

АНАНЬЄВА О. М., д.т.н., професор,  
БАБАЄВ М. М., д.т.н., професор,  
ДАВИДЕНКО М. Г., к.т.н., доцент,  
ПАНЧЕНКО В. В., к.т.н., доцент  
(Український державний університет залізничного транспорту)

## Оцінювання параметрів неперервного зондуючого сигналу при тестуванні обмотки статора трифазного асинхронного двигуна

*Надійшла робота тягового електродвигуна протягом його терміну служби, а також протяжність самого цього терміну залежать від своєчасного виявлення несправностей або тенденцій до них. Це досягається як прямим, так і непрямим контролем і, шляхом інтерпретації отриманих даних, винесенням діагностичних рішень. Електричні параметри обмоток двигуна несуть як пряму інформацію про їхній стан, так і інформацію про технічний стан низки афілійованих вузлів. Електричні параметри обмотки контролюються шляхом вимірювання амплітуди та початкової фази адитивно внесеного до неї синусоїдного струму відомої частоти. Результати вимірювань можуть бути спотворені в результаті проникнення у вимірювальне коло імпульсної завади. Момент появи завади, її протяжність та спектральна щільність апріорно невідомі. Авторами знайдено математичний опис функції правдоподібності суми неперервного сигналу та одиночної імпульсної завади. Спираючись на нього, отримано вирази для обчислення оцінок амплітуди та фази тестового струму з урахуванням індивідуальних величин параметрів вказаної завади.*

**Ключові слова:** електродвигун, обмотка статора, тестовий сигнал, завада, спектральна щільність, функція правдоподібності.

### Вступ

Трифазні асинхронні електродвигуни широко використовують як основу електропривода транспортних засобів. Від їхнього технічного стану залежить сама можливість подальшої експлуатації цих засобів. Оптимізація їхньої роботи та подовження терміну служби ефективно досягаються при технічному обслуговуванні двигунів за їхнім поточним технічним станом. Такий контроль забезпечується сукупністю вбудованих і зовнішніх засобів оцінювання та моніторингу базових параметрів двигунів, а також системою прийняття рішень за підсумками цих заходів. Дотримання конструктивно встановлених параметрів обмотки статора трифазного асинхронного двигуна є критично важливим для його подальшої експлуатації. Такий контроль можна забезпечити введенням в цю обмотку спеціального тестового струму і вимірюванням його параметрів. Однак низка факторів призводить до спотворення вимірюваних електричних коливань, а відтак – до помилок у визначенні технічного стану. Зі зростанням насиченості транспортних засобів і навколишнього середовища все новими електричними пристроями, робота яких призводить до проникнення завад у вимірювані електричні коливання, зростає і потенційно можливий відсоток неправильних рішень системи контролю технічного стану. Тому набуває все більшої актуальності розв'язання задачі отримання настільки можливо менш залежних від завад величин параметрів тестових електричних коливань.

### Постановка проблеми і аналіз досліджень і публікацій

Адитивне внесення тестуючого струму в склад струму, що протікає обмоткою статора електродвигунів, є одним із шляхів оперативного контролю електричних параметрів цієї обмотки, а відтак – її технічного стану в цілому [1-4]. У вказаних роботах основну увагу приділено технічній стороні додавання тестового струму, його впливу на обертовий момент двигуна та на інтерпретацію результатів вимірювань. Наявність завад вимірюванням в перелічених роботах не приймається до уваги, тим більше не розглянуто засобів зменшення впливу завад на результати вимірювань та їхньої інтерпретації. Вбачається, що однією з перших робіт, присвячених аналізу комплексу завад, які мають місце при спостереженні тестового струму, що протікає обмоткою статора працюючого електродвигуна, є стаття [5]. У ній описано склад цього комплексу завад, визначено діапазон частот, в якому доцільно розташовувати тестовий сигнал, та запропоновано визначати оцінки його параметрів методом найменших квадратів. Ураховано, що при раціональній частотній локалізації тестового сигналу єдиною суттєвою завадою вимірюванням є одиночний імпульс, який може мати місце на інтервалі спостереження. Обмеження запропонованого підходу до вимірювань полягає в урахуванні для завадового імпульсу тільки його спектральної щільності потужності без зазначення часових меж його існування.

З сукупності описаних в роботах [1-4] тестових сигналів авторами статті [5] обрано синусоїдний струм як такий, що у вигляді скінченного відрізка має вельми чітко окреслені частотні межі (це відповідає цілям частотної локалізації).

Теоретичному та практичному розв'язанню задачі оцінювання амплітуди, частоти та початкової фази синусоїдного коливання на фоні адитивних завад приділено та продовжує приділятися багато зусиль з огляду на фундаментальний характер таких коливань. Цю задачу розглянуто з точки зору теорії оптимально приймання сигналів на фоні неперервної завади [6]. Але поширення цих результатів на випадок одиночного завадового імпульсу залишилося поза межами цієї роботи. Вимірювання параметрів синусоїдного сигналу можна також розглядати як складову частину спектрального аналізу коливань [7]. Проте цей процес спрямований лише на визначення форми спектра та, значною мірою, на оцінювання центральних частот компонентів його важливих ділянок і не має на меті цілеспрямовану боротьбу з завадами.

З широким впровадженням цифрової обробки сигналів постала проблема впливу процесу аналого-цифрового перетворення на точність отримуваних оцінок амплітуди, частоти та початкової фази синусоїдного коливання, пов'язані з якою похибки встановлені стандартом IEEE [8]. Цей документ унормовує додаткові фактори, що виникають вже в процесі обробки сигналу і не торкається завадового складу первинного сигналу.

У роботах [9-11] розглянуто оцінювання амплітуди та початкової фази синусоїдного коливання, дискретизованого за часом, при відомій частоті цього коливання. Ураховано вплив адитивного гаусівського шуму та проникнення компонент спектра. Результати цих робіт, однак, обмежені врахуванням малопотужних джерел завад. Роботи [12, 13] розвивають результати щойно вказаних досліджень, але тільки в сторону підвищення обчислювальної ефективності отриманих процедур оцінювання. Можливість боротьби з потужною імпульсною завадою з використанням принципу «широка смуга пропускання тракту – обмежувач – вузька смуга» (ШОУ) розглянуто в роботі [14]. Але використання вказаного принципу не дає змоги адаптувати пристрій обробки сигналу під кожний унікальний імпульс завади. Приглушенню завади відповідно до амплітуди її суми з сигналом присвячено роботи [15, 16]. Фактором, що обмежує застосовність результатів цих робіт, є покладене в їхню основу припущення про малу величину відношення «сигнал/завада». Від цього припущення вільний метод боротьби з імпульсною завадою, описаний у статті [17]. Проте він не може мати високої ефективності при довільній часовій формі імпульсної завади, оскільки розроблений для структурно-детермінованих завад обмеженого класу. Кардинальною мірою в боротьбі з імпульсною завадою виглядає бланкування – видалення ділянки вхідного сигналу, враженої цією завадою. Проблема полягає у визначенні початку та кінця завадового імпульсу. У роботі [18] ці моменти запропоновано визначати, відслідковуючи величину миттєвої

потужності суміші сигналу та завади з використанням ковзної оцінки її середньої величини та дисперсії і їхнім порівнянням з порогом спрацьовування. Недоліком є необхідність у попередньому «навчальному» циклі роботи, протягом якого оцінюються умовно стаціонарні величини середнього та дисперсії для наступного порівняння з ними ковзних оцінок. Інший підхід до виявлення імпульсу завади включно з визначенням його часових меж розглянуто в роботі [19]. Він забезпечує практично повну компенсацію завади. Але суттєве обмеження на його застосування викликане необхідністю мати окремий канал, в якому спостерігається лише завада. Це не завжди можливо. У статті [20] описано вплив повного та неповного бланкування завади на відношення сигнал/шум на виході приймача, визначений шляхом апаратного моделювання. Встановлені числові характеристики позитивного ефекту бланкування, але в умовах, коли точно визначені часові межі існування завадового імпульсу. Отже, на даний час існує широкий спектр методів оцінювання параметрів синусоїдного коливання на фоні малопотужних джерел неперервних завад, або одиночної імпульсної завади з невизначеними часовими межами, або імпульсної завади з заданою часовою структурою. Паралельно існує широкий спектр методів приглушення завад за результатами нерозділеної обробки суми сигналу з завадою при малому енергетичному відношенні «сигнал/завада», або за наявності окремого каналу спостереження завад. Але не вдалося виявити опублікованих розробок, в яких було б розглянуто питання оцінювання параметрів потужного синусоїдного сигналу на фоні потужної одиночної імпульсної завади з невідомими часовими межами, формою та статистичними характеристиками, що є характерною ситуацією при спостереженні сигналу тестування обмотки статора асинхронного двигуна. Вирішення цього питання підвищило б об'єктивність інтерпретування результатів тестування і впливаючу з неї точність діагностування технічного стану двигунів вказаного типу.

#### **Мета та задачі дослідження**

Мета дослідження – визначення математично обґрунтованої процедури оцінювання амплітуди та початкової фази синусоїдного коливання на фоні адитивної суміші одиночної імпульсної завади та гаусівського шуму довільної потужності.

Для досягнення поставленої мети було розв'язано дві задачі:

- 1) знаходження функції правдоподібності вищеописаної адитивної суміші;
- 2) виведення співвідношень для розрахунку оцінок параметрів синусоїдного коливання з урахуванням індивідуальних числових характеристик імпульсної завади, яка присутня в опрацьовуваному спостереженні.

#### **Основна частина**

Знаходження функції правдоподібності суми сигналу та імпульсної завади

Безвідносно до фізичної природи коливань, що спостерігаються, визначимо їх як

$$u(t) = s(t, \vec{\lambda}) + n(t), \quad (1)$$

де  $s(t, \vec{\lambda})$  – структурно-детермінований сигнал;

$t$  – час;

$\vec{\lambda}$  – вектор параметрів сигналу;

$n(t)$  – імпульс, що є фрагментом гаусівського стаціонарного випадкового процесу, при цьому

спектральна густина потужності імпульсу є рівномірною в смузі частот сигналу:

$$N_p(f) = \begin{cases} 0,5N_p & \text{при } f \in [-F_p; F_p]; \\ 0 & \text{при інших величинах } f. \end{cases} \quad (2)$$

Тут  $F_p$  – гранична частота завади, причому  $F_p > F_s$ , де  $F_s$  найвища частота спектра сигналу.

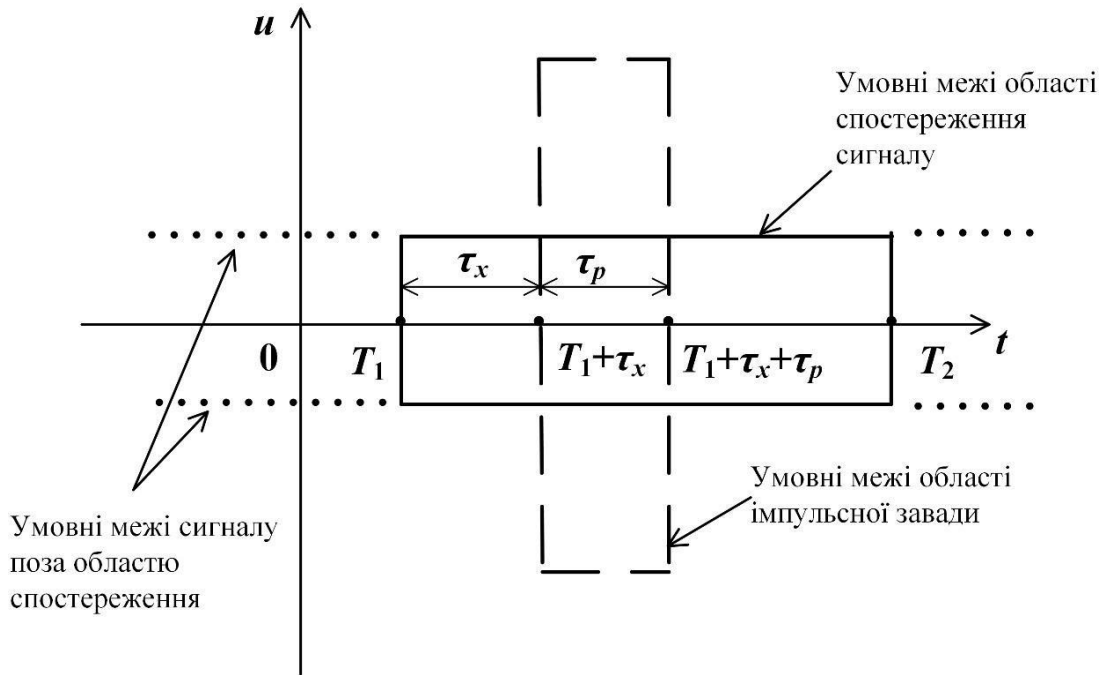


Рис. 1. Часові співвідношення між сигналом та імпульсною завадою:

$T_1$  і  $T_2$  – відповідно початок та кінець інтервалу спостереження;

$\tau_x$  – зсув моменту виникнення завади відносно початку інтервалу спостереження;  $\tau_p$  – тривалість імпульсу завади

Згідно з теоремою відліків усі функції часу, що входять до формули (1), можна однозначно відтворити за часовими вибірками, взятими з інтервалом

$$\Delta t = \frac{1}{(2F_p)}, \quad (3)$$

тобто за величинами  $u_k = u(k\Delta t)$ ,  $s_k(\vec{\lambda}) = s(k\Delta t, \vec{\lambda})$ ,  $n_k = n(k\Delta t)$ , де  $k$  – номер відліку. При цьому  $k_1 = \text{Int}[2F_p T_1] + 1$ ,  $k_2 = \text{Int}[2F_p T_2]$ .

Для відтворення коливань служить інтерполяційна формула

$$u(t) = \sum_{k=k_1}^{k_2} u_k \text{sinc}[2\pi F_p(t - k\Delta t)] = \sum_{k=k_1}^{k_2} [s_k(\vec{\lambda}) + n_k] \cdot \text{sinc}[2\pi F_p(t - k\Delta t)], \quad (4)$$

де  $\text{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}$ .

Рівність (4) є наближеною, оскільки функція  $\text{sinc}(x)$  має нескінченну протяжність. Але за протяжності інтервалу спостереження  $T_2 - T_1$ , набагато більшої ніж  $\Delta t$ , з достатнім ступенем точності досить прийняти до уваги тільки ті відліки цієї функції, які потрапили до інтервалу спостереження.

Припустимо, що на інтервалі спостереження існує ще один стаціонарний гаусівський випадковий процес  $n_0(t)$ , статистично незалежний від процесу  $n(t)$ . Спектральна густина потужності процесу  $n_0(t)$  визначається співвідношенням

$$N_0(f) = \begin{cases} 0,5N_0 & \text{при } f \in [-F_p; F_p]; \\ 0 & \text{при інших величинах } f. \end{cases} \quad (5)$$

З урахуванням цього вираз (1) перетворюється на

$$u(t) = s(t, \vec{\lambda}) + n(t) + n_0(t), \quad (6)$$

а вираз (4) – на

$$u(t) = \sum_{k=k_1}^{k_2} [s_k(\vec{\lambda}) + n_k + n_{0k}] \cdot \text{sinc}[2\pi F_p(t - k\Delta t)], \quad (7)$$

де  $n_{0k} = n_0(k\Delta t)$ .

Відомо, що відліки гаусівського випадкового процесу, взяті з інтервалом часу, визначеним виразом (3), є незалежними. Ймовірність реалізації неперервного коливання  $u(t)$  дорівнює спільній густині ймовірності сукупності відліків  $\{u_{k_1}, \dots, u_{k_2}\}$ . Процес  $u(t)$  є гаусівським з математичним очікуванням  $s(t, \vec{\lambda})$  тобто

$$E\{u_k\} = s_k(\vec{\lambda}). \quad (8)$$

Кореляційна матриця сукупності відліків коливання, яке спостерігається, дорівнює

$$\begin{aligned} E\{[u_k - s_k(\vec{\lambda})] \cdot [u_m - s_m(\vec{\lambda})]\} &= E\{(n_k + n_{0k}) \cdot (n_m + n_{0m})\} = \\ &= E\{n_k \cdot n_m\} + E\{n_{0k} \cdot n_{0m}\} = N_p F_p \delta_{km} + N_0 F_p \delta_{km}, \end{aligned} \quad (9)$$

де  $\delta_{km} = \begin{cases} 1 & \text{при } k = m; \\ 0 & \text{при } k \neq m. \end{cases}$

Тому дисперсії величин відліків  $u_k$  дорівнюють  $N_0 F_p$  на ділянках, де присутній тільки неперервний шум, та  $(N_0 + N_p) F_p$  на ділянці, де присутні неперервний шум та імпульсна завада разом. Відліки гаусівського випадкового процесу, узяті з інтервалом (3), є некорельованими, а тому і незалежними. Тому спільна густина ймовірності сукупності  $\{u_{k_1}, \dots, u_{k_2}\}$  дорівнює добутку гаусівських густин ймовірностей відліків:

$$p(u|\vec{\lambda}) = \prod_{k=k_1}^{k_2} p(u_k|\vec{\lambda}) = \prod_{k=k_1}^{k_{x1}} p(u_k|\vec{\lambda}) \cdot \prod_{k=k_{x1}+1}^{k_{x2}} p(u_k|\vec{\lambda}) \cdot \prod_{k=k_{x2}+1}^{k_2} p(u_k|\vec{\lambda}), \quad (10)$$

де  $k_{x1} = \text{Int}[2F_p(T_1 + \tau_x)] + 1$ ;

$k_{x2} = \text{Int}[2F_p(T_1 + \tau_x + \tau_p)]$ , пояснення на рис. 1

Обчислимо окремі добутки з виразу (10). По-перше:

$$\prod_{k=k_1}^{k_{x1}} p(u_k|\vec{\lambda}) = \prod_{k=k_1}^{k_{x1}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{N_0 F_p} \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left[ -\frac{[u_k - s_k(\vec{\lambda})]^2}{2N_0 F_p} \right] \right\}$$

Зауважимо, що

$$\begin{aligned} k_{x1} - k_1 &= \text{Int}[2F_p(T_1 + \tau_x)] + 1 - \text{Int}[2F_p T_1] + 1 \approx \\ &\text{Int}[2F_p \tau_x] \approx 2F_p \tau_x \end{aligned} \quad (11)$$

оскільки  $\text{Int}[2F_p T_1]$  є великим числом порівняно з одиницею. Тоді

$$\prod_{k=k_1}^{k_{x1}} p(u_k|\vec{\lambda}) = \frac{1}{(N_0 F_p 2\pi)^{F_p \tau_x}} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{N_0 2F_p} \sum_{k=k_1}^{k_{x1}} [u_k - s_k(\vec{\lambda})]^2 \right\} \quad (12)$$

В аналогічний спосіб можна записати другий добуток виразу (10) як

$$\begin{aligned} \prod_{k=k_{x1}+1}^{k_{x2}} p(u_k|\vec{\lambda}) &= \frac{1}{[(N_0 + N_p) F_p 2\pi]^{F_p \tau_p}} \times \\ &\times \exp \left\{ -\frac{1}{(N_0 + N_p) 2F_p} \cdot \sum_{k=k_{x1}+1}^{k_{x2}} [u_k - s_k(\vec{\lambda})]^2 \right\}, \end{aligned} \quad (13)$$

оскільки

$$k_{x2} - (k_{x1} + 1) \approx 2F_p \cdot \tau_p. \quad (14)$$

Третій добуток виразу (10) можна записати як

$$\begin{aligned} \prod_{k=k_{x2}+1}^{k_2} p(u_k|\vec{\lambda}) &= \frac{1}{[(N_p F_p 2\pi)]^{F_p(T_2 - T_1 - \tau_x - \tau_p)}} \times \\ &\times \exp \left\{ -\frac{1}{N_0 2F_p} \cdot \sum_{k=k_{x2}+1}^{k_2} [u_k - s_k(\vec{\lambda})]^2 \right\}, \end{aligned} \quad (15)$$

оскільки кількість співмножників дорівнює

$$k_2 - (k_{x2} + 1) + 1 \approx 2F_p \cdot (T_2 - T_1 - \tau_x - \tau_p). \quad (16)$$

Після підстановки добутоків (12)-(15) до виразу (10) отримаємо, що

$$\begin{aligned} p(u|\vec{\lambda}) &= C(T_2 - T_1, \tau_x, \tau_p, N_0, N_p) \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{N_0 2F_p} \cdot \sum_k [u_k - s_k(\vec{\lambda})]^2 - \right. \\ &\left. - \frac{1}{(N_0 + N_p) 2F_p} \cdot \sum_{k=k_{x1}+1}^{k_{x2}} [u_k - s_k(\vec{\lambda})]^2 \right\}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} C(T_2 - T_1, \tau_x, \tau_p, N_0, N_p) &= \frac{1}{[(2\pi N_0 F_p)]^{F_p(T_2 - T_1)}} \cdot \\ &\frac{1}{\left(1 + \frac{N_p}{N_0}\right)^{F_p \tau_p}} \end{aligned} \quad (18)$$

Введемо функцію

$$\begin{aligned} \Phi(k) &= \\ &\begin{cases} 1, & \text{коли } k \text{ не належить до області імпульсу завади;} \\ 1 + \frac{N_p}{N_0}, & \text{в протилежному випадку.} \end{cases} \end{aligned} \quad (19)$$

Позначимо також, що  $\Phi_k = \Phi(k)$ . З урахуванням введених позначень вираз (17) для спільної густини ймовірності можна записати як

$$p(u|\vec{\lambda}) = C(T_2 - T_1, \tau_x, \tau_p, N_0, N_p) \times \exp \left\{ -\frac{1}{N_0 2F_p} \cdot \sum_{k=k_1}^{k_2} \frac{[u_k - s_k(\vec{\lambda})]^2}{\Phi_k} \right\}. \quad (20)$$

Перейдемо до неперервного часу. Для цього спочатку розглянемо допоміжну функцію

$$V(t) = \frac{u(t) - s(t, \vec{\lambda})}{\sqrt{\Phi(t)}} = \sum_{k=k_1}^{k_2} \left\{ \frac{[u_k - s_k(\vec{\lambda})]}{\sqrt{\Phi_k}} \cdot \text{sinc}[2\pi F_p (t - k\Delta t)] \right\}, \quad (21)$$

де  $\Phi_k$  є часовими відліками неперервної функції часу  $\Phi(t)$ .

Візьмемо від  $V^2(t)$  інтеграл в нескінченних границях, урахувавши ортогональність функцій відліків. Отримаємо, що

$$\int_{-\infty}^{\infty} V^2(t) dt = \Delta t \cdot \sum_{k=k_1}^{k_2} \frac{[u_k - s_k(\vec{\lambda})]^2}{\Phi_k}. \quad (22)$$

При  $T_2 - T_1 \gg \Delta t$  границі інтегрування можна замінити на  $T_1$  (нижня) та  $T_2$  (верхня). Тоді матимемо, що

$$\int_{T_1}^{T_2} V^2(t) dt = \int_{T_1}^{T_2} \frac{[u(t) - s(t, \vec{\lambda})]^2}{\Phi(t)} dt = \frac{1}{2F_p} \cdot \sum_{k=k_1}^{k_2} \frac{[u_k - s_k(\vec{\lambda})]^2}{\Phi_k}, \quad (23)$$

де  $\Delta t = \frac{1}{(2F_p)}$  згідно з формулою(3).

Співвідношення (23) дає змогу переписати вираз (20) для спільної щільності ймовірності у вигляді

$$p(u|\vec{\lambda}) = C(T_2 - T_1, \tau_x, \tau_p, N_0, N_p) \times \exp \left\{ -\frac{1}{N_0} \cdot \int_{T_1}^{T_2} \frac{[u(t) - s(t, \vec{\lambda})]^2}{\Phi(t)} dt \right\}. \quad (24)$$

Протяжність інтервалу спостереження дорівнює

$$T = T_2 - T_1.$$

А функцію  $\Phi(t)$  для урахування спектральних щільностей обох завод перепозначимо як  $\Phi\left(t, \frac{N_p}{N_0}\right)$ . Тоді

$$p(u|\vec{\lambda}) = \frac{1}{(2\pi N_0 F_p)^{F_p T} \cdot \left(1 + \frac{N_p}{N_0}\right)^{F_p T_p}} \times \exp \left\{ -\frac{1}{N_0} \cdot \int_{T_1}^{T_2} \frac{[u(t) - s(t, \vec{\lambda})]^2}{\Phi\left(t, \frac{N_p}{N_0}\right)} dt \right\}. \quad (25)$$

Перетворимо показник експоненти:

$$\frac{1}{N_0} \cdot \int_{T_1}^{T_2} \frac{[u(t) - s(t, \vec{\lambda})]^2}{\Phi\left(t, \frac{N_p}{N_0}\right)} dt = \frac{1}{N_0} \cdot \int_{T_1}^{T_2} \frac{u^2(t)}{\Phi\left(t, \frac{N_p}{N_0}\right)} dt - \frac{2}{N_0} \cdot \int_{T_1}^{T_2} \frac{u(t) \cdot s(t, \vec{\lambda})}{\Phi\left(t, \frac{N_p}{N_0}\right)} dt + \frac{1}{N_0} \cdot \int_{T_1}^{T_2} \frac{s^2(t, \vec{\lambda})}{\Phi\left(t, \frac{N_p}{N_0}\right)} dt. \quad (26)$$

Введемо позначення вектора параметрів завод

$$\vec{\psi} = \left( \frac{N_p}{N_0, \tau_x, \tau_p} \right)^T; \quad (27)$$

а також

$$C_w(\vec{\psi}) = \exp \left[ -\frac{1}{N_0} \cdot \int_{T_1}^{T_2} \frac{u^2(t)}{\Phi\left(t, \frac{N_p}{N_0}\right)} dt \right], \quad (28)$$

$$q_w(\vec{\lambda}, \vec{\psi}) = \frac{2}{N_0} \cdot \int_{T_1}^{T_2} \frac{u(t) \cdot s(t, \vec{\lambda})}{\Phi\left(t, \frac{N_p}{N_0}\right)} dt, \quad (29)$$

$$\mu_w(\vec{\lambda}, \vec{\psi}) = \frac{1}{N_0} \cdot \int_{T_1}^{T_2} \frac{s^2(t, \vec{\lambda})}{\Phi\left(t, \frac{N_p}{N_0}\right)} dt \quad (30)$$

і назвемо  $q_w(\cdot)$  зваженою кореляцією, а  $\mu_w(\cdot)$  зваженим енергетичним відношенням «сигнал/завада».

У підсумку отримаємо, що

$$p(u|\vec{\lambda}) = \frac{C_w(\vec{\psi})}{(2\pi N_0 F_p)^{F_p T} \cdot \left(1 + \frac{N_p}{N_0}\right)^{F_p T_p}} \times \exp \{ q_w(\vec{\lambda}, \vec{\psi}) - \mu_w(\vec{\lambda}, \vec{\psi}) \}. \quad (31)$$

Величина  $\vec{\lambda}$  оцінки вектора параметрів сигналу доставить максимум функції  $p(u|\vec{\lambda})$  густини ймовірності. Множник перед експонентою не залежить від параметрів сигналу, а відтак не впливає на  $\vec{\lambda}$ . Експонента ж є монотонною функцією свого показника, тому максимізації підлягає саме він.

*Оцінювання параметрів синусоїдного тестового струму*

Розглянемо ситуацію, в якій необхідно обчислити оцінки амплітуди та початкової фази синусоїдного тестового струму відомої частоти, введеного до обмотки статора асинхронного електродвигуна [5]. Опишемо його як корисний сигнал:

$$s(t, \vec{\lambda}) = I_{ms} \cdot \sin(\omega t + \varphi_s), \quad (32)$$

де  $\omega$  – відома частота;

$I_{ms}$  та  $\varphi_s$  – відповідно оцінювані амплітуда та початкова фаза;

$\vec{\lambda} = (I_{ms} \varphi_s)^T$  – вектор інформаційних параметрів.

З урахуванням (32) маємо

$$q_w(\vec{\lambda}, \vec{\psi}) = \frac{2I_{ms}}{N_0} \int_{T_1}^{T_2} \frac{i(t) \sin(\omega t + \varphi_s)}{\Phi\left(t, \frac{N_p}{N_0}\right)} dt =$$

$$= \frac{2I_{ms}}{N_0} \left[ \cos \varphi_s \int_{T_1}^{T_2} \frac{i(t) \sin \omega t}{\Phi\left(t, \frac{N_p}{N_0}\right)} dt + \sin \varphi_s \int_{T_1}^{T_2} \frac{i(t) \cos \omega t}{\Phi\left(t, \frac{N_p}{N_0}\right)} dt \right], \quad (33)$$

де  $i(t)$  – коливання, зняте з датчика струму.

Також

$$\mu(\vec{\lambda}, \vec{\psi}) = \frac{i_s^2}{N_0} \cdot \int_{T_1}^{T_2} \frac{\sin^2(\omega t + \varphi_s)}{\Phi\left(t, \frac{N_p}{N_0}\right)} dt.$$

Оскільки в інтервал спостереження укладається велика кількість періодів сигналу, то з великою точністю

$$\mu_w(\vec{\lambda}, \vec{\psi}) = \frac{i_s^2}{2N_0} \cdot \left( T - \tau_p + \frac{\tau_p}{1 + \frac{N_p}{N_0}} \right). \quad (34)$$

Шукатимемо глобальний максимум отриманої з формули (31) цільової функції

$$\delta(\vec{\lambda}, \vec{\psi}) = q_w(\vec{\lambda}, \vec{\psi}) - \mu(\vec{\lambda}, \vec{\psi}). \quad (35)$$

Оцінку  $\hat{\varphi}_s$  початкової фази отримуємо, привівнявши  $\frac{\partial \delta(\vec{\lambda}, \vec{\psi})}{d\varphi_s}$  до нуля. Маємо

$$\frac{2I_{ms}}{N_0} \left[ -\widehat{\sin \varphi_s} \int_{T_1}^{T_2} \frac{i(t) \sin \omega t}{\Phi\left(t, \frac{N_p}{N_0}\right)} dt + \widehat{\cos \varphi_s} \int_{T_1}^{T_2} \frac{i(t) \cos \omega t}{\Phi\left(t, \frac{N_p}{N_0}\right)} dt \right] = 0.$$

Звідси

$$\hat{\varphi}_s = \arctg \frac{\int_{T_1}^{T_2} \frac{i(t) \cos \omega t}{\Phi\left(t, \frac{N_p}{N_0}\right)} dt}{\int_{T_1}^{T_2} \frac{i(t) \sin \omega t}{\Phi\left(t, \frac{N_p}{N_0}\right)} dt}. \quad (36)$$

Оцінку  $\hat{I}_{ms}$  амплітуди отримаємо, привівнявши  $\frac{\partial \delta(\vec{\lambda}, \vec{\psi})}{dI_{ms}}$  до нуля і підставивши туди  $\hat{\varphi}_s$ :

$$\hat{I}_{ms} = \frac{2\left(1 + \frac{N_p}{N_0}\right)}{\left[T\left(1 + \frac{N_p}{N_0}\right) - \tau_p \frac{N_p}{N_0}\right]} \int_{T_1}^{T_2} \frac{i(t) \sin(\omega t + \hat{\varphi}_s)}{\Phi\left(t, \frac{N_p}{N_0}\right)} dt. \quad (37)$$

Математичний сенс виразів (36) та (37) полягає в тому, що відома операція обчислення кореляційного інтеграла модифікується так, що на ділянці існування імпульсу завади спостережене коливання  $i(t)$  підлягає зменшенню в  $\Phi\left(t, \frac{N_p}{N_0}\right)$  разів. Це є аналогом автоматичного регулювання підсилення, однак тут воно здійснюється як реакція тільки на заваду, а не як традиційне регулювання за величиною  $i(t)$  суми «сигнал плюс завада». Неможливість спостереження завади в чистому вигляді не є перешкодою для такого нового виду регулювання, оскільки підстановка оцінки фази (36) та оцінка амплітуди (37) до цільової функції  $\delta(\vec{\lambda}, \vec{\psi})$  зводить останню до функції трьох

параметрів  $\delta(\vec{\psi}) = \delta\left(N_p/N_0, \tau_x, \tau_p\right)$ , яка підлягає максимізації числовими методами. На практиці задача максимізації суттєво спрощується, оскільки у вимірному струмі  $i(t)$  статора обмотки асинхронного двигуна спектральна щільність  $N_0$  неперервної завади дуже мала і за будь-якої імпульсної завади величина  $\frac{N_p}{N_0}$  є настільки великим числом, що на ділянці існування імпульсної завади ваговий множник  $\frac{1}{\Phi\left(t, \frac{N_p}{N_0}\right)}$  практично дорівнює нулю. За

цих же умов передінтегральний множник у виразі (37) набуває вигляду  $\frac{2}{(T - \tau_p)}$ . Отже, задача максимізації

цільової функції  $\delta(\vec{\psi})$  зводиться до задачі максимізації функції  $\delta(\tau_x, \tau_p)$ , яка при цифровій обробці сигналу не є аж надто затратною в обчислювальному плані.

Позначимо як

$$\Theta = [T_1, \tau_x] \cup [T_1 + \tau_x, \tau_p, T_2] \quad (38)$$

ту частину інтервалу спостереження, в якій  $\frac{1}{\Phi\left(t, \frac{N_p}{N_0}\right)} = 1$ , тобто яка не «вирізається» із спостережень (іншими словами, не бланкується). З урахуванням вище описаних спрощень вирази (36) і (37) для оцінок інформаційних параметрів набудуть вигляду

$$\hat{\varphi}_s = \arctg \frac{\int_{\Theta} i(t) \cos \omega t dt}{\int_{\Theta} i(t) \sin \omega t dt}, \quad (39)$$

$$\hat{I}_{ms} = \frac{2}{T - \tau_p} \int_{\Theta} i(t) \sin(\omega t + \hat{\varphi}_s) dt. \quad (40)$$

Вирази (39) та (40) дають змогу, в принципі, отримати оцінки амплітуди та початкової фази за будь-яких довільно призначених величин  $\tau_x$  і  $\tau_p$ . Але це відповідає довільному вибору початкової точки та ширини забланкованого відрізка спостереженого сигналу, тобто таке бланкування не видалить, принаймні, частину враженої завадою ділянки. Тому дисперсія отриманих оцінок не буде найменш



можливою. Для забезпечення найменшої дисперсії слід підставити оцінки (39) та (40) до виразів (33) та (34) та після цього мінімізувати цільову функцію (35) за параметрами  $\tau_x$  і  $\tau_p$  числовими методами.

### Обговорення результатів визначення процедури оцінювання

Розглянуте питання входить до сфери методів і засобів здійснення контролю обмоток електродвигунів шляхом подання в них тестового струму додатково до тягового струму. Однак в цій роботі розглянуте вимірювання інформаційних параметрів тестового струму за умов наявності імпульсної завади на інтервалі спостереження. Наявність завад не було враховано в попередніх роботах з цієї проблематики. Отже, в цій роботі запропоновано можливий шлях математичної обробки результатів вимірювань, який призводить до зменшення впливу імпульсних завад на отримані величини інформаційних параметрів. Це дасть змогу підвищити точність діагностування технічного стану електродвигуна. Кінцеві вирази для оцінок інформаційних параметрів зберігають функціональну залежність від часу початку відрізка бланкування та від протяжності цього відрізка. Ця невизначеність принципово не унеможливує розрахунку оцінок, але вимагає вжиття додаткових заходів з покращення їхньої точності, а саме – додаткової максимізації цільової функції за двома часовими параметрами відрізка бланкування. Визначення математичних і апаратних засобів для розв'язання цієї задачі за прийняттого обсягу відповідних обчислень є напрямом подальших досліджень.

### Висновки

1. На базі статистичного подання адитивної суміші дискретних в часі інформаційного сигналу та імпульсної завади, а також з використанням представлення цієї суміші в базисі ортогональних функцій відліків знайдено вираз для функції правдоподібності вимірювального струму тестування обмотки статора електродвигуна.
2. Шляхом аналізу отриманої функції правдоподібності знайдено співвідношення для розрахунку амплітуди та початкової фази тестового струму з урахуванням величин спектральної щільності, часу початку та протяжності імпульсної завади.

### Список використаних джерел

1. Magnetic Effects of DC Signal Injection on Induction Motors for Thermal Evaluation of Stator Windings / P. Zhang, Y. Du, T.G. Habetler, B. Iu. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 58(5): 1479-1489. DOI: 10.1109/TIE.2010.2089935.
2. Optimization of HF signal injection parameters for EV applications based on sensorless IPMSM drives / L. Idkhajine, E. Monmasson, Z. Makni, P.-A. Chauvenet, B. Condamine, A. Bruyere. *IET Electric Power Applications*. Vol. 12, Issue 3. P. 347-356. URL : <https://doi.org/10.1049/iet-epa.2017.0228>.
3. Signal injection method without torque ripple for stator winding temperature estimation of surface-mounted PMSM drive systems / J. Fang, S. Ding, Y. Sun, J. Hang. *Journal of Power Electronics*. November 2020. 20(6): 1504-1513. DOI:1007/s43236-020-00153-0.
4. A Study of Frequency Domain Reflectometry Technique for High-Voltage Rotating Machine Winding Condition Assessment / J. Cheng, Y. Zhang, H. Yun, L. Wang, N. Taylor. *Machines*. 2023. 11 (9), 883. URL : <https://doi.org/10.3390/machines11090883>.
5. Ананьєва О. М., Бабаєв М. М., Давиденко М. Г., Панченко В. В. Частотна локалізація та оцінювання параметрів сигналу тестування обмотки статора трифазного асинхронного двигуна. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*. 2023. № 4. С. 28-37. URL: <https://doi.org/10.18664/iksz.v28i4.296413>.
6. Van Trees H. L. Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part I: Detection, Estimation, and Linear Modulation Theory. Wiley & Sons, Inc. 2001. 686 p. DOI: 10.1002/0471221082.
7. Kay S. M. Marple S. L. Spectrum Analysis – A Modern Perspective. *Proc. IEEE*. 1981. Vol. 69. No 11. Pp. 1380-1419. DOI: 10.1109/ Proc. 1981. 12184.
8. IEEE 1241-2000. IEEE Standard for Terminology and Test Methods for Analog-to-Digital Converters. URL: [standards.ieee.org/ieee/1241/1889/](https://standards.ieee.org/ieee/1241/1889/)
9. Martino M., Losito R., Masi A. Analytical metrological characterization of the three-parameter sine fit algorithm. *ISA Transaction*. 2012. Vol. 51. Issue 2. Pp. 262-270. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2011.10.003>.
10. Belega D., Petri D., Dallet D. Amplitude and Phase Estimation of Real-Valued Sine-wave Via Frequency-Domain Linear Least-Squares Algorithms. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. January 2018. DOI: 10.1109/TIM.2017.2785098.
11. Ye S., Sun J., Aboutanios E. On the Estimation of the Parameters of a Real Sinusoid in Noise. *IEEE Signal Processing Letters*. May 2017. Vol. 24. No 5. Pp. 638-642. DOI: 10.1109/LSP.2017.2684223.
12. Wu J. K. Fast algorithms for frequency, amplitude and phase evaluation of nonsinusoidal signals with noises. *Measurement*. December 2006. Vol. 39. Issue 10. Pp. 909-917. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2006.03>.
13. Chen P., Su X., Shen T., Mou L. A Parameter Estimation Algorithm for Damped Real-Value Sinusoid in Noise. *Measurement Science Review*.

2023. Vol. 23. No 3. Pp. 99-105. URL: [sciendo.com/article/10.2478/msr-2023-0013](https://doi.org/10.2478/msr-2023-0013).
14. Safeev A. Suppression of Pulse Interference. *American Journal of Electrical and Electronic Engineering*. 2020. 8(4). Pp. 125-130. DOI: 10.12691/ajeec-8-4-5.
  15. Bastirde F., Akos D., Macabian C., Roturier B. Automatic gain control (AGC) as an interference assessment tool. *ION GPS/GNSS*, 2003, 16<sup>th</sup> International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, Sep. 2003. Portland, United States. pp. 2042-2053. hal-01021721. <https://enac.hal.science/hal-01021721>.
  16. Ananieva O., Babaiev M., Blyndiuk V., Davidenko M. Design of a device for optimal reception of signals against the background of a two component Markov interference. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2017. Vol. 6. № 9(90) pp. 4-9. Doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.118869>.
  17. Synthesis of a device for anti-jamming reception of signals of tonal rail circuits on the background of additive five-component interference / S. Panchenko, O. Ananieva, M. Babaiev, M. Davidenko, V. Panchenko. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2021. Vol. 3. № 9(111). Pp. 94-102. Doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.235835>.
  18. Noppasin Niamsuwan, Johnson J. T. Examination of a simple pulse-blanking technique for radio frequency interference mitigation. *Radio Science*. 2005. Vol. 40. RS503. Doi: 10.1029/2004RS003155, 2005.
  19. Development of a direct penetrating signal compensator in a distributed reception channel of a surveillance radar / H. Khudov, S. Yarosh, O. Droban et al. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2021. Vol. 2. № 9(110). Pp. 16-26. Doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.228133>.
  20. Suppression of Pulsed Interference through blanking / C. Hegarty, A. J. Van Dierendonck, D. Bobyin et al. *Electronic resource*. January 2000. URL: [https://researchgate.net/publication/252351232\\_Suppression\\_of\\_Pulsed\\_Interference\\_through\\_blanking](https://researchgate.net/publication/252351232_Suppression_of_Pulsed_Interference_through_blanking).

**Ananieva O., Babaiev M., Davidenko M., Panchenko V. Estimation of parameters of a continuous probing signal during testing the stator winding of a three-phase asynchronous motor.**

**Abstract.** Three-phase asynchronous electric motors are widely used as the basis of the electric drive of vehicles. The very possibility of further exploitation of these means depends on their technical condition. Optimizing their operation and extending their service life are effectively

achieved by maintaining engines in their current technical condition. Such control is provided by a set of built-in and external means of evaluating and monitoring the basic parameters of engines, as well as a decision-making system based on the results of these measures. Compliance with the structurally established parameters of the stator winding of a three-phase asynchronous motor is critically important for its further operation. The reliable operation of the traction electric motor during its service life and the length of this period itself both depend on the timely detection of malfunctions or tendencies towards them. This is achieved by direct and indirect control, by interpreting the received data, and making diagnostic decisions. The electrical parameters of the motor windings carry both direct information about their condition and information about the technical condition of a number of affiliated nodes. The electrical parameters of the winding are controlled by measuring the amplitude and initial phase of the sinusoidal current of a known frequency additively added to it.

Additive introduction of the testing current into the composition of the current flowing through the stator winding of electric motors is one of the ways of operational control of the electrical parameters of this winding, and therefore its technical condition as a whole. Measurement results may be distorted as a result of impulse interference entering the measuring circuit. The moment of appearance of the disturbance, its length and spectral density are unknown a priori. The authors found a mathematical description of the probability function of the sum of a continuous signal and a single impulse disturbance. Based on it, we obtained expressions for calculating the amplitude and phase estimates of the test current, taking into account the individual values of the specified interference parameters.

**Key words:** electric motor, stator winding, test signal, interference, spectral density, likelihood function.

*Ананьєва Ольга Михайлівна, д.т.н., професор, кафедра автоматики та комп'ютерного телекерування рухом поїздів, Український державний університет залізничного транспорту, м. Харків, Україна. E-mail: romashka13052015@gmail.com. ID ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6686-8249>.*

*Бабаєв Михайло Михайлович, д.т.н., професор, завідувач кафедри, кафедра електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Український державний університет залізничного транспорту, м. Харків, Україна. E-mail: mmbxiiit@gmail.com. ID ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3553-8786>.*

*Давиденко Михайло Георгійович, к.т.н., доцент, кафедра електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Український державний університет залізничного транспорту, м. Харків, Україна.*

*E-mail: [davdenk@kart.edu.ua](mailto:davdenk@kart.edu.ua). ID ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7255-3059>.*

*Панченко Владислав Вадимович, к.т.н., доцент, кафедра електроенергетики, електротехніки та*



електромеханіки, Український державний  
університет залізничного транспорту, м. Харків,  
Україна.

E-mail: [vlad\\_panchenko@ukr.net](mailto:vlad_panchenko@ukr.net). ID ORCID: [https://  
orcid.org/0000-0003-4822-7151](https://orcid.org/0000-0003-4822-7151).

**Olha Ananieva**, Doctor of Technical Sciences, Professor,  
Department of automation and computer telecontrol train  
traffic, Ukrainian State University of Railway Transport,  
Kharkiv, Ukraine. E-mail:  
[romashka13052015@gmail.com](mailto:romashka13052015@gmail.com). ID ORCID:  
<https://orcid.org/0000-0001-6686-8249>.

**Mykhailo Babaiev**, Doctor of Technical Sciences,  
Professor, Department of electroenergy, electrical  
equipment and electromechanics, Ukrainian State  
University of Railway Transport, Kharkiv, Ukraine. E-  
mail: [mmbxiit@gmail.com](mailto:mmbxiit@gmail.com). ID ORCID:  
<https://orcid.org/0000-0003-3553-8786>.

**Mykhailo Davidenko**, PhD, Associate Professor,  
Department of of electroenergy, electrical equipment and  
electromechanics, Ukrainian State University of Railway  
Transport, Kharkiv, Ukraine. E-mail:  
[davdenk@kart.edu.ua](mailto:davdenk@kart.edu.ua). ID ORCID:  
<https://orcid.org/0000-0001-7255-3059>.

**Vladyslav Panchenko**, PhD, Associate Professor,  
Department of of electroenergy, electrical equipment and  
electromechanics, Ukrainian State University of Railway  
Transport, Kharkiv, Ukraine. E-mail:  
[vlad\\_panchenko@ukr.net](mailto:vlad_panchenko@ukr.net). ID ORCID: [https://  
orcid.org/0000-0003-4822-7151](https://<br/>orcid.org/0000-0003-4822-7151).