

*Запропоновано процедуру аналізу живучості системи організації поїздопотоків на залізницях України, яка заснована на рішенні задачі перколяції вузлів. Отримані залежності середнього інверсного шляху між вузлами мережі та діаметру графової структури від кроків руйнування в умовах випадкових і запланованих відмов станцій в мережі*

*Ключові слова: план формування вантажних поїздів, пропускна спроможність, живучість, теорія перколяції*

*Предложена процедура анализа живучести системы организации поездопотоков на железных дорогах Украины, которая основана на решении задачи перколяции узлов. Получены зависимости среднего инверсного пути между узлами сети и диаметра графовой структуры от шагов разрушения в условиях случайных и запланированных отказов станций в сети*

*Ключевые слова: план формирования грузовых поездов, пропускная способность, живучесть, теория перколяции*

# АНАЛІЗ ЖИВУЧОСТІ СИСТЕМИ ОРГАНІЗАЦІЇ ПОЇЗДОПОТОКІВ НА ОСНОВІ ТЕОРІЇ ПЕРКОЛЯЦІЇ

**А. В. Прохорченко**

Кандидат технічних наук, доцент  
Кафедра управління експлуатаційною роботою  
Українська державна академія  
залізничного транспорту  
майдан Фейєрбаха, 7, м. Харків, Україна, 61166  
E-mail: railwayhub@yandex.ua

## 1. Вступ

Система організації поїздопотоків на залізницях України відноситься до складних систем з мережевою структурою великої розмірності. Просторове переміщення вагонів за призначеннями плану формування поїздів (ПФП) супроводжується значною вартістю технологічних процесів, в яких навіть незначні порушення можуть призвести до збільшення частки технологічно пов'язаних затримок поїздопотоків, що призводить до збільшення масштабів "ураження" системи та значного зростання збитків від затримок просування вагонів. Для пошуку ефективних заходів щодо зменшення розмірів "ураження" системи та збереження її функціональності у випадку наявності змін у внутрішньому та зовнішньому середовищі необхідним є проведення досліджень її на живучість (англ., survivability). Під живучістю системи організації вагонопотоків згідно [1] розуміється її властивість, що забезпечує здатність виконання потрібних функцій при наявності визначених відмов її складових частин. Враховуючи, що найбільш важливою функцією, виконання якої можна розглядати як необхідну умову відповідності системи організації вагонопотоків її призначенню, є функція з просторового переміщення вагонів за умови дотримання строків доставки вантажів. В роботі запропоновано розглядати її як основну. Визначеною відмовою є подія, яка полягає у втраті залізничною станцією в умовах несприятливих (деструктивних) впливів (збоїв в технології роботи, виникнення транспортних подій) здатності виконувати основну функцію щодо пропуску вагонів за призначеннями ПФП.

## 2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

При дослідженні живучості мережевої структури основний інтерес представляє її критичний рівень, тобто перехід від мережевої структури, що задовольняє умовам здійснення перевезень, до відмови виконання основної функції в результаті деструктивних впливів (видалення окремого елемента). Питання живучості тісно пов'язані з такою властивістю системи, як "протікання", що вивчається в межах теорії перколяції [2, 3]. Теорія перколяції розглядає процеси регулярного руху у випадковому середовищі. Для рішення задачі дослідження живучості системи організації вагонопотоків в поїзди процес протікання (перколяції) можна розглядати як зміну дальності маршрутів перевезення вантажів на мережі при збільшенні кількості відмов [4]. За такою постановкою критичний рівень живучості системи відповідає порогу перколяції – критична концентрація відмов в мережі, коли виникає зв'язна область станцій, що припинили виконувати свої функції або так званий "перколяційний" кластер, який призводить до неможливості пропуску вагонопотоків в мережі. Для дослідження властивостей протікання в роботі запропоновано застосувати дискретну модель, в основі якої лежить направлений граф, вершини якого відповідають станціям відправлення або прибуття поїздів, тоді як дуги є призначеннями плану формування. Приймаючи до уваги, що обмежуючим елементом при дослідженні пропускної спроможності в мережі призначень ПФП є станція, то деструктивний вплив запропоновано здійснювати на вершини графа. Така постановка відповідає задачі перколяції вузлів (англ., site percolation problem) [5]. Відповідно до поставленої

задачі вершини графа можуть бути в активному стані з ймовірністю  $p$  та в неактивному (деактивованому) з ймовірністю  $q = 1 - p$ . Призначення стану вершинам виконується у випадковому порядку відповідно до рівномірного закону розподілу [4]. Для перевірки відповідності системи організації вагонопотоків її призначенню запропоновано на кожному кроці моделювання здійснювати розрахунок таких показників, як [6]:

– середній інверсний шлях між вузлами мережі, що розраховується за формулою

$$l_{inv} = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i>j} \frac{1}{d_{ij}},$$

де  $n$  – кількість вузлів;  $d_{ij}$  – найкоротша відстань між вузлами  $i$  та  $j$ , що вимірюється у кількості кроків;

– діаметр графової структури (максимальна кількість кроків між двома станціями в мережі), що розраховується за формулою

$$d = \max\{d_{ij}\}.$$

Аналіз даних показників дозволить оцінити швидкість просування вагонопотоків в мережі призначень ПФП в умовах деструктивних впливів. Слід зазначити, що розрахунок найкоротшого шляху між двома вершинами здійснено за алгоритмом Дейкстри [7]. Для визначення порогу перколяції необхідним є встановлення критерію протікання. Найбільш прийнятним критерієм є середній інверсний шлях між вузлами мережі. За таких умов порогу перколяції буде відповідати момент, при якому середній шлях між станціями в мережі досягне найбільшого значення. Тоді як швидкість просування вагонопотоків знизиться до критичних показників, що відповідає найменшим значенням пропускної спроможності залізничної мережі. З практичної точки зору такі маршрути є дуже довгими, строки доставки вантажів будуть порушені, а отже залізнична мережа втратить свою ефективність.

Приймаючи до уваги відомі дослідження [3, 5], в роботі запропоновано дослідити живучість мережі призначень ПФП в умовах випадкових відмов станцій в мережі (випадкова перколяція) та при так званих запланованих відмовах (корельована перколяція), коли деструктивний вплив здійснюється цілеспрямовано послідовно на станції з найбільшим вихідним ступенем зв'язності.

### 3. Проведення експериментальних досліджень фазових переходів в системі організації вагонопотоків в поїзді

Для аналізу процесу фрагментації мережі призначень ПФП та фазового переходу при перколяції запропоновано здійснювати розрахунок розмірів найбільшого та другого за величиною кластерів. На рис. 1, а, б наведено відповідно графіки залежності кількості вузлів (рис. 1, а) та зв'язків (рис. 1, б) в графі призначень ПФП від кроків руйнування за двома варіантами перколяції.

Приймаючи до уваги, що на початку моделювання граф призначень ПФП має 182 вершини та 482 зв'язки, то при випадковій перколяції повне руйнування мережі відбувається на 170 кроці, тоді як при послідовному видаленні вузлів з найбільшим вихідним ступенем фрагментація в мережі виникає на 81 кроці.

Окрім повного руйнування мережі призначень ПФП цікавим є встановлення порогу протікання, при якому виникає так званий геометричний фазовий перехід системи організації вагонопотоків. Розглянемо залежність середнього інверсного шляху в мережі від кроків руйнування при різних варіантах перколяції (рис. 2, а)

Як видно з графіку (рис. 2, а) в умовах випадкової перколяції лише на 130 кроці деструктивного впливу мережа призначень ПФП різко змінює свій показник середнього інверсного шляху з відносно стабільного на 129 кроці 3,4322 до 2,83 на 130 кроці, та 2,65 на 131.

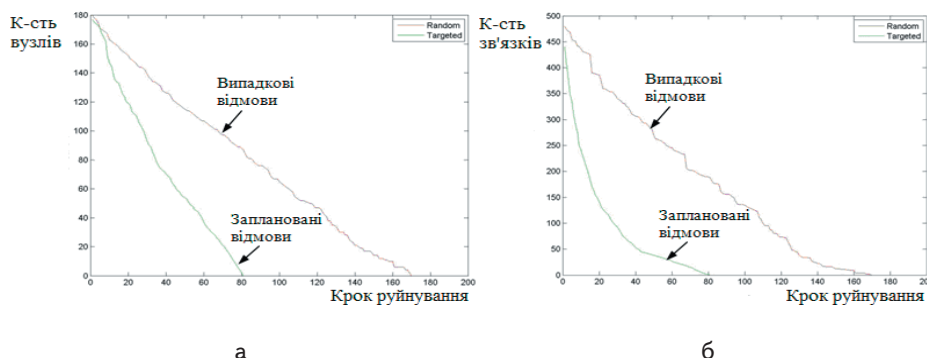


Рис. 1. Результати моделювання за двома варіантами перколяції: а – графік залежності кількості діючих вузлів в мережі призначень ПФП від кроків руйнування; б – графік залежності кількості діючих зв'язків в мережі призначень ПФП від кроків руйнування

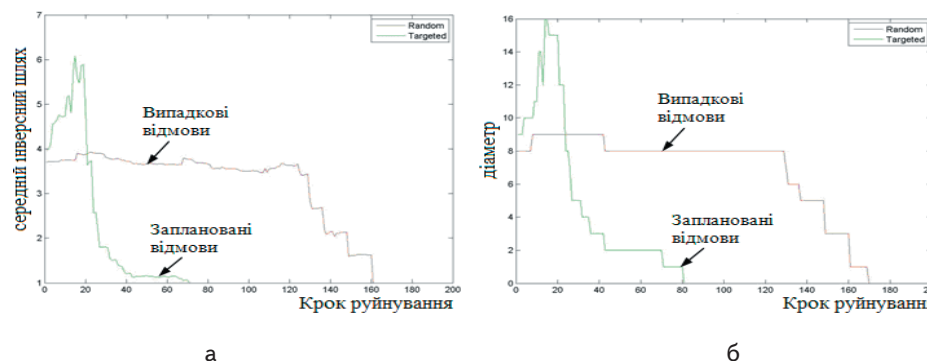


Рис. 2. Результати моделювання за двома варіантами перколяції: а – графік залежності середнього інверсного шляху в мережі призначень ПФП від кроків руйнування; б – графік залежності діаметру в мережі призначень ПФП від кроків руйнування

За три кроки відбувається падіння показника на 22,8 % з подальшою тенденцією спаду, що характеризує повне руйнування мережі. Аналіз залежності показника діаметр графа від кроків руйнування (рис. 2, б) дзеркально відображає таку ж саму тенденцію. Діаметр на 130 кроці складає 7 переформуваль після чого спостерігається різке падіння. При цілеспрямованому деструктивному впливі показник середнього інверсного шляху досягає свого максимуму на 15 кроці та становить 6,08 переформуваль після чого за 14 кроків відбувається різке падіння показника на 70,6 %. Така ситуація чітко характеризує фазовий перехід в системі, а тому можна стверджувати, що поріг протікання при корельованій перколяції становить  $p_c = 0,082$ , або при послідовній відмові 8,2 % станцій з найбільшим вихідним ступенем. Відповідно до залежності на рис. 2, б на 15 кроці діаметр мережі становить 16 переформуваль, що є дуже великим (можна сказати критичним) значенням для ефективної організації перевезень вантажів.

Для підтвердження значень порогу протікання в мережі призначень ПФП на рис. 3 побудовані залежності розміру найбільшого кластера (рис. 3, а) та розміру другого за величиною кластера (рис. 3, б) в мережі від кроків руйнування за двома варіантами перколяції.

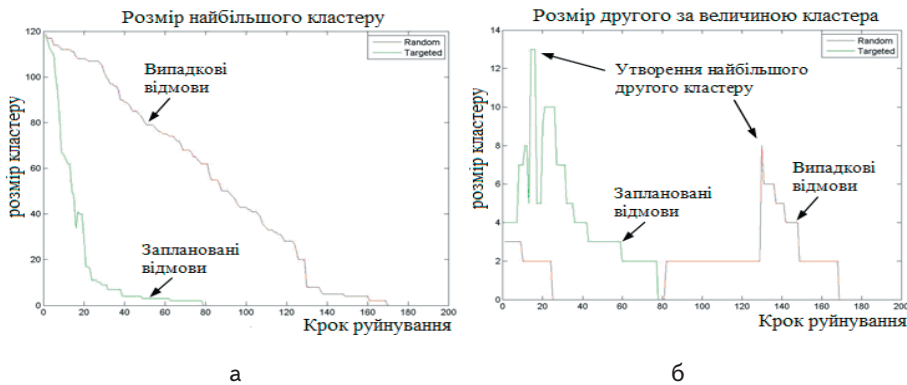


Рис. 3. Результати моделювання за двома варіантами перколяції: а – графік залежності розміру найбільшого в мережі від кроків руйнування; б – графік залежності розміру другого за величиною кластера в мережі від кроків руйнування

Одразу можна спостерігати фазовий перехід в системі при досягненні максимального значення розміру другого за величиною кластера (рис. 3, б) або сильно зв'язної компоненти (англ., strongly connected components) [7], що досягає значення 8 станцій при випадковій перколяції на 130 кроці, при корельованій перколяції на 15 кроці – 13 станцій.

За допомогою програмного пакету RAJEK [9, 10] в роботі запропоновано візуалізувати мережу призначень ПФП на початковому етапі моделювання та при досягненні порогу перколяції (рис. 4). Перед моделюванням

щільність вихідної мережі складає 0,01471262, середній ступінь вершини графа складає 5,32596685, тоді як на 130 кроці випадкового деструктивного впливу (рис. 4, б) щільність – 0,00196232, середній ступінь вершини графа складає 0,71428571, кількість зв'язків – 65. При корельованій перколяції (рис. 4, в) на 15 кроці деструктивного впливу щільність – 0,00555488, середній ступінь вершини графа складає 2,02197802, кількість зв'язків – 184.

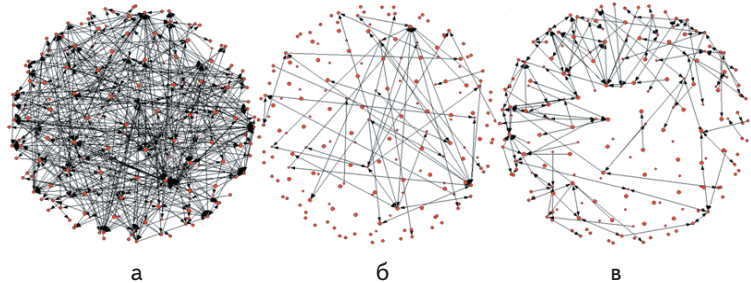


Рис. 4. Граф мережі призначень ПФП: а – перед деструктивним впливом; б – на 130 кроці руйнування мережі при досягненні порогу протікання при випадковій перколяції; в – на 15 кроці руйнування мережі при досягненні порогу протікання при корельованій перколяції

Здійсимо аналіз найбільшої компоненти графа, що досяг критичної точки протікання в процесі випадкової та корельованої перколяції. Для виділення

найбільш стійких структур в мережі призначень ПФП запропоновано обчислити к-ядра графа найбільшої компоненти [10, 11]. Під ядром розуміється підмножина вершин, яка одночасно є внутрішньо та зовнішньо стійкою.  $k$  дорівнює числу сусідів з якими кожна вершина в ядрі. Обчислення  $k$ -ядер графа було здійснено за допомогою програми RAJEK. Граф найбільшої компоненти при випадковій перколяції має 3 ядра (рис. 5, а), тоді як при корельованій – 4 ядра.

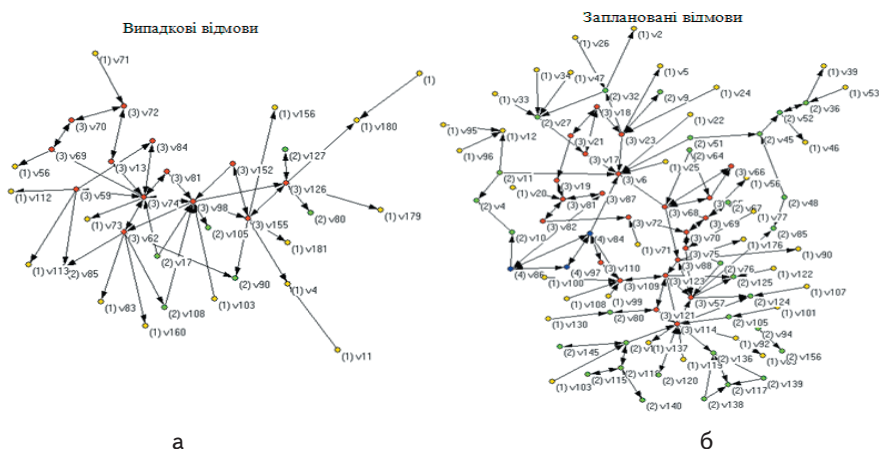


Рис. 5. Граф найбільшої компоненти при досягненні порогу протікання: а – в умовах випадкових відмов; б – в умовах запланованих відмов

На рис. 6. а, б наведено основні зв'язні ядра графа найбільшої компоненти відповідно при випадкових та запланованих відмовах. Критичний стан мережі в умовах випадкових відмов характеризується ядром з 13 залізничних станцій, що мають зв'язність не менше ніж з трьома станціями-сусідами. Тоді як при цілеспрямованому видаленні вершин з найбільшим вихідним ступенем можна виділити два ядра, що складаються з трьох станцій які мають по чотири зв'язки зі своїми сусідами та 23 станції, кожна з яких має по три зв'язки з своїми сусідами.

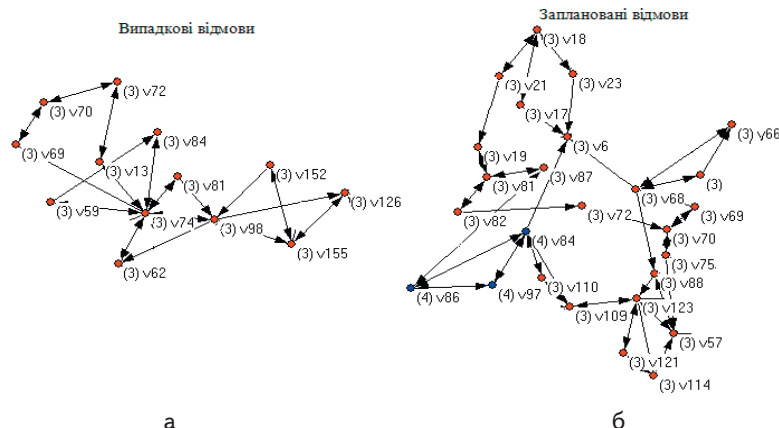


Рис. 6. Граф основних ядер найбільшої компоненти в умовах критичного стану: а – при випадкових відмовах; б – при запланованих відмовах

Аналіз показника вихідного ступеню на початку моделювання для станцій, що входять в структуру k-ядер найбільшої компоненти при досягненні критичного стану мережі призначень ПФП свідчить, що в умовах випадкових відмов залишилося сім станцій (54 % від загальної кількості) зі значенням вихідного ступеня більше 10 (серед яких є важливі сортувальні станції), тоді як в умовах послідовних

відмов залишилося лише дві станції (8 % від загальної кількості).

#### 4. Висновки

При аналізі живучості за допомогою теорії перколяції було визначено критичний стан системи, встановлено, що мережа призначень ПФП надзвичайно стійка до випадкових відмов, повне руйнування мережі відбувається при відмові 94 % станцій від загальної кількості. В умовах запланованих відмов руйнування мережі відбувається при зупинці 45 % станцій від загальної їх кількості. За таких умов досягнення порогу протікання виникає при послідовній відмові 8,2 % станцій з найбільшим вихідним ступенем, що характеризує топологічну структуру даної мережі як дуже нестійку при руйнуваннях такого типу. Такі показники живучості системи пояснюються неомогенною топологічною структурою, що дає підстави висунути гіпотезу про приналежність мережі призначень ПФП до типу так званих масштабно інваріантних мереж [12].

Слід зазначити, що проведені дослідження живучості системи організації вагонопотоків в поїзди не є повними, так як в подальшому необхідним є аналіз реалізації корельованої перколяції при послідовних відмовах вершин з такими типами центральності як близькість (*англ.*, closeness centrality) та посередництво (*англ.*, betweenness centrality). З практичної точки зору отримані результати дозволяють встановити найбільш важливі станції на мережі, ефективність роботи яких сильно впливає на перевізну та пропускну спроможність залізничної мережі в цілому.

#### Література

1. Надійність техніки. Терміни та визначення: ДСТУ 2860-94. – [Чинний від 01.01.1996]. – К.: Держстандарт України, 1994. – 33 с. – (Національний стандарт України).
2. Додонов, А. Г., Ландэ, Д. В. Живучість інформаційних систем [Текст] / Додонов, А. Г., Ландэ, Д. В. – К.: Наук. думка, 2011. – 256с.
3. Тарасевич, Ю. Ю. Перколяція: теорія, приложення, алгоритми: Учебное пособие [Текст] / Ю. Ю. Тарасевич // М.: Едиториал УРСС, 2002. – 112 с.
4. Cuquet, M. Limited-path-length entanglement percolation in quantum complex networks [Text] / Marti Cuquet, John Calsamiglia // Journals PHYSICAL REVIEW, 2011. – V. 83. – 14 p.
5. Broadbent, S. K. Percolation processes I. Crystals and mazes. [Text] / Broadbent, S. K., Hammersley, J. M. // Proc. Camb. Phil. Soc. – 1957. – 53. – P. 629-641.
6. Wasserman, S. Social Network Analysis: Methods and Applications [Text] / Wasserman, S., Faust, K. // Cambridge University Press, Cambridge, 1994.
7. Альфред, В. Ахо. Структури даних и алгоритми [Текст] / Альфред, В. Ахо, Джон, Э. Хопкрофт, Джеффри, Д. Ульман. – изд. дом «Вильямс», Москва. – 2000. – 384 с.
8. Newman, M. E. J. The Physics of Networks [Text] / M. E. J. Newman // Physical Today, November, 2008. – P.33-38.
9. Batagelj, V., Mrvar, A., Pajek: Package for Large Networks, Version 1.10 (October 25, 2005). University of Ljubljana, Ljubljana.
10. W. de, Nooy, Mrvar, A., Batagelj, V., Exploratory Social Network Analysis with Pajek (Structural Analysis in the Social Sciences) [Text], Cambridge University Press, Cambridge, 2005.
11. Réka, A. Statistical mechanics of complex networks [Text] / A. Réka, A.-L. Barabasi // Reviews of Modern Physics, Jan. 2002. – 74. – P. 47-97.
12. Barabási, A. L. Emergence of scaling in random networks [Text] / Barabási, A. L., Albert, R. // Science, 1999. – P. 509–512.