

АВТОМАТИКА, ТЕЛЕМЕХАНІКА, ЗВ'ЯЗОК

УДК 656.256: 681.32

В. Ф. Кустов, професор (УкрДАЗТ)

**МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ФУНКЦІЙНОЇ БЕЗПЕЧНОСТІ ТА
БЕЗВІДМОВНОСТІ ВІДНОВЛЮВАНИХ ТЕХНІЧНИХ ЗАСОБІВ У
РАЗІ ВИКОРИСТАННЯ МАЖОРИТАРНОГО РЕЗЕРВУВАННЯ
«2» ІЗ «3»**

У системах керування відповідальними технологічними процесами у багатьох випадках використовують мажоритарне резервування «2» із «3» [1, 2].

Математичні моделі, що наведені у роботах [3,6], не враховують ступінь впливу тривалості відновлення небезпечних відмов у кожному каналі резервування на кількісні показники безпечності та безвідмовності мажоритарних систем «2» із «3» (МС), не дозволяють визначити допустиму максимальну тривалість усунення небезпечних відмов та мінімальний період діагностування кожного каналу резервування.

Для визначення математичних моделей функційної безпечності у разі експоненціального закону розподілу небезпечних відмов у кожному каналі резервування ($\lambda_n = \text{const}$) необхідно скласти розрахунково-логічну схему і граф безпечності (рисунок 1, а,б) з урахуванням співвідношення $N_{\sigma\delta} = \mu/\lambda_n$.

Небезпечна відмова системи настає тоді, коли відбудеться небезпечна відмова будь-яких двох каналів резервування та мажоритарний елемент МЕ сформує небезпечний сигнал. Імовірність небезпечної відмови дорівнює ймовірності перебування МС у стані S_2 :

$$Q_n(t) = P_2(t).$$

Імовірність безпечної роботи дорівнює сумі ймовірностей перебування МС у станах S_0 і S_1 ,

$$P_{\sigma}(t) = P_0(t) + P_1(t).$$

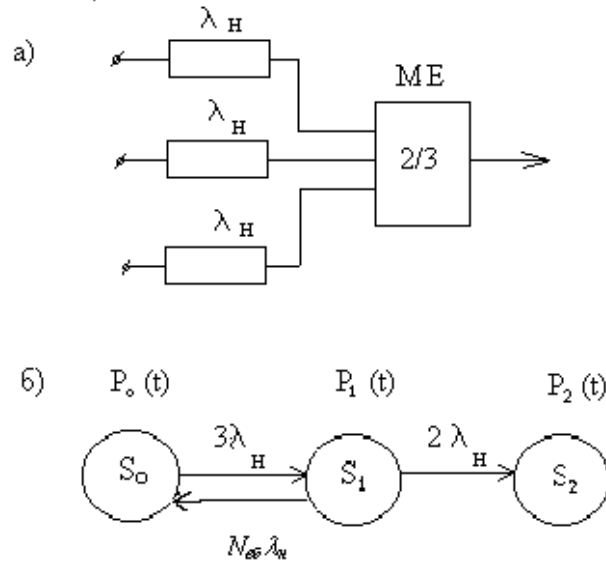


Рисунок 1 - Розрахунково-логічна схема і граф безпечності відновної системи у разі використання мажоритарного резервування «2» із «3»

Для визначення ймовірностей $P_0(t)$, $P_1(t)$ і $P_2(t)$ складають систему диференціальних рівнянь Колмогорова, яка з урахуванням співвідношення $N_{\text{об}} = \mu/\lambda_H$ має вигляд:

$$\begin{cases} \frac{dP_0(t)}{dt} = -3\lambda_H P_0(t) + N_{\text{об}}\lambda_H P_1(t); \\ \frac{dP_1(t)}{dt} = 3\lambda_H P_0(t) - 2\lambda_H P_1(t) - N_{\text{об}}\lambda_H P_1(t); \\ \frac{dP_2(t)}{dt} = 2\lambda_H P_1(t). \end{cases} \quad (1)$$

Після прямого перетворення Лапласа, з урахуванням нульових початкових умов: $P_0(t=0)=1$, $P_1(t=0)=P_2(t=0)=0$, одержують:

$$\begin{cases} s \cdot P_0(s) - 1 = -3\lambda_H P_0(s) + N_{\text{об}}\lambda_H P_1(s); \\ s \cdot P_1(s) = 3\lambda_H P_0(s) - 2\lambda_H P_1(s) - N_{\text{об}}\lambda_H P_1(s); \\ s \cdot P_2(s) = 2\lambda_H P_1(s). \end{cases} \quad (2)$$

Спочатку виконують перетворення першого рівняння системи (2):

$$P_0(s)[s+3\lambda_n] = N_{\sigma\sigma}\lambda_n P_1(s) + 1,$$

$$P_0(s) = \frac{N_{\sigma\sigma}\lambda_n \cdot P_1(s) + 1}{s + 3\lambda_n}, \quad (3)$$

Підставляючи отриманий вираз у друге рівняння системи (2), одержують

$$s \cdot P_1(s) = 3\lambda_n \left[\frac{N_{\sigma\sigma}\lambda_n \cdot P_1(s) + 1}{s + 3\lambda_n} \right] - (2\lambda_n + N_{\sigma\sigma}\lambda_n) \cdot P_1(s).$$

Звідси

$$(s + 2\lambda_n + N_{\sigma\sigma}\lambda_n) \cdot P_1(s) = 3\lambda_n \left[\frac{N_{\sigma\sigma}\lambda_n \cdot P_1(s) + 1}{s + 3\lambda_n} \right];$$

$$[(s + 2\lambda_n + N_{\sigma\sigma}\lambda_n) \cdot (s + 3\lambda_n) - 3\lambda_n N_{\sigma\sigma}\lambda_n] \cdot P_1(s) = 3\lambda_n;$$

$$P_1(s) = \frac{3\lambda_n}{[(s + 2\lambda_n + N_{\sigma\sigma}\lambda_n) \cdot (s + 3\lambda_n) - 3\lambda_n N_{\sigma\sigma}\lambda_n]}. \quad (4)$$

Після заміни в третьому рівнянні системи (2) зображення $P_1(s)$ на вираз (4) воно матиме вигляд:

$$P_2(s) = \frac{2\lambda_n}{s} \cdot \frac{3\lambda_n}{s^2 + (N_{\sigma\sigma}\lambda_n + 5\lambda_n) \cdot s + 6\lambda_n^2} = \frac{6\lambda_n^2}{s \cdot [s^2 + (N_{\sigma\sigma}\lambda_n + 5\lambda_n) \cdot s + 6\lambda_n^2]}. \quad (5)$$

Далі позначають через S_1, S_2 корені квадратного рівняння знаменника $P_2(s)$, які визначають у такий спосіб:

$$S_{1,2} = -\frac{N_{\sigma\sigma}\lambda_n + 5\lambda_n}{2} \pm \sqrt{\frac{(N_{\sigma\sigma}\lambda_n)^2 + 10\lambda_n^2 N_{\sigma\sigma} + \lambda_n^2}{4}},$$

або

$$S_1 = -\left(\frac{(N_{\sigma\sigma} + 5) + \sqrt{N_{\sigma\sigma}^2 + 10N_{\sigma\sigma} + 1}}{2} \right) \lambda_n,$$

$$S_2 = - \left(\frac{(N_{\text{вб}} + 5) - \sqrt{N_{\text{вб}}^2 + 10N_{\text{вб}} + 1}}{2} \right) \lambda_{\text{н}}.$$

З урахуванням уведених позначень, вираз (5) буде мати вид:

$$P_2(s) = \frac{6\lambda_{\text{н}}^2}{s \cdot (s - s_1) \cdot (s - s_2)}.$$

Після використання оберненого перетворення Лапласа для рівняння $P_2(s)$ одержують формулу для визначення ймовірності небезпечної відмови МС:

$$Q_{\text{н}}(t) = 1 - \frac{(N_{\text{вб}} + 5) + \sqrt{N_{\text{вб}}^2 + 10N_{\text{вб}} + 1}}{2\sqrt{N_{\text{вб}}^2 + 10N_{\text{вб}} + 1}} e^{-\frac{(N_{\text{вб}} + 5) - \sqrt{N_{\text{вб}}^2 + 10N_{\text{вб}} + 1}}{2} \lambda_{\text{н}} t} -$$

$$- \frac{(N_{\text{вб}} + 5) - \sqrt{N_{\text{вб}}^2 + 10N_{\text{вб}} + 1}}{2\sqrt{N_{\text{вб}}^2 + 10N_{\text{вб}} + 1}} e^{-\frac{(N_{\text{вб}} + 3) + \sqrt{N_{\text{вб}}^2 + 10N_{\text{вб}} + 1}}{2} \lambda_{\text{н}} t}. \quad (6)$$

Звідси одержують імовірність безпечної роботи МС

Після перетворення першого показника ступеня (при $\lambda_{\text{н}} t$) шляхом домноження та ділення на однаковий сполучений доданок отримаємо:

$$P_{\text{вб}}(t) = 1 - Q_{\text{н}}(t) = \frac{(N_{\text{вб}} + 5) + \sqrt{N_{\text{вб}}^2 + 10N_{\text{вб}} + 1}}{2\sqrt{N_{\text{вб}}^2 + 10N_{\text{вб}} + 1}} e^{-\frac{(N_{\text{вб}} + 5) - \sqrt{N_{\text{вб}}^2 + 10N_{\text{вб}} + 1}}{2} \lambda_{\text{н}} t} -$$

$$- \frac{(N_{\text{вб}} + 5) - \sqrt{N_{\text{вб}}^2 + 10N_{\text{вб}} + 1}}{2\sqrt{N_{\text{вб}}^2 + 10N_{\text{вб}} + 1}} e^{-\frac{(N_{\text{вб}} + 5) + \sqrt{N_{\text{вб}}^2 + 10N_{\text{вб}} + 1}}{2} \lambda_{\text{н}} t}$$

$$P_{\text{а}}(t) = \frac{(N_{\text{аа}} + 5) + \sqrt{N_{\text{аа}}^2 + 10N_{\text{аа}} + 1}}{2\sqrt{N_{\text{аа}}^2 + 6N_{\text{аа}} + 1}} e^{-\frac{12}{(N_{\text{аа}} + 5) + \sqrt{N_{\text{аа}}^2 + 10N_{\text{аа}} + 1}} \lambda_{\text{н}} t} -$$

$$- \frac{(N_{\text{аа}} + 5) - \sqrt{N_{\text{аа}}^2 + 10N_{\text{аа}} + 1}}{2\sqrt{N_{\text{аа}}^2 + 10N_{\text{аа}} + 1}} e^{-\frac{(N_{\text{аа}} + 5) + \sqrt{N_{\text{аа}}^2 + 10N_{\text{аа}} + 1}}{2} \lambda_{\text{н}} t}. \quad (7)$$

Для більшості практичних випадків (при $N_{\sigma\delta} > 100$), коли

$$(N_{\sigma\delta} + 5) \approx \sqrt{N_{\sigma\delta}^2 + 10N_{\sigma\delta} + 1}$$

імовірність безпечної роботи дорівнює

$$P_{\sigma}(t) = e^{-\frac{6\lambda_n}{N_{\sigma\delta} + 5}t}, \quad (8)$$

Для визначення середнього наробітку до небезпечної відмови використовують рівняння ймовірності безпечної роботи

$$P_{\sigma}(t) = 1 - P_2(t). \quad (9)$$

Після прямого перетворення Лапласа рівняння (6.22), одержують

$$P_{\sigma}(s) = \frac{1}{s} - P_2(s) = \frac{1}{s} - \frac{6\lambda_n^2}{s \cdot [s^2 + (N_{\sigma\delta}\lambda_n + 5\lambda_n) \cdot s + 6\lambda_n^2]}. \quad (10)$$

З урахуванням приведення виразу (10) до загального знаменника, зображення функції безпеки буде мати вигляд:

$$P_{\sigma}(s) = \frac{s^2 + (N_{\sigma\delta}\lambda_n + 5\lambda_n) \cdot s + 6\lambda_n^2 - 6\lambda_n^2}{s \cdot [s^2 + (N_{\sigma\delta}\lambda_n + 5\lambda_n) \cdot s + 6\lambda_n^2]} = \frac{s + N_{\sigma\delta}\lambda_n + 5\lambda_n}{s^2 + (N_{\sigma\delta}\lambda_n + 5\lambda_n) \cdot s + 6\lambda_n^2}. \quad (11)$$

Середній наробіток до небезпечної відмови визначають з урахуванням формули

$$T_{cp.n} = \int_0^{\infty} P_{\sigma}(t) dt = P_{\sigma}(s)|_{s=0}. \quad (12)$$

Після заміни в рівнянні (12) зображення ймовірності безпечної роботи на вираз (11) одержують

$$\dot{O}_{\bar{n}\delta i} = \frac{N_{\bar{a}\bar{a}}\lambda_i + 5\lambda_i}{6\lambda_i^2} = \frac{N_{\bar{a}\bar{a}} + 5}{6\lambda_i} = \frac{N_{\bar{a}\bar{a}} + 5}{6} (\dot{O}_{\bar{n}\delta i 1}), \quad (13)$$

або, з урахуванням уведення індексу відновлення безпечної роботи МС $N_{\text{вб}} = \mu/\lambda_n = T_{\text{ср.н}}/T_{\text{вб}}$, одержують

$$\dot{O}_{\text{вб}} = \left(\frac{N_{\text{вб}}}{6} + \frac{5}{6}\right)\dot{O}_{\text{вб}1} = (0,17N_{\text{вб}} + 0,83)\dot{O}_{\text{вб}1}, \quad (14)$$

де - $T_{\text{ср.н}}$ - середній наробіток до небезпечної відмови одного каналу резервування.

При великих значеннях індексу $N_{\text{вб}}$ ($N_{\text{вб}} > 200$) збільшення середнього наробітку до небезпечної відмови при введенні мажоритарного резервування із „3” залежить практично тільки від співвідношення інтенсивності відновлення та інтенсивності небезпечних відмов каналів резервування (індексу відновлення $N_{\text{вб}}$)

$$\dot{O}_{\text{вб}} \approx \frac{N_{\text{вб}} \dot{O}_{\text{вб}1}}{6}. \quad (15)$$

Для цього випадку використовують також рівноцінну формулу

$$\dot{O}_{\text{вб}} \approx \frac{\dot{O}_{\text{вб}1}^2}{6\dot{O}_{\text{вб}}}. \quad (16)$$

Аналіз формул (14) – (16) показує, що тривалість відновлення є дуже важливим чинником підвищення функційної безпечності МС, навіть у разі відносно великої імовірності небезпечної відмови у кожному каналі резервування. Інтенсивність небезпечних відмов МС розраховується на базі формули (8):

$$\lambda_{\text{вб}} = \frac{6\lambda_{\text{вб}1}}{N_{\text{вб}} + 5}. \quad (17)$$

С урахуванням того, що тривалість відновлення складається з тривалості діагностування та усунення небезпечних відмов у кожному каналі резервування, тобто $T_{\text{вб}} = T_{\text{д}} + T_{\text{у}}$, для великих, реальних на практиці значень індексів відновлення ($N_{\text{вб}} > 100$), інтенсивність небезпечних відмов усієї структури МС дорівнює:

$$\lambda_{\text{вб}} = 6\lambda_{\text{вб}1}(T_{\text{д}} + T_{\text{у}}). \quad (18)$$

З цієї формули знайдемо максимально допустиме значення періоду діагностування небезпечних відмов у кожному каналі резервування МС, а також максимально допустиму інтенсивність небезпечних відмов одного каналу резервування для досягнення допустимої (нормованої) інтенсивності небезпечних відмов:

$$\dot{O}_{\bar{a}.i\bar{\delta}} = \frac{\lambda_{i.\bar{a}\bar{i}} - 6\lambda_{i.1}^2 T_{\bar{o}}}{6\lambda_{i.1}^2}; \quad (19)$$

$$\lambda_{i.1.i\bar{\delta}} = \sqrt{\frac{\lambda_{i.\bar{a}\bar{i}}}{6(\dot{O}_{\bar{a}} + \dot{O}_{\bar{o}})}}. \quad (20)$$

Мінімально допустиме значення наробітку до небезпечної відмови одного з каналів резервування МС при $\lambda_{n.1.max} = const$ та фіксованих максимально допустимих значеннях $T_{\delta.max}$ и $T_{y.max}$) визначається наступним чином з виразу (20):

$$T_{i.1.i\bar{\delta}} = \sqrt{\frac{6(\dot{O}_{\bar{a}} + \dot{O}_{\bar{o}})}{\lambda_{i.\bar{a}\bar{i}}}}. \quad (21)$$

Для визначення коефіцієнта безпеки $K_{\bar{o}}$ необхідно використовувати граф стану МС (рисунок 1), у якому додається ребро графа S_2-S_1 . При відсутності відновлення, у випадку перебування системи в стані S_2 , коефіцієнт безпеки $K_{\bar{o}} = 0$. Це обумовлено тим, що коли є навіть мінімальна ймовірність переходу системи в стан небезпечної відмови, час перебування системи в цьому стані без відновлення буде дорівнювати нескінченності.

Коефіцієнт готовності МС до безпечної роботи визначається в сталому режимі його роботи, тому систему диференціальних рівнянь перетворюють у систему алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases} 0 = -3\lambda_n P_0 + N_{\bar{o}\bar{o}} \lambda_n P_1 \\ 0 = 3\lambda_n P_0 - (2\lambda_n + N_{\bar{o}\bar{o}} \lambda_n) P_1 + N_{\bar{o}\bar{o}} \lambda_n P_2 \\ 0 = 2\lambda_n P_1 - N_{\bar{o}\bar{o}} \lambda_n P_2 \end{cases} \quad (17)$$

Розв'язання системи (17) виконують з урахуванням додаткової умови

$$P_0 + P_1 + P_2 = 1. \quad (18)$$

З першого та третього рівнянь системи (17) отримуємо:

$$P_0 = \frac{N_{\text{вб}} \lambda_n}{3\lambda_n} P_1 = \frac{N_{\text{вб}} P_1}{3}, \quad (19)$$

$$P_2 = \frac{2\lambda_n}{N_{\text{вб}} \lambda_n} P_1 = \frac{2}{N_{\text{вб}}} P_1, \quad (20)$$

$$P_1 = \frac{N_{\text{вб}} P_2}{2}. \quad (21)$$

Підставляючи вирази (19)-(21) у рівняння (18) і розв'язуючи його, одержують:

$$P_1 = \frac{3N_{\text{вб}}}{N_{\text{вб}}^2 + 3N_{\text{вб}} + 6}, \quad (22)$$

З урахуванням виразів (19) і (20)

$$P_0 = \frac{N_{\text{вб}}^2}{N_{\text{вб}}^2 + 3N_{\text{вб}} + 6}; \quad (23)$$

$$P_2 = \frac{6}{N_{\text{вб}}^2 + 3N_{\text{вб}} + 6}. \quad (24)$$

Коефіцієнт готовності до безпечної роботи МС визначається сумою ймовірностей перебування системи в безпечних станах (S_0 , S_1)

$$K_{\sigma} = P_0 + P_1 = \frac{N_{\text{вб}}^2 + 3N_{\text{вб}}}{N_{\text{вб}}^2 + 3N_{\text{вб}} + 6}. \quad (25)$$

Коефіцієнт готовності до безпечної роботи МС із мажоритарним резервуванням «2» із «3» залежить тільки від індексу відновлення каналів резервування і дуже підвищується при його збільшенні, особливо при великих його значеннях.

У разі використання мажоритарного резервування «2» із «3» граф безвідмовності по відношенню до захисних відмов має вигляд подібний до рис.1, але в ньому замість інтенсивності небезпечних відмов необхідно використати інтенсивність захисних відмов. Тому формули для розрахунку усіх показників безвідмовності є подібними до показників функційної безпечності, тільки в них замість інтенсивності небезпечних відмов необхідно використати інтенсивність захисних відмов.

Висновки. По вищенаведеним математичним моделям визначаються показники функційної безпечності, які порівнюються з показниками, що є нормативними або задаються Замовником. Також на їх базі можуть бути обґрунтовані основні вимоги до МС з функційної безпечності:

- максимально допустиме значення періоду діагностування небезпечних відмов елементів МС, який повинен виконуватися гарантовано автоматично або експлуатаційним персоналом;
- максимально допустиме значення інтенсивності небезпечних відмов одного з каналів резервування;
- мінімально допустиме значення наробітку до небезпечної відмови одного з каналів резервування.

У разі використання мажоритарного резервування «2» із «3» прискорення відновлення (зменшення періоду діагностування та тривалості усунення відмов):

- суттєво (на кілька порядків) може змінювати як показники функційної безпечності, так і безвідмовності таких об'єктів;
- призводить до суттєвого збільшення готовності об'єктів.

У порівнянні з варіантом «2» із «2» функційна безпечність мажоритарного резервування «2» із «3» у 3 рази зменшується, безвідмовність та готовність на кілька порядків підвищується. Для досягнення безпечності при мажоритарному резервуванні «2» із «3», що дорівнює безпечності при навантажувальному резервуванні «2» із «2», необхідно у 3 рази зменшити тривалість відновлення небезпечних відмов у кожному каналі мажоритарного резервування.

Список літератури

1. Кустов В.Ф. Микропроцессорная система электрической централизации стрелок и сигналов без релейной аппаратуры и рельсовых цепей / В. Ф. Кустов // Вестник Metallurgtransa и Союзпозрузтранса. – 2009. - № 4. С. 36-47.
2. ООО «НПП САТЭП». Системы и устройства. [Электронный ресурс] – Режим доступа: [http:// www.satep.com.ua/](http://www.satep.com.ua/) - 22.02.2010 г.- Загл. с экрана.

3. Методика доказу функціональної безпеки мікроелектронних комплексів систем керування та регулювання рухом поїздів.. Затв. та введ. в дію наказом “Укрзалізниці” № 452-Ц від 17.08.2001 р.- К.: Вид. ПП «Алькор», 2002.- 106 с.

4. Кустов, В.Ф. Основи теорії надійності та функційної безпечності систем залізничної автоматики: Навч. посібник для вузів / В. Ф. Кустов. – Х.: УкрДАЗТ, 2008. – 218 с.

5. Методы построения безопасных микроэлектронных систем железнодорожной автоматики и телемеханики: монография / Под ред. Вл.В. Сапожникова – М.: Транспорт, 1995. – 272 с.

6. Сертификация и доказательство безопасности систем железнодорожной автоматики: монография / Под ред. Вл.В. Сапожникова. – М.: Транспорт, 1997. – 288 с.

УДК 656.212.5

Козаченко Д.М., к.т.н., доцент (ДНУЖТ)

КРИТЕРИЙ ОПТИМИЗАЦИИ РЕЖИМОВ ТОРМОЖЕНИЯ ОТЦЕПОВ РАСЧЕТНОЙ ГРУППЫ В УСЛОВИЯХ ДЕЙСТВИЯ СЛУЧАЙНЫХ ФАКТОРОВ

Введение. Основным средством, обеспечивающим повышение безопасности расформирования поездов, улучшение условий труда и уменьшение эксплуатационных расходов на переработку вагонопотоков на сортировочных станциях является автоматизация расформирования составов на сортировочных горках. При этом, главным направлением повышения качества сортировочного процесса является разработка новых алгоритмов для автоматизации управления роспуском составов. Решение этой задачи дает возможность улучшить качество сортировочного процесса за счет совершенствования программного обеспечения, а не за счет усложнения технических средств, что позволяет сократить стоимость систем управления роспуском.

Постановка задачи. Показатели работы горки существенно зависят от выбора режимов роспуска составов. Оптимальное управление роспуском требует определения таких режимов торможения отцепов, при которых обеспечиваются наилучшие условия их разделения на стрелках, а также выполняются требования прицельного регулирования скорости.