Українська державна академія залізничного транспорту

Кафедра електротехніки та електричних машин

ЗАВДАННЯ ТА МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання контрольної роботи № 3

з дисципліни

«ЕЛЕКТРОТЕХНІКА ТА ЕЛЕКТРОМЕХАНІКА»

для студентів спеціальності

«АВТОМАТИКА ТА АВТОМАТИЗАЦІЯ НА ТРАНСПОРТІ»

заочної форми навчання

Харків 2014

Методичні вказівки розглянуто та рекомендовано до друку на засіданні кафедри електротехніки та електричних машин 26 березня 2014 р., протокол № 9.

Укладачі:
доценти О.М. Ананьєва,
М.Г. Давиденко

Рецензент
доц. О.Є. Зінченко

ЗМІСТ

ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

У третій контрольній роботі студенти виконують одне завдання – розрахунок лінійного електричного кола з джерелом періодичної несинусоїдної електрорушійної сили (ЕРС).

Варіанти завдання відрізняються один від одного електричними схемами, числовими значеннями елементів кола та видом вхідної ЕРС. Вихідні дані до задач визначаються згідно з двома останніми цифрами номера залікової книжки виконавця роботи: за **передостанньою цифрою** вибирають **номер схеми** кола з рисунка 1.1, а за **останньою – вхідний сигнал** та **номінали елементів кола** з таблиці 1.1 та з рисунка 1.2.

Оформлення контрольних робіт повинне відповідати вимогам ДСТУ 3008–95. Як методичний посібник з оформлення роботи рекомендуємо використовувати брошуру [1].

1 ЗМІСТ ЗАДАЧІ

На рисунку 1.1 зображені десять варіантів схеми кола з джерелом періодичної несинусоїдної ЕРС. Графік функції $\mathbf{e} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{\omega}\mathbf{t})$ показано на рисунку 1.2 у десятьох варіантах. Амплітуда ЕРС, кутова частота першої гармоніки і параметри елементів кола подані у таблиці 1.1.

Для розрахунку електричного кола необхідно виконати такі дії:

1) розгорнути аналітично в ряд Фур'є в тригонометричній формі задану періодичну несинусоїдну ЕРС $\mathbf{e} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{\omega}\mathbf{t})$ та, обмежуючись розрахунком постійної складової й перших трьох гармонік, записати вираз для миттєвого значення ЕРС;.

2) обчислити діюче значення несинусоїдної ЕРС, яка задана графіком на рисунку 1.2;.

3) обчислити діюче значення струму в нерозгалуженій ділянці кола і записати закон його зміни $\boldsymbol{i} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{\omega}\mathbf{t})$ з урахуванням зазначених вище членів розгорнення в ряд Фур'є;.

4) побудувати графік струму в нерозгалуженій ділянці кола. На графіку показати постійну складову, перші три гармоніки та сумарну криву, одержану в результаті графічного додавання постійної складової та перших трьох гармонік;

5) визначити активну, реактивну та повну потужності кола.

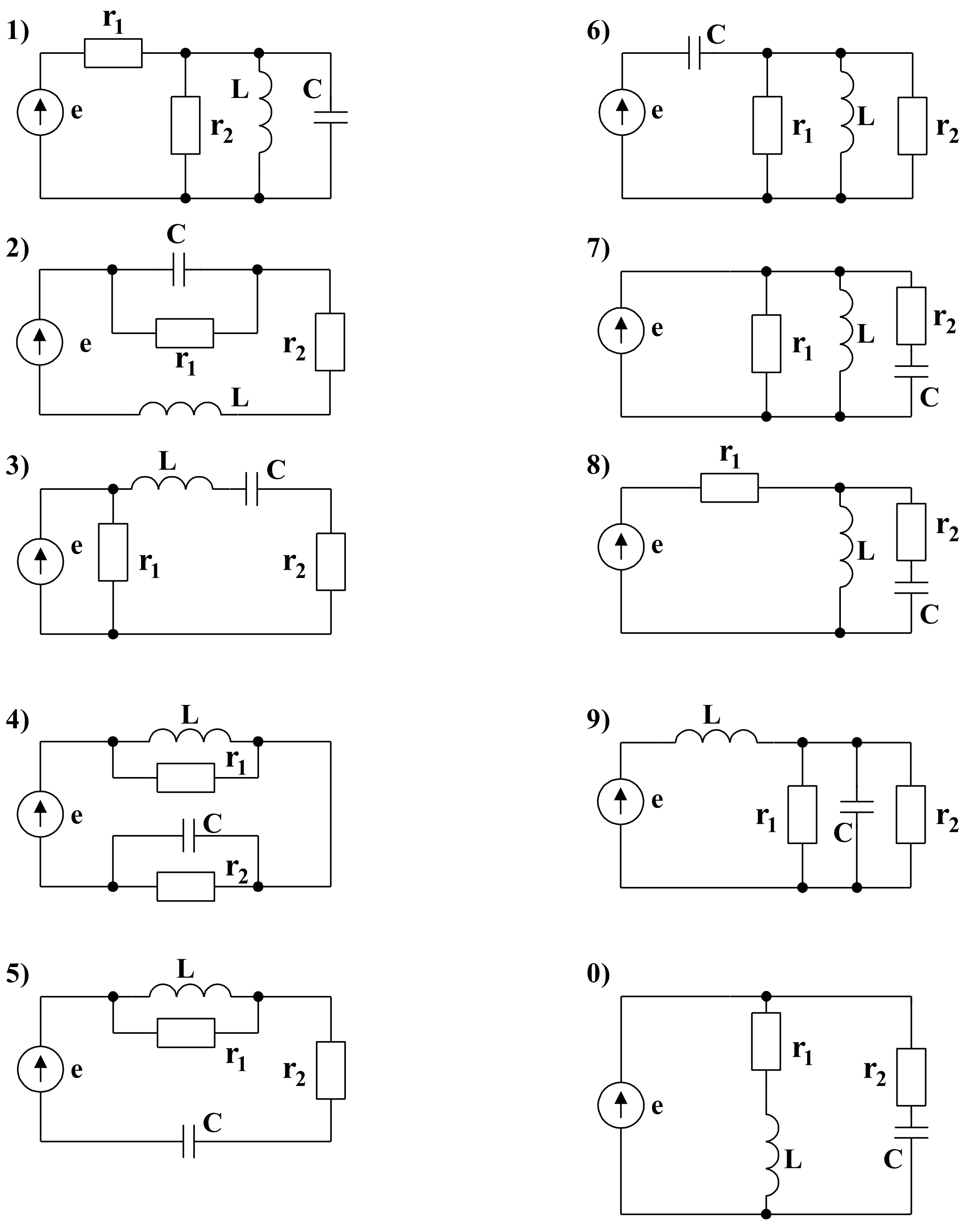
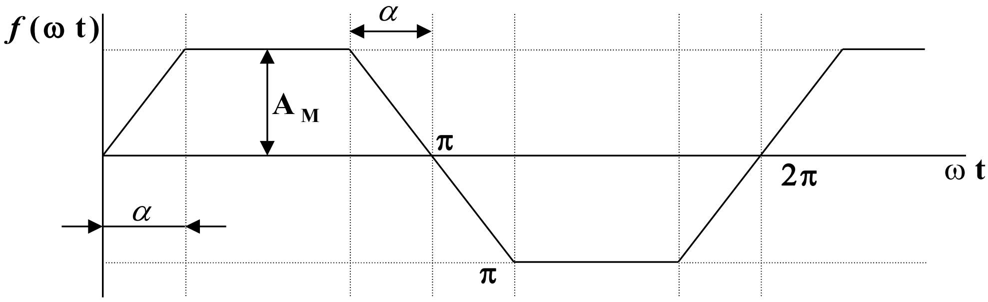


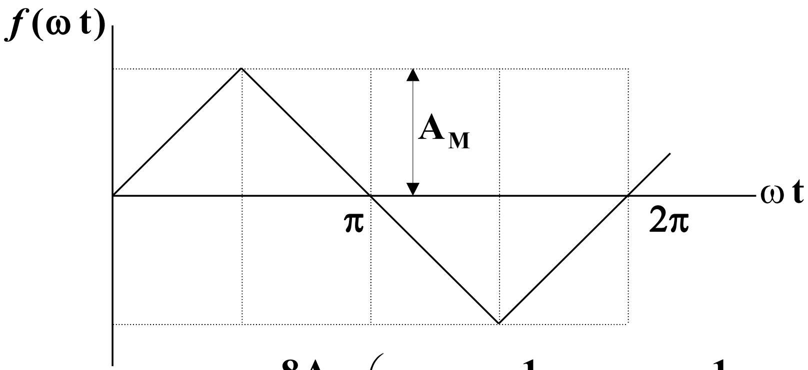
Рисунок 1.1

1)



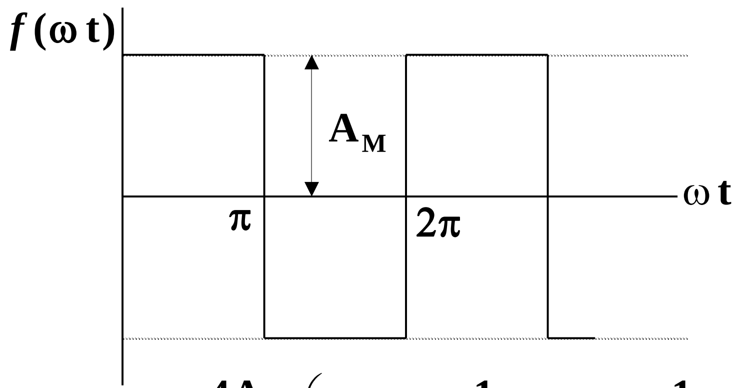
$$f(\omega\, t) = \frac{4A_M}{\alpha\pi}\left(\sin\alpha \sin\omega\, t + \frac{1}{9}\sin 3\alpha \cdot \sin 3\omega\, t + \frac{1}{25}\sin 5\alpha \cdot \sin 5\omega\, t + \ldots\right)$$

2)



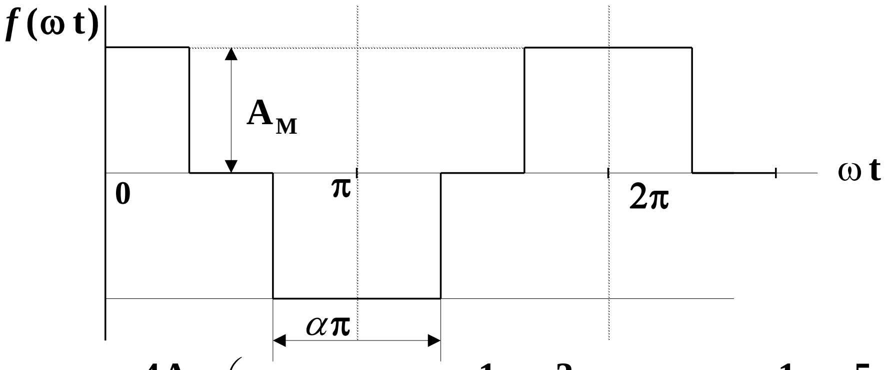
$$f(\omega\, t) = \frac{8A_M}{\pi^2}\left(\sin\omega\, t - \frac{1}{9}\sin 3\omega\, t + \frac{1}{25}\sin 5\omega\, t - \frac{1}{49}\sin 7\omega t + \ldots\right)$$

3)



$$f(\omega\, t) = \frac{4A_M}{\pi}\left(\sin\omega\, t + \frac{1}{3}\sin 3\omega\, t + \frac{1}{5}\sin 5\omega\, t + \frac{1}{7}\sin 7\omega t + \ldots\right)$$

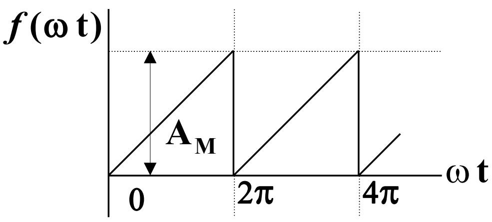
4)



$$f(\omega\, t) = \frac{4A_M}{\pi}\left(\sin\frac{\alpha\pi}{2}\cos\omega\, t + \frac{1}{3}\sin\frac{3\alpha\pi}{2}\cos 3\omega\, t + \frac{1}{5}\sin\frac{5\alpha\pi}{2}\cos 5\omega\, t + \ldots\right)$$

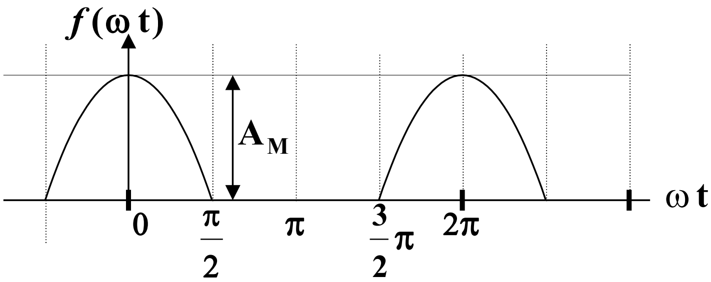
Рисунок 1.2, аркуш 1

5)



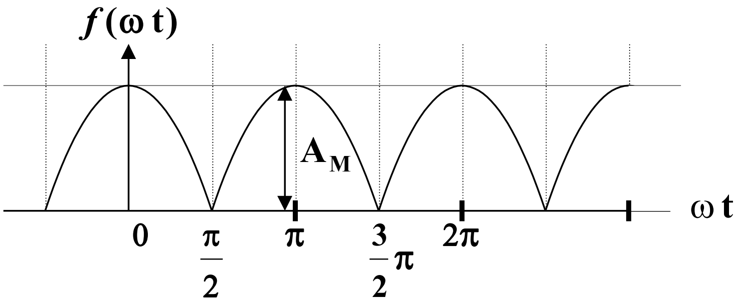
$$f(\omega t) = A_M\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}\left(\sin\omega t + \frac{1}{2}\sin 2\omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \frac{1}{4}\sin 4\omega t + \ldots\right)\right]$$

6)



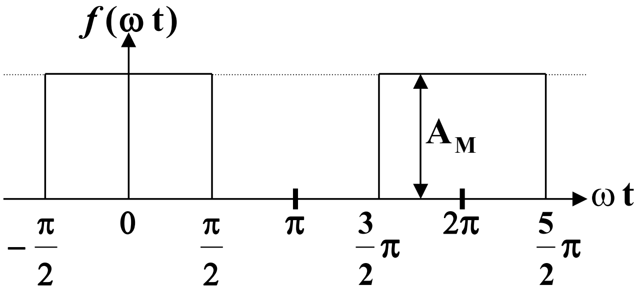
$$f(\omega t) = \frac{2A_M}{\pi}\left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}\cos\omega t + \frac{1}{1\cdot 3}\cos 2\omega t - \frac{1}{3\cdot 5}\cos 4\omega t + \frac{1}{5\cdot 7}\cos 6\omega t - \ldots\right)$$

7)



$$f(\omega t) = \frac{4A_M}{\pi}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{1\cdot 3}\cos 2\omega t - \frac{1}{3\cdot 5}\cos 4\omega t + \frac{1}{5\cdot 7}\cos 6\omega t - \ldots\right)$$

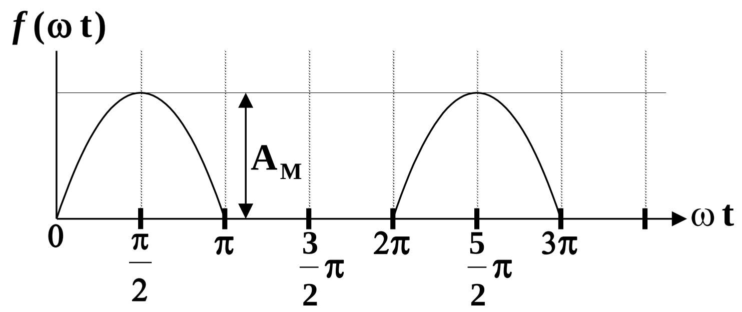
8)



$$f(\omega t) = \frac{A_M}{2} + \frac{2A_M}{\pi}\left(\cos\omega t - \frac{1}{3}\cos 3\omega t + \frac{1}{5}\cos 5\omega t - \ldots\right)$$

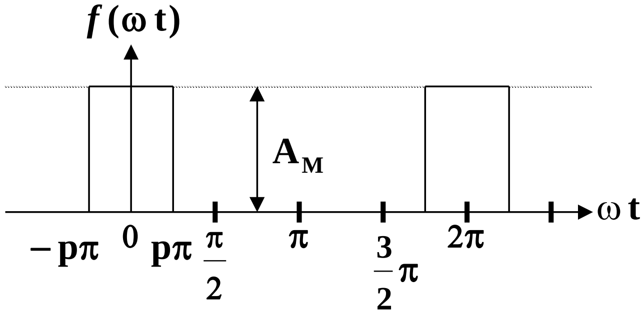
Рисунок 1.2, аркуш 2

9)



$$f(\omega t)=\frac{2A_M}{\pi}\left(\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}\sin\omega t-\frac{1}{1\cdot 3}\cos 2\omega t-\frac{1}{3\cdot 5}\cos 4\omega t-\frac{1}{5\cdot 7}\cos 6\omega t-\ldots\right)$$

0)



$$f(\omega t)=pA_M+\frac{2A_M}{\pi}\left(\sin p\pi\cos\omega t+\frac{1}{2}\sin 2p\pi\cos 2\omega t+\frac{1}{3}\sin 3p\pi\cos 3\omega t+\ldots\right)$$

Принять $p=\frac{1}{3}$

Рисунок 1.2, аркуш 3

Таблиця 1.1 – Числові значення параметрів електричної схеми

Остання цифра номера залікової книжки	**Форма кривої ЕРС**	E_m, **В**	ω, **рад / с**	r_1, **Ом**	r_2, **Ом**	**L, мГн**	**C, мкФ**
1	71	20	1000	10	15	3	40
2	62	25	1500	20	20	5	35
3	53	30	2000	30	25	7	30
4	04	35	2500	40	30	9	25
5	15	40	3000	50	35	11	20
6	26	45	3500	60	40	15	15
7	37	50	4000	70	45	17	10
8	48	55	4500	80	50	20	5
9	89	60	5000	90	60	25	3
0	90	65	5500	100	70	30	2

2 МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

Періодичними несинусоїдними струмами і напругами називають струми і напруги, які змінюються в часі за періодичним, але несинусоїдним законом, який відрізняється від синусоїди або косинусоїди. Для детального ознайомлення з цією темою доцільно звернутися хоча б до одного з підручників, наприклад [2,1-3].

Будь-яку неперіодичну функцію $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{\omega}\mathbf{t})$ з періодом $2\boldsymbol{\pi}$, що задовольняє умови Діріхле (а в електротехніці усі періодичні функції умови Діріхле задовольняють), можна розгорнути в ряд Фур'є. При цьому несинусоїдне коливання представляють подають у вигляді суми синусоїдних коливань, що мають у загальному випадку різні частоти, різні амплітуди та різні початкові фази.

У такій тригонометричній формі ряд Фур'є записується таким чином:

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{\omega}\mathbf{t}) = \mathbf{A_0} + \mathbf{A_1}\,\mathbf{sin}(\boldsymbol{\omega}\mathbf{t} + \boldsymbol{\psi}_1) + \mathbf{A_2}\,\mathbf{sin}(2\boldsymbol{\omega}\mathbf{t} + \boldsymbol{\psi}_2) + \ldots +$$
$$+ \mathbf{A_k}\,\mathbf{sin}(\mathbf{k}\boldsymbol{\omega}\mathbf{t} + \boldsymbol{\psi}_\mathbf{k}) + \ldots = \mathbf{A_0} + \sum_{\mathbf{K}=1}^{\infty} \mathbf{A_k}\,\mathbf{sin}(\mathbf{k}\mathbf{t}\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\psi}_\mathbf{k}),$$

де $\mathbf{A_0}$ – постійна складова ряду (нульова гармоніка);

$\mathbf{A_k}\,\mathbf{sin}(\mathbf{k}\boldsymbol{\omega}\mathbf{t} + \boldsymbol{\psi}_\mathbf{k})$ - **k**-та гармоніка ряду (гармоніка **k**-го порядку);

$\mathbf{A_1}, \mathbf{A_2}, \ldots \mathbf{A_k}$ –амплітуди відповідно першої, другої,...., **k** –ї гармонік;

$\mathbf{k}\boldsymbol{\omega}\mathbf{t} + \boldsymbol{\psi}_\mathbf{k}$ –фаза **k**-ї гармоніки;

$\boldsymbol{\omega} = \dfrac{2\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{T}}$ – частота першої гармоніки і самої функції $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{\omega}\mathbf{t})$;

$\boldsymbol{\psi}_\mathbf{k}$ –початкова фаза **k**-ї гармоніки.

Кожну з гармонік можна розгорнути таким чином:

$$\boldsymbol{A_k}\sin(\boldsymbol{k\omega t} + \psi_{\boldsymbol{k}}) = \boldsymbol{A_k}\sin \boldsymbol{k\omega t}\cos\psi_{\boldsymbol{k}} + \boldsymbol{A_k}\cos\boldsymbol{k\omega t}\sin\psi_{\boldsymbol{k}} =$$
$$= \boldsymbol{B_k}\sin\boldsymbol{k\omega t} + \boldsymbol{C_k}\cos\boldsymbol{k\omega t};$$

де

$$\mathbf{B_k} = \mathbf{A_k}\cos\psi_{\mathbf{k}};$$
$$\mathbf{C_k} = \mathbf{A_k}\sin\psi_{\mathbf{k}}.$$

Беручи це до уваги, ряд Фур’є можна записати у вигляді суми синусних і косинусних складових:

$$\boldsymbol{f}(\omega t) = \mathbf{A_0} + \sum_{K=1}^{\infty}\left(\mathbf{B_k}\sin k\omega t + \mathbf{C_k}\cos k\omega t\right).$$

Амплітуди $\mathbf{A_k}$, $\mathbf{B_k}$, $\mathbf{C_k}$ зв’язані між собою співвідношенням прямокутного трикутника:

$$\mathbf{A_k} = \sqrt{\mathbf{B_k^2} + \mathbf{C_k^2};}\ \psi_{\mathbf{k}} = \mathbf{arctg}\frac{\mathbf{C_k}}{\mathbf{B_k}}.$$
$$\mathbf{B_k} = \mathbf{A_k}\cos\psi_{\mathbf{k}};\ \mathbf{C_k} = \mathbf{A_k}\sin\psi_{\mathbf{k}}.$$

У символічній формі запису маємо:

$$\underline{\boldsymbol{A}}_k = \boldsymbol{B}_k + j\boldsymbol{C}_k = \boldsymbol{A}_k \boldsymbol{e}^{j\psi_k}.,$$

Завдяки цьому можна подати ряд Фур’є в комплексній формі запису:

$$\boldsymbol{f}(\omega t) = \mathbf{A_0} + \mathbf{Im}\left[\sum_{K=1}^{\infty}\mathbf{A_k}\mathbf{e}^{j\psi_k}\right],$$

де **Im[...]** означає уявну частину комплексного числа або функції.

Якщо $\boldsymbol{f}(\omega t)$ задана аналітично, то використовуються такі формули для визначення коефіцієнтів ряду Фур’є (період дорівнює $\mathbf{2\pi}$):

$$A_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(\omega t)d(\omega t);$$

$$B_k = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(\omega t)\sin(k\omega t)d(\omega t);$$

$$C_k = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(\omega t)\cos(k\omega t)d(\omega t);$$

$$\underline{A}_k = B_k + jC_k = \frac{j}{\pi}\int_0^{2\pi} f(\omega t)e^{-jk\omega t}d(\omega t).$$

При розрахунку струмів і напруг при несинусоїдній ЕРС джерела сигналу необхідно цю ЕРС розгорнути в ряд Фур'є:

$$e(t) = E_0 + E_{1M}\sin(\omega t + \psi_1) + E_{2M}\sin(2\omega t + \psi_2) + \ldots.$$
$$+ E_{kM}\sin(k\omega t + +\psi_k) = e_0(t) + e_1(t) + e_2(t) + \ldots + e_k(t).$$

Після цього, використовуючи метод накладання, можна виконати розрахунок струмів і напруг відомими способами для кожної гармоніки окремо. Миттєве значення струмів в будь-якій вітці при цьому дорівнює сумі миттєвих значень струмів від кожної гармоніки:

$$i(t) = i_0 + i_1 + i_2 + \ldots + i_k.$$

При розрахунку струмів необхідно керуватись таким положенням:

а) активні опори електричного кола є частотно-незалежними;

б) постійний струм через конденсатор не проходить, падіння напруги від постійного струму на індуктивності дорівнює нулю;

в) індуктивний опір X_L котушки зростає прямо пропорційно частоті:

$$X_{L(1)} = \omega L, \quad X_{L(k)} = k\omega L = kX_{L(1)};$$

г) ємнісний опір із збільшенням частоти зменшується:

$$X_{C(1)} = \frac{1}{\omega C}; \quad X_{C(k)} = \frac{1}{k\omega C} = \frac{X_{C(1)}}{k};$$

д) для кожної розрахованої гармоніки може бути побудована векторна діаграма, але не можна додавати вектори напруг і струмів від різних гармонік.

Діюче значення будь-якого струму – це його середнє квадратичне значення за період:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt}, \quad \text{або} \quad I^2 = \frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt.$$

Несинусоїдний струм дорівнює:

$$i(t) = I_0 + I_{1m}\sin(\omega t + \psi_1) + I_{2m}\sin(2\omega t + \psi_2) + \ldots$$
$$+ I_{km}\sin(k\omega t + \psi_k) + \ldots$$

Тому

$$I = \frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt = \frac{1}{T}\left(I_0^2 T + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{2}TI_{km}^2\right) = I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{I_{km}^2}{2},$$

тоді

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + \ldots + I_k^2 + \ldots} = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} I_k^2}.$$

Таким чином, діюче значення несинусоїдного струму дорівнює квадратному кореню із суми квадратів постійної складової струму і діючих значень окремих гармонік; це діюче значення і не залежить від зсувів фаз ψ_k.

Аналогічно струму діючі значення напруги та ЕРС є такими:

$$U = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} U_k^2}; \quad E = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} E_k^2}.$$

Якщо в колі є тільки активні опори, то крива струму крізь нього схожа на криву падіння напруги на ньому. Наявність індуктивності або ємності надає відмінність у формі кривих струму і напруги.

При індуктивності

$$\mathbf{I_{m(1)}} = \frac{\mathbf{U_{m(1)}}}{\boldsymbol{\omega}\mathbf{L}}, \quad \mathbf{I_{m(k)}} = \frac{\mathbf{U_{m(k)}}}{\mathbf{k}\boldsymbol{\omega}\mathbf{L}},$$

$$\textbf{тоді} \quad \frac{\mathbf{I_{m(k)}}}{\mathbf{I_{m(1)}}} = \frac{\mathbf{U_{m(k)}}}{\mathbf{kU_{m(1)}}},$$

тобто відношення амплітуд струму **k**-ї і першої гармонік у **k** раз менше від такого відношення амплітуд напруг.

При ємності, навпаки:

$$\mathbf{U_{m(1)}} = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{\omega}\mathbf{C}}\mathbf{I_{m(1)}}, \quad \mathbf{U_{m(k)}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{k}\boldsymbol{\omega}\mathbf{C}}\mathbf{I_{m(k)}},$$

тоді

$$\frac{\mathbf{I_{m(k)}}}{\mathbf{I_{m(1)}}} = \mathbf{k}\frac{\mathbf{U_{m(k)}}}{\mathbf{U_{m(1)}}}.$$

При побудові хвильової діаграми струмів треба пам’ятати, що позитивні початкові фази гармонік відкладаються ліворуч, а негативні – праворуч від початку координат. Початкова фаза і період коливань кожної гармоніки відкладається в масштабі відповідно до порядкового номера гармоніки. Якщо масштаб для першої гармоніки $\mathbf{m_{\omega t} = 5}$ **град / мм**, то для третьої – $\mathbf{m_{3\ \omega t} = 15}$ **град / мм**, а для п’ятої – **25 град/мм**.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1 Коновалов, Є.В. Студентська навчальна звітність. Текстова частина (пояснювальна записка). Загальні вимоги до побудови, викладення та оформлення [Текст] / Є.В. Коновалов, Л.М. Козар. – Харків: УкрДАЗТ, 2004.

2. Електротехніка та електромеханіка систем залізничної автоматики [Текст] / М.М. Бабаєв, М.Г. Давиденко, Г.І. Загарій [та ін.]. – Харків: УкрДАЗТ, 2011.

3. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи [Текст] / Л.А. Бессонов. – М.: Высш. шк., 2000.