

УДК 624.137

Оценка существующих подходов к расчету устойчивости гибких элементов

Рожнова М.А.

Украинский государственный университет железнодорожного транспорта,
Украина

Анотація. У даній роботі проводиться аналіз передумов, необхідних для розробки математичного апарату розрахунку гнучких комбінованих елементів транспортних споруд. В якості несучих елементів розглядаються сталобетон і сталезалізобетонні стійки, що працюють в умовах стиснення з випадковим ексцентриситетом. Наводиться зіставлення методик розрахунку, в тому числі, з урахуванням вимог діючих нормативних документів на основі Eurocode 3 и 4, ДБН В 2.6-160:2010, ДБН В 2.6-163:2010. У результаті дослідження зроблено висновок про необхідність детального вивчення характеру деформування гнучких конструкцій в замкнутій обіймі на всіх стадіях навантаження.

Аннотация. В данной работе проводится анализ предпосылок, необходимых для разработки математического аппарата расчета гибких комбинированных элементов транспортных сооружений. В качестве несущих элементов рассматриваются сталобетонные и сталежелезобетонные стойки, работающие в условиях сжатия со случайным эксцентриситетом. Приводится сопоставление методик расчета, в том числе, с учетом требований действующих нормативных документов на основе Eurocode 3 и 4, ДБН В 2.6-160:2010, ДБН В 2.6-163:2010. В результате исследования сделан вывод о необходимости детального изучения характера деформирования гибких конструкций в замкнутой обойме на всех стадиях нагружения.

Abstract. The article analyses the background required for development of mathematical tool used in calculation of flexible assembled elements of transport structures. Steel-concrete and steel-reinforced concrete struts under pressure with random concentricity are considered as supporting elements. The article compares calculation methods including those which take into account current regulations based on Eurocode 3 and 4, DBN B.2.6-160:2010, DBN B.2.6-163:2010.

Ключевые слова: транспортные сооружения, комбинированные конструкции, сталобетонные элементы, гибкость, напряженно-деформированное и предельное состояние, критическая нагрузка.

Введение. Постановка проблемы. Исследование устойчивости колонн является, несомненно, важным вопросом, так как потеря устойчивости представляет собой опасное явление. Но теория продольного изгиба до конца не изучена. Для того чтобы разобраться в данном вопросе, следует обратиться к ранним исследованиям и провести анализ предпосылок к расчету гибких элементов.

Цель работы – проведение анализа предпосылок к расчету устойчивости гибких стержней, выполненных из однородного материала, а также оценка возможности использования существующих методик расчета к сталебетонным конструкциям.

Основная часть. Около 1744 г. Леонард Эйлер положил начало теории продольного изгиба.

Эйлер исследовал девять разных случаев изгиба, в том числе, изгиб закрепленной одним концом цилиндрической колонны, сжимаемой продольной силой, приложенной к свободному концу оси. Исследования Эйлера [1] привели его к заключению, что изгиб колонны длиной l_1 возможен только при значении сжимающей силы. Силу эту он назвал силой колонны:

$$F = \frac{C\pi^2}{4l_1^2} = \frac{EJ\pi^2}{4l_1^2}. \quad (1)$$

Теория Эйлера возбудила впоследствии много сомнений и разногласий и даже была сочтена за математический парадокс.

Исходя из приближенного дифференциального уравнения упругой линии, Эйлер определил то наименьшее значение сжимающей силы, которая может удержать первоначально слегка искривленный стержень в этом состоянии, когда причины, вызвавшие это искривление, устранены. Решая эту задачу, Эйлер отметил, что вопрос о прогибах стержня при силе, превышающей найденную им, может быть решен только при помощи интегрирования точного дифференциального уравнения, справедливого не только при малых, как приближенное уравнение, но и при больших, по сравнению с длиной, прогибах стержня. Позднее, в 1759 г. Эйлер исследовал некоторые случаи продольного изгиба непризматических стержней, а в 1778 г. решил задачу о продольном изгибе вертикального призматического стержня, защемленного нижним концом, под действием собственного веса.

При недостаточно строгом определении условий, в которых находились испытуемые тела по отношению к таким важным факторам, как первоначальный вид оси, величина эксцентриситета сжимающей силы, способ закрепления концов и т. п., нельзя было ожидать от этих опытов каких-либо общих указаний, а тем более выводить из них заключения о безусловной неверности и парадоксальности теории Эйлера.

Формула Эйлера была выведена в том предположении, что до начала искривления сжимаемое тело остается вполне упругим. Далее перейдем непосредственно к рассмотрению опытов, произведенных Баушингером, Тетмайером и Консидером [2] над образцами из железа и стали со свободными концами.

Баушингер поместил в своем отчете данные, касающиеся 42 различных образцов. При точном совпадении осей конических приставок с осями образцов последние поставлены были в условия, возможно близко подходящие к основному теоретическому случаю прута со свободными концами, сжимаемого по направлению оси, и могли, таким образом, служить для проверки формулы Эйлера. Баушингер находит, что в границах упругости, теоретическая формула Эйлера дает значения разрушающего груза, для образцов с острыми концами, более близкие к определенным из опытов, нежели эмпирические формулы. Но слабая сторона опытов Баушингера заключается главным образом в их недостаточном количестве, что при разнородности испытанных сортов железа привело к весьма разнообразным результатам.

Профессором Тетмайером были произведены многочисленные опыты над продольным изгибом образцов из сварочного и литого железа. Большая часть испытанных образцов снабжена была коническими наконечниками и, следовательно, находилась в условиях, весьма близко подходящих к теоретическому случаю прута со свободными концами. Была установлена допускаемая гибкость образцов:

а) для литого железа: $\frac{l}{i} > 105$;

б) для сварочного железа: $\frac{l}{i} > 112,5$

и в этих пределах формула Эйлера давала результаты, весьма близко схожие с опытами. А когда эти отношения находились в данных пределах:

а) для литого железа: $20,4 < \frac{l}{i} < 105$;

б) для сварочного железа: $18,5 < \frac{l}{i} < 112,5$

закон Эйлера был более неприменим.

В указанных границах опасное напряжение может быть выражено, с достаточной для практики степенью точности, следующей эмпирической формулой:

$$\sigma_{кр} = a - b \frac{l}{i}. \quad (2)$$

Ниже указанных пределов гибкости эмпирическая формула Тетмайера более неприменима.

Консидер считает, что формула Эйлера, строго говоря, может быть применима только тогда, когда рассчитанные по ней ломающие напряжения – менее абсолютного предела упругости материала, что для железа и для стали соответствует следующими отношениями с учетом твердости, соответственно:

$$\frac{l}{i} = 140; \quad \frac{l}{i} = 105 - 135.$$

Для гибкости, превышающей эти пределы, формула Эйлера дает значения ломающих напряжений, почти точно совпадающие с определенными из опытов.

Констатируя верность теоретической формулы Эйлера до абсолютного предела упругости, Консидер старается доказать, что выше этого предела, когда коэффициент Е перестает быть постоянной величиной, ломающее напряжение выражается формулой.

$$\sigma_{кр} = f\left(\frac{l}{i}\right). \quad (3)$$

Таким образом, и за пределом упругости ломающее напряжение $\sigma_{кр}$ для образцов из одинакового материала зависит только от гибкости и не зависит от абсолютной величины их размеров.

Ф.С. Ясинский [2] подверг обсуждению результаты опытных исследований продольного изгиба стержней, проведенных различными исследователями, и объяснил причину несоответствия некоторых из них с теоретической формулой Эйлера, заключающуюся в несовершенстве постановки опытов, главным образом, в применении образцов с плоскими и закругленными концами.

Обработав по способу наименьших квадратов соответствующие результаты опытов Баушингера, Тетмайера и Консидера, он получил значения этих коэффициентов, приводящие к формулам:

— для сварочного железа:

$$\sigma_{кр} = 3390,7 - 16,48 \frac{l}{l_{\min}}; \quad (4)$$

— для литого железа и стали:

$$\sigma_{кр} = 3387 - 14,83 \frac{l}{l_{\min}}. \quad (5)$$

Прямые, определяемые этими уравнениями, были также нанесены на графики (рис.1) и, как видно, достаточно хорошо легли между опытными точками. По сравнению с аналогичными формулами Тетмайера, формулы Ф.С. Ясинского имели то преимущество, что основывались на значительно большем числе опытных данных, послуживших для вычисления путем математической обработки коэффициентов a и b .

В нормативных документах [3], [5] сжатый элемент следует проверять на устойчивость следующим образом:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1,0. \quad (6)$$

где N_{Ed} – расчетное значение сжимающей силы; $N_{b,Rd}$ – расчетное значение несущей способности сжатого элемента по устойчивости.

Для элементов несимметричных сечений класса 4 следует учитывать дополнительный момент ΔM_{Ed} , вызываемый эксцентриситетом центральной оси эффективного сечения, а совместное действие осевой силы и момента следует принимать по пунктам 6.3.4 и 6.3.3 Eurocode 3 [3].

В нормативных документах [4], [6] элементы проверяются расчетом второго порядка с учетом их несовершенств.

С целью упрощения, расчетное значение продольной силы N_{Ed} для элементов при осевом сжатии должно удовлетворять условию

$$\frac{N_{Ed}}{\chi N_{pl,Rd}} \leq 1,0, \quad (7)$$

где $N_{pl,Rd}$ – несущая способность сталежелезобетонного сечения в пластической стадии, с использованием f_{yd} , определяемого с помощью частного коэффициента безопасности γ_{M1} , приведенного в [3]; χ – понижающий коэффициент для соответствующей формы потери устойчивости, зависящий от соответствующей условной гибкости $\bar{\lambda}$.

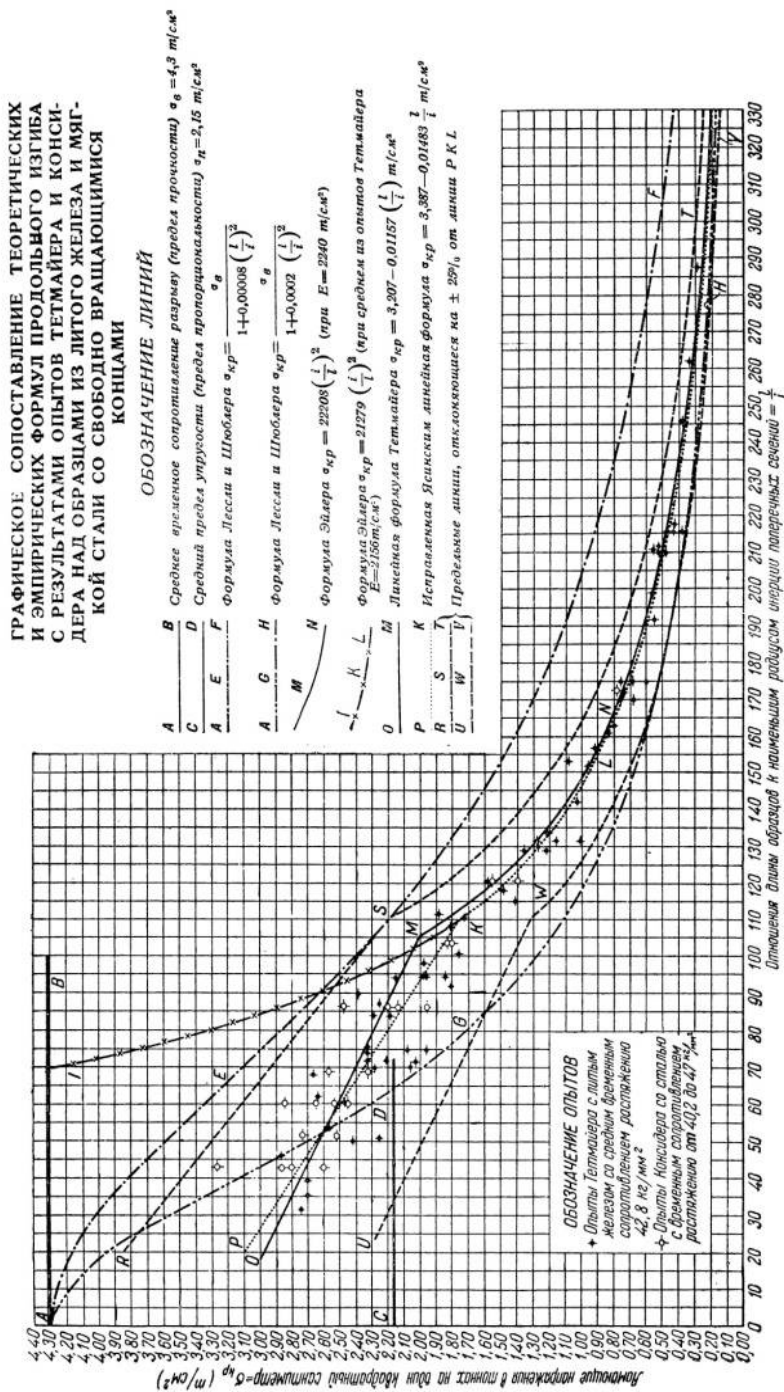


Рис. 1. Графическое сопоставление теоретических и эмпирических формул с данными опытов при продольном изгибе

Выводы

Выполненный анализ предпосылок и подходов к расчету на устойчивость гибких элементов из однородного материала говорит о том, что в случае расчета конструкции с гибкостью менее ста коэффициенты a и b формулы Ясинского-Тетмайера будут получены путем обработки экспериментальных данных. Следовательно, для получения соответствующих коэффициентов для расчета гибкости сталебетонных стоек необходимо изучение напряженно-деформированного состояния элементов конструкции на всем диапазоне их загрузки, что позволит получить обобщенную методику оценки их несущей способности.

Литература

- [1] Кошляков Н. С. Краткий исторический очерк возникновения вариационного исчисления / Н. С. Кошляков. – Москва-Ленинград : Государственное технико-теоретическое издательство, 1934. – 598 с.
- [2] Митинский А. Н. Избранные работы по устойчивости сжатых стержней / А. Н. Митинский – Москва-Ленинград : Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1952. – 421 с.
- [3] Єврокод 3. Проектування сталевих конструкцій. Частина 1-1. Загальні правила і правила для споруд (EN 1993-1-1:2005, IDT) : ДСТУ-Н Б EN 1993-1-1:2010. – Офіц. вид. – К. : Мінрегіонбуд України, 2013. –120 с. – (Система надійності та безпеки у будівництві. Національний стандарт України).
- [4] Єврокод 4. Проектування сталезалізобетонних конструкцій. Частина 2. Загальні правила і правила для мостів (EN 1994-2:2005, IDT) : ДСТУ-Н Б EN 1994-2:201X : проект / Національний транспортний університет. – Електронні дані. – К. : ТОВ «Інформаційно-маркетинговий центр», 2010. – Інформаційно-довідкова система «Зодчий», версія 9.07. – (Нормативно-правове забезпечення діяльності проектних і будівельних організацій України).
- [5] Сталеві конструкції. Норми проектування, виготовлення і монтажу : ДБН В.2.6-163:2010. – [Чинний від 2011-12-01]. – Офіц. вид. – К. : Мінрегіонбуд України, 2011. – 202 с. – (Конструкції будівель і споруд. Державні будівельні норми України)
- [6] Сталезалізобетонні конструкції. Основні положення : ДБН В.2.6-160:2010. – Офіц. вид. – К. : Мінрегіонбуд України, 2011. – 92 с. – (Конструкції будинків і споруд. Державні будівельні норми України)

Надійшла до редколегії 23.07.2015 р.