

Запропоновано метод передискретизації дискретних сигналів, який не потребує поновлення безперервних сигналів по його відлікам з подальшою його дискретизацією на новій частоті, який не потребує ніяких фільтрів за для передискретизації та дискретного перетворення Фур'є, а також великих обчислювальних витрат

Ключові слова: дискретний сигнал, кортеж, образ сигналу, багаторівневе перетворення, матриця

Предложен метод передискретизации дискретных сигналов, не требующий восстановления непрерывного сигнала по его отсчётам с последующей дискретизацией его на новой частоте, не требующий никаких фильтров для передискретизации и дискретного преобразования Фурье, а также больших вычислительных ресурсов

Ключевые слова: дискретный сигнал, кортеж, образ сигнала, многоуровневое преобразование, матрица

The method resampling of discrete signals not requiring restoration of a continuous signal on its readout with subsequent resampling it on new frequency, which is not requiring any filters for resampling and discrete transformation Fourier, and large computing resources is offered

Keyword: discrete signals, tuple, image signal, multilevel transformation, matrix

МНОГОУРОВНЕВЫЙ МЕТОД ПЕРЕДИСКРЕТИЗАЦИИ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ

И.Г. Филиппенко

Доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки и техники Украины
Украинская государственная академия железнодорожного транспорта
пл. Фейербаха, 7, г. Харьков, Украина, 61050
Контактный тел.: (057) 702-59-60

И.О. Филиппенко

Харьковский национальный университет радиозлектроники
пр. Ленина, 14, г. Харьков, Украина, 61166

1. Введение

Передискретизация (англ.resampling) в обработке сигналов - это изменение частоты дискретизации дискретного сигнала. Алгоритмы передискретизации широко применяются при обработке звуковых сигналов, радиосигналов и изображений. Теоретически "Идеальная передискретизация эквивалентна восстановлению непрерывного сигнала по его отсчётам с последующей дискретизацией его на новой частоте [2]". Её вычисление производится по выражению, приведенному в [4, р. 3],

$$x(t) = \sum_i x(t_i) \frac{\sin \frac{\omega_d}{2}(t-t_i)}{\frac{\omega_d}{2}(t-t_i)},$$

где $x(t_i)$ - значение i -го отсчёта сигнала, t_i - момент времени, соответствующий этому отсчёту, $\omega_d = 2\pi f_d$ - циклическая частота дискретизации, $x(t)$ - интерполированное значение сигнала в момент времени t . Это выражение "...не реализуемо на практике [2]" из-за того, что для осуществления вычисления "необходимо обработать бесконечное число его отсчётов (как в прошлом, так и в будущем) [2]".

Интерполированное значение сигнала $x(t)$ в момент времени t может быть вычислено при помощи интеграла свертки [4, р. 21]:

$$x(t) = \sum_i x(t_i)h(t-t_i),$$

где $h(t)$ - импульсная характеристика восстанавливающего фильтра.

"Прямое вычисление новых отсчётов сигнала по вышеприведённым формулам требует значительных вычислительных ресурсов... [2]". Существуют более простые частные случаи передискретизации, к которым относятся децимация и интерполяция с целыми коэффициентами (изменение частоты дискретизации в целое число раз) и изменение частоты дискретизации в рациональное число раз. В этих случаях используется широкий класс цифровых фильтров (см. [2]).

Существует алгоритм передискретизации при помощи дискретного преобразования Фурье (ДПФ), который включает в себя вычисление ДПФ, вставки в середину спектра необходимого числа нулевых компонент и вычисление обратного ДПФ с нормировкой [2].

Целью работы является разработка метода передискретизации дискретных сигналов не требующего восстановления непрерывного сигнала по его отсчётам с

последующей дискретизацией его на новой частоте, не требующего никаких фильтров, дискретного преобразования Фурье и больших вычислительных ресурсов.

2. Постановка задачи

Задан непрерывный сигнал, подвергшийся дискретизации, и представленный в виде ряда значений N точек

$$\mathbf{X} = (x_0, x_1, \dots, x_i, \dots, x_{N-1}) \quad (1)$$

N-мерным вектором, компоненты которого представляют собой значения i-ых точек отсчета дискретного сигнала для заданной частоты дискретизации fd. Необходимо осуществить передискретизацию вектора (1) методом, не требующим восстановления непрерывного сигнала по его отсчётам с последующей дискретизацией его на новой частоте, не требующим никаких фильтров, дискретного преобразования Фурье и больших вычислительных ресурсов.

3. Основная часть

Процедуре передискретизации дискретного сигнала предшествует **прямое многоуровневое преобразование вектора X** (1) [1], суть которого сводится к следующему. Вектор X (1) вначале преобразуется к униполярному (если сигнал биполярный) виду

$$\mathbf{X} \rightarrow \mathbf{X}^+ = (x_0^+, x_1^+, \dots, x_i^+, \dots, x_{N-1}^+), \quad (2)$$

где $x_i^+ \Big|_{i=0, N-1} = x_i + |\min \text{Znachn}|$,

а затем к нормализованному виду

$$\bar{\mathbf{X}}^+ = (x_0^+, x_1^+, \dots, x_i^+, \dots, x_{N-1}^+), \quad (3)$$

где

$$x_i^+ \Big|_{i=0, N-1} = \begin{cases} x_i^+ / \max \text{Znachn} & \text{если } \max \text{Znachn} \geq 1 \\ x_i^+ * \left(\frac{1.0}{\max \text{Znachn}} \right) & \text{если } \max \text{Znachn} < 1.0 \end{cases}$$

Здесь minZnachn и maxZnachn - минимальное значение точки отсчета биполярного и максимальное значение точки отсчета униполярного сигнала, соответственно.

Затем осуществляется преобразование нормированного вектора в матричный вид

$$\tilde{\mathbf{X}}^+ = (\mathbf{X}_0, \mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_i, \dots, \mathbf{X}_{N-1}) = \begin{pmatrix} X_{0,0} & X_{0,1} & \dots & X_{0,i} & \dots & X_{0,N-1} \\ X_{1,0} & X_{1,1} & \dots & X_{1,i} & \dots & X_{1,N-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{r,0} & X_{r,1} & \dots & X_{r,i} & \dots & X_{r,N-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{L-1,0} & X_{L-1,1} & \dots & X_{L-1,i} & \dots & X_{L-1,N-1} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

при помощи скалярно-векторного преобразования компонент вектора $\tilde{\mathbf{X}}^+$ следующим образом.

$$x_i^+ \Big|_{i=0, N-1} \rightarrow \mathbf{X}_i \Big|_{i=0, L-1} = (x_{0,i}, x_{1,i}, \dots, x_{r,i}, \dots, x_{L-1,i})^T, \quad (5)$$

где $x_{r,i} \Big|_{r=0, L-1; i=0, N-1} = \begin{cases} d, & \text{если } (x_i - q \cdot r) > 0; \\ 0, & \text{если } (x_i - q \cdot r) \leq 0. \end{cases}$

Здесь: $r \in \langle 0, 1, \dots, L-1 \rangle$; L - число уровней скалярно-векторного преобразователя; $d = 1$; q - шаг квантования x_i сигнала по уровню, который определяется как $q = 1.0/L$.

Каждый элемент матрицы $\tilde{\mathbf{X}}^+$ может принимать значение нуля или единицы.

Далее осуществляется преобразование матрицы (4) в кортеж P, названный в работе [1] образом униполярного нормированного сигнала (3),

$$\mathbf{P} = \left(\begin{matrix} S_0, \\ S_1, \\ \dots \\ S_r, \\ \dots \\ S_{L-1} \end{matrix} \right) \quad (6)$$

для чего каждой $\tilde{\mathbf{X}}^+$ строке (4) ставится в соответствие кортеж S_r , элементами которого являются кортежи длиной 2 (пары)

$$\tilde{\mathbf{X}}^+ \Big|_{r=0, L-1} \rightarrow S_r = \left\langle \begin{matrix} \langle i_{\text{left } r,0}, i_{\text{right } r,0} \rangle, \langle i_{\text{left } r,1}, i_{\text{right } r,1} \rangle, \dots, \\ \langle i_{\text{left } r,j}, i_{\text{right } r,j} \rangle, \dots, \langle i_{\text{left } r,n}, i_{\text{right } r,n} \rangle \end{matrix} \right\rangle, \quad (7)$$

где каждая пара $(\langle * \rangle, \langle * \rangle)$ представляет собой два номера точек отсчета $\tilde{\mathbf{X}}^+$ строки, в которых произошли изменение нулевого значения $x_{r,i}$ отсчета на единичное значение, а затем наоборот - изменение единичного значения отсчета на нулевое значение.

Многоуровневый метод передискретизации однополярных нормированных дискретных сигналов

Известно [2], что вид передискретизации определяется частотой передискретизации f_{resampl} и частотой дискретизации fd исходного сигнала, предназначенного для передискретизации. При этом, начальное число отсчетов не передискретизированного сигнала - N, передискретизированного сигнала - N_{resampl} . Если $f_{\text{resampl}} > fd$, то речь идет о повышении частоты дискретизации, т.е. об интерполяции (англ. interpolation). Если $f_{\text{resampl}} < fd$, то речь идет о понижении частоты дискретизации, т.е. о децимации (англ. decimation) [2].

Суть предлагаемого метода передискретизации дискретных униполярных нормированных сигналов сводится к преобразованию каждой компоненты пары образа не передискретизированного сигнала в компоненты новой пары образа Presampl по следующей формуле:

$$i_{\text{resampl}} = \begin{cases} \begin{cases} \text{ц.ч.ч.1} & \text{если д.ч.ч.1} < 0.5 \\ \text{ц.ч.ч.1} + 1 & \text{если д.ч.ч.1} \geq 0.5 \end{cases}, & \text{если } N \geq N_{\text{resampl}} \\ \begin{cases} \text{ц.ч.ч.2} & \text{если д.ч.ч.1} < 0.5 \\ \text{ц.ч.ч.2} + 1 & \text{если д.ч.ч.1} \geq 0.5 \end{cases}, & \text{если } N < N_{\text{resampl}} \end{cases}, \quad (8)$$

где:

$$\text{ц.ч.ч.1} = \text{ц.ч.ч.} \left(\frac{i_{\text{comp}}}{(N-1)/(N_{\text{decim}} - 1)} \right), \quad (9)$$

$$\text{д.ч.ч.1} = \text{д.ч.ч.} \left(\frac{i_{\text{comp}}}{(N-1)/(N_{\text{decim}} - 1)} \right), \quad (10)$$

$$\text{ц.ч.ч.2} = \text{ц.ч.ч.} \left(\frac{i_{\text{comp}} \times (N_{\text{interpol}} - 1)}{(N-1)} \right), \quad (11)$$

$$\text{д.ч.ч.2} = \text{д.ч.ч.} \left(\frac{i_{\text{comp}} \times (N_{\text{interpol}} - 1)}{(N-1)} \right), \quad (12)$$

где i_{resampl} - значение компоненты передискретизированного образа; i_{comp} - значение компоненты не

передискретизированного образа; ц.ч. - целая часть числа, заключенного в круглые скобки; д.ч.ч. - дробная часть числа, заключенного в круглые скобки: N_{decim} , $N_{interpol}$ - число отсчетов передискретизированного дискретного сигнала в случае децимации и в случае интерполяции, соответственно.

В вышеприведенных формулах (9 - 12) выражения

$$(N-1)/(N_{decim}-1), \tag{13}$$

$$(N_{interpol}-1)/(N-1) \tag{14}$$

это коэффициенты передискретизации, в дальнейшем именуемые как "коэффициент децимации" и "коэффициент интерполяции", соответственно.

В приведенных выше коэффициентах передискретизации все значения чисел точек отсчетов уменьшены на единицу, поскольку нумерация точек отсчета начинается с нуля (1).

Коэффициенты передискретизации, выраженные через частоты передискретизации, легко определяют из (13) и (14), и имеют следующий вид для коэффициента децимации как:

$$(f_d t_k - 1)/(f_{decim} t_k - 1), \tag{15}$$

для коэффициента интерполяции как;

$$(f_{interpol} t_k - 1)/(f_d t_k - 1), \tag{16}$$

где t_k - длительность дискретного сигнала.

В результате образуется передискретизированный образ униполярного нормированного дискретного сигнала \mathbf{P}_{resamp} .

Восстановление передискретизированного дискретного сигнала по передискретизированному образу с целью оценки степени подобия передискретизированного и соответствующего идеального сигналов.

Каждая \tilde{x}_i^+ компонента вектора $\tilde{\mathbf{X}}^+$ (3) восстанавливается по формуле, взятой из [1]

$$\tilde{x}_i^+ \Big|_{i=0, N-1} \rightarrow \tilde{x}_i^+ = q \sum_{r=0}^{L-1} f_r^+, \tag{17}$$

где \tilde{x}_i^+ - элемент восстановленного вектора $\tilde{\mathbf{X}}^+$,

$$f_{vr \in [0, L-1]}^+ = \begin{cases} 1, & \text{если } \exists \langle i_{left,*}, i_{right,*} \rangle \in \mathbf{S}_r \mid i_{left,*} \leq i \mid_r \leq i_{right,*} \\ 1, & \text{если } \exists \langle i_{left,*}, i_{right,*} \rangle \in \mathbf{S}_r \mid i_{left,*} \gg i \mid_r \ll i_{right,*} \end{cases}$$

Читается $f_{vr \in [0, L-1]}^+$ следующим образом. Значение функции $f_{vr \in [0, L-1]}^+$ для всех r , принадлежащих $[0, L-1]$, равно единице, если в \mathbf{S}_r существует пара (кортеж) $\langle i_{left,*}, i_{right,*} \rangle$, удовлетворяющая условию $i_{left,*} \leq i \mid_r \leq i_{right,*}$, т.е. i -ый отсчет r -го уровня дискретного многоуровневого сигнала находится в пределах $[i_{left,*}, i_{right,*}]$. В противном случае значение функции f_r^+ равно нулю.

На листинге № 1 представлена функция на СИ++ класса Resmp, восстанавливающая дискретный сигнал по заданному образу сигнала.

Листинг № 1.

```

//#26 Restoration of a discrete signal on an image &&& from &&&
void Resmp::restorDscrtUnplrSgnlFromImage( char *nameImage,
double* pt_ArrRstrSgnl, unsigned long int stlBkTrnsfSgnl )
{
    unsigned int left = 0; //index nachala edinichnogo potoka
    unsigned int right = 0; //index kotsa edinichnogo potoka
    unsigned int count = 0; // dlia while
    unsigned int nmbElmnt = 0; //kolichestvosimvolov v obraze signala
    ifstream in(nameImage); // otkrytie file dlia vvoda
    if(!in){
        cout << "nameImage otkryt' nevozmozho'n";
    }
    in.close(); //zakryt' potok
    in.open(nameImage);
    while(in)
        nmbElmnt++;
    count++;
    if(count == 1)
    {
        in >> left;
        count++;
    }
    else
    {
        in >> right;
        //cout << "left = " << left << '\t' << "right = " << right << endl;
        for(unsigned int stlBkTrnsfSgnl = 0; stlBkTrnsfSgnl < stlBkTrnsfSgnl;
            stlBkTrnsfSgnl++)
        {
            if( left <= stlBkTrnsfSgnl && (stlBkTrnsfSgnl <= right) ) // - 1
                *(pt_ArrRstrSgnl + stlBkTrnsfSgnl) += q;
        }
        //outFile << "left = " << left << " right = " << right << endl;
        left = 0; right = 0; count = 0;
    }
}
cout << "nmbElmnt = " << nmbElmnt - 1 << endl;
in.close();
}
    
```

Рассмотрим описанный выше метод передискретизации на примере.

Пример передискретизации дискретных сигналов

Задан непрерывный сигнал $x_1(t)$

$$x_1(t) = \sin(2\pi \cdot 2f_1 \cdot t) + \sin(2\pi \cdot 3f_1 \cdot t) + \sin(2\pi \cdot 64f_1 \cdot t), \tag{18}$$

где f_1 - частота, равная 1 Hz, и непрерывный треугольный периодический сигнал $x_2(a, b, c, d, u, t)$

$$x_2(a, b, c, d, u, t) =$$

$$= \begin{cases} 0 & \text{для } t \leq 0, \\ \frac{t - (a+k(t))}{b+k(t) - (a+k(t))} & \text{для } (a+k(t)) \leq t \leq (b+k(t)), \\ \frac{(c+k(t)) - t}{(c+k(t)) - (b+k(t))} & \text{для } (b+k(t)) \leq t \leq (c+k(t)), \\ \frac{t - (c+k(t))}{(d+k(t)) - (c+k(t))} & \text{для } (c+k(t)) \leq t \leq (d+k(t)), \\ \frac{(u+k(t)) - t}{(u+k(t)) - (d+k(t))} & \text{для } (d+k(t)) \leq t \leq (u+k(t)). \end{cases} \tag{19}$$

где $k(t)$ - ступенчатая возрастающая функция, показанная на рис. 1, определяется как

$$k(t) = n \cdot u \Big|_{t=n+u}, \tag{20}$$

где $n \in \mathbf{I}$ - целые числа; $u, r \in \mathbf{R}$ - действительные числа; $0 \leq r < u$.

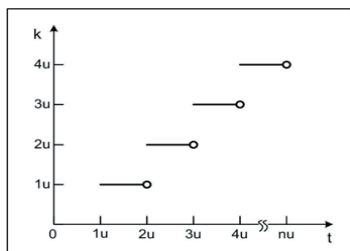


Рис. 1. Ступенчатая возрастающая функция

Сформирован исходный непрерывный сигнал $x(t)$ как произведение двух сигналов $x_1(t)$ (18) и $x_2(t)$ (19)

$$x(t) = x_1(t) \cdot x_2(t) . \tag{21}$$

Осуществим дискретизацию сигнала $x(t)$ путем замещения t на $i \cdot dT$, где i - номер отсчета дискретного сигнала, dT - период квантования непрерывного сигнала $x(t)$ по времени. В результате дискретизации имеем исходный дискретный сигнал

$$x_i = x_{1i} \cdot x_{2i} ,$$

где функции x_{1i} и x_{2i} принимают следующий вид:

$$x_{1i} = (\sin(2\pi \cdot 2 \cdot i \cdot dT) + \sin(2\pi \cdot 3 \cdot i \cdot dT) + \sin(2\pi \cdot 64 \cdot i \cdot dT)) \cdot x_{\text{trng}_i} , \tag{22a}$$

$$x_{2i}(a, b, c, d, u, i \cdot dT) = \begin{cases} 0 & \text{для } i \cdot dT \leq 0, \\ \frac{i \cdot dT - (a + k(i \cdot dT))}{b + k(i \cdot dT) - (a + k(i \cdot dT))} & \text{для } (a + k(i \cdot dT)) \leq i \cdot dT \leq (b + k(i \cdot dT)), \\ \frac{(c + k(i \cdot dT)) - i \cdot dT}{(c + k(i \cdot dT)) - (b + k(i \cdot dT))} & \text{для } (b + k(i \cdot dT)) \leq i \cdot dT \leq (c + k(i \cdot dT)), \\ \frac{i \cdot dT - (c + k(i \cdot dT))}{(d + k(i \cdot dT)) - (c + k(i \cdot dT))} & \text{для } (c + k(i \cdot dT)) \leq i \cdot dT \leq (d + k(i \cdot dT)), \\ \frac{(u + k(i \cdot dT)) - i \cdot dT}{(u + k(i \cdot dT)) - (d + k(i \cdot dT))} & \text{для } (d + k(i \cdot dT)) \leq i \cdot dT \leq (u + k(i \cdot dT)). \end{cases} \tag{23a}$$

где

$$k(i \cdot dT) = n \cdot u \Big|_{i \cdot dT = n \cdot u + r} .$$

В данном примере принято: период квантования по времени исходного дискретного сигнала $dT = 0.000725$ сек.; частота дискретизации $f_d = 1380,07$ Hz; число точек отсчета $N = 2070$; длительность сигнала $t_k = dT \cdot N = 1.50075$ сек.

График зависимости исходного дискретного сигнала от i показан на рис. 2.

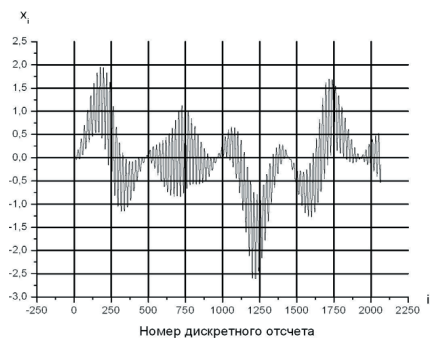


Рис. 2. График зависимости исходного дискретного сигнала от i

Далее производится преобразование дискретного сигнала, представленного на рис. 2, к униполярному нормированному виду, показанному на рис. 3.

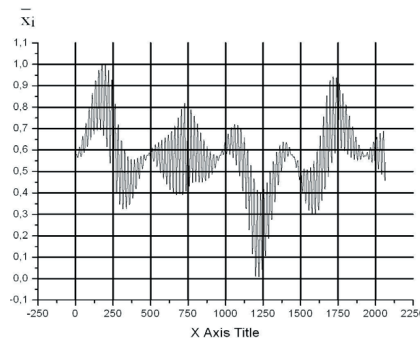


Рис. 3. Исходный униполярный нормированный дискретный сигнал

Перед передискретизацией исходного униполярного нормированного дискретного сигнала (УНДС) создадим его образ согласно формулам (4) - (7).

Фрагменты образа не передискретизированного исходного УНДС приведены на листинге № 2.

Передискретизация УНДС осуществляется путем преобразования его образа и восстановления сигнала по преобразованному образу. Восстановленный сигнал и будет передискретизированным дискретным сигналом.

Листинг № 2.

Фрагмент не передискретизированного УНДС

```

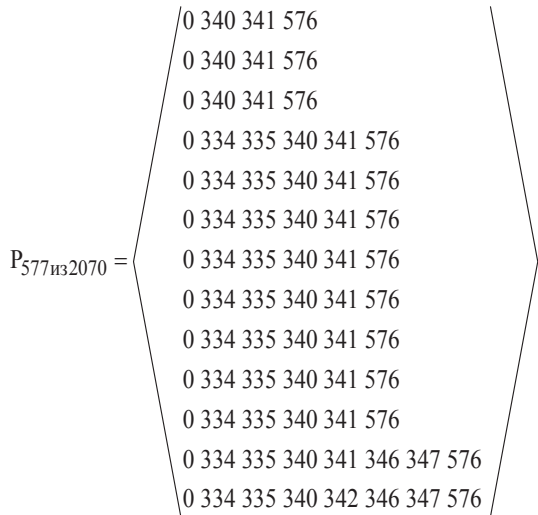
P2070 =
0 1223 1225 2069
0 1222 1225 2069
0 1222 1225 2069
0 1201 1203 1222 1225 2069
0 1201 1204 1222 1226 2069
0 1201 1204 1222 1226 2069
0 1201 1204 1221 1226 2069
0 1200 1204 1221 1226 2069
0 1200 1204 1221 1226 2069
0 1200 1205 1221 1226 2069
0 1200 1205 1221 1226 2069
0 1200 1205 1221 1226 1244 1246 2069
0 1200 1205 1221 1227 1244 1246 2069
    
```

Пусть необходимо изменить частоту дискретизации УНДС с $f_d = 1380,07$ Hz на $f_{\text{decim}} = 384,76$ Hz, т.е. осуществить децимацию сигнала.

Для этого осуществим преобразование образа исходного УНДС с частотой дискретизации $f_d = 1380,07$ Hz, представленного на листинге № 2 в образ передискретизированного УНДС с частотой дискретизации $f_{decim} = 384,76$ Hz путем вычисления каждой компоненты новой пары кортежа $P_{577из2070}$ по формуле (8).

Фрагменты образа передискретизированного исходного УНДС приведены на листинге № 3.

Листинг № 3. Фрагмент передискретизированного образа исходного УНДС



Из сравнения строк образов P_{2070} и $P_{577из2070}$ можно увидеть процедуру преобразования одного образа в другой образ как преобразование пары одного образа в пары другого образа.

Разместить образы, а не их фрагменты, на листингах формата A4 не представляется возможным потому что образ P_{2070} содержит 5338 пар, образ $P_{577из2070}$ содержит 5182 пар.

Процесс восстановления сигнала по вновь полученному образу $P_{577из2070}$ осуществляется по формуле (17) и функции, приведенной на листинге № 1. Восстановленный сигнал автоматически становится передискретизированным сигналом, показанным на рис. 4.

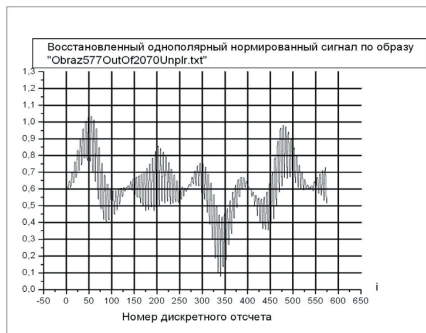


Рис. 4. Передискретизированный сигнал

На листинге № 4 приведена функция на СИ++ преобразования образа, заданного $char *nameDvnImg$ в образ, заданный $*nameOtherImg$.

Листинг № 4. Функция преобразования образа сигнала

```

//##2 Creation of the other image out of given image
void Resamp:ctm:OtherImgOutOfGvnlmg( char *nameGvnlmg, char *nameOtherImg,
double f_dT_Gvn, double f_dT_Other )
{
    int count = 0;
    long nmbfElmnt = 0;
    double left = 0;
    double leftTo = 0;
    double right = 0;
    double rightS12 = 0;

    ofstream out(nameOtherImg, ios:out); //создание файла для вывода
    if(!out){cout << "File nameOtherImg otkryt' nevozmozhno'n";}
    out.clear();
    ifstream in(nameGvnlmg, ios:in); //открытие файла для ввода
    if(!in){
        cout << "File nameGvnlmg otkryt' nevozmozhno'n";}
    in.close(); //закрыв поток
    in.open(nameGvnlmg); //открыв поток

    while(in) //
    {
        nmbfElmnt++;
        count++;

        if(count == 1)
        {
            in >> left;
            count++;
        }
        else
        {
            in >> right;
            //*****
            if(left == 0)
            {
                leftTo = 0;
            }
            else
            {
                leftTo = trnsfrmElmntOtherImgOutOfElmntDvnlmg( f_dT_Other, f_dT_Gvn, (double)left ); //##1 sin206
            }

            if(right == 0)
            {
                leftTo = 0;
            }
            else
            {
                rightS12 = trnsfrmElmntOtherImgOutOfElmntDvnlmg( f_dT_Other, f_dT_Gvn, (double)right ); //##1 sin206
            }

            //*****
            //cout << leftTo << " << rightS12 << " << endl;
            out << leftTo << " << rightS12 << " << endl;
            left = 0; right = 0; count = 0;
        }
    }

    //nmbfParnameOtherImgnameGvnlmg = (double)nmbfElmnt - 1)/2.0;
    cout << "nmbfElmntImage nameGvnlmg = " << (double)(nmbfElmnt - 1)/2.0 << endl;
    in.close();
    out.close();
}

```

Естественно возникает вопрос, насколько передискретизация сигнала идеальная. "Идеальная передискретизация эквивалентна восстановлению непрерывного сигнала по его отсчётам с последующей дискретизацией его на новой частоте.[2]". В рассматриваемом примере нет необходимости в восстановлении непрерывного сигнала, поскольку для чистоты компьютерного эксперимента исходный непрерывный сигнал задан (21). Нам необходимо только передискретизировать его на частоте дискретизации $f_{decim} = 384,76$ Hz, что и было сделано. Идеальный сигнал, с которым сравнивается передискретизированный сигнал, показан на рис. 5.



Рис. 5. Идеальный сигнал с частотой дискретизации $f_d = 384,76$ Hz

Визуально количественно оценить степень подобия (идеальности) дискретных сигналов, приведенных на рис. 4 и рис. 5 практически невозможно, Они практически идентичны друг другу. Для количественной оценки степени подобия передискретизированного (рис. 4) и идеального сигнала (рис. 5) воспользуемся коэффициентом корреляции [3, стр. 52]:

$$r = \frac{\langle \mathbf{f}, \mathbf{g} \rangle}{\|\mathbf{f}\| \|\mathbf{g}\|} = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} f_k g_k}{\sqrt{\sum_{k=0}^{N-1} f_k^2} \sqrt{\sum_{k=0}^{N-1} g_k^2}}, \tag{24}$$

где $\langle \mathbf{f}, \mathbf{g} \rangle$ - скалярное произведение векторов \mathbf{f} и \mathbf{g} ; $\|\mathbf{f}\| \|\mathbf{g}\|$ - нормы векторов \mathbf{f} и \mathbf{g} ; f_k и g_k – значения точек отсчета векторов \mathbf{f} и \mathbf{g} .

Функция на СИ++, реализующая вычисление коэффициента корреляции, приведена на листинге 5.

Листинг № 5. Функция на СИ++, реализующая вычисление коэффициента корреляции двух векторов

```

//#28 sin32 Coefficient correlation
double Resmp::coeffCorr( unsigned size, double* pt_Vctr_1, double* pt_Vctr_2 )
{
    double skaliarProizvdn = 0;
    double summKvdrtRaspoznSgnl = 0;
    double modRaspoznSgnl = 0;
    double summKvdrtObrazSgnl = 0;
    double modObrazSgnl = 0;

    for(unsigned int i = 0; i < size; i++)
    {
        skaliarProizvdn += *(pt_Vctr_1 + i) * *(pt_Vctr_2 + i);
        summKvdrtRaspoznSgnl += pow(*(pt_Vctr_1 + i), 2.0);
        summKvdrtObrazSgnl += pow(*(pt_Vctr_2 + i), 2.0);
    }
    //cout << "skaliarProizvdn = " << skaliarProizvdn << endl;
    //cout << "summKvdrtRaspoznSgnl = " << summKvdrtRaspoznSgnl << endl;
    //cout << "summKvdrtObrazSgnl = " << summKvdrtObrazSgnl << endl;

    modRaspoznSgnl = sqrt(summKvdrtRaspoznSgnl);
    modObrazSgnl = sqrt(summKvdrtObrazSgnl); //summKvdrtObrazSgnl

    //cout << "modRaspoznSgnl = " << modRaspoznSgnl << endl;
    //cout << "modObrazSgnl = " << modObrazSgnl << endl;
    //cout << "modRaspoznSgnl*modObrazSgnl = " << modRaspoznSgnl*modObrazSgnl << endl;

    return skaliarProizvdn / (modRaspoznSgnl*modObrazSgnl);
}
    
```

Коэффициент корреляции $r_{f_{577из2070и577}}$ между передискретизированным (рис. 4) и идеальным УНДС (рис. 5) равен 0.911933.

С целью более детальной проверки предложенного метода передискретизации дискретных сиг-

налов были выполнены, описанным выше методом, следующие передискретизации: $f_{2070из577}$, $f_{2070из6100}$, $f_{6100из2070}$. Произведены оценки степени подобия передискретизированных и соответствующих идеальных сигналов. Результаты полученных оценок приведены в табл. 1, где \cong - символ подобия сигналов, заданных векторами.

Таблица 1

Коэффициенты корреляции идеальных и соответствующих передискретизированных сигналов

Объекты корреляции	Коэффициент корреляции (r) сигналов	
	униполярных	биполярных
$X_{f_{577}} \cong X_{f_{577из2070}}$	0.997465	0.911933
$X_{f_{2070}} \cong X_{f_{2070из577}}$	0.996559	0.947199
$X_{f_{6100}} \cong X_{f_{6100из2070}}$	0.999706	0.980699
$X_{f_{2070}} \cong X_{f_{2070из6100}}$	0.999782	0.988586

В табл. 1 под объектами корреляции понимаются идеальный дискретный сигнал (например $X_{f_{577}}$) и передискретизированный (например $X_{f_{577из2070}}$) сигнал. Идеальный дискретный сигнал, получен из известного непрерывного сигнала путем его дискретизации с частотой дискретизации $f_d = 384,76$ Hz. Передискретизированный сигнал (например $X_{f_{577из2070}}$) получен в результате передискретизации с частоты дискретизации 1380.07 Hz на частоту 384.76 Hz. При частоте дискретизации 384,76 Hz число отсчетов $N = 577$. При частоте дискретизации 1380.07 Hz число отсчетов $N = 2070$. Длина сигнала (t_k) попрежнему равна 1.50075 сек.

4. Выводы

- Предложен новый метод передискретизации дискретных сигналов.
- Степень "идеализации" передискретизации униполярных дискретных сигналов для примеров, приведенных данной работы, лежит в пределах (0.999782 - 0.996559), для биполярных дискретных сигналов в пределах (0.988586 - 0.911933).
- Предложенный многоуровневый метод передискретизации дискретных сигналов не требует больших вычислительных ресурсов.

Литература

1. Филиппенко И.Г. Прямое и обратное преобразование дискретных сигналов / И. Г. Филиппенко, Филиппенко И. О. // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. - 2010. - №4/3 (46). - С. 29-32.
2. Передискретизация. [Электронный ресурс] wikipedia - Режим доступа:[http://ru.wikipedia.org/wiki/ %D0%9F%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D1%81%D0%BA%D1%80%D0%B5%D1%82%D0%B8%D0%B7%D0%B0%D1%86%D0%B8%D1%8F](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D1%81%D0%BA%D1%80%D0%B5%D1%82%D0%B8%D0%B7%D0%B0%D1%86%D0%B8%D1%8F) - 29.08.2010 г. - Загл. с экрана.
3. Сато Ю. Обработка сигналов. Первое знакомство. / Сато Ю. ; пер с яп.; под ред. Есифуми Амеция. - М.: Издательский дом «Додэка XXI», 2009. - 176 с.
4. Crochiere Ronald E. Multirate digital signal processing / Ronald E. Crochiere, Lawrence R. Rabiner. - Prentice-Hall, 1983. - 411 p.