



СИЛАБУС З ДИСЦИПЛІНИ  
**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ  
ПРОЦЕСІВ ТА СИСТЕМ**

2023/2024 навчальний рік  
курс VI, семестр I  
освітні програми: ВВГ, ЛЛГ, ЗС, УКЗ, ОПУТ

Час та аудиторія проведення занять згідно розкладу:

<http://rasp.kart.edu.ua/>

**Лектори:** Головка Олександра Володимирівна,

**Контакти:** [golovko.aleksandra1@gmail.com](mailto:golovko.aleksandra1@gmail.com),

Розміщення кафедри: місто Харків, майдан Фейербаха, 7, 2 корпус, 2 поверх, 221 аудиторія

<http://kart.edu.ua/kafedra-ot-ta-su-ua/pro-kafedry-vtsy-ua>

**Веб-сторінки курсу:**

Веб-сторінка курсу: <https://do.kart.edu.ua/>

Додаткові інформаційні матеріали: <http://lib.kart.edu.ua/home.jsp?locale=uk>

## **Анотація курсу**

*Математичне моделювання* – потужний інструмент розв'язання технічних, інженерних і наукових проблем, що ґрунтуються на використанні математичних моделей. Сучасні досягнення науки та техніки були б неможливі без розроблення та застосування ефективних засобів математичного моделювання. Розумно керувати складними процесами в наш час теж неможливо без використання адекватних математичних моделей.

Рішення переважної більшості наукових та інженерно-технічних завдань (проектування і оптимізація систем, оптимальне управління об'єктом, вивчення механізму явищ, прогнозування розвитку процесів в часі та ін.) базується на математичному моделюванні. Володіння теоретичною базою і інструментами математичного моделювання має бути невід'ємним атрибутом сучасного фахівця в області систем управління і автоматизації залізниць і залізничного транспорту.

Математичне моделювання передбачає опис досліджуваних явищ, процесів, систем різної фізичної природи мовою математичних співвідношень. Клас математичної моделі визначається постановкою завдання та метою дослідження, а також рівнем знань експериментатора про об'єкт, що моделюється.

Тому основними завданнями вивчення дисципліни «Математичне моделювання процесів та систем» є підготовка спеціалістів, які володіють фаховими навичками використання методів системного аналізу у дослідженні господарчих, економічних, організаційних та технічних систем за допомогою математичних моделей із застосуванням ЕОМ.

Курс має сформулювати та розвинути такі компетентності студентів:

**Інтегральна компетентність** – здатність розв'язувати складні теоретичні задачі та практичні проблеми у професійній діяльності або у процесі навчання, що передбачає проведення досліджень і характеризується комплексністю та невизначеністю умов;

**Загальні компетентності** – здатність комплексно розв'язувати проблему, виявляти її сутність у професійній сфері, знаходити адекватні шляхи щодо їх розв'язання; здатність володіння системним, цілісним підходом до аналізу і оцінки ситуації; – здатність аналізувати, оцінювати повноту та достовірність інформації в ході професійної діяльності, за необхідністю доповнювати й синтезувати відсутню інформацію; – здатність до продукування нових ідей, творчий підхід до їх реалізації; здатність до новаторської діяльності; – здатність здобувати нові знання, уміння та інтегрувати їх з уже наявними; спроможність аналізувати явище, ситуацію, проблему, враховуючи різні параметри, фактори, причини; – внутрішня потреба виконувати роботу якісно; здатність планувати етапи та хід виконуваної роботи, оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт, представляти результати роботи й обґрунтовувати рішення; – спроможність орієнтуватися у різних поглядах на проблему та шляхи її розв'язання, формувати власну думку; уміти формулювати задачу, аргументовано обирати оптимальні шляхи розв'язання, аналізувати й осмислювати отриманий розв'язок;

**Фахові компетентності** – здатність отримання концептуальних знань, що набуті у процесі навчання на рівні новітніх досягнень, які є основою для оригінального мислення та дослідницької діяльності; здатність використовувати набуті знання у практичній професійній діяльності; – здатність розуміти сутність проблеми, постановку задачі, обирати та використовувати відповідні методи для її вирішення (розв'язання), критично оцінювати результати, визначати перспективи подальшої розробки тем; – спроможність розробляти адекватні математичні моделі реальних процесів і явищ, досліджувати їх, обираючи відповідні методи, в тому числі комп'ютерні, та інтерпретувати результати дослідження в термінах досліджуваного процесу; – здатність і готовність до ефективного використання знань і умінь та застосування сучасних засобів інформаційних та комп'ютерних технологій, прикладних програм та програмних пакетів для розв'язання професійних задач та цілей; – здатність до розвитку нових та удосконалення існуючих математичних методів аналізу, моделювання, прогнозування, розв'язування нових проблем у різних галузях знань; – здатність до самоосвіти та підвищення кваліфікації у сфері фахової діяльності.

Метою курсу є вивчення методів дослідження технічних, господарчих, економічних та організаційних систем із використанням математичних методів та електронних обчислювальних машин.

## Чому ви маєте обрати цей курс?

Якщо вас цікавлять інформаційні технології та комп'ютерна техніка в сфері залізничного транспорту, вам потрібно саме це!

Від здобувачів очікується знання вищої математики, фізики, Обчислювальної техніки та програмування, а також фахові дисципліни.

У результаті вивчення навчальної дисципліни Ви *будете знати*: засоби побудови математичних моделей, їх використання та реалізацію на ЕОМ; на рівні застосування ґрунтовні знання ключових понять та фактів лінійної алгебри, аналітичної геометрії, диференціального та інтегрального числення функції, теорії рядів, диференціальних рівнянь, теорії ймовірностей та математичної статистики, а також відтворювати знання окремих спеціальних розділів вищої та прикладної математики в обсязі, необхідному для володіння математичним апаратом відповідної галузі знань і використання математичних методів у обраній професії; математичні методи аналізу, прогнозування та оцінки параметрів моделей; основні підходи до перетворення математичної моделі в комп'ютерну, аналізу та інтерпретації отриманих при моделюванні результатів; методи розробки спеціальних програмних додатків та застосування пакетів прикладних програм; *та вміти*: коректно проводити логічні міркування, вибудовувати доведення математичних фактів, використовуючи, в тому числі, класичні методи доведення (від супротивного, математичної індукції та ін.); застосовувати методи регресії, інтерполяції та апроксимації при обробці результатів експериментів; упізнавати математичні структури в інших (нематематичних) теоріях; перекладати на мову математики задачі з інших галузей та розв'язувати їх методами математичного моделювання; розробляти алгоритми дослідження проектних та науково-дослідних задач; використовувати методи оптимізації для знаходження параметрів компонентів систем; застосовувати комп'ютерні технології, прикладні математичні пакети, інші програмні продукти для розв'язування задач моделювання, аналізу моделей та для інших професійних цілей (MS C++, VBScript, VB6.0, MathCad, MS Office, VBA і т.п.).

Використання презентацій на лекціях дає змогу надавати велику кількість наочного матеріалу, що сприяє більшому обсягу його засвоєння, а схематичне подання матеріалу – більш чіткому його структуруванню.

Під час проведення лабораторних робіт студенти мають можливість відпрацьовувати навички застосування отриманих теоретичних знань для вирішення конкретних прикладних завдань. Передбачено виконання індивідуальних завдань.

Викладачі готові надати консультації за відповідними змістовими модулями кожному студенту, в якого виникли запитання під час виконання лабораторних робіт - безпосередньо на аудиторному занятті, а під час самостійної роботи - в залі для самостійної роботи або сучасними засобами комунікацій (наприклад електронною поштою або в системі дистанційного навчання).

## Опис навчальної дисципліни

На дисципліну відводиться 3 кредити, модулів – 2, змістових модулів – 3. Загальна кількість годин – 90. На лекції відводиться 30 годин, на лабораторні заняття – 15 годин, самостійна робота студентів – 45 годин. Дисципліна викладається в першому семестрі на шостому курсі навчання.

## Лекції та лабораторні заняття

Кількість годин	Тема лекції	Кількість годин	Тема лабораторного заняття
1	2	3	4
2	Лекц.№1. Визначення моделі . Визначення понять, які прийшли в моделювання з теорії систем: об'єкт, види об'єктів, процес, подія, стан, види процесів. Визначення системи. Пояснення деяких властивостей системи. Визначення моделювання. Моделювання як загальнонаукова методологія пізнання людиною навколишнього світу. Класифікація моделей.	2	ЛР-1. Застосування типових алгоритмічних обчислювальних структур при моделюванні елементів детермінованих систем.
2	Лекц.№2. Схема процесу моделювання. Помилки, які часто допускаються при розробці моделей. Перелік видів математичних описів об'єктів, які використовуються в математичних моделях. Загальна схема процесу математичного моделювання та пояснення її компонент. Табличне завдання початкових "елементарних" залежностей. Методи згладжування табличних завдань функціональних залежностей: метод змінного середнього і метод завдання емпіричної лінії регресії.		

1	2	3	4
2	Лекц.№3. Інтерполяція функціональних залежностей, що задані аблично. Математичне трактування завдання інтерполяції. Геометрична інтерпретація задачі інтерполяції. Деякі рішення задачі інтерполяції, що часто використовуються в математичному моделюванні: кусочно-постійна інтерполяція, лінійна інтерполяція, квадратична (параболічна) інтерполяція. Реалізація ідеї використовувати у одній інтерполяційній формулі всі дані про наявні вузли: поліноміальна інтерполяція. Теорема про єдиність полінома, крива якого проходить через усі точки, які задані $n$ вузлами інтерполяції. Застосування формули Лагранжа. Схема алгоритму інтерполяції за формулою Лагранжа.	2	ЛР-2. Методи згладжування табличних завдань функціональних залежностей.
2	Лекц.№4. Інтерполяція в вузькому і широкому сенсах. Інтерполяційні формули Ньютона (I та II) для рівновіддалених вузлів інтерполяції. Области використання формули Лагранжа і формул Ньютона в моделюванні. Схема алгоритму інтерполяції за формулами Ньютона. Використання апроксимації в моделях. Визначення апроксимації. Суть і графічна інтерпретації методу найменших квадратів. Лінійна апроксимація за методом найменших квадратів.		
2	Лекц.№5. Параболічна апроксимація за методом найменших квадратів. Техніка побудови СЛАР для розрахунку коефіцієнтів апроксимуючих поліномів за методом найменших квадратів. Прямі методи розв'язання СЛАР: методи Гаусса та Гаусса - Жордана. Схеми алгоритмів рішення СЛАР за методами Гаусса та Гаусса - Жордана. Особливості їх застосування.		ЛР-3. Методи обробки даних. Алгоритми інтерполяції з використанням формул Лагранжа та Ньютона.
2	Лекц.№6. Наближені методи розв'язування СЛАР. Метод ітерацій для вирішення СЛАР. Методика перетворення початкових рівнянь в системі для застосування методу ітерацій. Прийом розбиття коефіцієнтів при невідомих для поліпшення збіжності методу. Достатні умови збіжності процесу ітерації. Метод Зейделя для вирішення СЛАР. Алгоритм рішення СЛАР наближеними методами простої ітерації і Зейделя. Порівняльний аналіз обчислень методом простої ітерації і Зейделя.	2	
2	Лекц.№7. Класифікація детермінованих моделей: статичні і динамічні. Чисельні методи дослідження детермінованих статичних моделей. Два етапи дослідження. Етап ізоляції коренів: друга теорема Вейерштрасса. Етап уточнення коренів. Метод бісекції (ділення відрізка навпіл). Метод Ньютона - Рафсона (дотичних) і його модифікації (методи січних і однієї дотичній). Метод простої ітерації. Особливості застосування методів та критерії зупинки.	2	ЛР-4. Застосування апроксимації в моделюванні за методом найменших квадратів. Прямі методи розв'язання СЛАР: метод Гаусса та метод Гаусса - Жордана.
2	Лекц.№8. Застосування диференціальних рівнянь для моделювання процесів і динамічних систем. Задача Коші. Розгляд рішень системи диференціальних рівнянь в $n$ -вимірному евклідовому просторі: інтегральні криві. Поняття фазового простору. Траєкторії, фазовий портрет, ізокліни. Типи фазових портретів і їх спостереження. Модель Лотка-Вольтерра.		
2	Лекц.№9. Концепція чисельного рішення диференціальних уравнений. Замена диференціального рівняння його дискретним аналогом: метод Ейлера, його геометрична інтерпретація. Методи Рунге-Кутти. Рішення систем диференціальних рівнянь. Багатокрокові методи розв'язання звичайних диференціальних рівнянь. Метод Мілна. Схема алгоритму методу.		ЛР-5. Дослідження наближених методів розв'язування СЛАР: методи простої ітерації та Зейделя.
2	Лекц.№10. Аналітичні і статистичні моделі - машинний експеримент і імітаційне моделювання. Два домінуючих підходи в імітаційному моделюванні. Три часових вимірювання при дискретно-подієвому моделюванні. Два основних підходи до просування модельного часу. Загальний цикл процесу імітації та його лічильники. Стохастичні моделі. Випадковий процес. Моделювання Марківських процесів з дискретним і безперервним часом, їх алгоритмізація.	2	
2	Лекц.№11. Елементи теорії масового обслуговування у імітаційному моделюванні. Принципи побудови імітаційних моделей. Елементи імітаційного моделювання. Програмні імітаційні моделі. Реалізація імітаційних моделей на ПК.		ЛР-6. Чисельні методи дослідження детермінованих статичних моделей.
2	Лекц.№12. Основні поняття теорії оптимізації. Постановка задачі. Проектні параметри та цільова функція. Задача оптимізації як пошук мінімуму цільової функції. Простір проектування. Обмеження. Локальний та глобальний оптимуми. Приклади задач оптимізації. Задача вибору оптимальних параметрів проектування навантаженої балки. Класифікація задач оптимізації.	2	
2	Лекц.№13. Застосування методу Монте-Карло в задачах оптимізації. Можливості методу Монте-Карло. Визначення методу Монте-Карло, його особливості. Напрямки застосування методу Монте-Карло. Використання методу Монте-Карло у розв'язанні задачі пошук мінімуму функції. Генерування послідовності значень випадкової величини на ЕОМ. Схеми та описи алгоритму реалізації методу.	2	ЛР-7. Дослідження застосування багатокрокового метода Мілна для розв'язання звичайних диференціальних рівнянь.
2	Лекц.№14. Однопараметричні методи оптимізації. Метод повного перебору. Ідея методу. Схеми та описи алгоритму реалізації методу. Поняття унімодалної функції. Суттєвість засобів пошуку мінімуму одновимірної функції. Метод золотого перетину. Схеми та описи алгоритму реалізації методу. Методи дихотомії та ділення навпіл.		
2	Лекц.№15. Методи багатопараметричної та багатокритеріальної оптимізації. Методи оптимізації і багатовимірний параметричний простір. Прямі та непрямі методи багатопараметричної оптимізації. Стратегія прямих методів. Використання ідей одновимірного пошуку для багатовимірного. Метод покоординатного спуску. Градієнтні методи оптимізації. Методи розв'язання багатокритеріальних задач. Задачі лінійного програмування та їх розв'язання. Методи нелінійного програмування. Принцип Річарда Беллмана. Метод динамічного програмування.	2	ЛР-8. Програмна реалізація моделей Марківських процесів з дискретним і безперервним часом.

## Ресурси курсу

<https://do.kart.edu.ua/>

<http://lib.kart.edu.ua/home.jsp?locale=uk>

<https://www.scilab.org/download/6.0.2> <https://visualstudio.microsoft.com>

<http://mathcad.com.ua>

### Контрольні заходи результатів навчання

Вивчення навчальної дисципліни «МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ТА СИСТЕМ» потребує:

- виконання завдань згідно з навчальним планом (індивідуальні завдання, самостійна робота тощо);
- підготовки до лабораторних занять;
- роботи з інформаційними джерелами.

Поточний контроль (усне опитування), модульний контроль (тести), підсумкове тестування, залік, іспит.

Згідно Положенню про впровадження кредитно-модульної системи організації навчального процесу використовується 100-бальна шкала оцінювання.

Принцип формування оцінки за перший та другий залікові модулі відбувається за 100-бальною шкалою, що наведено у таблиці, де максимальна кількість балів, яку може набрати студент за різними видами навчального навантаження.

Вид роботи	Модуль	
	I	II
Виконання та захист практичних та лабораторних робіт, робота на лекціях, самостійне виконання індивідуальних завдань	60	60
Модульне тестування	40	40
Сума балів за модуль	100	100
Підсумковий контроль	I семестр – 100(залік)	

**Модульне тестування:** Оцінюються за вірними відповідями на тестові модульні питання (10 питань в тесті, кожна вірна відповідь оцінюється в 4 бали). **Максимальна кількість становить 40 балів за модуль.**

На лекціях та лабораторних заняттях присутність здобувачів вищої освіти є обов'язковою, важливою також є їх участь в обговоренні всіх питань з теми. Пропущені заняття мають бути відпрацьовані. Це ж стосується й студентів, які не виконали завдання або показали відсутність знань з основних питань теми. Здобувач вищої освіти повинен дотримуватися навчальної етики, поважно ставитися до учасників процесу навчання, бути зваженим, уважним та дотримуватися дисципліни і плану навчального процесу.

**Відвідування лекцій:** Бали за цю складову не нараховуються взагалі, якщо студент не відвідував більш 50% лекційних занять у модулі без поважних причин. За відвідування кожної лекції нараховується 1 бал. **Максимальна сума становить 15 балів.**

**Ступінь залученості:** Мета участі в курсі – залучити студента до дискусії, щоб він розширив можливості навчання для себе та своїх однолітків, та дати йому ще один спосіб перевірити свої погляди на питання застосування математичних моделей у майбутній фаховій діяльності. Участь буде оцінюватися на основі кількості та вірності його відповідей. Питання, хоча й заохочуються, однак не оцінюються в цьому блоці. **Максимальна сума становить 10 балів.**

**Лабораторні заняття:** Оцінюються за відвідуваннями (до 3 балів), ступенем залученості (до 7 балів) та якістю виконання роботи (до 5 балів). *Підготовка до лабораторних занять* передбачає: ознайомлення із програмою навчальної дисципліни, питаннями, які виносяться на заняття з відповідної теми; вивчення методичного матеріалу. **Максимальна сума становить 15 балів.**

**Підсумкове оцінювання:** Студент має можливість отримати підсумкову оцінку за результатами двох ступенів модульного контролю шляхом накопичення балів. Максимальна кількість балів, яку може отримати студент становить 100 (до 60 балів поточного контролю та до 40 балів тестування). Якщо студент не погоджується із запропонованими балами він може підвищити їх на іспитах, відповівши на питання викладача. При заповненні заліково-екзаменаційної відомості та залікової книжки (індивідуального навчального плану) студента, оцінка, виставлена за 100-бальною шкалою, повинна бути переведена до національної шкали (5, 4, 3,) та шкали ECTS (A, B, C, D, E)

Визначення назви за державною шкалою (оцінка)	Визначення назви за шкалою ECTS	За 100 бальною шкалою	ECTS оцінка
ВІДМІННО – 5	Відмінно – відмінне виконання лише з незначною кількістю помилок	90-100	A
ДОБРЕ – 4	Дуже добре – вище середнього рівня з кількома помилками	82-89	B
	Добре – в загальному правильна робота з певною кількістю грубих помилок	75-81	C
ЗАДОВІЛЬНО - 3	Задовільно - непогано, але зі значною кількістю недоліків	69-74	D
	Достатньо – виконання задовольняє мінімальні критерії	60-68	E
НЕЗАДОВІЛЬНО - 2	Незадовільно – потрібно попрацювати перед тим як отримати позитивну оцінку (без повторного вивчення модуля)	35-59	FX
	Незадовільно - необхідна серйозна подальша робота (повторне вивчення модуля)	<35	F

### **Кодекс академічної доброчесності**

Порушення Кодексу академічної доброчесності Українського державного університету залізничного транспорту є серйозним порушенням, навіть якщо воно є ненавмисним.

Зокрема, дотримання Кодексу академічної доброчесності УкрДУЗТ означає, що вся робота на іспитах та заліках має виконуватися індивідуально. Під час виконання самостійної роботи студенти можуть консультуватися з викладачами та з іншими студентами, але повинні самостійно розв'язувати завдання, керуючись власними знаннями, уміннями та навичками. Посилання на всі ресурси та джерела (наприклад, у звітах, самостійних роботах чи презентаціях) повинні бути чітко визначені та оформлені належним чином. У разі спільної роботи з іншими студентами над виконанням індивідуальних завдань, кожен студент повинен зазначити ступінь свого залучення до роботи.

### **Інтеграція студентів із обмеженими можливостями**

Вища освіта є провідним чинником підвищення соціального статусу, досягнення духовної, матеріальної незалежності і соціалізації молоді з обмеженими функціональними можливостями й відображає стан розвитку демократичних процесів і гуманізації суспільства.

Для інтеграції студентів із обмеженими можливостями в освітній процес Українського державного університету залізничного транспорту створена система дистанційного навчання на основі сучасних педагогічних, інформаційних, телекомунікаційних технологій.

Доступ до матеріалів дистанційного навчання можна знайти за посиланням: <http://do.kart.edu.ua/>

### **Очікувані результати навчання**

В результаті навчання студент має навчитися застосовувати комп'ютерні обчислення для дослідження проектних та науково-дослідних задач в своїй фаховій діяльності, застосовувати апарат вищої та прикладної математики при створенні математичних моделей у відповідній галузі знань та використовувати математичні методи у їх дослідженні. В процесі освоєння курсу студент оволодіє навичками коректно проводити логічні міркування, розвине здатність до абстрактного мислення, опанує принципи системному підходу при дослідженні процесів, явищ і механізмів у фаховій діяльності та розуміння їх причинно-наслідкових зв'язків. Він також поліпшить навички роботи в команді, ведення наукових дискусій та генерування нових ідей при дослідженнях у фаховій сфері.

### **Команда викладачів:**

Головко Олександра Володимирівна

<https://kart.edu.ua/staff/golovko-oleksandra->

[volodimirivna](#) – лектор з дисципліни Комп'ютерна техніка і організація обчислювальних робіт в УкрДУЗТ. Отримала ступінь к.т.н. за спеціальністю 01.05.02 у ХНУ ім. Каразіна у 2012 році. Напрямки наукової діяльності: моделювання автоматизованих систем управління на залізничному транспорті..