таннера, содержащее l ненулевых коэффициентов, имеет вид

$$\Lambda(x) = \sum_{i=1}^{l} \Lambda_i x^{d_i}, \tag{3}$$

где Λ_i – коэффициент, определяющий долю ребер, исходящих из предварительно выбранной символьной вершины графа Таннера степени i; d_i – предварительно выбранная степень i-й составляющей распределения степеней.

Для коэффициентов Λ_i должно выполняться следующее условие:

$$\sum_{i=1}^{l} \Lambda_i = 1, \text{ где } 0 < \Lambda_i < 1. \tag{4}$$

Таким образом, с учетом (4) поиск распределения вероятностей (3) можно представить как поиск элементов Λ_i вектора длины l.

Для ограничения области поиска размерностью $l-1$ представим l-й коэффициент (3) как

$$\Lambda_l = 1 - \sum_{i=1}^{l-1} \Lambda_i. \tag{5}$$

Для оценки «качества» некоторого вектора $\Lambda = (\Lambda_1, \Lambda_2, ..., \Lambda_{l-1})$ при построении графа Таннера методом PEG необходимо определить целевую функцию. В [5] в качестве целевой функции выбрано значение шумового порога, которое вычисляется при использовании процедуры «density evolution» для разных распределений степеней вершин графа Таннера, определяемых с помощью метода дифференциальной эволюции. Данный подход характеризуется значительной вычислительной сложностью, а точность получаемых результатов уменьшается для относительно коротких кодов.

Для снижения вычислительной сложности оптимизации нерегулярных кодов с малой плотностью проверок на четность предлагается в качестве целевой функции использовать вероятность ошибки декодирования, вычисляемую в результате проведения компьютерного моделирования на основе метода Монте-Карло.

Таким образом, поиск «хороших» нерегулярных кодов с малой плотностью проверок на четность с заданными параметрами для некоторого канала без памяти формально можно представить в виде следующей оптимизационной задачи:

$$f(\Lambda^*) = \min_{\Lambda \in \Lambda'} f(\Lambda) \tag{6}$$

$$f(\Lambda) = BER\,, \tag{7}$$

$$SNR = const\,, R = const\,,\ N = const\,, \tag{8}$$

$$\Lambda' = \left\{ \Lambda \left| \begin{array}{l} 0 < \Lambda_i < 1 \\ \sum\limits_{i=1}^{l} \Lambda_i = 1 \\ \Lambda_l = 1 - \sum\limits_{i=1}^{l-1} \Lambda_i \end{array} \right. \right\}, \tag{9}$$

где Λ^* – глобальный (локальный) минимум, соответствующий «лучшему» вектору, состоящему из коэффициентов распределения степеней символьных вершин; Λ' – множество допустимых решений, соответствующее группе векторов, состоящих из коэффициентов распределения степеней символьных вершин; BER – вероятность ошибки декодирования; SNR – отношение сигнал/шум, дБ; R – скорость кодирования кода с малой плотностью проверок на четность; N – длина кода с малой плотностью проверок на четность.

Из анализа функции (7) и ограничений (8) и (9) следует, что сформулированная задача минимизации (6) является задачей нелинейного программирования. При этом определение глобального минимума с помощью классических методов оптимизации характеризуется значительной вычислительной сложностью [7], поэтому предлагается использовать методы природных вычислений, которые позволяют найти субоптимальное решение с приемлемой вычислительной сложностью. В работе предлагается использовать обобщенные процедуры природных вычислений [8], которые включают в себя эволюционные методы; популяционные методы, вдохновленные природой; методы, вдохновленные человеческим обществом и др. Таким образом, применение в [5] метода дифференциальной эволюции для оптимизации нерегулярных кодов с малой плотностью проверок на четность можно рассматривать как частный случай предложенного подхода.

Рассмотрим основные этапы предлагаемого подхода к оптимизации нерегулярных кодов с малой плотностью проверок на четность на основе природных вычислений.

Этап 1. Выбор параметров кода и характеристик канала связи.

На данном этапе устанавливаются значения скорости кодирования R и длины кода N, а также задается величина отношения сигнал/шум SNR, которая должна быть достаточно малой для достижения предварительно определенного значения вероятности ошибки декодирования за приемлемое время моделирования.

Этап 2. Оптимизация распределения степеней символьных вершин графа Таннера для заданных параметров кода.

Этот этап основан на совместном использовании обобщенных процедур природных вычислений, метода PEG для построения графов Таннера и компьютерного моделирования с применением метода Монте-Карло.

Сначала происходит создание группы исходных векторов Λ, элементы которых формируются согласно равномерному распределению с нормализацией для удовлетворения (4). Далее для каждого из полученных векторов Λ с использованием метода PEG строится граф Таннера, полностью характеризующий конкретный код. После этого осуществляется компьютерное моделирование процесса передачи информации по каналу связи с помощью каждого из полученных кодов с малой плотностью проверок на четность. При этом число передаваемых кодовых слов не ограничивается, а процесс моделирования останавливается при достижении предварительно определенного значения вероятности ошибки. Затем на основе полученных результатов с помощью набора миграционных операторов формируется группа новых «улучшенных» векторов Λ, для которых приведенный выше процесс повторяется. Генерирование векторов Λ завершается при достижении заданного числа итераций моделирования.

Этап 3. Получение ансамбля нерегулярных кодов с малой плотностью проверок на четность.

На этом этапе происходит формирование «лучшего» вектора Λ по результатам выполнения этапа 2, т.е. получение распределения степеней символьных вершин графа Таннера близкого к оптимальному для заданных параметров кода и характеристик канала связи.

Из анализа рассмотренных этапов следует, что в значительной степени вычислительная сложность реализации предложенного подхода к оптимизации нерегулярных кодов с малой плотностью проверок на четность зависит от выбора конкретной процедуры природных вычислений, особенности реализации и сравнение эффективности которых для стандартных тестовых функций представлены в [9]. Таким образом, направлением дальнейших исследований является сравнение эффективности различных процедур природных вычислений для разных параметров кодов и каналов связи.

Выводы

Эффективность некоторого нерегулярного кода с малой плотностью проверок на четность для определенного канала связи зависит от распределения степеней символьных и проверочных вершин соответствующего графа Таннера. Существующие подходы к оптимизации нерегулярных кодов с малой плотностью проверок на четность обладают значительной вычислительной сложностью, поэтому область их применения ограничивается только относительно короткими кодами. Для устранения данного ограничения сформулирована оптимизационная задача, которая заключается в минимизации вероятности ошибки декодирования для конкретных кодов из ансамблей нерегулярных кодов с малой плотностью проверок на четность при заданных ограничениях. Для решения представленной оптимизационной задачи предложено совместно использовать обобщенные процедуры природных вычислений, метод PEG для построения графов Таннера и компьютерное моделирование с применением метода Монте-Карло.

Список литературы: 1. *Вернер, М.* Основы кодирования : учебник для вузов. – М. : Техносфера, 2004. – 288 с. 2. *Штомпель, Н.А.* Вычислительная сложность методов декодирования кодов с малой плотностью проверок на четность // Системи обробки інформації. – 2013. – Вип. 6 (113). – С. 177–180. 3. *Gallager, R.G.* Low-density parity-check codes // Transactions of the IRE professional group on information theory. – 1962. – Vol. IT-8, January. – P. 21–28. 4. *Richardson, T.J., Urbanke, R.L.* The capacity of low-density parity-check codes under message-passing decoding // IEEE transactions on information theory. – 2001. – Vol. 47, № 2, February. – P. 599–618. 5. *Richardson T.J., Shokrollahi M.A., Urbanke R.L.* Design of capacity-approaching irregular low-density parity-check codes // IEEE transactions on information theory. – 2001. – Vol. 47, № 2, February. – P. 619–637. 6. *Hu X.Y., Eleftheriou E., Arnold D.M.* Regular and irregular progressive edge-growth Tanner graphs // IEEE transactions on information theory. – 2005. – Vol. 51, № 1, January. – P. 386–398. 7. *Базара М., Шетти К.* Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы. – М. : Мир, 1982. – 583 с. 8. *Асауленко І.О., Приходько С.І., Штомпель М.А.* Метод декодування кодів з малою щільністю перевірок на парність на основі стохастичної оптимізації // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – 2015. – Вип. 5 (114). – С. 61–65. 9. *Карпенко А.П.* Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой : учеб. пособие. – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. – 446 с.

Украинский государственный
университет железнодорожного транспорта
Поступила в редколлегию 27.08.2016