

ФАКУЛЬТЕТ АВТОМАТИКИ, ТЕЛЕМЕХАНІКИ ТА ЗВ'ЯЗКУ

Кафедра електротехніки та електричних машин

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до практичних занять з дисципліни
«ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ»

Частина 4
ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ В ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ
КОЛАХ

для студентів напрямку підготовки «Електричний транспорт»
та напрямку підготовки
«Електричні системи та комплекси транспортних засобів»
денної форми навчання

Харків - 2015

Методичні вказівки розглянуто та рекомендовано до друку на засіданні кафедри електротехніки та електричних машин 26 березня 2014 р., протокол № 9.

Викладені рекомендації щодо проведення практичних занять активним методом, наведені необхідні теоретичні положення, приклади розрахунків, запропоновані контрольні запитання для самоконтролю та задачі для самостійної роботи.

Методичні вказівки призначені для студентів денної форми навчання спеціальностей 6.092202 “Електричний транспорт” та 6.092201 “Електричні системи та комплекси транспортних засобів”, що вивчають дисципліну “Теоретичні основи електротехніки”.

Укладачі:

доценти С.М. Тихонравов,
О.Є. Зінченко

Рецензент

доц. О.М. Прогонний

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до практичних занять з дисципліни
«ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ»

Частина 4
ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ В ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ

для студентів напряму підготовки «Електричний транспорт»
та напрямку підготовки
“Електричні системи та комплекси транспортних засобів”
денної форми навчання

Відповідальний за випуск Зінченко О.Є.

Редактор Еткало О.О.

Підписано до друку 14.04.14 р.

Формат паперу 60x84 1/16. Папір писальний.

Умовн.-друк.арк. 1,75. Тираж 25. Замовлення №

Видавець та виготовлювач Українська державна академія залізничного транспорту,

61050, Харків-50, майдан Фейсрбаха, 7.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 2874 від 12.06.2007 р.

Методичні вказівки розглянуто та рекомендовано до друку на засіданні кафедри електротехніки та електричних машин 26 березня 2014 р., протокол № 9.

Викладені рекомендації щодо проведення практичних занять активним методом, наведені необхідні теоретичні положення, приклади розрахунків, запропоновані контрольні запитання для самоконтролю та задачі для самостійної роботи.

Методичні вказівки призначені для студентів денної форми навчання спеціальностей “Електричний транспорт” та “Електричні системи та комплекси транспортних засобів”, що вивчають дисципліну “Теоретичні основи електротехніки”.

Укладачі:

доценти С.М. Тихонравов,
О.Є. Зінченко

Рецензент

доцент О.М. Прогонний

ЗМІСТ

Загальні положення	4
Практичне заняття 1. Аналіз та розрахунок лінійного електричного кола з урахуванням перехідних процесів класичним методом (індуктивність)	5
1.1 Вихідні дані та завдання.....	5
1.2 Методичні рекомендації до виконання та приклад розрахунку.....	7
Контрольні запитання.....	11
Практичне заняття 2. Аналіз та розрахунок лінійного електричного кола з урахуванням перехідних процесів класичним методом (ємність)	12
2.1 Вихідні дані та завдання.....	12
2.2 Методичні рекомендації до виконання та приклад розрахунку.....	12
Контрольні запитання.....	17
Практичне заняття 3. Аналіз та розрахунок лінійного електричного кола з урахуванням перехідних процесів операторним методом	18
3.1 Вихідні дані та завдання.....	18
3.2 Методичні рекомендації щодо виконання та приклад розрахунку.....	18
Контрольні запитання.....	23
Практичне заняття 4. Контрольне модульне тестування ...	24
4.1 Загальні положення	24
Тестові питання за темою «Розрахунок лінійних електричних кіл з урахуванням перехідних процесів».....	24
Список літератури	20
Додаток А. Основні електричні величини	28
Додаток Б. Операторні зображення функцій часу, що мають поширене застосування в електротехніці	29

ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Практичні заняття з теоретичних основ електротехніки під керівництвом викладача, що передбачені навчальним планом у другому семестрі, є важливою складовою навчального процесу і мають велике значення для успішного засвоєння дисципліни.

На практичних заняттях відбувається становлення професійного мислення майбутніх інженерів електротехнічного напрямку та основне закріплення складного теоретичного матеріалу.

Проведення практичних занять в активній формі з індивідуальним контролем кінцевих результатів спонукає студентів до самостійної творчої роботи.

Четвертий контрольний модуль дисципліни «Теоретичні основи електротехніки» сягає за часом другої половини другого семестру і складається з чотирьох змістових модулів:

1 Аналіз та розрахунок лінійного електричного кола з урахуванням перехідних процесів класичним методом.

2 Аналіз та розрахунок лінійного електричного кола з урахуванням перехідних процесів операторним методом.

3 Електричні кола з розподіленими параметрами.

4 Теорія чотириполюсників.

Календарний план практичних занять побудовано за схемою «від простого до складного» та логічно ув'язано з лекційним курсом та планом лабораторних робіт. Окремі розділи курсу більш ретельно вивчаються на лабораторному практикумі. Матеріал третього та четвертого змістового модулів, а також навички розрахунку перехідних процесів у колах з двома накопичувачами енергії закріплюються студентами самостійно.

Варіанти розрахункових схем та числових даних на практичних заняттях визначає викладач. Наприклад, за двозначним номером прізвища студента у журналі групи. За першою цифрою визначається номер варіанта з таблиці числових даних, а за другою – номер схеми з рисунка.

Конкретні задачі, електричні кола для розрахунку та їх числові дані, що наведені у цих методичних вказівках, треба розглядати як приблизні і базові. Викладач має змогу змінювати

їх як у бік полегшення для студентів, які не встигають, так і у бік ускладнення для забезпечення розвитку здібностей відмінників.

Для ефективного засвоєння матеріалу найбільш продуктивним є проведення практичних занять у формі багатоваріантних контрольних робіт з обов'язковою оцінкою, яка враховується при розрахунку загальної модульної оцінки кожного студента. На початку заняття викладач дає загальні рекомендації щодо виконання контрольної роботи з посиланням на відповідні розділи лекційного курсу, а потім, під час виконання роботи, відповідає на питання та допомагає кожному розібратися у тонкощах розрахунків.

Якщо якісь окремі питання набувають масового характеру, доцільно зупинити процес роботи та дати роз'яснення для всієї групи з обов'язковою фіксацією зроблених висновків у відповідних місцях конспектів лекцій.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 1

Аналіз та розрахунок лінійного електричного кола з урахуванням перехідних процесів класичним методом (індуктивність)

1.1 Вихідні дані та завдання

В електричному колі з джерелом постійної напруги, що зображене на рисунку 1.1, відбувається комутація через переведення ключа у друге положення за стрілкою. Величини ЕРС джерела **E**, активних опорів **R** та індуктивності **L** наведено в таблиці 1.1.

Необхідно визначити струм через індуктивний елемент з урахуванням перехідного процесу класичним методом та побудувати графік залежності цього струму від часу за період від $t_1 = -\infty$ до $t_2 = +\infty$.

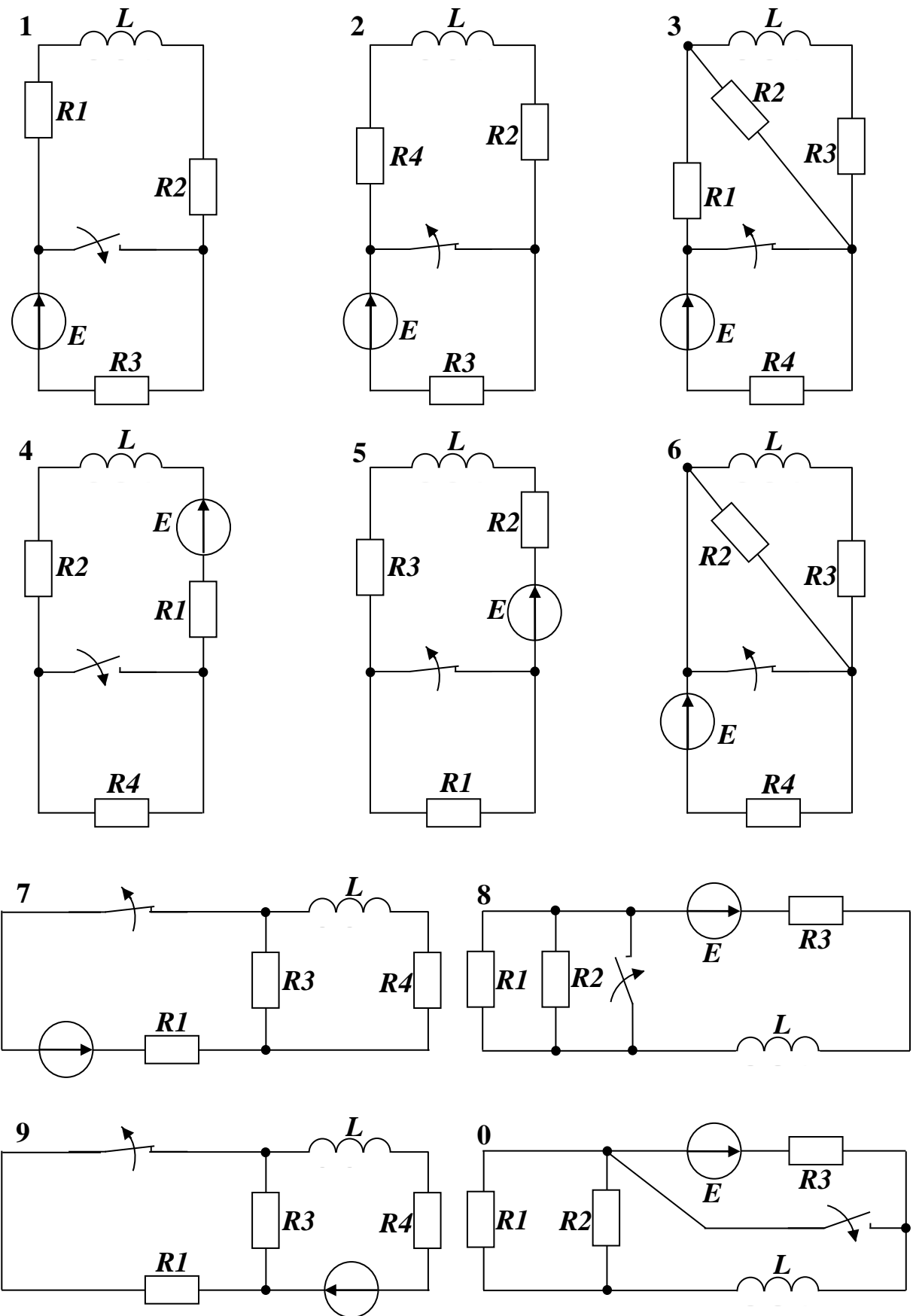


Рисунок 1.1 – Варіанти схем для розрахунку

Таблиця 1.1

Варіант	Номінали елементів схеми					
	E, В	L, мГн	R1, Ом	R2, Ом	R3, Ом	R4, Ом
1	200	130	7	10	12	18
2	160	190	6	12	10	8
3	120	250	12	18	5	10
4	80	320	9	5	14	7
5	100	280	6	12	15	9
6	140	220	15	5	10	9
7	180	160	5	10	5	12
8	220	100	10	5	12	20
9	60	90	15	10	5	18
0	120	250	12	18	10	5

1.2 Методичні рекомендації до виконання та приклад розрахунку

Послідовність розрахунку

1 Розрахувати схему у сталому режимі до комутації та знайти струм через індуктивний елемент $i_L(0_-)$.

2 Розрахувати схему у сталому режимі після комутації та знайти примусову складову струму через індуктивний елемент $i_L(\infty) = i_{np}$.

3 Скласти характеристичне рівняння та знайти його корені.

Для цього треба у вихідному колі після комутації закортити джерела ЕРС, залишаючи замість них їх внутрішні опори, та забрати зі схеми гілки з джерелами струму. В отриманому замкненому колі без джерел розімкнути одну будь-яку гілку та відносно цього розриву записати вираз еквівалентного повного опору $Z(j\omega)$ у вигляді комплексного числа.

Потім замінити у виразі еквівалентного повного опору $j\omega$ на p і отриманий вираз прирівняти до нуля. Це є характеристичне рівняння $Z(p) = 0$.

Якщо у схемі є тільки один накопичувач електричної енергії (індуктивність або ємність), то характеристичне рівняння буде мати лише один від'ємний корінь ($p = -\alpha$).

4 Записати вираз вільної складової струму через індуктивний елемент. Якщо характеристичне рівняння має тільки один корінь, то вільна складова струму має вигляд експоненціальної функції $i_{cv} = A \cdot e^{p \cdot t}$.

5 Розрахувати константу інтегрування за формулою $A = i_L(0_+) - i_{np}(0_+)$ з урахуванням того, що за першим законом комутації $i_L(0_+) = i_L(0_-)$, а оскільки у схемі джерело постійної напруги, то $i_{np}(0_+) = i_L(\infty)$.

6 Записати кінцевий вираз струму через індуктивний елемент з урахуванням перехідного процесу як функцію часу у вигляді суми примусової та вільної складових $i_L(t) = i_{np} + i_{cv}$.

7 Побудувати графік залежності розрахованого струму через індуктивний елемент від часу t у межах від $(-\infty)$ до $(+\infty)$.

Приклад розрахунку

Нехай задане коло, що зображене на рисунку 1.2, з вихідними даними: $E = 200$ В, $L = 320$ мГн, $R1 = 60$ Ом, $R2 = 40$ Ом

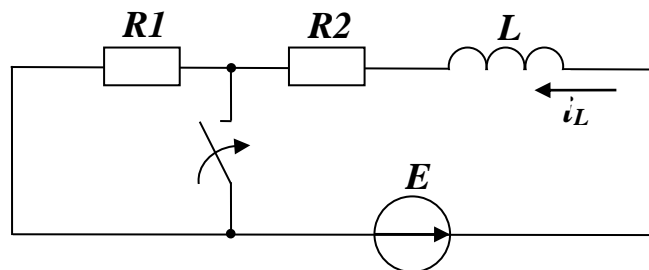


Рисунок 1.2 – Розрахункове коло з одним індуктивним елементом

1 У сталому режимі до комутації ключ розімкнено і до джерела постійної ЕРС E підключено послідовно з'єднані елементи $R1$, $R2$ та L . Оскільки при протіканні постійного струму індуктивний елемент себе ніяк не проявляє, то струм через котушку визначаємо за законом Ома

$$i_L(0_-) = \frac{E}{R1 + R2} = \frac{200}{60 + 40} = 2 \text{ А.}$$

2 У мить комутації замкнений ключ закорочує опір R_1 , і у сталому режимі через безкінечно великий час після комутації до джерела постійної ЕРС підключено послідовно з'єднані елементи R_2 та L . Струм, що протікає через котушку, теж визначаємо за законом Ома

$$i_L(\infty) = i_{np} = \frac{E}{R_2} = \frac{200}{40} = 5 \text{ А.}$$

3 Складаємо характеристичне рівняння. Для цього у вихідному колі після комутації закорочуємо джерело ЕРС, тобто замінюємо його прямою лінією без опору (оскільки джерело ЕРС за завданням ідеальне). В отриманому замкненому одноконтурному колі без джерел робимо розрив та записуємо вираз еквівалентного повного опору $Z(j\omega)$ у вигляді комплексного числа:

$$Z(j\omega) = R_2 + j\omega \cdot L.$$

4 Замінюємо $j\omega$ на p і отриманий вираз прирівнюємо до нуля. Це є характеристичне рівняння. Пам'ятаємо, що при підстановці величини індуктивності у розрахункову формулу мілігенрі треба перевести у генрі ($1 \text{ мГн} = 10^{-3} \text{ Гн}$).

$$Z(p) = R_2 + p \cdot L = 40 + p \cdot 0,32 = 0,$$

$$p = -\frac{40}{0,32} = -125 \text{ с}^{-1}.$$

5 Записуємо вираз вільної складової струму через індуктивний елемент. Оскільки характеристичне рівняння має тільки один корінь, то вільна складова струму має вигляд експоненціальної функції $i_{cv} = A \cdot e^{p \cdot t} = A \cdot e^{-125 \cdot t}$.

Величина, яка дорівнює модулю зворотного значення кореня характеристичного рівняння, називається сталою часу τ .

$$\tau = \left| \frac{1}{p} \right| = \left| \frac{1}{-125} \right| = 0,008 \text{ с} = 8 \text{ мс.}$$

За час τ вільна складова струму зменшиться у $e \approx 2.71$ раз.

6 Розраховуємо константу інтегрування з урахуванням того, що за першим законом комутації $i_L(0_+) = i_L(0_-)$, а оскільки у схемі джерело постійної напруги, то $i_{np}(0_+) = i_L(\infty)$.

$$A = i_L(0_+) - i_{np}(0_+) = 2 - 5 = -3 \text{ А.}$$

Таким чином, $i_{cb} = A \cdot e^{p \cdot t} = -3 \cdot e^{-125 \cdot t} \text{ А.}$

7 Записуємо шуканий струм у вигляді суми вільної та примусової складових.

$$i_L(t) = i_{np} + i_{cb} = 5 - 3 \cdot e^{-125 \cdot t}.$$

8 Будемо графік залежності струму через індуктивність від часу з урахуванням перехідного процесу (рисунок 1.3). Момент комутації збігається з початком координат. До комутації через індуктивність тече струм 2 А, у момент комутації цей струм не може змінитися стрибком, а після завершення перехідного процесу становить 5 А. За час $t = \tau$ вільна складова струму зменшується у 2,71 раз.

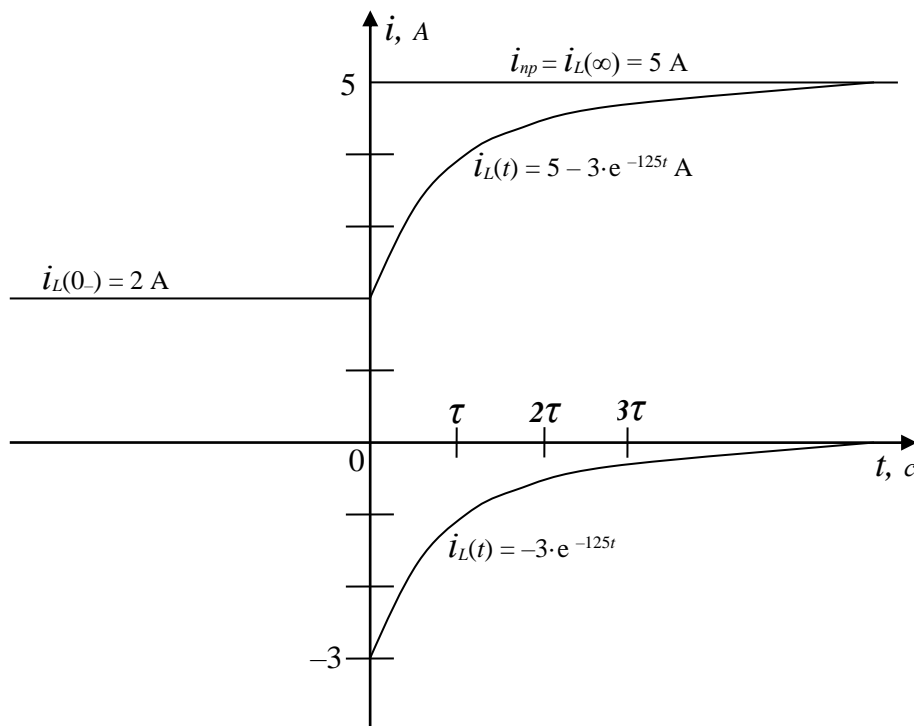


Рисунок 1.3 – Графік залежності струму через індуктивність

від часу з урахуванням перехідного процесу

Контрольні запитання

- 1 Що таке перехідний процес в електричному колі?
- 2 Коли в електричному колі виникають перехідні процеси?
- 3 Наявність яких елементів кола призводить до появи перехідних процесів?
- 4 Що таке сталий режим роботи електричного кола?
- 5 Сформулюйте перший закон комутації.
- 6 Чому струм через індуктивність не може змінюватись стрибком?
- 7 Чи можуть змінюватися стрибками струми та напруги на активному опорі?
- 8 Чи може змінюватися стрибком напруга на індуктивності?
- 9 Що таке початкові умови?
- 10 Що таке незалежні початкові умови?
- 11 Що таке неоднорідне диференціальне рівняння і як його розв'язати?
- 12 Навіщо розраховувати коло у сталому режимі до комутації?
- 13 Як знайти примусові складові струмів та напруг?
- 14 Що таке характеристичне рівняння?
- 15 Як скласти характеристичне рівняння за допомогою виразу повного комплексного опору?
- 16 Який вираз мають вільні складові струмів кола, якщо характеристичне рівняння має лише один від'ємний дійсний корінь?
- 17 Від чого залежить величина констант інтегрування?
- 18 Що таке стала часу перехідного процесу τ ?
- 19 У скільки разів змінюється величина вільної складової струму від моменту комутації до часу $t = \tau$?

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 2

Аналіз та розрахунок лінійного електричного кола з урахуванням перехідних процесів класичним методом (ємність)

2.1 Вихідні дані та завдання

В електричному колі з джерелом постійної напруги, що зображене на рисунку 2.1, відбувається комутація через переведення ключа у друге положення за стрілкою. Величини ЕРС джерел E_1 та E_2 , активних опорів R_1 , R_2 , R_3 та ємності C наведено в таблиці 2.1.

Необхідно визначити напругу на ємнісному елементі з урахуванням перехідного процесу класичним методом.

Таблиця 2.1

Варіант	Номінали елементів схеми					
	E_1 , В	E_2 , В	C , мкФ	R_1 , Ом	R_2 , Ом	R_3 , Ом
1	60	400	100	10	12	18
2	200	100	300	12	10	8
3	440	90	350	18	5	10
4	300	120	500	5	14	7
5	220	60	250	12	15	9
6	380	130	400	5	10	9
7	150	600	200	10	5	12
8	110	410	150	5	12	20
9	80	220	450	10	5	18
0	100	550	600	18	10	5

2.2 Методичні рекомендації до виконання та приклад розрахунку

Послідовність розрахунку

1 Розрахувати схему у сталому режимі до комутації та знайти напругу на ємнісному елементі $u_c(0_-)$.

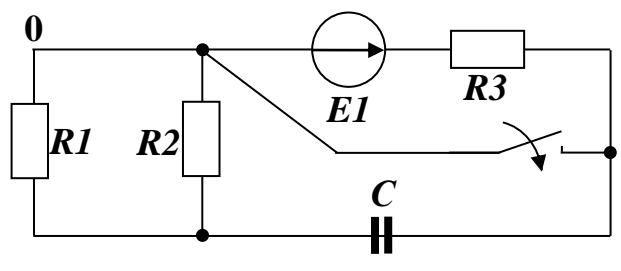
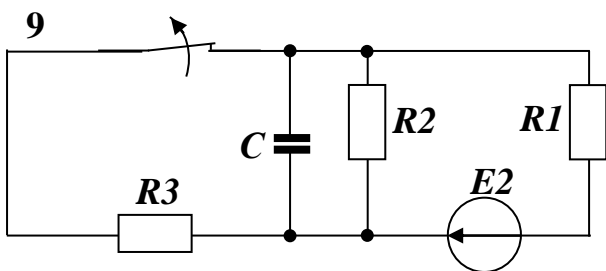
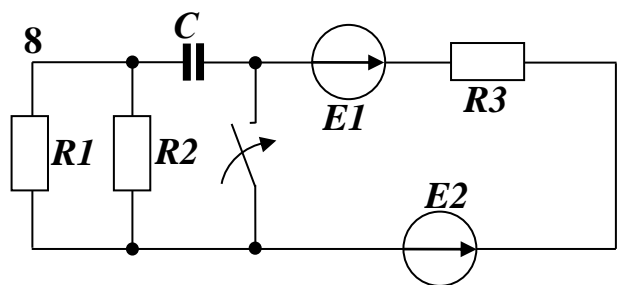
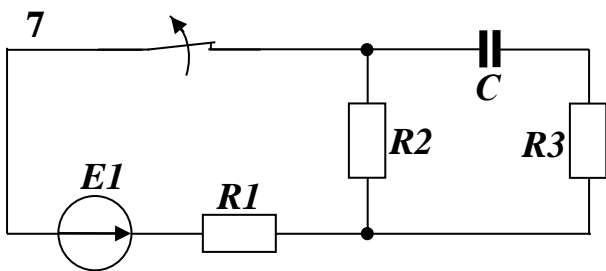
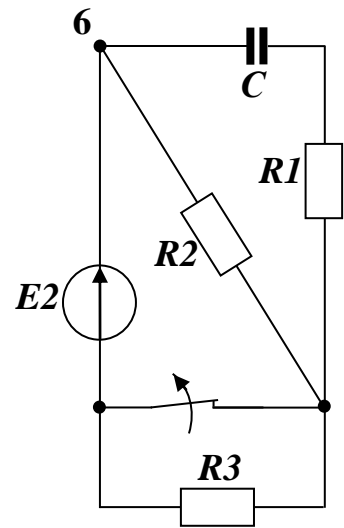
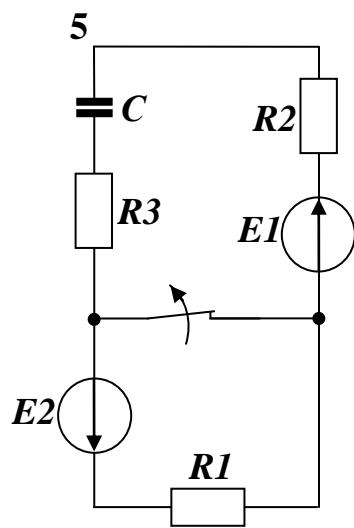
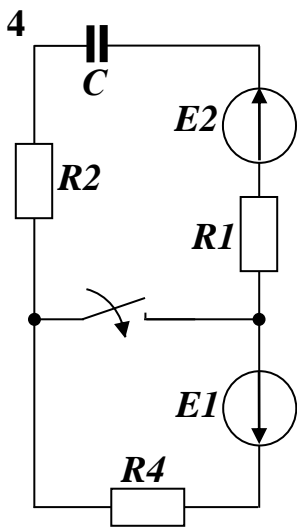
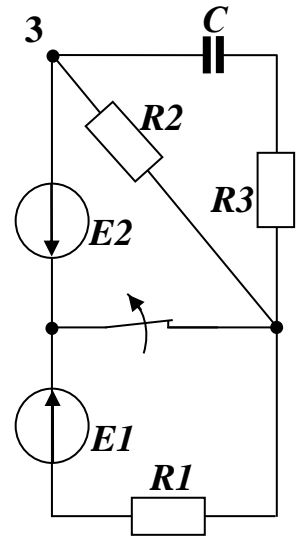
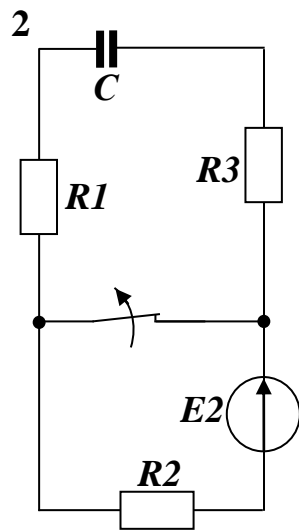
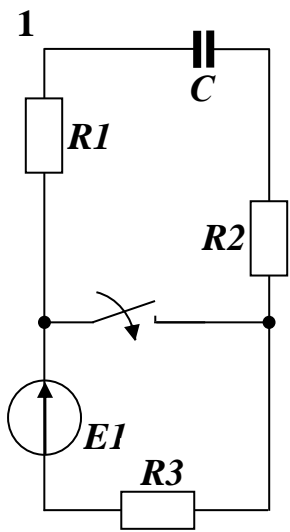


Рисунок 2.1 – Варіанти схем для розрахунку

2 Розрахувати схему у сталому режимі після комутації та знайти примусову складову напруги на ємнісному елементі $u_c(\infty) = u_{c np}$.

3 Скласти характеристичне рівняння та знайти його корені.

Для цього треба у вихідному колі після комутації закортити джерела ЕРС, залишаючи замість них їх внутрішні опори, та забрати зі схеми гілки з джерелами струму. В отриманому замкненому колі без джерел розімкнути одну будь яку гілку та відносно цього розриву записати вираз еквівалентного повного опору $Z(j\omega)$ у вигляді комплексного числа. Опісля замінити у виразі еквівалентного повного опору $j\omega$ на p і отриманий вираз прирівняти до нуля. Це є характеристичне рівняння $Z(p) = 0$.

Якщо у схемі є тільки один накопичувач електричної енергії (індуктивність або ємність), то характеристичне рівняння буде мати лише один від'ємний корінь ($p = -\alpha$).

4 Записати вираз вільної складової струму через ємнісний елемент. Якщо характеристичне рівняння має тільки один корінь, то вільна складова струму має вигляд експоненціальної функції $u_{cv} = A \cdot e^{p \cdot t}$.

5 Розрахувати константу інтегрування з урахуванням другого закону комутації за формулою

$$A = u_c(0_+) - u_{c np}(0_+).$$

Оскільки $u_{c np}$ є константа, то $u_{c np}(0_+) = u_c(\infty)$.

6 Записати кінцевий вираз напруги на ємнісному елементі з урахуванням перехідного процесу як функцію часу у вигляді суми примусової та вільної складових $u_c(t) = u_{c np} + u_{cv}$.

7 Побудувати графік залежності розрахованої напруги на ємнісному елементі від часу t у межах від $(-\infty)$ до $(+\infty)$.

Приклад розрахунку

Нехай задана схема, що зображена на рисунку 2.2 з вихідними даними: $E1 = 55 \text{ В}$, $E2 = 255 \text{ В}$, $C = 20 \text{ мкФ} = 0,00002 \text{ Ф}$, $R1 = 50 \text{ Ом}$, $R2 = 15 \text{ Ом}$.

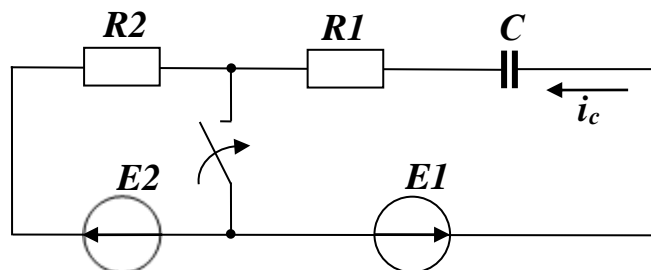


Рисунок 2.2 – Розрахункове коло з одним ємнісним елементом

1 У сталому режимі з розімкненим ключем до комутації коло має один контур, у якому послідовно з'єднані опори $R1$, $R2$, ємність C та два джерела ЕРС, що діють назустріч один одному.

Перехідний процес зарядки ємності закінчується, коли напруга на ній дорівнюватиме напрузі між вузлами, до яких підключено гілку з цим конденсатором. Якщо ємність розміщена в одноконтурному колі з джерелом постійної ЕРС, то після закінчення перехідного процесу вона заряджається до величини цієї ЕРС. Таким чином, ліва обкладка конденсатора буде мати позитивний заряд, а напруга дорівнюватиме

$$u_c(0_-) = E2 - E1 = 255 - 55 = 200 \text{ В.}$$

2 У мить комутації замкнений ключ розділяє коло на два замкнені контури, що мають лише одну загальну точку. У лівому контурі стрибком починає протікати струм, який можна знайти за законом Ома.

$$I_1 = \frac{E2}{R2} = \frac{255}{15} = 17 \text{ А.}$$

У правому контурі після завершення перехідного процесу (тобто через безкінечно великий час) після комутації напруга на ємності буде дорівнювати величині $-E1$. При цьому слід мати на увазі, що тепер позитивно буде заряджена права обкладинка конденсатора, що підключена до позитивної клеми джерела $E1$.

Тобто під час перехідного процесу напруга на конденсаторі у якусь мить пройде через нуль та змінить полярність.

Таким чином, $u_c(\infty) = u_{c_{np}} = -E1 = -55 \text{ В}$.

3 Складаємо характеристичне рівняння. Для цього у вихідному колі після комутації закорочуємо джерело ЕРС, тобто замінюємо його прямою лінією без опору (оскільки джерело ЕРС за завданням ідеальне). В отриманому замкненому одноконтурному колі без джерел робимо розрив та записуємо вираз еквівалентного повного опору $Z(j\omega)$ у вигляді комплексного числа.

$$Z(j \cdot \omega) = R1 - j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} = R1 - \frac{j^2}{j \cdot \omega \cdot C} = R1 + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C}.$$

4 Замінюємо $(j\omega)$ на (p) і отриманий вираз прирівнюємо до нуля. Це є характеристичне рівняння. Пам'ятаємо, що при підстановці величини індуктивності у розрахункову формулу мілігенрі треба перевести у генрі ($1 \text{ мГн} = 10^{-3} \text{ Гн}$).

$$Z(p) = R1 + \frac{1}{p \cdot C} = 50 + \frac{1}{p \cdot 0,00002} = 0.$$

Приводимо рівняння до загального знаменника, прирівнюємо до нуля чисельник та знаходимо шуканий корінь

$$\begin{aligned} \frac{50 \cdot p \cdot 0,00002 + 1}{p \cdot 0,00002} &= 0, \\ 50 \cdot p \cdot 0,00002 + 1 &= 0, \\ p &= -\frac{1}{50 \cdot 0,00002} = -1000 \text{ с}^{-1}. \end{aligned}$$

5 Записуємо вираз вільної складової напруги на ємнісному елементі. Оскільки характеристичне рівняння має тільки один корінь, то вільна складова струму має вигляд експоненціальної функції $u_{cv} = A \cdot e^{p \cdot t} = A \cdot e^{-1000 \cdot t}$.

Величина, яка дорівнює модулю зворотного значення кореня характеристичного рівняння, називається сталою часу τ .

$$\tau = \left| \frac{1}{p} \right| = \left| \frac{1}{-1000} \right| = 0.0001 \text{ c} = 1 \text{ мс.}$$

За час $t = \tau$ вільна складова струму зменшиться у $e \approx 2.71$ раз.

6 Розраховуємо константу інтегрування з урахуванням того, що за другим законом комутації $u_c(0_-) = u_c(0_+)$.

$$A = u_c(0_+) - u_{cnp}(0_+) = 200 - (-55) = 255 \text{ В.}$$

Таким чином, $u_{cv} = A \cdot e^{p \cdot t} = 255 \cdot e^{-1000 \cdot t}$.

7 Записуємо шуканий струм у вигляді суми вільної та примусової складових $u_c(t) = u_{cnp} + u_{cv} = -55 + 255 \cdot e^{-1000 \cdot t}$.

8 Будуємо графік залежності струму через індуктивність від часу з урахуванням перехідного процесу (рисунок 2.3).

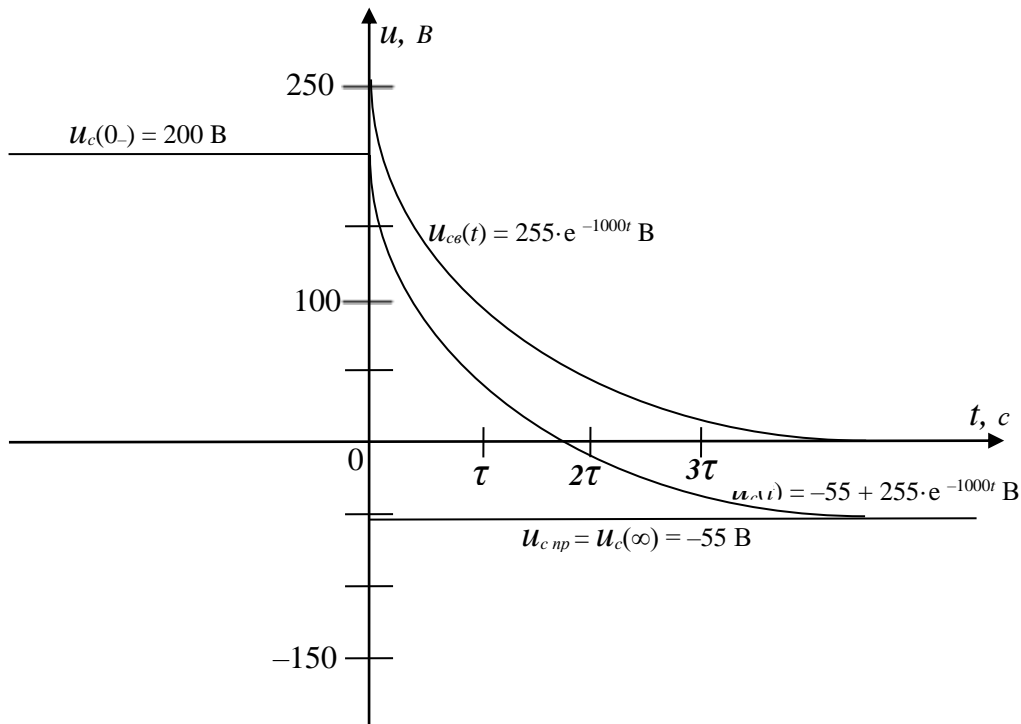


Рисунок 2.3 – Графік залежності напруги на ємнісному елементі від часу з урахуванням перехідного процесу

Контрольні запитання

- 1 Сформулюйте другий закон комутації.
- 2 Чому напруга на ємності не може змінюватись стрибком?
- 3 Чи може змінюватись стрибками струм через ємність?
- 4 Як знайти примусову складову напруги на ємності?
- 5 Чому дорівнюють примусові складові струмів та напруг, якщо замкнене коло після комутації не має джерел електричної енергії?
- 6 Як скласти характеристичне рівняння за наявності у колі ємності?
- 7 Який вигляд має вільна складова напруги на ємності, якщо характеристичне рівняння має лише один корінь?
- 8 Як розрахувати константу інтегрування за наявності у колі ємності?
- 9 У скільки разів змінюється величина вільної складової напруги за час τ ?

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 3

Аналіз та розрахунок лінійного електричного кола з урахуванням перехідних процесів операторним методом

3.1 Вихідні дані та завдання

В електричних колах з джерелом постійної напруги, що зображені на рисунках 1.1 та 2.1, відбувається комутація через переведення ключа у другий стан за стрілкою. Величини ЕРС джерел **E1** та **E2**, активних опорів **R1**, **R2**, **R3**, **R4** та ємності **C** наведено в таблицях 1.1 та 2.1.

Необхідно визначити струм через індуктивність та напругу на ємнісному елементі з урахуванням перехідного процесу операторним методом.

3.2 Методичні рекомендації до виконання та приклади розрахунків

Послідовність розрахунку

1 Розрахувати схему у сталому режимі до комутації, знайти струм через індуктивність $i_L(\theta_-)$ та напругу на ємнісному елементі $u_c(\theta_-)$.

2 Скласти операторну схему заміщення кола після комутації згідно з правилами перетворення Карсона. Для цього послідовно з індуктивним елементом ввести до схеми додаткове джерело з зображенням $p \cdot L \cdot i_L(\theta_+)$ за напрямком струму, а послідовно з ємнісним елементом - додаткове джерело з зображенням $u_c(\theta_+)$, полярність якого збігається з полярністю на обкладках зарядженого конденсатора. Напрямок стрілки джерела вказує на обкладку з позитивним зарядом. Інші елементи кола замінюють їх зображеннями (за перетворенням Карсона):

- замість джерела постійної ЕРС саме джерело E_1 або E_2 ;
- замість активного опору сам активний опір R_1, R_2, R_3, R_4 ;
- замість індуктивного елемента його зображення $p \cdot L$;
- замість ємнісного елемента його зображення $\frac{1}{p \cdot C}$.

3 Знайти операторний еквівалентний опір $Z(p)$ та зображення струму $I(p)$ за операторним законом Ома. Якщо потрібно, то для знаходження зображень інших струмів у гілках використати формули розкиду.

4 Шляхом простих алгебраїчних перетворень подати зображення струмів у вигляді відношення двох поліномів

$$I(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}.$$

5 Знайти оригінали струмів за формулою розкладення Хевісайда.

$$i(t) = \frac{F_1(0)}{F_2(0)} + \frac{F_1(p_1)}{p_1 \cdot F_2'(p_1)} \cdot e^{p_1 t},$$

де $F_1(0)$ – значення функції чисельника $F_1(p)$ при $p=0$;

$F_2(0)$ – значення функції знаменника $F_2(p)$ при $p=0$;

p_1 – корінь рівняння $F_2(p)=0$;

$F_1(p_1)$ – значення функції чисельника $F_1(p)$ при $p=p_1$;

$F_2'(p1)$ – значення функції першої похідної від виразу знаменника дроби зображення струму $F_2'(p)$ за змінною p при $p=p1$;

5 Якщо треба шукати закон зміни напруги на ємнісному елементі, то після знаходження оригіналів струмів записати другий закон Кірхгофа для контуру з цим конденсатором після комутації, з якого й знайти шуканий вираз $u_c(t)$.

Приклад розрахунку кола з одним конденсатором

Оскільки кінцевий результат розрахунку кола не залежить від методу, доцільно задля більш наочного порівняння обрати те ж саме коло (див. рисунок 2.2), що вже було розраховано класичним методом з такими вихідними даними: $E1 = 55 \text{ В}$, $E2 = 255 \text{ В}$, $C = 20 \text{ мкФ} = 0,00002 \text{ Ф}$, $R1 = 50 \text{ Ом}$, $R2 = 15 \text{ Ом}$.

1 У сталому режимі до комутації коло, що має один контур з послідовно з'єднаними опорами $R1$, $R2$, конденсатор та два джерела ЕРС, було розраховано раніше (див. приклад розрахунку до практичного заняття 2). Як було доведено, ліва обкладка конденсатора буде мати позитивний заряд, а напруга в останню мить до комутації дорівнюватиме

$$u_c(0_-) = E2 - E1 = 255 - 55 = 200 \text{ В}.$$

2 Складаємо операторну схему заміщення кола після комутації згідно з правилами перетворення Карсона (рисунок 3.1).

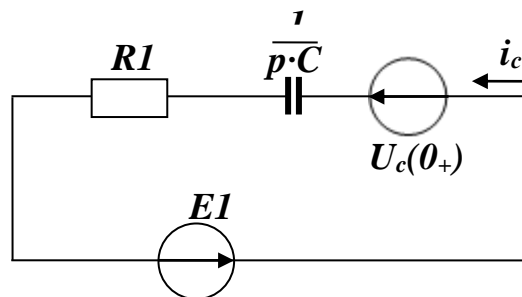


Рисунок 3.1 – Операторна схема заміщення кола після комутації

3 Записуємо операторний опір та знаходимо зображення струму за операторним законом Ома:

$$Z(p) = R1 + \frac{I}{p \cdot C},$$

$$I(p) = \frac{E1 + Uc(0_+)}{Z(p)} = \frac{E1 + Uc(0_+)}{R1 + \frac{I}{p \cdot C}} = \frac{55 + 200}{50 + \frac{I}{p \cdot 0.00002}} = \frac{255 \cdot p \cdot 0.00002}{50 \cdot p \cdot 0.00002 + 1} =$$

$$= \frac{255 \cdot p \cdot 0.00002}{50 \cdot p \cdot 0.00002 + 1} = \frac{p \cdot 0.0051}{p \cdot 0.001 + 1} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}.$$

4 Прирівнюємо до нуля знаменник дроби $I(p)$ та знаходимо корінь рівняння

$$F_2(p) = 0,$$

$$p \cdot 0.001 + 1 = 0,$$

$$p1 = -\frac{1}{0.001} = -1000 \text{ c}^{-1}.$$

5 Знаходимо вираз першої похідної $F_2'(p)$ за змінною p від виразу знаменника дроби зображення струму $F_2(p) = p \cdot 0.001 + 1$,

$$F_2'(p) = 0.001.$$

6 Знаходимо оригінал струму за формулою розкладення Хевісайда з урахуванням того, що $F_2'(p1) = 0.001$.

$$i(t) = \frac{F_1(0)}{F_2(0)} + \frac{F_1(p1)}{p1 \cdot F_2'(p1)} \cdot e^{p1 \cdot t} = \frac{0}{1} + \frac{(-1000) \cdot 0.0051}{(-1000) \cdot 0.001} \cdot e^{-1000 \cdot t} = 5.1 \cdot e^{-1000 \cdot t} \text{ A}.$$

7 Записуємо другий закон Кірхгофа для вихідного кола з конденсатором після комутації та знаходимо шуканий кінцевий вираз напруги на ємнісному елементі з урахуванням перехідного процесу.

$$E1 = R1 \cdot i(t) - u_c(t),$$

$$u_c(t) = -E1 + R1 \cdot i(t) = -55 + 50 \cdot 5.1 \cdot e^{-1000 \cdot t} = -55 + 255 \cdot e^{-1000 \cdot t} \text{ B}.$$

Оскільки отриманий вираз збігається з результатом розрахунку цього кола класичним методом, графік залежності напруги на ємнісному елементі теж буде ідентичним до того, що наведено на рисунку 2.3.

Приклад розрахунку кола з однією індуктивністю

Розраховуємо те ж саме коло з однією індуктивністю (див. рисунок 1.2), що вже було розраховано класичним методом та мало такі вихідні дані:

$$E = 200 \text{ В}, \quad L = 320 \text{ мГн}, \quad R1 = 60 \text{ Ом}, \quad R2 = 40 \text{ Ом}.$$

1 У сталому режимі до комутації коло, що має один контур з послідовно з'єднаними опорами $R1$, $R2$, індуктивністю L та джерелом ЕРС E , було розраховано раніше (див. приклад розрахунку до практичного заняття 1).

$$i_L(0_-) = \frac{E}{R1 + R2} = \frac{200}{60 + 40} = 2 \text{ А}.$$

2 Складаємо операторну схему заміщення кола після комутації згідно з правилами перетворення Карсона (рисунок 3.2).

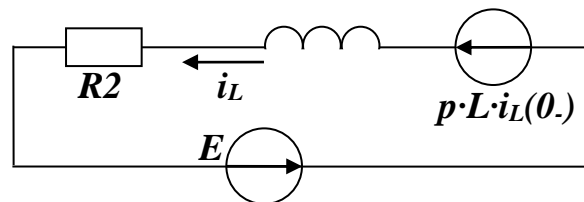


Рисунок 3.2 – Розрахункове коло з одним індуктивним елементом

3 Записуємо операторний опір та знаходимо зображення струму за законом Ома.

$$Z(p) = R2 + p \cdot L$$

$$I(p) = \frac{E + p \cdot L \cdot i_L(0_+)}{Z(p)} = \frac{E + p \cdot L \cdot i_L(0_-)}{R2 + p \cdot L} = \frac{200 + p \cdot 0.32 \cdot 2}{40 + p \cdot 0.32} =$$

$$= \frac{200 + p \cdot 0.64}{40 + p \cdot 0.32} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}$$

4 Прирівнюємо до нуля знаменник дробу $I(p)$ та знаходимо корінь рівняння:

$$F_2(p) = 0,$$

$$40 + p \cdot 0.32 = 0,$$

$$p1 = -\frac{40}{0,32} = -125 \text{ с}^{-1}.$$

5 Знаходимо вираз першої похідної $F_2'(p)$ за змінною p від виразу знаменника дробу зображення струму $F_2(p) = 40 + p \cdot 0.32$,

$$F_2'(p) = 0.32.$$

6 Знаходимо оригінал струму за формулою розкладення Хевісайда з урахуванням того, що $F_2'(p1) = 0.32$:

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{F_1(0)}{F_2(0)} + \frac{F_1(p1)}{p1 \cdot F_2'(p1)} \cdot e^{p1 \cdot t} = \\ &= \frac{200}{40} + \frac{200 + (-125) \cdot 0.64}{(-125) \cdot 0.32} \cdot e^{-125 \cdot t} = 5 - 3 \cdot e^{-125 \cdot t} \text{ А.} \end{aligned}$$

Оскільки отриманий вираз збігається з результатом розрахунку цього кола класичним методом графік, залежності струму через індуктивний елемент теж буде ідентичним до того, що наведено на рисунку 1.3.

Контрольні запитання

1 Що таке пряме та зворотне перетворення Лапласа та Карсона?

2 Чому при розрахунку електротехнічних схем доцільне використання перетворення Карсона?

3 Навіщо при використанні операторного методу розраховувати коло у сталому режимі до комутації?

4 Чому при використанні операторного методу розрахунку перехідних процесів не має потреби розраховувати коло у сталому режимі після комутації?

5 Чи треба складати характеристичне рівняння та знаходити його корені при використанні операторного методу розрахунку електричного кола з урахуванням перехідних процесів?

6 Як скласти операторну схему заміщення?

7 За якими законами та методами знаходять вирази зображень струмів?

8 Яким чином знаходять вираз оригіналів струмів після знаходження виразів їх зображень?

9 У чому полягає особливість знаходження оригіналу напруги на ємності?

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 4

Контрольне модульне тестування

4.1 Загальні положення

Контрольне модульне тестування є логічним кінцевим етапом і перевіркою якості засвоєння теоретичного матеріалу у другій половині семестру та набуття первісних практичних навичок розрахунку електричних кіл з урахуванням перехідних процесів.

Завдання контрольного тестування складається з теоретичних питань та задач для практичного розв'язання, аналогічних до тих, що розглядалися на практичних заняттях.

Тестові питання, що наведені нижче, є узагальненими, тобто одне питання може бути розділено на декілька частин або сформульовано інакше.

Викладач, що проводить тестування, повинен забезпечити контроль за самотійністю роботи кожного студента.

Тестові питання за темою «Розрахунок лінійних електричних кіл з урахуванням перехідних процесів»

- 1 Що таке перехідні процеси в електричному колі?
- 2 Що призводить до виникнення в електричному колі перехідних процесів?
- 3 Що таке сталий режим роботи електричного кола?
- 4 Сформулювати перший закон комутації.
- 5 Сформулювати другий закон комутації.
- 6 Чому струм через індуктивність та напруга на ємності не можуть змінюватись стрибком?
- 7 Які струми та напруги у колі можуть змінюватись стрибком?
- 8 Що таке початкові умови?
- 9 Що таке незалежні початкові умови?
- 10 Що таке однорідне та неоднорідне диференційне рівняння?
- 11 Сформулювати послідовність розрахунку електричного кола з урахуванням перехідних процесів класичним методом.
- 12 Навіщо розраховувати коло у сталому режимі до комутації?
- 13 Що таке примусовий режим роботи електричного кола?
- 14 Що таке вільний режим роботи електричного кола?
- 15 Як знайти примусові складові струмів та напруг?
- 16 Що таке алгебраїзація системи диференційних рівнянь для вільних складових струмів?
- 17 Що таке характеристичне рівняння?
- 18 Перерахувати три методи складання характеристичного рівняння?
- 19 Навести алгоритм складання характеристичного рівняння за допомогою запису виразу еквівалентного опору $Z(j\omega)$.
- 20 Навіщо розраховувати коло з ємністю у сталому режимі до комутації?
- 21 Як знайти примусову складову напруги на ємності?
- 22 Чому дорівнюють примусові складові струмів та напруг, якщо коло після комутації не має джерел електричної енергії?
- 23 Як скласти характеристичне рівняння за наявності у колі ємності?
- 24 Який вигляд має вільна складова напруги або струму, якщо характеристичне рівняння має один корінь?

25 Що таке стала часу τ вільної складової перехідного процесу?

26 У скільки разів змінюється величина вільної складової напруги або струму за час τ ?

27 Як розрахувати константи інтегрування за наявності у колі одного накопичувача енергії (індуктивності або ємності) при розрахунку класичним методом?

28 Що треба попередньо розрахувати для знаходження констант інтегрування, якщо характеристичне рівняння має два корені?

29 Навести вирази для розрахунку констант інтегрування при трьох різних видах двох коренів характеристичного рівняння?

30 У чому полягає суть операторного методу розрахунку електричних кіл з урахуванням перехідних процесів?

31 Що таке оригінал та зображення електричних величин?

32 Що таке пряме та зворотне перетворення Лапласа та Карсона?

33 Чому при розрахунку електротехнічних кіл доцільне використання перетворення Карсона?

34 Навіщо при використанні операторного методу розраховувати коло у сталому режимі до комутації?

35 Чому при використанні операторного методу розрахунку перехідних процесів не має потреби розраховувати коло у сталому режимі після комутації?

36 Як скласти операторну схему заміщення?

37 За якими законами та методами знаходять вирази зображень струмів?

38 Сформулювати закон Ома в операторній формі.

39 Сформулювати два закони Кірхгофа в операторній формі.

40 Яким чином знаходять вираз оригіналів струмів після знаходження виразів їх зображень?

41 Записати вираз формули розкладання Хевісайда за перетворенням Карсона і пояснити усі її складові.

42 Записати вираз формули розкладання Хевісайда за перетворенням Лапласа і пояснити усі її складові.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- 1 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи. – М.: Гардарики, 2000.
- 2 Сборник задач по теоретическим основам электротехники / Под ред. Л.А. Бессонова – М.: Высш. шк., 2000.
- 3 Завдання та методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної роботи з дисципліни «Теоретичні основи електротехніки». – Харків: УкрДАЗТ, 2007.

ДОДАТОК А

Основні електричні величини

Найменування	Буквене позначення	Одиниця виміру	Позначення
Струм	I, i	ампер	А
Щільність струму	J	ампер на кв. метр	A/m^2
Електрорушійна сила	E, e	вольт	В
Напруга електрична	U, u	вольт	В
Потенціал електричний	φ	вольт	В
Потужність активна	P	ват	Вт
Потужність повна	S	вольт- ампер	ВА
Потужність реактивна	Q	вольт-ампер реактивний	ВАр
Ємність електрична	C	фарада	Ф
Індуктивність власна	L	генрі	Гн
Індуктивність взаємна	M	генрі	Гн
Період коливань	T	секунда	с
Опір активний	R, r	ом	Ом
Провідність активна	G, g	сименс	См
Опір повний	Z	ом	Ом
Провідність повна	Y, y	сименс	См
Опір реактивний	X, x	ом	Ом
Провідність реактивна	B, b	сименс	См
Опір індуктивний	X_L	ом	Ом
Провідність індуктивна	B_L	сименс	См
Опір ємнісний	X_C	ом	Ом
Провідність ємнісна	B_C	сименс	См
Частота коливань кутова	ω, Ω	радіан у секунду	c^{-1}
Частота електрична	f	герц	Гц
Початкова фаза	ψ, φ	градус	°
Зсув фаз	φ, ψ, α	градус	°

ДОДАТОК Б

Операторні зображення функцій часу, що мають поширене застосування в електротехніці

Оригінал функції часу $f(t)$	Зображення функції часу $F(p)$	
	за перетворенням Лапласа $F_L(p)$	за перетворенням Карсона $F_K(p)$
Константа, наприклад постійна ЕРС, E	$\frac{E}{p}$	E
Похідна струму $\frac{di}{dt}$	$p \cdot I(p) - i(0)$	$p \cdot [I_k(p) - i(0)]$
Інтеграл $\int_0^t i(t) \cdot dt$	$\frac{I_L(p)}{p}$	$\frac{I_K(p)}{p}$
Напруга на індуктивності $u_L(t) = L \cdot \frac{di}{dt}$	$L \cdot [p \cdot I_L(p) - i(0)]$	$L \cdot p \cdot [I_k(p) - i(0)]$
Напруга на ємності $u_C(t) = u_C(0) + \frac{1}{C} \cdot \int_0^t i \cdot dt$	$\frac{u_C(0)}{p} + \frac{I(p)}{C \cdot p}$	$u_C(0) + \frac{I(p)}{C \cdot p}$
Експонента $f(t) = e^{\alpha \cdot t}$	$\frac{1}{p - \alpha}$	$\frac{p}{p - \alpha}$
Експонента $f(t) = e^{-\alpha \cdot t}$	$\frac{1}{p + \alpha}$	$\frac{p}{p + \alpha}$
Синусоїда $f(t) = \text{Sin}(\omega \cdot t)$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$	$\frac{p \cdot \omega}{p^2 + \omega^2}$
Синусоїда $f(t) = \text{Sin}(\omega \cdot t + \psi)$	$\frac{p \cdot \sin \psi + \omega \cdot \cos \psi}{p^2 + \omega^2}$	$\frac{p^2 \cdot \sin \psi + p \cdot \omega \cdot \cos \psi}{p^2 + \omega^2}$
Косинусоїда $f(t) = \text{Cos}(\omega \cdot t)$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$	$\frac{p^2}{p^2 + \omega^2}$
Функція $f(t) = 1 - e^{-\alpha \cdot t}$	$\frac{\alpha}{p \cdot (p + \alpha)}$	$\frac{\alpha}{p + \alpha}$

