

4. Патент на корисну модель № 21926 Україна E02D29/14, 2007 р.
5. Братчун В.І., Золотарьов В.О., Пактер М.К., Беспалов В.Л. Фізико-хімічна механіка будівельних матеріалів. [Текст]: [навчальний посібник] / В.І. Братчун, В.О. Золотарьов, М.К. Пактер, В.Л. Беспалов. – Донецьк: друкарня Норд Комп'ютер, 2006.- 302 с.-500 пр.- ISBN5- 7763-0351-6.

УДК 625.03

Даренський О.М., к.т.н., професор (УкрДАЗТ)

РОЗРАХУНКОВА СХЕМА ДИНАМІЧНОЇ СИСТЕМИ “ЕКІПАЖ – КОЛІЯ” ДЛЯ УМОВ ПРОМИСЛОВОГО ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ. ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ І ДОПУЩЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ СИСТЕМИ

У більшості досліджень, в яких розглядалися питання взаємодії колії та рухомого складу, визначалися вертикальні або горизонтальні поперечні сили, що діють на колію при русі екіпажів в прямих і кривих ділянках колії. Приймалися моделі, що описують плоскі коливання [1,2,3,4,5]. Ці моделі були розроблені в припущенні, що рухи системи в різних площинах слабо пов'язані між собою. Для досліджень багатьох процесів динаміки рухомого складу таке положення прийнятно.

Численні експерименти показали [6,7,8], що в залежності від стану колії, співвідношення величин нерівностей в плані і профілі, а також швидкостей руху, визначними можуть бути коливання екіпажу або у вертикальній, або в горизонтальній площині. У більшості випадків конструкції ресорного підвішування екіпажів виконані так, що вони передбачають амортизацію або вертикальних, або горизонтальних коливань. Відповідно до цього склалася тенденція вести розрахунки і визначати параметри взаємодії колії та рухомого складу, в якійсь - то з площин симетрії екіпажу. Наявність такої тенденції раніше виправдовувалася відсутністю достатньо потужних обчислювальних засобів і прагненням отримати формули, що описують якісно досліджуваний процес.

Однак в умовах промислового залізничного транспорту (криві малого радіусу, особливості спеціального рухомого складу, особливості режимів

ведення поїздів) необхідно враховувати суттєві нелінійності залежностей, в тому числі нелінійності розривного типу, тому що тільки нелінійна модель може адекватно описати взаємодію елементів у динамічній системі "екіпаж - колія". Оскільки для нелінійних систем принцип суперпозиції не прийнятий, дослідження взаємодії колії і спеціального рухомого складу, оцінки динаміки екіпажу з нелійними просторовими силовими і кінематичними зв'язками, слід проводити дослідження на нелінійній просторовій моделі.

Як базова розглянута розрахункова схема 4 - х вісного екіпажу, оскільки основна частина спеціальних вагонів промтранспорту (за винятком думпкратів ВС - 85, ВС - 100 і 2ВС - 105) і значна частина локомотивів, які застосовуються на промисловому транспорті, виконана за такою схемою. Введення в розрахунки 6 - ти вісних екіпажів принципівих труднощів не викликає і вимагає лише структурних змін в деяких формулах.

Наступне принципове положення - урахування пружних і дисипативних характеристик колії в динамічній системі "екіпаж - колія".

У роботах [4,6,9] використані плоскі математичні моделі екіпажів і при визначенні сил взаємодії екіпажу та колії використовувалися характеристики "вертикальна жорсткість колії" і "горизонтальна жорсткість колії". Ці характеристики прийняті постійними, які не залежать від сил взаємодії екіпажу та колії в іншій площині, та не залежать від конструкції колії, плану лінії та інших параметрів.

У роботі [4] параметр, який відповідає горизонтальній жорсткості колії по голівці рейки, був отриманий в матричному вигляді на підставі досліджень коливань рейки при крученні і горизонтальному вигині при русі по ньому змінних навантажень. Рейка розглядалася як балка, що лежить на суцільній пружній основі.

Однак аналіз особливостей утримання і роботи колії під дією спеціального рухомого складу промислового транспорту показує, що ці питання потребують спеціального опрацювання.

Такі основні положення, які були прийняті при виборі розрахункової схеми і розробці математичної моделі динамічної системи "екіпаж - колія".

Головні допущення, що прийняті в подальших розрахунках, зводяться в основному до наступного.

1. При розробці математичної моделі кузов екіпажу, обресорені і необресорені частини візку вважаються абсолютно твердими тілами, деформації яких не враховуються.

2. В екіпажі деформуємість враховується тільки в підвісках, пружні елементи яких мають лінійні і нелінійні характеристики, маса цих елементів не враховується.

3. Для спрощення розрахункової схеми приймається рівність параметрів однойменних елементів, тобто всі колісні пари, обресоренні частини візку, ресорні комплекти і т.д. є аналогічні.

4. Поперечні розбіги в осях будуть враховуватися лише при визначенні характеристик вписування (моментів і сил тертя між колесами і рейкою). Поздовжні розбіги осей не розглядаються. Таким чином, непідресорені частини візків не можуть мати в горизонтальній площині кутових переміщень щодо підресорених частин візку.

5. При визначенні горизонтальних силових реакцій між колесами і рейками враховується те, що у кожній колісній парі колеса жорстко з'єднані з віссю і тому при русі екіпажу обертаються з однаковою кутовою швидкістю. З цього випливає, що при русі коліс однієї пари по внутрішній та зовнішній рейках кривої, моменти сил тертя коліс об рейки різні і на одному з коліс виникає дійсне тертя, а друге котиться по рейці зберігаючи з ним пружний контакт.

6. У моделі враховується нестійкість екіпажу на пятниках, тобто можливість його "валки" на скользуни. Цей процес не тільки змінює вертикальні навантаження на колеса, але і змінює моменти опору кутовим переміщенням візків в горизонтальній площині.

7. Рейки вважаються балками великої довжини незмінного перетину, що лежать на опорах, які мають пружно - дисипативні властивості у вертикальній і горизонтальній площинах.

8. У вертикальній площині колеса і рейки мають односторонній зв'язок.

9. Колія і екіпаж перебувають у справному стані і повністю відповідають вимогам ПТЕ. Вертикальні і горизонтальні нерівності на колії задаються детерміновано. Нерівності на колесі (дисбаланс коліс і повзун на колесі) враховуються спеціальними розрахунками і задаються по призначенню.

10. Поздовжні сили, що діють на колію від рухомого складу (сили уgonу, гальмівні сили, сили тяги) безпосередньо в математичній моделі не враховуються. Проте їх розрахунок проводиться за спеціальною блок – схемою.

Такі головні допущення, прийняті в математичній моделі. Інші допущення, що застосовуються в роботі, вказані далі по ходу опису моделі.

З урахуванням викладеного, на рисунку 1 представлена прийнята розрахункова схема чотирьохвісного екіпажу, яка враховує його просторові коливання.

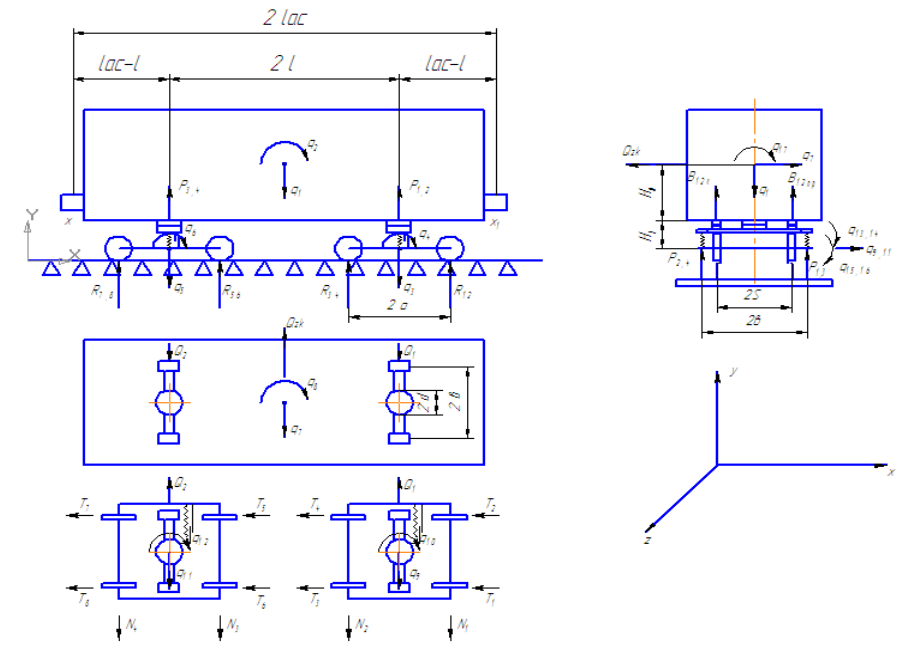


Рисунок 1 - Розрахункова схема чотирьохвісного екіпажу з урахуванням просторових коливань

Для вибраної розрахункової схеми і прийнятих систем координат складені диференціальні рівняння коливань екіпажу за принципом Д'Аламбера з використанням геометро - фізико - статичного правила, рекомендованого в [9] проф. А.А. Поповим. Для цього:

1. Із геометричних співвідношень складені залежності деформацій зв'язків від заданих можливих збільшень координат підсистеми.
2. Виходячи з фізичних законів, виражені реакції зв'язків які діють на елементи підсистеми через прирости координат, їх швидкості і прискорення.
3. Розрахункова схема замінена силовою схемою, в якій зв'язки замінені їх реакціями і в центрах мас включені сили інерції і моменти сил інерції. Для кожного елемента підсистеми записані рівняння статичної рівноваги, при цьому інерційні силові фактори враховувалися як реально діючі.

Диференціальні рівняння коливань отримані підстановкою в рівняння рівноваги (3) замість символів сил їх значення з співвідношень (2) і (1) через основні незалежні координати системи.

За умови, що екіпаж рухається з постійною швидкістю, його коливання за прийнятою розрахунковою схемою описуватимуться наступною системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned}
 & 1) \quad M\ddot{q}_1 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = M_g \\
 & 2) \quad J_{zk} \cdot \ddot{q}_2 + \ell(P_1 + P_2) - \ell(P_3 + P_4) = 0 \\
 & 3) \quad m_T \cdot \ddot{q}_3 - P_1 - P_2 = m_T g - R_1 - R_2 - R_3 - R_4 \\
 & 4) \quad J_{zT} \cdot q_4 + m_T(\ddot{q}_3 - g) \cdot d \operatorname{sign}(q_4 - q_2) = a(R_3 + R_4) - a(R_1 + R_2) \\
 & 5) \quad m_T \cdot \ddot{q}_5 - P_3 - P_4 = m_T \cdot g - R_5 - R_6 - R_7 - R_8 \\
 & 6) \quad J_{zT} \cdot \ddot{q}_6 + m_T(\ddot{q}_5 - g) \cdot d \operatorname{sign}(q_6 - q_2) = a(R_7 + R_8) - a(R_5 - R_6) \\
 & 7) \quad M\ddot{q}_7 + Q_1 + Q_2 = M \frac{v^2}{\rho_{\text{воз}}} + Q_{zk} \\
 & 8) \quad J_{yT} \cdot \ddot{q}_8 + Q_1 \cdot l - Q_2 \cdot l + M_{\text{тп1}} \operatorname{sign}(\dot{q}_8 - \dot{q}_{10}) + M_{\text{тп2}} \operatorname{sign}(\dot{q}_8 - \dot{q}_{12}) = 0 \\
 & 9) \quad m_T \cdot \ddot{q}_9 - Q_1 = m_T \frac{v^2}{\rho_{\text{тп1}}} - N_1 - N_2 \\
 & 10) \quad J_{yT} \cdot \ddot{q}_{10} + M_{\text{тп1}} \operatorname{sign}(\dot{q}_{10} - \dot{q}_8) = M_{n1} + M_{n2} + (N_2 - N_1) \cdot a \\
 & 11) \quad m_T \cdot \ddot{q}_{11} - Q_2 = m_T \frac{v^2}{\rho_{\text{тп2}}} - N_3 - N_4 \\
 & 12) \quad J_{yT} \cdot \ddot{q}_{12} + M_{\text{тп2}} \operatorname{sign}(\dot{q}_{12} - \dot{q}_8) = M_{n3} + M_{n4} + (N_4 - N_3) \cdot a \\
 & 13) \quad J_{\text{ок}} \cdot \ddot{q}_{13} + P_{\text{т1}} \cdot d \operatorname{sign}(q_{13} - q_{17}) + (B_{1л} - B_{1\text{пр}}) \cdot B_1 + (P_1 - P_2) \cdot B = 0 \\
 & 14) \quad J_{\text{ок}} \cdot \ddot{q}_{14} + P_{\text{т2}} \cdot d \operatorname{sign}(q_{14} - q_{17}) + (B_{2л} - B_{2\text{пр}}) \cdot B_1 + (P_3 + P_4) \cdot B = 0 \\
 & 15) \quad J_{\text{тх}} \cdot \ddot{q}_{15} + (P_2 - P_1) \cdot B - Q_1 \cdot H_1 = R_2 \cdot S_2(t) - R_1 \cdot S_1(t) + R_4 \cdot S_4(t) - \\
 & \quad - R_3 \cdot S_3(t) - N_1 r_1(t) - N_2 r_2(t) \\
 & 16) \quad J_{\text{тх}} \cdot \ddot{q}_{16} + (P_4 - P_3) \cdot B - Q_2 \cdot H_1 = R_6 \cdot S_6(t) - R_5 \cdot S_5(t) + R_8 \cdot S_8(t) - \\
 & \quad - R_7 \cdot S_7(t) - N_3 r_3(t) - N_4 r_4(t) \\
 & 17) \quad J_{\text{кх}} \cdot \ddot{q}_{17} + M \cdot \ddot{q}_7 H_0 + P_{\text{т1}} \cdot d \operatorname{sign}(q_{17} - q_{13}) + P_{\text{т2}} \cdot d \operatorname{sign}(q_{17} - q_{14}) + \\
 & \quad + (B_{1\text{пр}} + B_{2\text{пр}} - B_{1л} - B_{2л}) \cdot B_1 = M \frac{v^2}{\rho_{\text{воз}}} \cdot H_0 + Q_{zk} \cdot H_0
 \end{aligned} \tag{1}$$

В системі рівнянь (1) прийняті наступні позначення:

M – маса підресорених елементів вагону (кг);

m_T – маса непідресорених елементів візку (кг);

J_{YK}, J_{ZK}, J_{KK} – відповідно моменти інерції підресорених елементів вагона відповідно вісей Y і Z і момент інерції кузова вагона відносно осі X, яка проходить на рівні пятників вагона ($\text{кг}\cdot\text{м}^2$);

J_{YT}, J_{ZT}, J_{TK} – момент інерції непідресорених елементів візків відносно осей Y і Z, X ($\text{кг}\cdot\text{м}^2$);

J_{BK} – момент інерції надресорної балки відносно осі X ($\text{кг}\cdot\text{м}^2$);

2ℓ – відстань між центрами шкворнів (м);

H_0 – відстань від площини пятника до центру масс (м);

$2d$ – діаметр пятника вагону (м);

$2B_1$ – відстань між скользунами (м);

$2a$ – база візка (м);

$2B$ – відстань між серединами ресорних комплектів (м);

H_1 – відстань від осі колісної пари до площини пятника (м);

Q_{zk} – горизонтальна бокова результуюча зовнішніх сил, що діють на кузов (Н);

Q_1 і Q_2 – горизонтальні поперечні реакції ресорних комплектів першого і другого візків (Н);

P_1, P_2, P_3, P_4 – вертикальні реакції ресорних комплектів першого і другого візків (Н);

F_{T1} і F_{T2} – реакції, які діють на пятники вагону з боку підпятників візків (Н);

$B_{1пр}, B_{2пр}, B_{1л}, B_{2л}$ – вертикальні реакції на правих і лівих скользунах першого і другого візків (Н);

$M_{Tр1}, M_{Tр2}$ – моменти сил тертя, які виникають в шкворневих перетинах при поворотах першого і другого візків в горизонтальній площині (Н·м);

R_{1-8} – вертикальні реакції, які діють на колеса з боку колії (Н);

N_{1-4} – результуючі горизонтальних поперечних сил взаємодії коліс і рейок (Н);

$M_{n1}, M_{n2}, M_{n3}, M_{n4}$ – моменти повздовжніх складових сил тертя коліс по рейкам для 1 – 4 колісної пари (Н·м);

$r_{1-8}(t)$ – радіуси кіл катання коліс в точках контакту колеса і рейки (м);

$S_{1-в}(t)$ – відстані від середини колісної пари до точок контакту колеса і рейки (м);

g – прискорення вільного падіння (м/с²);

V – швидкість руху екіпажів (км/ч);

$\rho_{кол}$ – радіус кривизни колії, що відповідає центру ваги кузова екіпажу (м);

$\rho_{хт1}, \rho_{хт2}$ – радіуси кривизни колії, що відповідають центрам тяжіння першого і другого візків (м)

Щоб диференціальні рівняння (1) задовольняли умові статичної рівноваги системи, необхідно, щоб функції, які входять до них $sign$ обчислювалися з наступних співвідношень:

$$sign(q_j - q_k) = 1, \text{ если } q_j - q_k > 0 \quad \left. \vphantom{sign(q_j - q_k)} \right\} \quad (2)$$

$$sign(q_j - q_k) = 0, \text{ если } q_j - q_k = 0$$

$$sign(q_j - q_k) = -1, \text{ если } q_j - q_k < 0$$

Вертикальні і горизонтальні реакції ресорних комплектів визначаються з співвідношень:

$$\left. \begin{aligned} P_{1-4в} &= K_e (\Delta_{cm} - \Delta_{1-4в}) - F_{1-4в} \frac{\Delta_{cm} + \Delta_{1-4в}}{\Delta_{cm}} sign \Delta_{1-4в} \\ \text{при } (\Delta_{cm} + \Delta_{1-4в}) &> 0; \\ P_{1-4в} &= 0 \text{ при } (\Delta_{cm} + \Delta_{1-4в}) \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$Q_{1-2} = K_2 \Delta_{1-2Г} + F_{1-2Г} \Delta_{1-2Г} \quad (4)$$

де $\Delta_{1-4\epsilon}$ – вертикальні деформації ресорних комплектів візків (м);

Δ_{cm} – статичний прогин ресорного комплекту (м);

K_{ϵ} – вертикальна жорсткість ресорного комплекту (Н/м);

K_2 – горизонтальна жорсткість ресорних комплектів візків (Н/м);

$\Delta_{1-2\Gamma}$ – горизонтальні поперечні деформації ресор візків (Н/м);

F_{ϵ}, F_2 – відповідно сили сухого тертя, що розвиваються клиновим гасителем коливань у вертикальній і горизонтальній площинах (Н);

Якщо вважати, що загальна сила тертя розвивається між клином і фрикційною планкою, то вертикальну F_{ϵ} та горизонтальну F_2 складові цієї сили можна визначити наступними виразами (2):

$$F_{1-4\epsilon} = K_{\epsilon} (f + \Delta_{\epsilon}) \cdot \varphi_p \sin \arctg \left| \frac{\dot{\Delta}_{\epsilon}}{\dot{\Delta}_2} \right| \cos \alpha_{\kappa},$$

$$F_{1-2\epsilon} = \sum_1^2 K_{\epsilon} (f + \Delta_{\epsilon}) \varphi_p \cos \arctg \left| \frac{\dot{\Delta}_{\epsilon}}{\dot{\Delta}_2} \right| \quad (5)$$

де $\Delta_{1-4\epsilon}, \Delta_{1-2\epsilon}$ – вертикальна і горизонтальна деформації ресор;

φ_p – коефіцієнт відносного тертя в ресорно комплекті, в припущенні, що вся сила тертя реалізується у вертикальному напрямку;

α_{κ} – кут нахилу фрикційної планки демпфера (рад).

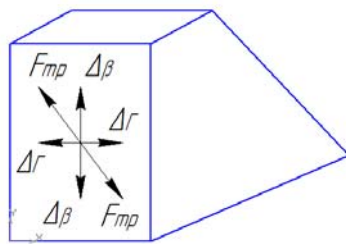


Рисунок 2 - Розрахункова схема реалізуємих сил тертя в клиновому гасителі коливань

Знак суми у виразі (5) показує, що горизонтальна сила тертя складається з суми сил тертя по кожному ресорному комплекту візку.

Вертикальні деформації ресорних комплектів візків визначаються з рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{1\epsilon} &= q_1 + q_2 \cdot l + (q_{13} - q_{15}) \cdot \epsilon - q_3 + d \sin(q_{17} - q_{13}) \\ \Delta_{2\epsilon} &= q_1 + q_2 \cdot l - (q_{13} - q_{15}) \cdot \epsilon - q_3 + d \cdot \sin(q_{17} - q_{13}) \\ \Delta_{3\epsilon} &= q_1 - q_2 \cdot l + (q_{14} - q_{16}) \cdot \epsilon - q_5 + d \sin(q_{17} - q_{14}) \\ \Delta_{4\epsilon} &= q_1 - q_2 \cdot l - (q_{14} - q_{16}) \cdot \epsilon - q_5 + d \sin(q_{17} - q_{14}) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Горизонтальні деформації ресор візків можна визначити за формулами:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{1\Gamma} &= q_7 + q_8 \cdot l - q_9 \\ \Delta_{2\Gamma} &= q_7 - q_8 \cdot l - q_{11} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Статичний прогин ресорного комплекту:

$$\Delta_{cm} = \frac{M \cdot g}{4K_e} \quad (8)$$

Вертикальні реакції на пятниках P_{T1} і P_{T2} за умови, що зазори в скользунах не вибрані, дорівнюють:

$$\left. \begin{aligned} P_{T1} &= P_1 + P_2 + m_\delta(\ddot{q}_1 + l\ddot{q}_2 - g) \\ P_{T2} &= P_3 + P_4 + m_\delta(\ddot{q}_1 - l\ddot{q}_2 - g) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

де m_δ – маса надресорної балки (кг).

У цьому випадку реакції на скользунах $B_{1np}=B_{2np}=B_{1л}=B_{2л}=0$.

Якщо зазори на скользунах вибрані і кузов одночасно спирається на пятники і скользуни, то

$$\left. \begin{aligned} P_{T1} &= P_1 + P_2 + m_\delta(\ddot{q}_1 + l\ddot{q}_2 - g) - B_1 \\ P_{T2} &= P_3 + P_4 + m_\delta(\ddot{q}_1 - l\ddot{q}_2 - g) - B_2 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

де B_1 и B_2 – реакції на скользунах першого і другого візків (Н).

Реакції на скользунах визначаються по формулам:

$$\left. \begin{aligned}
 B_1 &= \frac{1}{\epsilon_1 - d} \left\{ \mathfrak{S}_{\delta x} \cdot \ddot{q}_{13} + P_1 [\epsilon - d \operatorname{sign}(q_{17} - q_{13})] - P_2 [\epsilon + d \operatorname{sign}(q_{17} - q_{13})] \right\} \operatorname{sign}(q_{17} - q_{13}) - \\
 &\quad - \frac{m_\delta d (\ddot{q}_1 - l \ddot{q}_2 - g)}{\epsilon_1 - d}, \\
 B_2 &= \frac{1}{\epsilon - d} \left\{ \mathfrak{S}_{\delta x} \ddot{q}_{14} + P_3 [\epsilon - d \operatorname{sign}(q_{17} - q_{14})] - P_4 [\epsilon + d \operatorname{sign}(q_{17} - q_{13})] \right\} \operatorname{sign}(q_{17} - q_{13}) - \\
 &\quad - \frac{m_\delta d (\ddot{q}_1 - l \ddot{q}_2 - g)}{\epsilon_1 - d}
 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Через те що у кожному візку обпирання кузова вагону може відбуватися тільки на правий чи лівий скользян, індекси "правий" і "лівий" визначаються із наступних співвідношень:

$$\left. \begin{aligned}
 0 \leq (q_{17} - q_{13}) \leq \frac{a_c}{\epsilon_1}, & \quad B_1 = B_{1np} = B_{1l} = 0; \\
 (q_{17} - q_{13}) > \frac{a_c}{\epsilon_1}, & \quad B_1 = B_{1np}, B_{1l} = 0; \\
 0 \leq (q_{17} - q_{14}) \leq \frac{H_c}{\epsilon_1}, & \quad B_2 = B_{2np} = B_{2l} = 0; \\
 (q_{17} - q_{14}) > \frac{a_c}{\epsilon_1}, & \quad B_2 = B_{2np}, B_{2l} = 0; \\
 (q_{17} - q_{13}) < 0, \quad |q_{17} - q_{13}| \leq \frac{a_c}{\epsilon_1}, & \quad B_1 = B_{1np} = B_{1l} = 0; \\
 (q_{17} - q_{13}) < 0, \quad |q_{17} - q_{13}| > \frac{a_c}{\epsilon_1}, & \quad B_1 = B_{1l}, B_{1n} = 0; \\
 (q_{17} - q_{14}) < 0, \quad |q_{17} - q_{14}| \leq \frac{a_c}{\epsilon_1}, & \quad B_2 = B_{2np} = B_{2l} = 0; \\
 (q_{17} - q_{14}) < 0, \quad |q_{17} - q_{14}| > \frac{a_c}{\epsilon_1}, & \quad B_2 = B_{2l}, B_{2np} = 0
 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

де a_c – зазори в скользянах (м).

Моменти сил тертя, що виникають при поворотах візків в горизонтальній площині, можна визначити з залежностей:

$$\left. \begin{aligned}
 M_{mp1} &= P_{T1} \mu_1 d + B_1 \mu_2 \epsilon_1, \\
 M_{mp2} &= P_{T2} \mu_1 d + B_2 \mu_2 \epsilon_1
 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

де μ_1 и μ_2 – коефіцієнти тертя матеріалу пятників і скользунів.

У процесі руху екіпажу можуть виникати ситуації, коли відносний поворот кузова та візків неможливий внаслідок того, що моменти M_{TP1} і M_{TP2} будуть більше суми моментів горизонтальних реакцій ресорних комплектів і моментів поздовжніх і поперечних сил взаємодії коліс екіпажу з рейками. Іншими словами, в даній ситуації зв'язок кузова з візками в напрямку координат q_8 , q_{10} і q_{12} тимчасово стає жорстким (відбувається заклинювання). Тоді диференціальні рівняння, що описують рухи в напрямку зазначених координат, стають несправедливими.

Формально справедливість рівнянь (1) визначається наступними умовами:

$$|Q_1 - Q_2|l > |M_{TP1} \text{sign}(\dot{q}_8 - \dot{q}_{10}) + M_{TP2} \text{sign}(\dot{q}_8 - \dot{q}_{12})|, \quad (14)$$

$$|(N_1 - N_2) \cdot a + M_{n1} + M_{n2}| > M_{TP1}, \quad (15)$$

$$|(N_3 - N_4) \cdot a + M_{n3} + M_{n4}| > M_{TP2}. \quad (16)$$

Якщо в момент часу $(i + 1)$ умова (14) не виконується, то диференціальне рівняння (8) в системі (1) не вирішується і координаті q_8 та її похідним присвоюються значення:

$$\left. \begin{aligned} q_{8(i+1)} &= q_{8(i)}; \\ \dot{q}_{8(i+1)} &= \ddot{q}_{8(i+1)} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

При порушенні умов (15) або (16), не вирішуються рівняння (10) або (12) система (1) і відповідним координатам присвоюються значення:

$$\left. \begin{aligned} q_{10(i+1)} &= q_{10(i)} + (q_{8(i+1)} - q_{8(i)}); \\ \dot{q}_{10(i+1)} &= \dot{q}_{8(i+1)}; \\ \ddot{q}_{10(i+1)} &= \ddot{q}_{8(i+1)}; \\ q_{12(i+1)} &= q_{12(i)} + (q_{8(i+1)} - q_{8(i)}); \\ \dot{q}_{12(i+1)} &= \dot{q}_{8(i+1)}; \\ \ddot{q}_{12(i+1)} &= \ddot{q}_{8(i+1)}. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Система диференціальних рівнянь (1) спільно з рівняннями силових і кінематичних зв'язків (2 - 18) описує просторові коливання екіпажу при параметричному і кінематичному збудженні.

Список літератури

1. Шахунянц Г.М. Железнодорожный путь: Учебник для вузов ж.д. транспорта – 3 - е изд. Перераб и доп. – М.: Транспорт , 1987. – 479 с.
2. Коган А.Я. Вертикальные динамические силы, действующие на путь. Труды ЦНИИ МПС, вып. 402 – М.: Транспорт, 1969, 206 с.
3. Коган А.Я. Колебания рельса при движении по нему переменной нагрузки. – Вестник ВНИИЖТ, 1968, №1, с 7 – 12
4. Поперечне горизонтальне сили, действующие на путь в прямых участках. Под ред. д.т.н. Когана А.Я. М.: Транспорт , 1979, с.88 (Труды ВНИИЖТ, вып. 619)
5. Вериго М.Ф., Коган А.Я. Взаимодействие пути и подвижного состава. М.: Транспорт , 1986. – 599 с.
6. Вериго М.Ф. Взаимодействие пути и подвижного состава в кривых малого радиуса и борьба с боковым износом рельсов и гребней колес. М.: ПТКБ ЦП МПС, 1997, 207с.
7. Вериго М.Ф., Коган А.Я. К вопросу о процессах взаимодействия необрессоренных масс и пути. – Вестник ВНИИЖТ, 1968, №6, с 10 – 11.
8. Влияние параметров пути и тележки на силы взаимодействия. /В.А. Лазарян и др. – Труды ДИИТ, 1968, вып. 68 с. 22 – 28.
9. Попов А.А. Соппротивление материалов. М.: Машгиз, 1968, с 715.