
УДК 629.423.31:519.62

**ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ТОЧНОСТІ МОДЕЛЕЙ СТРУМУ КОМУТАЦІЇ, ЯКІ
ВРАХОВУЮТЬ НАЯВНІСТЬ КОРОТКОЗАМКНЕНИХ ВИТКІВ ОБМОТКИ ЯКОРЯ**

Канд. техн. наук О. Є. Зінченко, інж. І. Є. Флото

**COMPARATIVE ANALYSIS OF THE ACCURACY OF COMMUTATION CURRENT
MODELS, WHICH TAKE INTO ACCOUNT THE PRESENCE OF SHORT-CIRCUITED
TURNS OF THE ARMATURE WINDING**

PhD (Tech.) O. Zinchenko, Engineer I. Floto

DOI: <https://doi.org/10.18664/1994-7852.184.2019.171458>

Розглянуто існуючі математичні моделі часової залежності струму комутації колекторного електродвигуна. Моделі класифіковано за підходами, використаними при описанні комутованого кола секції обмотки якоря. Визначено явні та неявні математичні й фізичні припущення, прийняті при побудові цих моделей. Дано оцінку ступеню прийнятності кожної з моделей з погляду точності відтворення реальної часової залежності струму комутації.

Ключові слова: електродвигун, струм комутації, математична модель, обмотка якоря, коротке замикання, диференціальне рівняння.

A modern strategy for locomotive maintenance is based on the operational diagnostics of their equipment. Currently, a large number of locomotives are equipped with DC electric motors. These locomotives will be operated in the short term. About half of the failures of DC electric motors are caused by the failure of the armature structure elements and, above all, the armature winding. Detection of the nature of damage to this winding and the extent of its damage reduces the time spent on repairing the motor. The large fleet of locomotives with DC commutator motors determines the relevance of the problem of diagnosing the armature winding. The greatest amount of information about the state of the winding contains the dependence of the commutation current of its sections on time. Existing publications have paid great attention to the development of

competing or complementary models of such dependencies. However, solving the problem of quantitative comparison of the developed models still requires significant efforts. The object of the paper study is the error of modeling of commutation current, provided that some of the armature winding turns are short-circuited. The aim of the study is a comparative analysis of the existing models of this current. In order to achieve this goal, the tasks were solved, as follows: 1) to clearly distinguish between models, according to methods for determining the dependence of current on time; 2) to determine the degree of physical and mathematical correctness of each of these models; 3) to assess the conditions of existence and numerical values of the differences between these models. Comparison of models in terms of accuracy has shown that the best is the selection of a separate current model for each specific combination of two special parameters. These parameters describe the degree of shorting of the armature winding section. However, it is inconvenient that with different combinations of parameters, one has to operate with different mathematical expressions. The generalized model of commutation current gives the same expressions for all combinations of the specified parameters. However, this model should be enhanced to improve its accuracy in the field of large numerical values of parameters.

Keywords: *electric motor, commutation current, mathematical model, short circuit, differential equation.*

Вступ. Оперативна діагностика обладнання є основою сучасної стратегії технічного обслуговування локомотивів. У тягових електроприводах великої кількості локомотивів, що експлуатуються на цей час та будуть експлуатуватися в найближчій перспективі, використовуються електродвигуни постійного струму. Тому їх діагностування є важливою складовою комплексу заходів, що забезпечують ефективну експлуатацію локомотивів. Близько половини відмов двигунів постійного струму спричинені виходом з ладу елементів конструкції якоря, насамперед його обмотки. Отже, своєчасне виявлення характеру та ступеня пошкоджень цієї обмотки дає змогу зменшити витрати часу на ремонт двигуна та локомотива в цілому, що в умовах наявності великого парку локомотивів з колекторними двигунами постійного струму обумовлює актуальність розв'язання задачі діагностики обмотки якоря.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Найбільшу кількість інформації про стан обмотки якоря несе часова залежність струму комутації кожної секції цієї обмотки [1, 2]. Побудовано математичні моделі цієї залежності як без урахування можливих несправностей

обмотки [3], так і з урахуванням можливих коротких замикань [4, 5]. У роботі [6] викладено експериментальні результати дослідження впливу швидкості обертання якоря на величину залишкового струму комутації. Розгляду питання впливу часової зміни провідності перехідного контакту між щіткою та пластиною колектора на часову залежність струму комутації присвячено статтю [7]. Новітній підхід до діагностичної інтерпретації явищ, які спостерігаються у колекторно-щітковому вузлі, поданий у роботі [8]. Власне явну побудову аналітичної моделі часової залежності струму комутації виконано в роботах [3–5, 7]. У роботах [6, 8] розглянуто опосередковану інтерпретацію явищ в обмотці, яка не пов'язана явним математичним чином з параметрами електричного кола обмотки. При побудові ж явних моделей у роботах [4, 5] використано певні апроксимації проміжних виразів, у зв'язку з чим постає питання точності, з якою побудовані моделі відтворюють реальні струмові процеси.

Таким чином, розвитку конкуруючих або доповнюючих моделей часової залежності струму комутації обмотки якоря електродвигуна постійного струму на цей час приділено велику увагу. Однак

розв'язання проблеми кількісного порівняння розроблених моделей ще потребує суттєвих зусиль.

Визначення мети та завдання дослідження. Як об'єкт дослідження цієї роботи виступає похибка моделювання струму комутації колекторного електро-двигуна за наявності короткозамкнених витків обмотки якоря.

Метою дослідження є порівняльний аналіз запропонованих на цей час аналітичних моделей такого струму.

Для досягнення поставленої мети необхідно розв'язати такі задачі:

- 1) чітко розділити моделі за методами визначення часової залежності шуканого струму;
- 2) визначити ступінь фізичної та математичної коректності кожної з цих моделей;
- 3) дати оцінку умов існування та величин розбіжностей між моделями.

Основна частина дослідження. Найбільш простою та зручною для аналізу є петльова рівносекційна обмотка, у якій усі провідники однієї сторони кожної із секцій лежать в одному пазу. Для формального описання струму секції в цьому випадку в роботах [3–5, 7] використані диференціальні рівняння. У підсумку часові залежності струму комутації в роботах [3–5] отримують своє

визначення шляхом аналітичного розв'язання цих рівнянь, а в роботі [7] – шляхом їх розв'язування методом кінцевих елементів. Однак лише в роботах [4, 5] вихідні диференціальні рівняння враховують наявність певної несправності обмотки якоря, а саме – наявність замкнених накоротко витків секції, комутація якої відбувається. Тому в подальшому будуть розглянуті тільки моделі, побудовані саме в цих двох роботах.

Фізичною основою моделі секції, яка містить кілька прилеглих один до одного короткозамкнених витків, є її уявлення у вигляді трансформатора з індуктивністю $L_{кзв}$ та активним опором навантаження $R_{кзв}$ вторинної обмотки (саме короткозамкнених витків), а також індуктивністю $L_{окс}$ та активним опором $R_{окс}$ первинної обмотки (витків, що залишилися незамкненими). Взаємну індуктивність цих двох частин обмотки позначимо як M . Як I_a позначимо постійний струм якоря, а як i – власне струм комутуваної секції (струм комутації). Відповідну до введених позначень частину розгортки двигуна показано на рис. 1. Ураховуючи, що величина $R_{окс}$ є набагато меншою, ніж сумарний перехідний опір між щіткою та пластинами 1 і 2 колектора, в роботі [4] отримане таке диференціальне рівняння для струму комутації:

$$\frac{di}{dt} + i \frac{1}{t(T-t) + \beta T^2} \left[\alpha T - \beta T^2 \frac{T-2T}{t(T-t)} \right] + I_a \beta T \frac{T^2 + 2t^2 - 2tT}{t(T-t)} \cdot \frac{1}{t(T-t) + \beta T^2} + I_a \alpha \frac{2t-T}{t(T-t) + \beta T^2} + \frac{E_{кокс}}{L_{кокс}} \cdot \frac{t(T-t)}{t(T-t) + \beta T^2} = 0. \quad (1)$$

Тут як T позначено період комутації, як $E_{кокс}$ – комутуючу ЕРС незамкненої частини секції. Уведено також позначення

$$\alpha = \delta_{окс} T \quad \text{та} \quad \beta = \frac{\delta_{окс}}{\delta_{кзв}}, \quad \text{де} \quad \delta_{окс} = \frac{R_{щ}}{L_{окс}} \quad (\text{тут } R_{щ} - \text{постійний опір щітки}) \quad \text{та} \quad \delta_{кзв} = \frac{R_{кзв}}{L_{кзв}}.$$

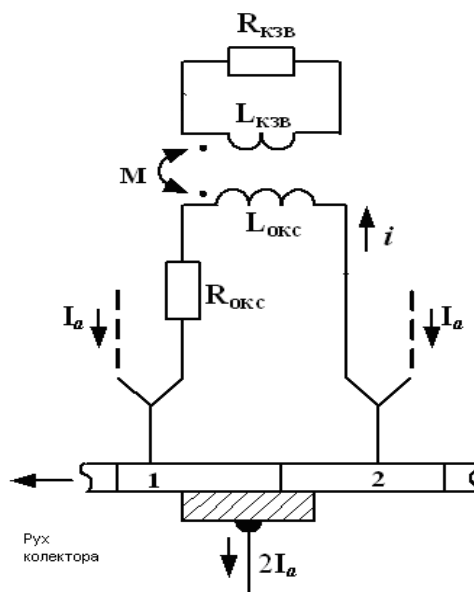


Рис. 1. Розгортка ділянки двигуна

У роботі [4] знайдені такі наближені розв'язки рівняння (1):
 - при $\alpha = 1$ та $\beta = 1$

$$i(t) = I_a \left(1 - 2\frac{t}{T}\right) + i_D(t),$$

де

$$i_D(t) = 0,948 \frac{t(T-t) \left(1,622 - \frac{t}{T}\right)}{t(T-t) + T^2} \left(\frac{1,055 E_{\text{кокс}} T}{L_{\text{окс}}} - 2,11 I_a \right) \left[\ln \left(1,622 - \frac{t}{T}\right) - 0,484 \right]; \quad (2)$$

- при $\alpha = 1$ та $\beta = 20$

$$i = I_a (1 - 2x) + \frac{x(1-x)}{[20 + x(1-x)](0,0475x + 0,9775)} \times \left[\left(0,0475 I_a - 0,0238 \frac{E_{\text{кокс}} T}{L_{\text{окс}}}\right) x^2 + \left(1,955 I_a - 0,9775 \frac{E_{\text{кокс}} T}{L_{\text{окс}}}\right) x \right], \quad (3)$$

де $x = t/T$.

Однак у ході проміжних перетворень при розв'язуванні рівняння (1) автор роботи [4] використав певну апроксимацію, коректність введення якої та її вплив на точність розв'язання потребують дослідження.

Для суцільного покриття широкого діапазону числових значень параметрів α (від 0,5 до 2) та β (більше 0,5) у роботі [5] отримано новий розв'язок рівняння (1):

$$i(t) = I_a \cdot \left(1 - 2 \frac{t}{T}\right) + \left(2I_a - \frac{E_{\text{кокс}} T}{L_{\text{окс}}}\right) \times \left(\frac{t}{T}\right)^2 \left(1 - \frac{t}{T}\right) \left[\frac{A}{3} \left(\frac{t}{T}\right)^2 + \frac{B}{2} \frac{t}{T} + D\right] \times \frac{1}{\left[\frac{t}{T} \left(1 - \frac{t}{T}\right) + \beta\right] \cdot \left[A \left(\frac{t}{T}\right)^2 + B \left(\frac{t}{T}\right) + D\right]} \quad (4)$$

Тут $A = 2,21[y(0,95) + y(0)] - 3,98$, $B = 3,99 - 2,105y(0) - 1,105y(0,95)$,

$$D = \left(\frac{\sqrt{1+4\beta}-1}{\sqrt{1+4\beta}+1}\right)^{\frac{1}{\sqrt{1+4\beta}}}, \quad y(x) = \left(\frac{\sqrt{1+4\beta}-1+2x}{\sqrt{1+4\beta}+1-2x}\right)^{\frac{1}{\sqrt{1+4\beta}}}, \quad x = t/T.$$

Авторів роботи [5] теж довелося апроксимувати деякі вирази в ході проміжних перетворень, тому точність розв'язку (4) теж потребує дослідження.

Щоб оцінити точність, з якою процитовані наближені розв'язки відтворюють часову залежність струму комутації, необхідно порівняти ці розв'язки з точними результатами принаймні при кількох конкретних сполученнях параметрів двигуна. Вважатимемо точними результати числового розв'язання

безпосередньо вихідного диференціального рівняння (1), урахувавши, що їх точність обмежена лише точністю комп'ютерного математичного середовища, використаного для розрахунків. Моделювання відбувалося таким чином. Спершу розглянуто ситуацію $\alpha = 1$ та $\beta = 1$ відповідно до роботи [4] при $T=2$ мс, $L_{\text{окс}} = 0,2$ мГн, $E_{\text{кокс}} = 7$ В. Точна крива $i_{\text{ДУ}}(t)$ та апроксимована крива $i_I(t)$ наведені на рис. 2, графік часової залежності абсолютної похибки апроксимації наведений на рис. 3.

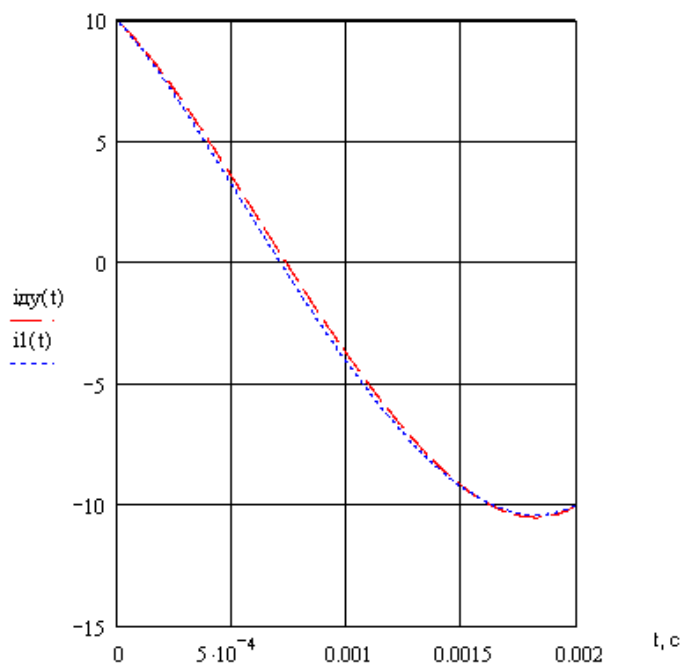


Рис. 2

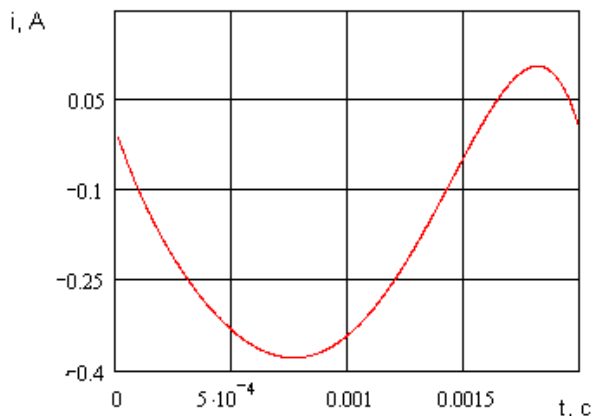


Рис. 3

Після цього розглянуто ситуацію $\alpha = 1$ та $\beta = 20$ відповідно до роботи [4]. Точна крива $i_{ду}(t)$ та апроксимована крива $i_{20}(t)$ наведені на рис. 4, графік часової залежності абсолютної похибки

апроксимації наведений на рис. 5. Як видно, в обох випадках апроксимуючі криві добре відтворюють точну залежність, абсолютна величина похибки становить не більш ніж 0,5 А при струмі якоря 10 А.

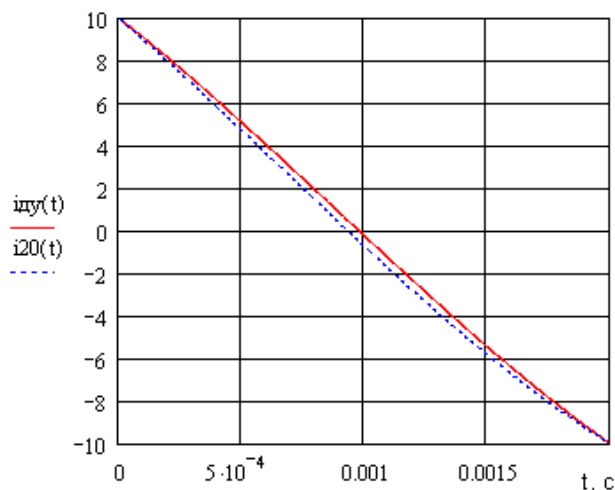


Рис. 4

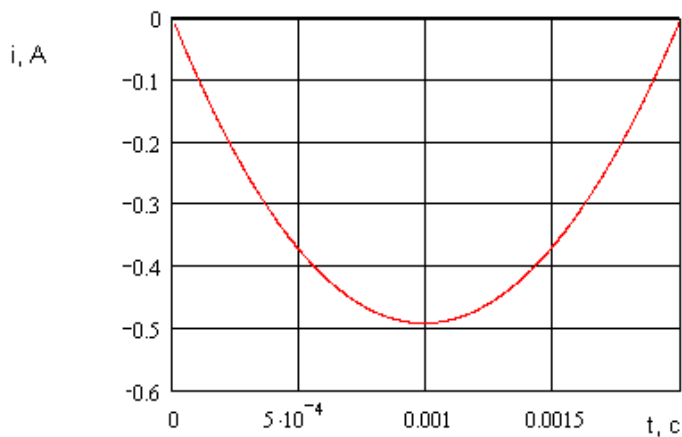


Рис. 5

Потім було розглянуто ситуацію $\alpha = 1$ та $\beta = 1$ відповідно до роботи [5] при $T = 2 \text{ мс}$, $L_{окс} = 0,2 \text{ мГн}$, $E_{кোকс} = 7 \text{ В}$. Точна крива $i_{Ду}(t)$ та апроксимована крива $i_I(t)$ наведені на рис. 6, графік часової залежності абсолютної похибки апроксимації наведений на рис. 7. Після цього розглянуто ситуацію $\alpha = 1$ та $\beta = 20$ відповідно до роботи [5]. Точна крива $i_{Ду}(t)$ та

апроксимована крива $i_{20}(t)$ наведені на рис. 8, графік часової залежності абсолютної похибки апроксимації наведений на рис. 9. Як видно, за цією методикою точність апроксимації погіршується із зростанням параметра β . Це є ціною узагальнення моделі часової залежності струму.

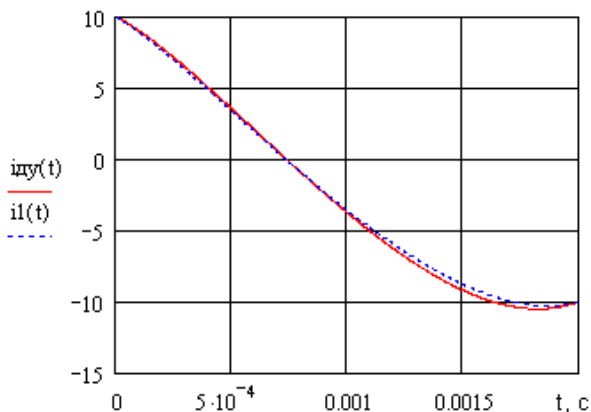


Рис. 6

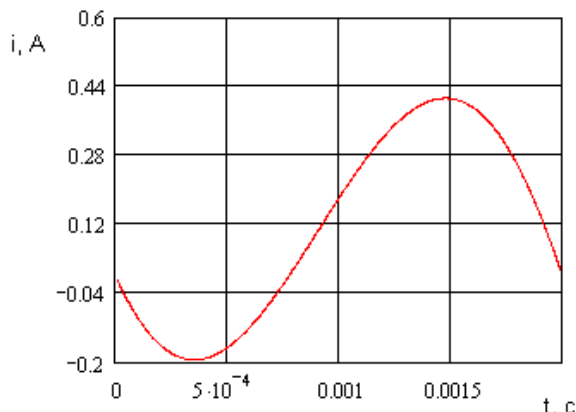


Рис. 7

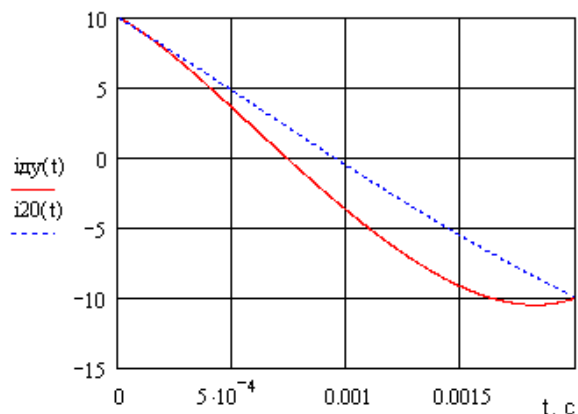


Рис. 8

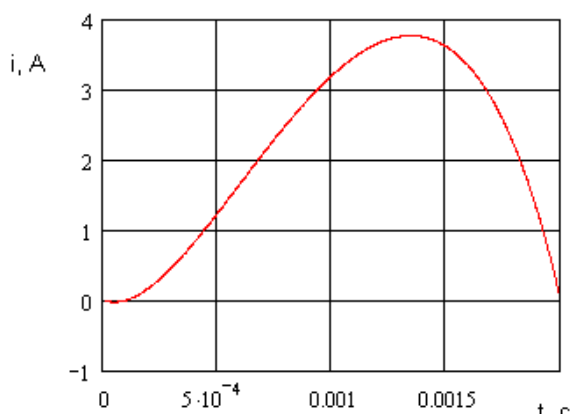


Рис. 9

Висновки. Порівняння моделей комутації показало, що на цей час підбір окремої моделі струму під кожне конкретне сполучення параметрів α та β , які описують ступінь охоплення замиканням секції обмотки якоря, виявився більш прийнятним з погляду точності. Це становить певні незручності, тому що доводиться оперувати

різними виразами для різних сполучень параметрів. Зручною рисою узагальненої моделі є однаковість виразу для часової залежності струму при всіх величинах параметрів секції. Однак необхідно вдосконалити цю модель для покращення її точності в області великих значень параметра β .

Список використаних джерел

1. Карасёв М. Ф., Авилов В. Д., Беляев В. П. и др. Коммутация в тяговых электродвигателях и других коллекторных машинах. *Научные труды*. Омск: Омский институт инженеров железнодорожного транспорта, 1974. Т. 155. 98 с.
2. Толкунов В. П. Теория и практика коммутации машин постоянного тока. Москва: Энергия, 1979. 224 с.
3. Оптимальная коммутация машин постоянного тока. Под ред. М. Ф. Карасёва. Москва: Транспорт, 1967. 180 с.
4. Давиденко М. Г. Математические модели тока коммутации при наличии короткозамкнутых витков в коммутируемой секции якоря. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*. 2008. № 1. С. 48-57.
5. Давиденко М. Г. Обобщённая математическая модель тока коммутации при наличии короткозамкнутых витков в коммутируемой секции якоря. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*. 2009. № 5. С. 14-19.
6. Isato M. Commutation Phenomena and Brush Wear of DC Motor at High Speed Rotation. *IEICE Transactions on Electronics*. 2017. Vol. E100-C. No. 9. P. 716-722. doi: 10.1587/transele. E100.C.716.
7. Kim Y. S. Commutation Modeling and Characteristic Analysis of DC Motor using Circuit Parameters. *The Transactions of the Korean Institute of Electrical Engineers*. 2013. Vol. 62, No. 1. P. 57-62. <http://dx.doi.org/10.5370/KIEE.2012.62.1.057>
8. Rajput P., Rajput P., Vishwakarma M. Service failure analysis of DC Motor Commutator. *International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET)*. 2016. Vol. 3, Issue 5. P. 2875-2880.

Зінченко Олена Євгенівна, канд. техн. наук, доцент кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки Українського державного університету залізничного транспорту. Тел. (057) 730-19-96. E-mail: lena.zinchenko15@gmail.com.

Флото Ірина Євгенівна, інженер кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки Українського державного університету залізничного транспорту. Тел. (057) 730-19-96. E-mail: eltech@kart.edu.ua.

Zinchenko Olena, PhD (Tech.), Associate Professor, Department of Electroenergy, Electrical Equipment and Electromechanics, Ukrainian State University of Railway Transport. Tel. (057)730 19 96. E-mail: lena.zinchenko15@gmail.com.

Floto Iryna, Engineer, Department of Electroenergy, Electrical Equipment and Electromechanics, Ukrainian State University of Railway Transport. Tel. (057) 730 19 96. E-mail: eltech@kart.edu.ua.

Статтю прийнято 22.04.2019 р.