

УКРАИНСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ
ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

На правах рукописи

Орел Евгений Федорович

УДК 624.072.2.016.046.2

**НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ
СТАЛЕБЕТОННЫХ ПЛИТ С РАЗЛИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ
ОПИРАНИЯ**

Специальность **05.23.01** – строительные конструкции, здания и сооружения

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
Чихладзе Элгуджа Давидович
доктор технических наук, профессор

Харьков – 2006

ПРИЛОЖЕНИЯ

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
Раздел 1. Обзор исследований конструкций с внешним листовым армированием	9
1.1 Анализ исследований конструкций с внешним листовым армированием	9
1.2 Методы расчета сталебетонных конструкций при силовых воздействиях.....	24
1.3 Краткие выводы и задачи настоящих исследований	40
Раздел 2. Напряженно – деформированное состояние двухслойных и трехслойных сталебетонных плит с различными условиями опирания	42
2.1 .Теория деформирования трехслойных сталебетонных плит....	42
2.2. Разрешающее уравнение	52
2.3. Учет граничных условий на контуре пластинки	56
2.3.1. Пластинка с шарнирно – опертыми краями.....	57
2.3.2. Пластинка с защемленными краями.....	59
2.3.3. Пластинка с шарнирно – опертыми и защемленными краями..	62
2.3.4. Свободный край пластинки.....	63
2.3.5. Пластинка - консоль.....	72
Выводы по разделу 2.....	75
Раздел 3. Исследование сталебетонных плит с различными условиями опирания при силовых воздействиях	77
3.1. Описание программы расчета сталебетонных плит.....	77

3.2. Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными.....	88
3.3. Распределение внутренних усилий в плите при различных условиях опирания и сравнение их с результатами расчета по МКЭ	90
3.4. Исследование несущей способности сталебетонных плит размером в плане 1 × 1 метр	
101	
3.4.1. Влияние толщины стального листа на несущую способность сталебетонных плит.....	107
3.4.2. Влияние марки стали на несущую способность сталебетонных плит.....	108
3.4.3. Влияние прочности бетона на несущую способность сталебетонных плит.....	110
3.4.4. Влияние податливости контакта между бетоном и стальным листом	111
3.5. Исследование несущей способности сталебетонных плит размером в плане 6 × 6 метров.....	112
3.6. Сталебетонные слоистые плиты.....	118
Выводы по разделу 3.....	121
Раздел 4. Использование результатов исследования сталебетонных плит в строительной практике и при проектировании.....	123
4.1. Использование внешнего листового армирования в строительстве	123
4.2. Сравнение сталебетонных и железобетонных плит	125
4.3. Расчет сталебетонной плиты.....	127

	3
4.4. Эффективность сталебетонных плит.....	134
Выводы по разделу 4.....	137
Общие выводы	138
Список использованных источников	140
Приложения	153

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Снижение ресурсоемкости строительства может быть достигнуто на основе освоения и совершенствования новых эффективных видов конструкций из армированного бетона, к числу которых относятся конструкции с внешним армированием плоской листовой сталью.

Применение сталебетонных конструкций позволяет значительно улучшить показатели материалоемкости, стоимости и трудоемкости строительства. А именно: упрощение технологии изготовления, сокращение расходов на опалубку и закладные детали, простота сборки, ремонта и усиления, понижение высоты элементов за счет отсутствия защитного слоя и компактного расположения арматуры, а также способность воспринимать растягивающие усилия одновременно во всех направлениях. Все это достигается благодаря многофункциональному использованию стального листа.

Наибольший эффект от внешнего армирования достигается в изгибаемых в двух направлениях плитах перекрытий и покрытий зданий и сооружений. Плоский стальной лист работает в условиях двухосного растяжения, благодаря чему повышается жесткость и несущая способность плиты при одинаковом расходе металла по сравнению с железобетонной.

Внедрение изгибаемых в двух направлениях сталебетонных плит затруднено ввиду недостаточной разработанности методов расчета и проектирования с учетом особенностей опирания плит по контуру.

Проблема расчета сталебетонных плит на силовые воздействия состоит в необходимости учета: неоднородного напряженного состояния; особенностей опирания плит по контуру; нелинейности деформирования бетона в условиях плоского напряженного состояния; зависимости жесткостных характеристик от деформированного состояния; податливости контакта; произвольного нагружения и др. факторов.

Для повышения эффективности и более широкого распространения в практике строительства изгибаемых в двух направлениях плит с внешним листовым армированием необходимо дальнейшее развитие теории и методов расчета, учитывающих условия опирания, расположение армирующих листов в сжатой и растянутой зонах, произвольное, кратковременное нагружение.

Связь с научными программами, планами, темами. Работа выполнена в рамках научной темы “Розробка способів посилення аварійних та передаварійних споруд та методів оцінки їх несучої здатності після посилення з урахуванням реальних властивостей матеріалів”, регистрационный номер 0102V002542. *Личный вклад* – разработка алгоритма и численные расчеты.

Цель работы. Совершенствование методики расчета произвольно нагруженных и различным образом опертых сталебетонных плит, у которых стальной лист расположен не только в растянутой, но и в сжатой зонах.

Задачи исследования.

1. Разработать методику расчета плит с внешним листовым армированием в сжатой и растянутой зонах с учетом особенностей деформирования стальных листов и бетона в условиях плоского напряженного состояния под воздействием произвольно расположенной в плане кратковременной нагрузки.
2. Разработать алгоритм и программу расчета сталебетонных плит с различными условиями опирания на ПЭВМ.
3. Провести численные исследования работы сталебетонных плит с различными: нагрузками, условиями опирания, расположением армирующих листов, прочностными характеристиками материалов, толщинами стальных листов, податливостями объединения стального листа и бетона.
4. Разработать рекомендации для расчета и проектирования сталебетонных плит и внедрить результаты работы в практику строительства и проектирования.

Объект исследования. Сталебетонные плиты.

Предмет исследования. Напряженно-деформированное состояние сталебетонных плит с различными условиями опирания, различным образом нагруженных, у которых армирующие листы расположены в сжатой и растянутой зонах.

Методы исследований. Аналитические и численные. Определение напряженно-деформированного состояния сталебетонных плит осуществлено следующим образом: теоретически получена полная система уравнений (физические уравнения, геометрические зависимости, уравнения равновесия), определяющие напряженно-деформированное состояние малого элемента сталебетонной плиты, численным методом (метод конечных разностей) осуществлено решение этих уравнений.

Научная новизна. Разработана методика оценки напряженно – деформированного состояния трехслойных сталебетонных плит с учетом нелинейности деформирования и трещинообразования в бетоне, пластических деформаций в стальных листах, податливости контактов бетонного слоя со стальными листами. Разработана методика учета различных условий опирания изгибаемых сталебетонных плит. Введено понятие фиктивных опорных закреплений и фиктивных консолей в угловых зонах, благодаря этому, возможен расчет сталебетонных плит любой конфигурации.

Разработана методика определения сдвигающих сил между бетоном и стальным листом, которая включает нахождение необходимого числа связей сдвига.

По разработанной программе на ЭВМ проведены численные исследования и получены данные о влиянии на напряженно-деформированное состояние плит: вида нагружения, способов опирания по контуру, прочностных и деформативных характеристик бетона и стальных листов, толщины стальных листов, податливостей контакта.

Предложена конструкция сталебетонной плиты, в которой бетон состоит из двух слоев: из тяжелого и легкого (в растянутой зоне).

Практическое значение полученных результатов. Предложенная методика расчета позволяет определять несущую способность сталебетонных плит с различными условиями опирания при действии статически приложенной нагрузки. Появляется возможность рационально проектировать плиты перекрытий зданий и сооружений с учетом реальных условий опирания и нагруженности.

Внедрение. Результаты диссертационной работы в виде программы расчета напряженно-деформированного состояния внедрены в проектном институте Укргорстройпроект.

Апробация результатов. Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались:

1. Всеукраинской научно – технической конференции “Перспективні напрямки проектування житлових та громадських будівель” (г. Киев, 2004 г.).
2. Всеукраинской научно – технической конференции “Математические модели процессов в строительстве” (г. Луганск, 2004 г.).
3. Всеукраинской научно – технической конференции “Науково - технічні проблеми сучасного залізобетону” (г. Суммы, 2005 г.)
4. Научно – технических конференциях Украинской государственной академии железнодорожного транспорта (1999 –2005 г.г).

Публикации. Основное содержание опубликовано в 6 научных работах, в сборниках рекомендованных ВАК Украины для публикации результатов диссертационных исследований.

Лично полученные соискателем результаты.

1. На основании литературных источников выполнен анализ методов расчета конструкций с внешним листовым армированием при действии статической нагрузки.
2. Разработан математический аппарат, алгоритм и программа расчета сталебетонных плит с различными условиями опирания при действии кратковременной статической нагрузки.
3. Проведены численные исследования сталебетонных плит с различными условиями опирания. Исследовано влияние прочностных характеристик материалов, а также влияние граничных условий на несущую способность сталебетонных плит.
4. Исследовано влияние глубины раскрытия трещин на несущую способность сталебетонных плит.

РАЗДЕЛ 1

ОБЗОР ИССЛЕДОВАНИЙ КОНСТРУКЦИЙ С ВНЕШНИМ АРМИРОВАНИЕМ

1.1. Анализ исследований конструкций с внешним листовым армированием

В строительстве, самолетостроении, судостроении [1], автомобилестроении [2] находят широкое применение трехслойные конструкции. Они состоят из двух внешних сравнительно тонких слоев, изготовленных из прочного материала, между которыми помещен достаточно толстый слой относительно малопрочного материала с малым объемным весом. Несущие слои обычно изготавливаются из стальных и дюралевых листов. В качестве заполнителя могут применяться полимерные материалы, соты или гофрированные листы из металла или стеклопластика. Использование трехслойных конструкций позволяет повысить устойчивость пластин и оболочек, наилучшим образом использовать механические свойства материалов [3, 4, 5, 6, 7].

В современной технике находят также применение конструктивно анизотропные пластинки. Например, пластинки, подкрепленные достаточно часто расположенными ребрами, выполненные из гофрированного листа или листа, подкрепленного гофром. С известным приближением можно считать жесткость ребер равномерно распределенной по сечению пластинки, тогда после такого приведения подкрепленная пластинка может рассматриваться, как анизотропная. Наибольшее значение для технических применений имеет случай ортотропной пластинки.

Нелинейную теорию изгиба трехслойных пластин разработал Рейсснер [8], предполагавший, что внешние слои не обладают жесткостью при изгибе, а заполнитель из-за своего малого модуля упругости воспринимает только

напряжение сдвига и нормальные напряжения, перпендикулярные срединной плоскости, при этом влияние нормальных напряжений оказывается пренебрежительно малым. При линейных выражениях для деформаций и при бесконечно большой жесткости среднего слоя на сдвиг, постановка Рейсснера приводит к уравнению для однослойной пластинки с цилиндрической жесткостью.

Э.И. Григолюк [9] распространил теорию на пластины и оболочки с внешними слоями, обладающими жесткостью при изгибе, что сделало возможным переход к однородным пластинам. Общие предположения относительно заполнителя, которые приводят к дополнительным дифференциальным уравнениям, можно найти в работах Э.И. Григолюка [10], С.А. Амбарцумяна [11].

Анализ состояния исследования по слоистым пластинкам и оболочкам дан в обзорных статьях [12 - 20].

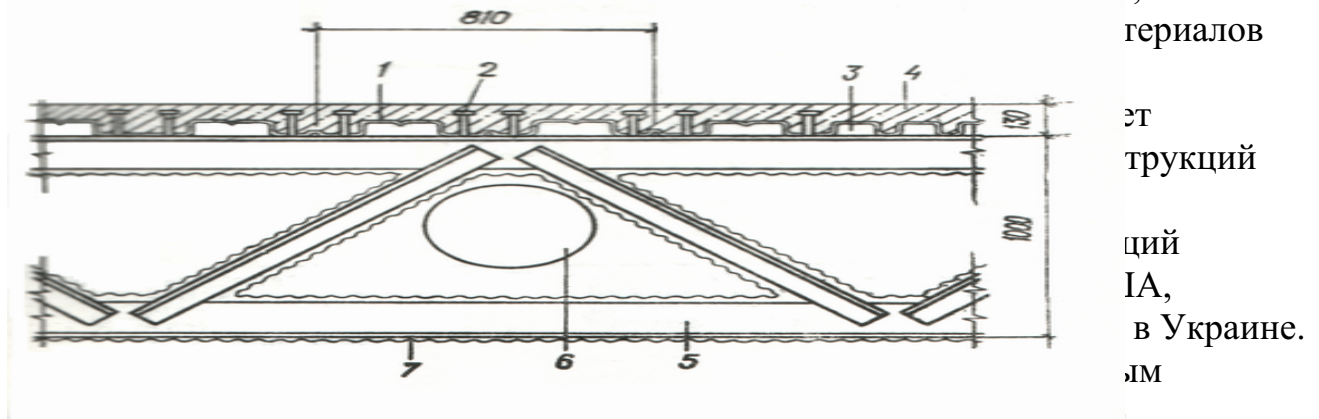
Перечисленные выше работы затрагивают в основном задачи изгиба и колебаний упругих и анизотропных пластин с малыми и большими прогибами, различным образом опертых по контуру и не имеющих дополнительных опор в пределах поверхности пластин.

Сейчас внимание отечественных и зарубежных исследователей привлекает изучение принципиально новых видов несущих элементов. К их числу относятся конструкции с внешним листовым армированием [21 – 25], которые, в соответствии с международной классификацией принято называть составными типами «сталь-бетон», то есть сталебетонными. К сталебетонным конструкциям с внешним армированием относятся: плиты, армированные гладкой листовой сталью или профилированными стальными настилами; конструкции, облицованные стальными листами, включенными в совместную работу с бетоном в специальных железобетонных сооружениях (резервуары, тоннели, фундаменты под оборудование и т.д), линейные сталебетонные балочные элементы, армированные внешней полосовой арматурой, трубобетонные элементы, сталебетонные фермы из гнутых профилей и т. д.

Изучению свойств конструкций в том числе и с внешним армированием листовой сталью посвящены работы Клименко Ф.Е., Воронкова Р.Е., Стрелецкого Н.Н., Людковского И.Г., Залесова А.С., Чихладзе Э.Д., Скоробогатова И.Г., Васильева А.П., Аншина Л.З., Бердичевского Г.И., Барабаша В.М., Богачова В.П., Стороженко Л.И., Шагина А.Л., Яременко А. Ф., Кириленко В. Ф., Санжаровского Р.С., Потера М.Л., Лавсена Р.М., Онга К.С., Шмуклера В.С, Лучковского И. Я., Бильченко А.В., Гришина А. В., Фомицы Л.Н, Пустовойтова В.П., Веревичевой М. А., Берестянской С. Ю., Смолянюк Н. В., Лобяка А. В. и др.

Опыт последних лет свидетельствует об эффективности внешнего армирования в изгибаемых элементах, которое стало возможным благодаря развитию и практическому применению способов соединения различных материалов. Во-первых, расположение рабочей арматуры на внешней грани растянутой зоны бетона приводит к уменьшению высоты сечения и

снижению собственного веса конструкции, что заметно по отношению к железобетонным элементам с многорядным армированием. Во-вторых, листовая арматура, помимо силовых, может выполнять изоляционные функции при строительстве объектов, к конструкциям которых предъявляются требования непроницаемости для жидкости, газов и излучений. В-третьих, внешняя листовая арматура, при монолитном способе производства работ, может выполнять функции несущей опалубки,

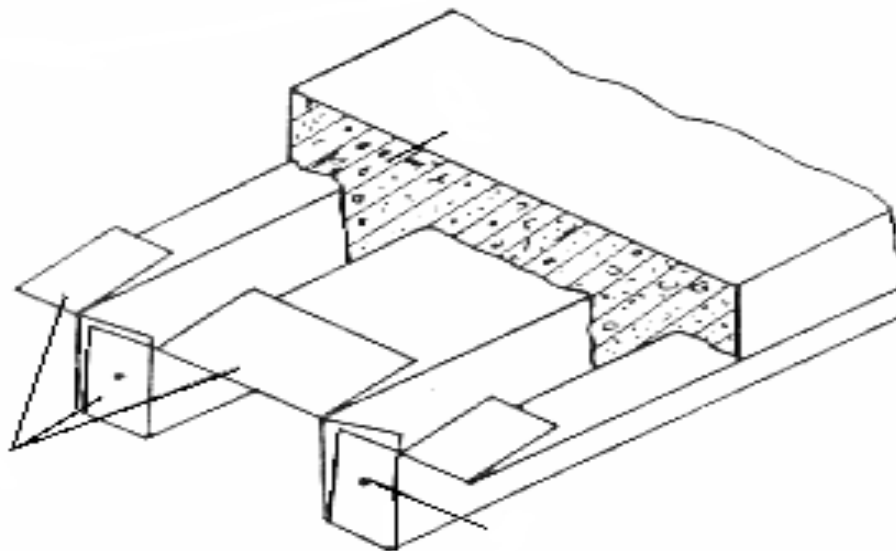


красочным покрытием и применением в качестве армирующей (фермы) междуэтажных перекрытий [26]. К наиболее известным зданиям, в перекрытиях которых применены сталебетонные плиты, относится одно из самых высоких зданий в мире «Сирс-Тауэр», высотой 447 м, построенное в Чикаго (рис. 1.1).

Рис. 1.1 Конструкция 110-этажного здания «Сирс-Тауэр» с междуэтажным перекрытием по профилированному настилу:

1 – стальной профилированный настил; 2 – стержневые анкеры (срезающиеся штифты); 3 – каналы для электропроводки и телефонной сети; 4 – бетон перекрытия; 5 – междуэтажная ферма; 6 – вентиляционный короб; 7 – огнестойкий защитный слой, наносимый набрызгом.

Значительное распространение в странах СНГ, за рубежом получили монолитные перекрытия, в качестве внешней арматуры которых используется стальные профилированные настилы.



система
ний со
катных
лючѐнных в
панелей
ГНЫМ
оны, после
ой лист
(рис.1.2).

ых упоров,
тила с

бетоном в пролѐте может обеспечиваться рифлениями [28], выштамповками [29], вырезами, отгибами (рис. 1.3) [30], а также привариванием арматурных стержней поперѐк гофров к верхней полке профиля. Расчѐт монолитного перекрытия с внешним армированием профилированными настилами предлагается сводить к расчѐту составной двухслойной балки, с упругопластическими составляющими стержнями и упругоподатливыми связями сдвига [31].

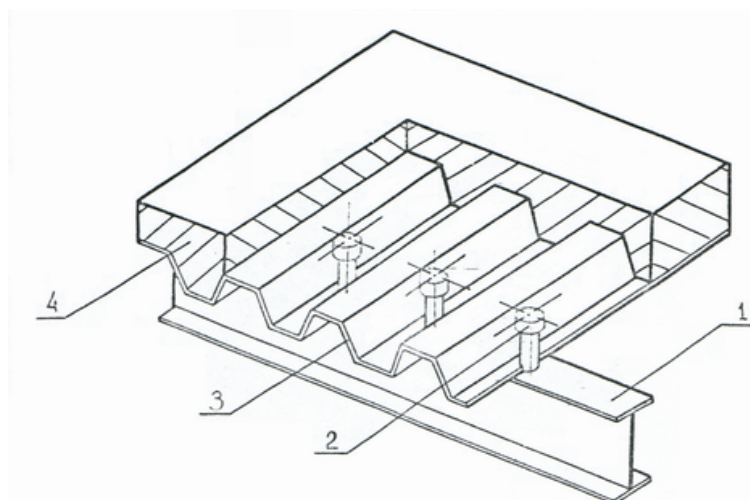


Рис. 1.2 Монолитное перекрытие по профилированному настилу:
1 – прогон; 2 – анкер; 3 – настил; 4 – монолитная плита.

Рис. 1.3 Анкеровка профилированного настила посредством отгибов его торцевых граней:

1 – отогнутые грани профилированного настила; 2 – бетон;
3 – электрозаклёпка.

Одним из недостатков элемента плиты с листовой гофрированной арматурой является малая несущая способность и жесткость поперек гофров, вследствие чего плита работает как балочная. Попыткой преодолеть отмеченный недостаток можно считать предложение [32], в соответствии с которым для повышения жесткости и прочности плиты в поперечном направлении рекомендуется перед бетонированием пропускать стержневую арматуру периодического профиля через отверстия в стенке настила, что способствует не только повышению жесткости в "слабом" направлении, но также улучшает объединение бетона с настилом (рис. 1.4).

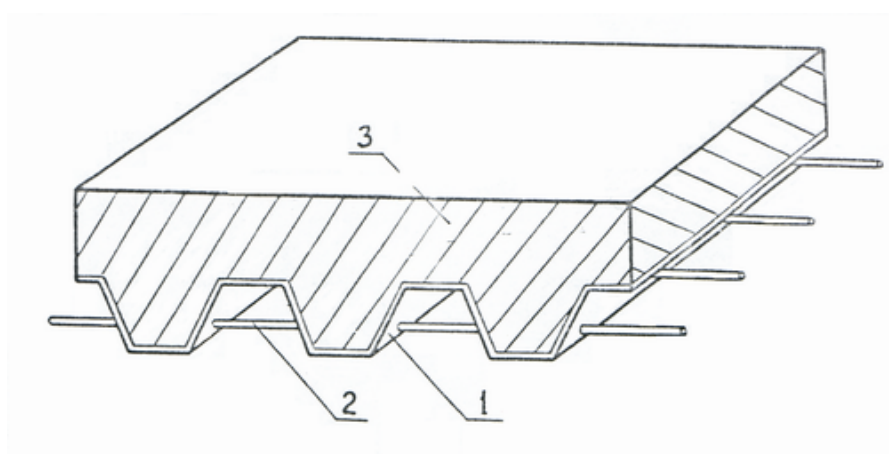


Рис. 1.4 Усиление ребристой монолитной плиты:
1 – настил; 2 – стержневая арматура; 3 – монолитная плита.

В работе [33], к оценке несущей способности плиты опёртой по четырём сторонам и работающей в двух направлениях, подходят с позиций метода предельного равновесия. Здесь изучены возможные схемы разрушения плиты при действии четырёх симметрично расположенных сосредоточенных сил, а также представлены данные натурных испытаний пяти плит размерами $4,88 \times 3,66$ м, армированных настилами различных размеров.

Отметим работы Р.В. Воронкова и Ф.И. Багатурии [26, 34, 35, 36]. В них предложены новые водогазонепроницаемые конструкции с обычной (рис. 1.5) и предварительно напряжённой листовой арматурой [34].

Предварительное напряжение достигается нагнетанием в полость между листом и бетоном цементно-песчаного раствора [36], тем самым, предотвращая отслоение стального листа под давлением проникающей среды. В работах Р.В. Воронкова приведены данные об экономической эффективности и снижении расхода стали при строительстве различных сооружений с внешним листовым армированием в нашей стране и за рубежом.

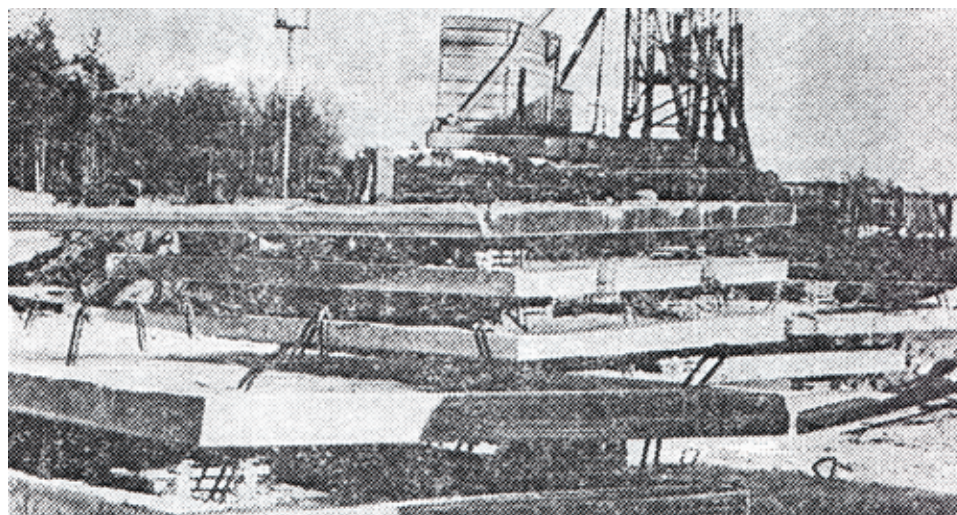


Рис. 1.5 Плоские плиты $5980 \times 2630 \times 150$ мм с листовой арматурой без предварительного напряжения (относительная толщина – около $1/40L$)

Одними из наиболее распространенных и хорошо исследованных конструкций с внешним армированием является трубобетонные [29,37], в которых, благодаря преобразованию одноосного напряженного состояния в трехосное, обеспечивается повышение прочности бетонного ядра и несущей конструкции в целом. Очень активно исследуются трубобетонные конструкции в Криворожском горнорудном институте и Полтавском национальном техническом университете имени Ю. Каразина [38 - 42]. В этих работах определены особенности работы конструкций из трубобетона в зависимости от их геометрических характеристик, физико-механических особенностей бетона в середине и материала оболочки, а также напряженно-деформированное состояние таких конструкций. В качестве примера можно привести использование несущих конструкций из трубобетона при строительстве храма Веры, Надежды, Любви, в городе Полтаве (рис. 1.6).

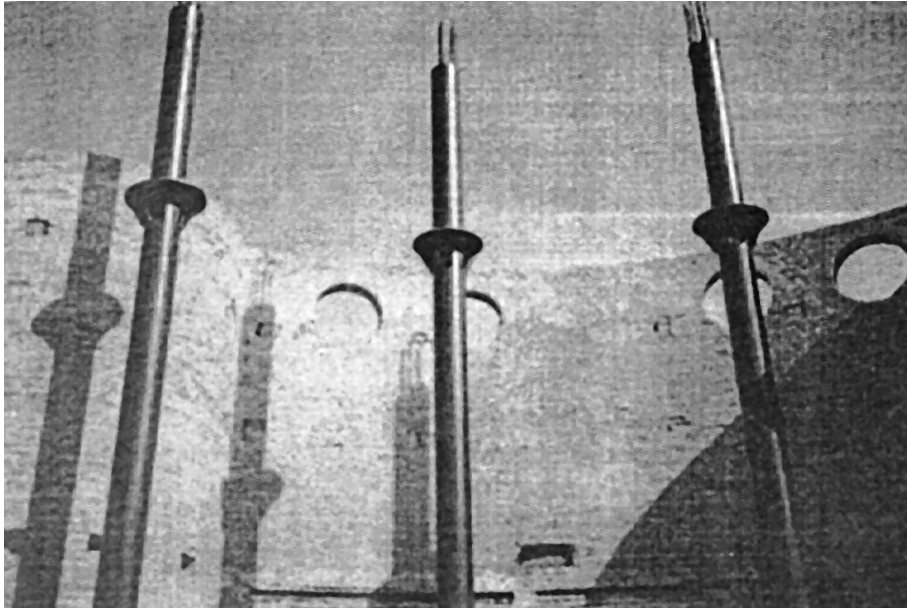


Рис. 1.6 Трубобетонная колонна на строительстве храма Веры, Надежды, Любви в г. Полтаве

Общая высота колонн составляла 16.2 м., а расстояние между ними 5.4 м. Колонны имели разный по высоте диаметр, проходили через все строение, начиная с подвала. Их диаметр около основания составлял 426 мм при толщине стенки трубы 5 мм.

На (рис. 1.7) приведен узел сопряжения трубобетонной колонны со стальными междуэтажными балками в многоэтажном здании, которое строится в г. Полтаве. В этом случае балки опираются на консоли, которые привариваются непосредственно к поверхности стальной оболочки трубобетонной стойки.

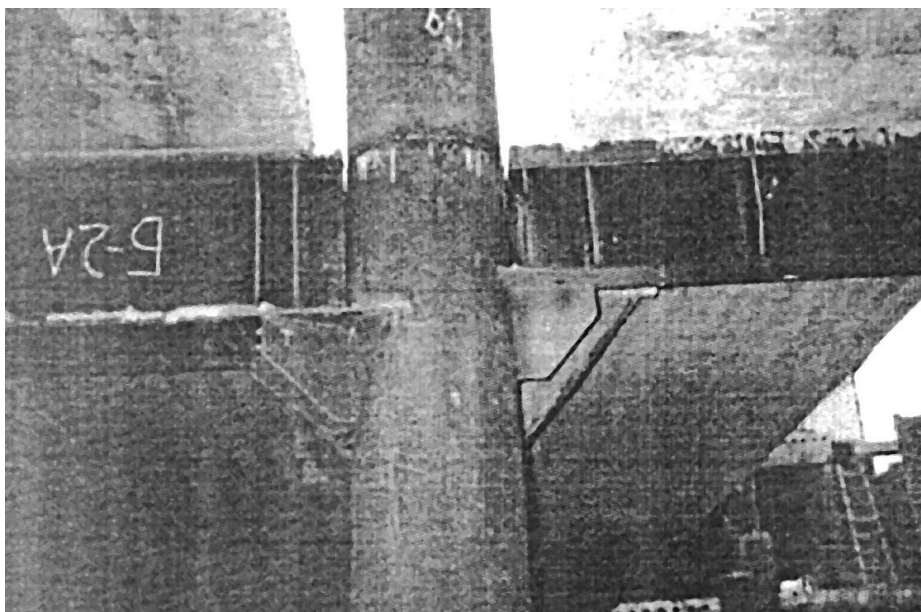


Рис. 1.7 Узел сопряжения трубобетонной колонны с ригелем при строительстве многоэтажного промышленного здания

В обычных и предварительно напряженных балочных плитах стальной лист находится в условиях продольного растяжения со стесненными поперечными деформациями (двухосное растяжение), благодаря чему повышается его предел текучести и снижается деформативность. Экспериментальные исследования показали, что листовое армирование позволяет увеличить несущую способность на 30 % – 40 % в балочных плитах с обычной и напрягаемой арматурой по сравнению с аналогичными железобетонными плитами [26, 33].

Наиболее эффективно применение плоской листовой арматуры в растянутых, либо изгибаемых в двух направлениях элементах (плиты перекрытия) [29, 43, 44 – 49], так как при этом выгодно используется способность стального листа сопротивляться растягивающим усилиям одновременно в двух направлениях (рис. 1.8).

Рисунок 1.8 Фрагмент сталебетонной плиты перекрытия:
1 – плоский стальной лист; 2 – слой бетона; 3 – петлевые анкеры.

Бочаговым В.П. [46] проведены значительные экспериментальные исследования на масштабных моделях керамзитобетонных плит с приклеенной листовой арматурой при действии поперечной равномерно распределенной нагрузки. Испытаны также плиты размерами 1,2 на 1,2 м в плане толщиной 0,09 - 0,125 м на действие сосредоточенной нагрузки в центре. Также автором проводились испытания образца легкобетонной плиты с внешним армированием (рис. 1.9) и экспериментальные исследования плит из мелкозернистого керамзитобетона и пескобетона с внешним листовым армированием (рис. 1.10).

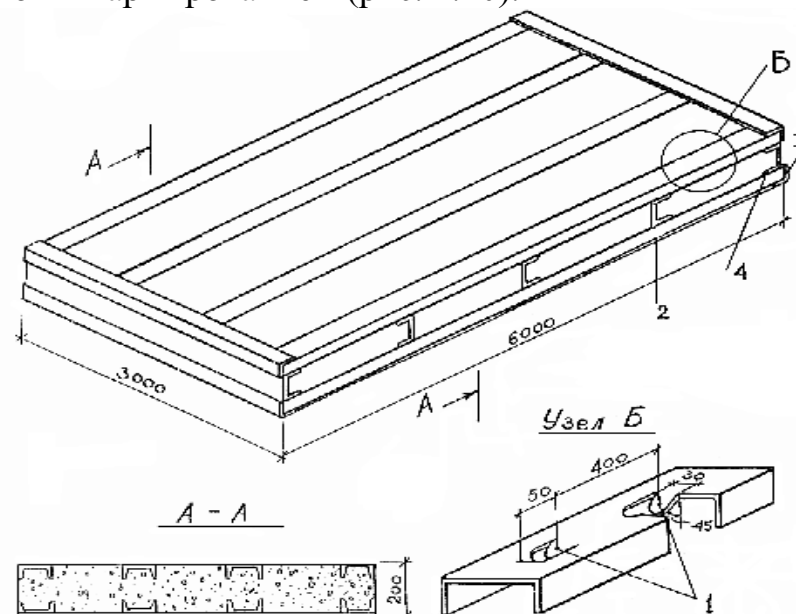


Рис. 1.9 Конструкция легкобетонной плиты с внешним армированием:
1 – язычки; 2 – поперечные швеллеры; 3 – гибкий упор; 4 – гнутый швеллер.

Рис. 1.10 Легкобетонная плита днища (перекрытия):
1 – рама из гнутых швеллеров; 2 – стальной лист δ

Скоробогатов С.М. и Бочагов В.П. [45, 46] обосновали использование кинематического метода равновесия для определения несущей способности сталебетонных пластин. При этом принимается, что лист подчиняется закону деформирования, идеально-упругопластического материала, а трещинообразование не влияет существенно на распределение усилий. В качестве условия пластичности в стальном листе принимается энергетический критерий Мизеса. Определение деформаций плиты осуществляется интерполяционным методом предельного равновесия, величина кривизны наиболее деформированной зоны плиты находится с учетом особенностей деформирования стального листа в условиях плоского напряженного состояния. Величину пластического (предельного) момента рекомендуется рассчитывать как для балочного элемента, что приводит при определении разрушающей нагрузки к погрешности порядка 4% в запас прочности.

Тщательные экспериментальные исследования были выполнены в Национальном Университете Сингапура [48] на плитах с приклеенной листовой арматурой.

Строгий подход к расчету составных конструкций предложен А.Р. Ржаницыным [50]. Этот подход основан на анализе предельных состояний составных стержней и пластин с жесткопластическими составляющими и связями, дана общая теория расчета напряженно-деформированного состояния составных пластин с податливыми связями. Однако, основанный на принципе независимости действия сил, такой подход не может быть применен к расчету сталебетонных плит с трещинами в растянутой зоне бетона.

В работах [44, 47] предлагается экспериментально теоретический способ расчета составных пластин с линейно деформируемыми связями сдвига, основанный на решении известных уравнений составных пластин. При этом аппроксимируется функция прогибов, подбираемая на основании экспериментальных данных.

Важнейшим условием эксплуатационной пригодности конструкции с внешним армированием является надежное объединение бетона и армирующего листа для обеспечения их совместной работы. В противном случае, как показывают исследования [51], несущая способность ограничивается прочностью объединения листа с бетоном. Трудность объединения до некоторого времени являлась серьезным препятствием для практического использования сталебетонных конструкций. В настоящее время с совершенствованием сварочных технологий, а также с появлением и широким применением в строительстве эффективных синтетических клеящих средств [52 – 54], а также с применением новых видов листовой арматуры [55], находят новые конструктивные решения элементов с внешним листовым армированием, в том числе плит с плоской листовой арматурой.

Для определения прочностных характеристик клеевых соединений можно воспользоваться результатами исследований Кисилера М.И. [53,54]. Также огромный материал о свойствах различных связей дискретного характера накоплен в практике сборного железобетона и мостостроения [56. 57].

Задача определения напряженно-деформированного состояния в многокомпонентных конструкциях при любых комбинациях материалов (изотропных, ортотропных – при различной степени анизотропии), успешно решается раскрытием контакта между отдельными частями конструкции [58 – 61].

В работах Чихладзе Э.Д. [22] и его учеников [62 – 70] разработаны теория и методы расчета сталебетонных колонн прямоугольного сечения и плит при статических, динамических, температурных воздействиях и проведены широкие экспериментальные исследования. Напряженно-деформированное состояние сталебетонных элементов при сжатии и изгибе рассмотрено в трудах [62, 63]; при кручении в [64]. Влияние способа приложения внешней продольной нагрузки оценено в [65]. Процесс разрушения сталебетонных плит и балок при температурных воздействиях исследован в работе [66]. Несущая способность сталебетонных балок, усиленных шпренгелем посвящена работа [67]. Напряженно-деформированное состояние прямоугольных в плане сталебетонных плит при действии статически приложенной внешней нагрузки и температурных воздействий изучено в работе [68]. В работах [71,72] предложена конструкция и разработан математически аппарат, позволяющий учесть влияние анизотропных свойств сталебетонной плиты, вследствие трещинообразования и нелинейности деформирования бетона, а также податливости контакта листовой арматуры с бетоном на ее напряженно-деформированное состояние. В работе [70] проведены экспериментальные исследования квадратных в плане плит с внешним армированием и различным расположением просечек, получены результаты их сравнительного анализа между собой и с плитами, где объединение листа с бетоном осуществлено при помощи анкерных упоров. На основании

полученной схемы разрушения разработана методика оценки несущей способности сталебетонного перекрытия методом предельного равновесия, разработана расчетная модель сталебетонных плит на основе метода конечных элементов, при помощи проектно-вычислительного комплекса SCAD и оценено их напряженно-деформированное состояние. В работе [69] проведены экспериментальные исследования плит, прогибы которых сравнимы с их толщиной. В связи с этим для оценки напряженно-деформированного состояния учитывались наряду с изгибными и мембранные напряжения. Произведен совместный анализ характера деформирования стальных и сталебетонных пластин, что позволяет оценить влияние бетона на деформативность пластины при различной податливости контура.

Несмотря на большую эффективность, рассматриваемые сталебетонные конструкции имеют ряд недостатков. Наиболее существенными из них являются недостатки, обусловленные непосредственным контактом стальной арматуры с окружающей средой, что даже в обычных условиях требует дополнительных расходов на содержание в период эксплуатации сооружения. В условиях коррозионных сред применение внешней открыто расположенной листовой арматуры невозможно без специальных защитных мероприятий. Конструкции с открыто расположенной листовой арматурой в сравнении с железобетонными при пожаре имеют еще один недостаток – стальной лист быстро нагревается и теряет прочностные свойства.

В то же время, следует отметить, что в практике имеется достаточный опыт борьбы с отмеченными недостатками. Это использование оцинкованных листов, устройство зазора между бетоном и стальным листом [66], различных покрытий (в том числе лакокрасочных), алюминиевых сплавов в место стали [73]. Для обеспечения требуемой прочности листа при пожаре открытую поверхность (листа) покрывают специальными, вспучивающимися от воздействия огня покрытиями [74]. Еще одним эффективным средством защиты сталебетонных конструкций от воздействия огня является устройство подвесного потолка (экранная защита).

1.2. Методы расчета сталебетонных конструкций при силовых воздействиях

Анализ, приведенный в п. 1.1 показывает необходимость дальнейшего совершенствования методики расчета изгибаемых элементов в двух направлениях плит с внешним листовым армированием. Учитывая общность сталебетонных и железобетонных плит, здесь необходимо рассмотреть и обобщить опыт, накопленный в практике расчета, как железобетонных плит со стержневым дискретным армированием, так и сталебетонных.

Деформирование железобетонной плиты с простейшими граничными условиями до образования трещины с незначительной погрешностью можно описать аналитическим решением известного дифференциального уравнения

упругой изотропной пластины [75, 76]. При этом в случае различного насыщения арматурой в ортогональных направлениях плита должна рассматриваться конструктивно ортотропной, а жесткость на кручение определяться по Губеру, как среднее геометрическое изгибных жесткостей.

Процесс деформирования плит из нелинейно-деформируемых материалов чувствителен к характеру внешней нагрузки, граничным условиям и существенно зависит от степени нелинейности деформирования материалов. Жесткость сечений является функцией уровня напряженного состояния и изменяется по плите, что вызывает значительные перераспределения усилий от наиболее нагруженных сечений с меньшей жесткостью к менее нагруженным с большей жесткостью. Задача усложняется тем, что в железобетонных плитах нелинейность зависимости между компонентами тензора кривизны и изгибающего момента обусловлена не только развитием пластических деформаций в элементах сечения, но в большей степени, возникновением и развитием трещин в растянутой зоне бетона.

В виду сложности отмеченных особенностей первоначальные попытки расчета железобетонных плит сводились к определению их несущей способности с позиций предложенного А.А. Гвоздевым [33] метода предельного равновесия. Это направление развивали А.Р. Ржаницын, А.С. Калманок, С.М. Крылов, А.М. Дубинский, В.С. Зырянов и др. [77 – 83].

Метод предельного равновесия положен в основу предложенного С.М. Крыловым и А.Н. Королевым способа определения прогибов железобетонных плит при кратковременной нагрузке.

Уточнение указанного способа расчета прогибов железобетонных плит и расширение его области применения на случай некоторых видов граничных условий содержат работы Ф.И. Вилена и Л.Н. Зайцева [84,85].

В работе Я.Д. Лившица и М.М. Онищенко [86] предложен метод расчета напряженно-деформированного состояния железобетонных плит с учетом трещинообразования, пластических деформаций и ползучести бетона. Изгибные жесткости определяются по В.И. Мурашеву [87], работа растянутого бетона между трещинами учитывается по аналогии с балочными элементами введением коэффициентов ψ_{ax} и ψ_{ay} . При определении жесткости кручения считается, что касательные усилия в сжатой зоне распределены по линейному закону, а в растянутой зоне полностью воспринимаются арматурой. В целях упрощения жесткостные коэффициенты, найденные для наиболее напряженного сечения, считаются справедливыми для всей плиты, то есть не учитывается их изменение в координатной плоскости.

В. М. Бондаренко и А.Л. Шагиным [88, 89] жесткости считаются функциями координат, но при выводе дифференциального уравнения изгиба для плит постоянной толщины считается возможным пренебречь слагаемыми, содержащими производные жесткостей. Определение жесткости кручения и момента трещинообразования производится с учетом особенностей двухосного напряженного состояния.

Работа железобетонных плит с закрепленными от горизонтального смещения краями характеризуется возникновением распора, вследствие образования и раскрытия трещин. При расчете таких плит с различными граничными условиями А.Л. Шагин [88] предлагает исходить из схемы ее работы как полой оболочки с учетом геометрической нелинейности.

А.Л. Мельникова [90] предложила учитывать в расчетах анизотропные свойства плиты, обусловленные наклонными к направлению арматуры трещинами. Связь между напряжениями и деформациями принимается в виде обобщенного закона Гука для плоского напряженного состояния, заменяя модуль упругости временным приведенным модулем деформаций. Этот модуль деформаций определяется с учетом двухосной ползучести, пластических деформаций бетона и наклона трещин к арматуре.

Физические особенности работы железобетона в условиях плоского однородного и неоднородного напряженных состояний глубоко изучены благодаря теоретическим и экспериментальным исследованиям, проведенным Н.И. Карпенко под руководством А.А. Гвоздева [91].

В экспериментальных исследованиях А.В. Бильченко [92], выполненных под руководством Н.И. Карпенко, изучено поведение элементов плиты в областях с трещинами, выявлено и количественно оценено влияние угла наклона трещины к арматурным стержням на повышение деформативности бетона сжатой зоны.

При расчете перекрытий в последнее время стали использовать расчетные схемы, учитывающие сложные деформации [93].

Выявленные особенности качественно изменили представление о работе железобетонных плоских элементов с трещинами при изгибе и нашли свое отражение в теории [94], с использованием которой решены практически важные задачи деформирования железобетонных плит, оболочек а также кручения стержней в стадиях работы с трещинами.

Строгое решение задачи изгиба пластин из нелинейно-деформируемых материалов, в том числе и железобетонных плит, стало возможным с использованием численных методов решения дифференциальных уравнений.

Развитию численных методов применительно к расчетам строительных конструкций посвящены работы А.Ф. Смирнова, А.В. Александрова, Н.Н. Шапошникова, Б.Я. Лашеникова, Л.А. Розина, А.М. Масленникова, Н.П. Абовского, В.А. Смирнова и др. [95 – 97]. С использованием численных методов решена задача изгиба железобетонных плит в работах Н.И. Карпенко, В.М. Бондаренко, А.Л. Шагина, А.М. Проценко, Н.А. Лосина, А.С. Городецкого, В.С. Здоренко, В.П. Леньшина, А.А. Кулагина, А.Б. Шумилина, А.И. Козачевского [88, 89, 94, 98 – 104].

Учет влияния трещин на напряженно-деформированное состояние плиты рассматривалось в работах [93,94,97].

Н.И. Карпенко, на основании изложенных выше представлений, были получены физические зависимости, связывающие компоненты тензора кривизны и изгибающего момента, для элементов железобетонной плиты с различными схемами трещин. При этом в сечении с трещиной эпюра напряжений в сжатой зоне бетона принимается прямоугольной, а работа растянутого бетона над трещиной не учитывается. Модуль упругости бетона и арматуры определяется с учетом пластических деформаций, неравномерности деформирования на участке между трещинами и угла наклона трещины к арматуре. Совместно с Л.И. Яриным и А.Л. Гуревичем [99], составлена программа расчета для ЭВМ. Результаты расчета сравнивались с данными опытов С.М. Крылова, Г. Баха, О. Графа, В. Гелера, Х. Амоса для железобетонных плит с различными граничными условиями, коэффициентами армирования, характером нагрузки и свидетельствуют о хорошем соответствии предложенной анизотропной модели работе плиты в стадии с трещинами. Решение осуществлялось шагово - итерационным методом последовательных приближений в сочетании с методом конечных разностей (МКР). Для замены дифференциальных операторов использовались центральные и односторонние разности [105, 106] с погрешностью аппроксимации $O[h^2]$ (h – шаг конечно-разностной сетки). При записи граничных условий свободно опертых плит рекомендуется пользоваться односторонними разностями [106], а вертикальные перемещения точек плиты на контуре задавать линейной функцией прогиба в середине.

А.А. Кулагин и А.Б. Шумилин [100] получили в явном виде разрешающее уравнение метода конечных разностей для расчета плоских железобетонных безбалочных перекрытий с учетом образования трещин.

В работах [101,102] выполнен расчет железобетонных плит методом конечных элементов (МКЭ). В соответствии с моделью Н.И. Карпенко получены матрицы жесткости и другие соотношения метода для прямоугольного элемента. В качестве аппроксимирующих функций приняты ортонормированные полиномы Лежандра, линеаризация задачи осуществлялась в процессе последовательных приближений.

А.М. Проценко и Н.А. Лосин [104] разработали универсальный алгоритм автоматизированного расчета изгибаемых железобетонных пластин, работающих с трещинами, при произвольных граничных условиях и характере внешней нагрузки (в том числе пластин на упругом основании). Описанный алгоритм расчета использован при решении целого класса физически нелинейных краевых задач.

Л.А. Гуровая [107] определила закономерность изменения жесткостных параметров в пределах плиты. Эта закономерность представляется непрерывно- монотонной функцией с непрерывными частными производными. Благодаря этому становится возможным выполнение операций дифференцирования жесткостей при выводе

уравнения изгиба и решение последнего методом Бубнова-Галеркина. Неизвестные коэффициенты аппроксимирующей функции вычисляются методом наименьших квадратов на каждой итерации.

В работах [58,108,109] разработана методика описания процесса деформирования бетона в условиях плоского напряженного состояния, позволяющая сохранить качественное и количественное влияние особенностей деформирования бетона на жесткостные свойства элементов конструкции.

На основании положений деформирования железобетона с трещинами, разработана и экспериментально обоснована методика расчета изгибаемых в двух направлениях сталебетонных плит, учитывающая нелинейность деформирования бетона и стального листа в условиях двухосного напряженного состояния и образования трещин в растянутой зоне бетона.

Использование ЭВМ и современных методов расчета строительной механики (метод конечных разностей, метод конечных элементов и т.д.) значительно упрощает расчеты, существенно приближая модель процесса деформирования к реальному процессу. Примером может служить проектно-вычислительный комплекс SCAD, в основу которого положен метод конечных элементов [110, 111]; данный комплекс позволяет рассчитывать объекты любой конфигурации по различным теориям прочности, учитывать реальные свойства материалов (их физическую нелинейность).

Теоретические и опытные исследования прочности, трещиностойкости и деформативности сталебетонных плит и балок, проведенные Ленинградским инженерно-строительным институтом [26] и другими НИИ позволили разработать обобщенный метод расчета сталебетонных конструкций в соответствии со СНиП 2-21-75 [113].

Расчет сталебетонной плиты с внешней профилированной листовой арматурой должен производиться по прочности нормальных и наклонных сечений, а также прочности связи листовой арматуры с бетоном.

Сталебетонная плита с внешней профилированной арматурой в поперечном сечении представляет собой ребристую балочную конструкцию, расчет которой может быть сведен к обеспечению прочности одиночного ребра таврового сечения. Расчет тавровых сечений зависит от положения нейтральной оси по высоте сечения, которая определяет границу сжатой зоны.

Расчет по нормальным и наклонным сечениям аналогичен расчету прочности обычных железобетонных сечений.

При работе сталебетонных балочных конструкций на изгиб возникают значительные силы сдвига по плоскости соединения полосовой листовой арматуры по длине балки. Сдвигающее усилие между полосовой листовой арматурой и бетоном сечения при шаге связей-анкеров, равно a и определяемое из условия работы вертикальных стержней по наклонному сечению

где F – внешняя поперечная сила; M – приведенный статический момент поперечного сечения полосовой арматуры относительно нейтральной оси; I – приведенный момент инерции.

Прочность связи полосовой, листовой арматуры с бетонным сечением будет обеспечена, если будет выполняться условие

(1.2)

где N – усилие, воспринимаемое силами сцепления между поверхностью полосовой, листовой арматуры и бетоном на участке между связью-анкером, $N_{\text{сдв}}$ – сдвигающее усилие, воспринимаемое связью - вертикальными и поперечными стержнями при их работе на срез, как заклепки.

В зависимости от характера работы в сталебетонной балке могут устанавливаться концевые упоры и связи, располагаемые по длине балки. Связи в торце воспринимают кроме сдвигающих усилий, возникающих при изгибе, сдвигающие и отрывающие силы, возникающие на торцевых участках балок от усадки и температурных воздействий.

Расчетное усилие, передаваемое на упор от полосовой, листовой арматуры будет составлять

(1.3)

где $\sigma_{\text{сж}}$ – напряжения в листовой арматуре, $F_{\text{сж}}$ – площадь сечения листовой арматуры.

Условие прочности бетона на сжатие под рабочей плоскостью упора

(1.4)

где $R_{\text{сж}}$ – прочность бетона при сжатии; $F_{\text{сж}}$ – площадь смятия бетона упором.

Считая справедливым основные предпосылки метода предельного равновесия в работе [70] изложен способ определения несущей способности из условия прочности нормальных сечений.

В соответствии со схемой излома составлялись уравнения, характеризующие работу внешних и внутренних сил на единичном перемещении, получали выражение для распределенной по замкнутой полосе разрушающей нагрузки из условия прочности по нормальному сечению.

В работе получено аналогичное выражение для нагрузки, равномерно распределенной по всей площади плиты. Для определения величины соотношения напряжений на главных площадках η использовалось решение для упругой пластины, выполненное при помощи программного комплекса Structure CAD для Windows.

Контакт стального листа с бетоном осуществлялся в местах отгиба просечек. Для линий отгибов, расположенных параллельно опорному контуру принималась кинематическая схема предельного состояния. После преобразований получали выражение для работы связей сдвига, а также

усилий сжатой зоны бетона.

В итоге получено уравнение для определения разрушающей нагрузки из условия прочности контакта.

В целях оптимального проектирования количество просечек, выполняемых в стальном листе, определялось из условия равенства предельных нагрузок по нормальному сечению и по контакту.

В настоящее время широкое распространение при расчете различных конструкций получил метод конечных элементов (МКЭ). В этом методе искомой разрешающей функцией служат перемещения. Это вызвано тем, что выбор расчетной схемы для МКЭ в перемещениях легко поддается алгоритмизации. МКЭ – вариационный, т. е. является методом нахождения минимума функционала (1.5)

$$I(u) = \Pi - W = 1/2 \int_V \sigma_{ij} \epsilon_{ij} dV - \int_V W dV \quad (1.5)$$

где Π - потенциальная энергия деформаций; W - работа внешних сил.

Основная концепция МКЭ заключается в непосредственной дискретизации рассчитываемой системы, которая расчленяется расчетной сеткой на конечные элементы. Расчленение системы на конечные элементы дает возможность представить потенциальную энергию деформации Π и работу внешних сил W в виде сумм по отдельным элементам.

Таким образом, этот метод дает возможность строить разрешающую систему уравнений на основе рассмотрения каждого отдельного конечного элемента, что очень удобно в реализации и является важным достоинством.

В МКЭ учет граничных условий осуществляется достаточно просто: номера степеней свободы, соответствующие наложенной связи, объявляются нулевыми и при составлении матрицы канонических уравнений элементы матриц жесткости конечных элементов, соответствующие нулевым номерам степеней свободы, опускаются. Степени свободы в МКЭ, как правило, снабжаются физическим смыслом и представляют собой искомые значения перемещений и их производных в узлах расчетной сетки.

Такое задание граничных условий (наложение связей можно рассматривать как расчет на заданные нулевые перемещения) имеет ряд существенных недостатков: расчет на заданные перемещения труден с алгоритмической точки зрения, усилия в наложенных связях не вытекают из прямого расчета, а их можно получить из рассмотрения условия равновесия соответствующего узла и т. д.

Можно выделить пять основных этапов решения задач по МКЭ: расчленение системы на конечные элементы и выбор координатных функций; построение матриц жесткости и приведение местной нагрузки к узловой для каждого конечного элемента; построение канонических уравнений; решение канонических уравнений и определение значений степеней свободы;

определение компонентов напряженно–деформированного состояния (перемещений, напряжений) по области элемента и всей системы. Подробно информационные технологии расчета и проектирования строительных конструкций изложены в работе [112]

Следующий метод расчета базируется на основных положениях теории деформирования сталебетона [94, 108].

В основу этого метода положены известные теории тонких плит, а также некоторые предпосылки, отражающие особенности исследуемой конструкции:

1. Рассматриваются тонкие пластины, прогибы которых малы в сравнении с их толщинами.
2. Нейтральная ось пластин, изгибаемая поперечными силами, считается недеформируемой в своей плоскости. Слои плиты, параллельные нейтральной поверхности, не надавливают друг на друга.
3. Гипотеза прямых нормалей принимается со сдвижкой, соответствующей относительной деформации сдвига по контакту стального листа с бетоном.
4. Описание деформации бетона плиты в условиях двухосного напряжённого состояния производится в соответствии с подходом Бондаренко В.М., Чихладзе Э.Д., Шагина А.Л. [89, 108, 114]. Бетон приводится к условно изотропному материалу с интегральными характеристиками – модулем упругости E_c коэффициентом поперечной деформации ν_c в растянутой зоне и соответственно ν_c и E_c – в сжатой зоне.
5. Рассматривается случай кратковременного синхронного нагружения элементов конструкции, т.е. в процессе деформирования соотношение напряжений на главных площадках считается постоянным
6. Соединения бетона и стального листа плиты осуществляется гибкими анкерами, которые расположены симметрично с равным шагом. Связи считаются абсолютно жёсткими в поперечном направлении и упруго податливыми в плоскости сдвига.
7. Возможная концентрация усилий в местах связи системы анкеров с листом не учитывается, т.е. усилие, воспринимаемое системой анкеров, считается равномерно распределённым («размазанным») по всей площади плиты.

Для плоской сталебетонной плиты в условиях плоского напряжённого состояния, как и для железобетонной плиты, характерны упругая, упругопластическая без трещин и упругопластическая с трещинами стадии работы. Характер деформирования плит в областях с трещинами зависит от схемы трещин, т.е. ориентации трещин, их взаимного пересечения, возникновения трещин на одной или обеих поверхностях плиты, характера прохождения трещин по толщине элемента (сквозные или несквозные трещины). Предполагается, что трещины нормальны к срединной поверхности плиты.

Из разнообразия схем трещин, предложенных Н.И. Карпенко [94], для плоских сталебетонных плит можно выделить следующие:

- непересекающиеся трещины проходят на одной из поверхностей плиты, нижней или верхней;
- пересекающиеся взаимоперпендикулярные на нижней поверхности плиты;
- трещины во взаимоперпендикулярных направлениях, характерные для угловых зон плиты, возникающие на нижней и верхней поверхности элемента.

Основные предположения, касающиеся развития и образования трещин:

- считается, что трещины образуются по площадкам растягивающих напряжений;
- критерием образования трещин для конкретного вида напряжённого состояния является достижение в волокнах бетона предельных напряжений;
- образования трещин не изменяют ориентации главных площадок;
- после образования трещин в направлении действия максимально растягивающих напряжений в перпендикулярном направлении полосы бетона могут работать без трещин.

Уравнение физического закона деформирования бетона принимается в виде полинома [71]

$$\sigma = \dots \quad (1.6)$$

,

где σ_1 - напряжения и деформации при сжатии; σ_2 - напряжения и деформации при растяжении; σ_3 - неизвестные коэффициенты, определяемые из условия минимума квадратичных отклонений экспериментально полученных значений напряжений.

В качестве исходных экспериментальных диаграмм деформирования бетона в условиях плоского напряжённого состояния для аппроксимации зависимости (1.6) использованы данные Г.Купфера [115, 116] которые хорошо согласуются с экспериментальными и теоретическими данными других авторов. Кривые деформирования построены для бетонов различных классов и конкретных видов напряжённого состояния, определяемых

отношением напряжений на главных площадках σ_1/σ_2 . При аппроксимации кривые

заменяются вектором-столбцом, в первых четырёх позициях которого находятся коэффициенты , а в пятой предельное значение соответствующих деформаций . Согласно гипотезе прямых нормалей, справедливой для бетонной части сечения,

$$\begin{aligned} & , \\ & , \end{aligned} \quad (1.7)$$

где - высота сжатой и растянутой зон соответственно; - фибровые деформации в сжатой и растянутой зонах; - расстояние от нейтральной линии до рассматриваемого волокна.

Волокна бетона выключаются из работы, когда деформации в них достигают предельных значений и , тогда высота сжатой и растянутой зон бетона определяется следующим образом

$$(1.8)$$

где - расстояние от верхней кромки сечения до нейтральной оси;

$$(1.9,a)$$

$$(1.9,b)$$

Закон изменения нормальных напряжений по высоте сечения после подстановки (1.7) в (1.6) позволяет вычислить величину погонного изгибающего момента интегрированием в пределах высоты сечения

$$(1.10)$$

где σ_i - напряжения в стальном листе вдоль i -го направления; S - площадь стального листа на единице ширины сечения или толщина стального листа.

Выражения для напряжений в стальном листе получим с учетом податливости стального листа (i, j)

(1.11)

где E - модуль упругости и коэффициент поперечных деформаций стального листа соответственно, λ - коэффициент, учитывающий податливость контакта листовой арматуры с бетоном.

Подставив в (1.10) выражение для напряжений в бетоне и стальном листе (1.11) после вычисления интеграла имеем (i, j)

(1.12)

Здесь E_{ij} - обобщённые модули деформации сжатой и растянутой зон сечения, определяемые выражениями

(1.13)

Обобщённые интегральные модули учитывают влияние поперечных усилий деформации в продольном направлении и являются характеристиками эквивалентного по жёсткости линейно деформируемого сечения. Выражения (1.13) однозначно определяют значение обобщённого интегрального модуля деформации, как функция деформируемого состояния сечения ϵ и степени нелинейности диаграмм деформирования σ .

Выражение (1.12) представляется в виде

(1.14)

где σ_x и σ_y - соответственно фибровые напряжения в сжатой и растянутой зонах эквивалентного линейно деформируемого сечения.

Далее приводили работу реального материала к условно изотропной мгновенно-упругой сплошной среде с помощью обычных характеристик – модуля упругости E и коэффициента поперечных деформаций приведенной среды. Напряжения в крайних сжатых и растянутых волокнах представим в виде (

$$\sigma_x = \dots, \quad \sigma_y = \dots \quad (1.15)$$

Значения параметров деформирования ν получены в следующем виде

$$\nu = \dots \quad (1.16)$$

где ν - считается известной величиной и постоянной в процессе деформирования. При $\nu = 0$ в соответствии с экспериментальными данными [115] можно принимать $\nu = 0$.

Из (1.14) после введения некоторых обозначений и группировок, а также используя известные преобразования тензора момента и тензора кривизны получены физические уравнения изгиба сталебетонного малого элемента в ортогональной системе координат (x, y) , которое совпадает с выражением, приведенным в [71] и с уравнением изгиба железобетонных пластин [94,100].

Уравнение равновесия бесконечно малого изгибаемого элемента, нагруженного поперечной нагрузкой, а также выражения для кривизны принимаются в соответствии с линейной теорией упругости для изотропных пластин [76].

1.3. Краткие выводы и задачи настоящих исследований

Изучение новых направлений в области совершенствования строительных конструкций показало, что одним из перспективных является использование внешнего листового армирования, которое одновременно

выполняет силовые, защитные, изоляционные и технологические функции. Практика применения конструкций с внешним армированием в строительстве говорит о конкурентоспособности по сравнению с железобетонными конструкциями. Для широкого применения их в строительной практике необходим математический аппарат, который позволял бы еще на стадии проектирования рассчитывать такие конструкции на прочность, жесткость и трещиностойкость.

Характер деформирования и потеря несущей способности, изгибаемых в двух направлениях сталебетонных плит, испытывающих силовые воздействия, исследован недостаточно. Также недостаточно исследовано влияние граничных условий, расположение армирующих листов, толщины стальных листов, податливости объединения стального листа и бетона на напряженно-деформированное состояние сталебетонных плит.

Определение методики расчета изгибаемых в двух направлениях сталебетонных плит, подвергающимся различным силовым воздействиям, должно базироваться на достаточно изученных положениях по расчету аналогичных железобетонных плит на подобные воздействия, с учетом особенностей деформирования бетона и плоского стального листа в условиях плоского напряженного состояния. При выводе физических уравнений для элемента с трещинами необходимо учитывать анизотропные свойства, возможные деформации сдвига по контакту стального листа с бетоном, работу растянутого бетона над трещиной, и т.д.

Определение напряженно-деформированного состояния сталебетонных плит с различными типами опирания возможно выполнять с использованием метода конечных разностей (МКР), который позволяет с достаточной точностью и с небольшими затратами машинного времени производить расчет такого класса задач.

Приведенный выше обзор исследований конструкций с внешним листовым армированием при силовых воздействиях, позволяет сформулировать задачи настоящей работы следующим образом:

1. Разработать методику расчета двух и трехслойных сталебетонных плит (у которых армирующие листы расположены в сжатой и растянутой зонах) с различными условиями опирания с учетом особенностей деформирования стального листа и бетона в условиях плоского напряженного состояния под воздействием произвольно расположенной в плане кратковременной нагрузки.

2. Разработать алгоритм и программу расчета сталебетонных плит с различными условиями опирания на ПЭВМ.

3. Провести численные исследования работы сталебетонных плит с различными: нагрузками, условиями опирания, расположением армирующих листов, прочностными и геометрическими характеристиками материалов, толщинами стальных листов, податливостями объединения стального листа и бетона при различных условиях опирания.

4. Внедрить результаты диссертационной работы в виде программы расчета напряженно-деформированного состояния сталебетонных плит в

практику строительства.

РАЗДЕЛ 2

НАПРЯЖЕННО - ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ДВУСЛОЙНЫХ И ТРЕХСЛОЙНЫХ СТАЛЕБЕТОННЫХ ПЛИТ С РАЗЛИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ ОПИРАНИЯ

2.1. Теория деформирования трехслойных сталебетонных плит

Практика применения конструкций с внешним листовым армированием в строительстве свидетельствует об их конкурентоспособности по сравнению с железобетонными. Наибольший эффект от внешнего армирования достигается в изгибаемых в двух направлениях плитах покрытий и перекрытий, благодаря тому, что плоские стальные листы работают в условиях двухосного растяжения, повышают жесткость и несущую способность плиты. В данном разделе описана теория расчета трехслойных сталебетонных плит, различным образом опертых, у которых армирующие листы расположены в сжатой и растянутой зонах.

Метод расчета базируется на основных положениях теории деформирования сталебетона [94, 108]. Влияние податливости контакта стального листа с бетоном (податливость связей сдвига) в каждом сечении учитывается введением параметра λ . Величина этого параметра в соответствии с (рис. 2.1) определяется зависимостями

$$, \quad (2.1)$$

где λ – величины относительного сдвига по контакту стального листа с бетоном; ρ – кривизна сечения; z - расстояние от верхней кромки бетона до нейтральной линии; t – толщины стальных листов, рабочая высота сечения.

Рис 2.1 Напряжения и деформации в сечении сталебетонного элемента

Рассмотрим выделенный из трехслойной сталебетонной плиты малый прямоугольный элемент (рис.2.2).

Выражения для напряжений в стальных листах получим, разрешив закон Гука для плоского напряжённого состояния

(2.2)

Рис. 2.2 Элемент трехслойной сталебетонной плиты

Работа стального листа за пределами упругости учитывается методом переменных параметров упругости (117), введением характеристики пластичности, определяемая интенсивностью напряжений и деформаций в стальном листе.

Интенсивность напряжений определим по формуле

(2.3)

Интенсивность деформаций найдем как

(2.4)

Характеристики пластичности определяются

(2.5)

Далее находим переменные значения модуля упругости и коэффициента поперечных деформаций упругопластического материала.

(2.6)

где E_{MBED} Equation.3 - начальное значение модуля упругости и коэффициента поперечных деформаций; σ - интенсивности напряжений и деформаций.

Учитывая, что E_{MBED} Equation.3 (рис.2.1), получим

(2.7)

Положения нейтральных осей, определяемых значениями σ , находятся из условия равенства нулю проекций всех сил, действующих в сечении на горизонтальную плоскость

(2.8)

С учетом приведенных ранее выражений для напряжений в бетоне и стальном листе (1.6) и (2.7) после соответствующих преобразований из условия (2.8) получаем выражение для определения положения нейтральной линии

$$(2.9)$$

.3

$$(2.10)$$

.3

Используя физический закон деформирования бетона (1.6) вычислим величину погонного изгибающего момента для трехслойной пластинки

$$(2.11)$$

После подстановки в (2.11) напряжений в бетоне (1.15) и стальном листе (2.7) после вычисления интеграла получим

$$(2.12)$$

где $\sigma_{\text{сж}}$ и $\sigma_{\text{раст}}$ - соответственно фибровые напряжения в сжатой и растянутой зонах эквивалентного линейно деформируемого сечения бетона.

После подстановки формул для напряжений в крайних растянутых и сжатых волокнах бетона (1.15) выражение (2.12) примет вид

.3

После группировок и введения некоторых обозначений (2.13)

(2.14)

где κ - кривизна σ - го сечения

;

(2.15)

Используя известные выражения для преобразования тензора момента

(2.16)

и тензора кривизны κ

(2.17)

получим из уравнения (2.14) физические уравнения изгиба сталебетонного малого элемента в ортогональной системе координат

где (2.18)

;

;

;

(2.19)

;

;

.

Выражения (2.14), так же как и (2.18), совпадают с выражениями, приведенными в [71] и с уравнениями изгиба железобетонных [94,89] пластин.

Связи, соединяющие бетонную плиту со стальным листом, могут быть непрерывно распределёнными или дискретными, т.е. сосредоточенными в отдельных точках. В большинстве случаев дискретные связи имеют одинаковую жёсткость и расположены регулярно на соответствующей площади, а стальной лист соединён с бетонной плитой непрерывно распределённым контактным взаимодействием. На основании предположения об упругой податливости связей сдвига получено

$$, \quad (2.20)$$

где δ - функция сосредоточенного сдвига по контакту; N - контактное усилие; k - коэффициент жёсткости контакта вдоль оси x .
Подвергнув (2.20) преобразованием Коши, получим

$$(2.21)$$

,

где ϵ_{xy} – компоненты тензора деформаций сдвига по контакту.

Для определения контактных сил взаимодействия, рассмотрим равновесие бесконечно малого элемента размерами dx и dy выделенного стального листа (рис.2.3).

Рис. 2.3 Равновесие элемента, выделенного из стального листа
В соответствии с (рис. 2.3) получено

$$\sigma_x dx dy + \sigma_y dy dx + \tau_{xy} dx dy + \tau_{yx} dx dy = 0; \quad (2.22)$$

Подставив (2.22) в (2.21) получена зависимость для деформаций контакта стального листа в ортогональной системе координат

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y), \quad \epsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x), \quad (2.23)$$

Относительная деформация сдвига в направлении главных осей будет иметь вид

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G} \tau_{xy}, \quad (2.24)$$

Уравнение равновесия бесконечно малого изгибаемого элемента, нагруженного поперечной нагрузкой, как и в теории других изотропных пластин [76], имеет вид:

$$, \quad (2.25)$$

где w – функция поперечной нагрузки.

Выражение для кривизны принимаются в соответствии с линейной теорией упругости

$$, \quad (2.26)$$

где: w – функция прогибов (вертикальных перемещений) точек плиты в ортогональной системе координат

Физические уравнения (2.18) уравнение равновесия (2.25) и геометрические зависимости (2.26) представляют собой полную систему уравнений, определяющую напряженно-деформированное состояние малого элемента поперечно нагруженной трехслойной сталебетонной плиты.

Учет податливости контакта стального листа с бетоном определяется, как и для двухслойных сталебетонных плит [71].

2.2. Разрешающее уравнение

Уравнение равновесия (2.25), физическое уравнения (2.18), и геометрические зависимости (2.26) представляют собой дифференциальные уравнения изгиба плиты, справедливые для любой её точки. Можно утверждать, что существует решение, удовлетворяющее всем этим уравнениям. В качестве численного метода решения используем метод конечных разностей (МКР). Для этого на серединной поверхности плиты выбирается конечное число точек, распределённых с некоторой закономерностью и представляющих собой узлы конечно-разностной сетки с дискретными координатами (рис.2.4). При этом дифференциальные уравнения (2.25), (2.18), (2.26) заменяют приближенными выражениями через значения искомой функции прогибов в узлах конечно - разностной сетки и

задача сводится к решению системы алгебраических уравнений.

Рис.2.4 Исследуемая область пластинки

Аппроксимация конкретной задачи конечномерной моделью, неоднозначна и определяется способом представления дифференциальных операторов через значения аппроксимирующей функции в узлах конечно - разностной сетки. Наиболее распространённым является представление смешанных и частных производных в виде центральных или односторонних разностей.

Сходимость полученного метода конечных разностей решения, можно контролировать с использованием принципа Рунге [118], который при наличии двух решений задачи с различным шагом сетки, позволяет получить уточнённое решение и оценку погрешности.

МКР широко применяется при решении задач теории пластин и оболочек, а в связи с применением ПЭВМ нашел применение для решения физически [71,94,100] и геометрически нелинейных [118,119] задач.

Для решения поставленной задачи уравнения (2.18), (2.25) и (2.26) сводились в одно разрешающее уравнение. Уравнения равновесия представлялось в конечно-разностной форме с использованием обычных центральных разностей для точки с координатами () в виде

(2.27)

где h_x - соответственно шаг равномерной сетки вдоль координатных осей x и y ; $P(x, y)$ - значение функции поперечной нагрузки в узле ().

Из уравнения (2.18) имеем

(2.28)

Выражение для кривизны (2.26) в тех же разностных операторах записывается в следующем виде

EMBED Equation.3

(2.29)

Разрешающее уравнение, получено подстановкой в (2.25) значений (2.28) с учётом (2.26) в следующем виде

(2.30)

При записи уравнения (2.30) использовались правила дифференцирования, и учитывалась переменность жесткостных коэффициентов (2.19). После подстановки соответствующих частных производных разрешающее уравнение (2.30) представляет собой линейную зависимость относительно 20 неизвестных значений функции прогибов сталебетонной плиты и в окрестностях рассматриваемой точки с коэффициентами () (рис. 2.4) и в свернутом виде имеет вид

(2.31)

где

,

Коэффициенты для точки с координатами выражаются следующими зависимостями:

(2.32)

;

,

,

,

2.3. Учет граничных условий на контуре пластинки

При записи разрешающего уравнения (2.31) для точек на контуре и прилегающих к контуру приходится иметь дело с законтурными значениями функций прогибов, которые необходимо увязывать дополнительными (граничными) условиями со значениями этой функции внутри контура. Предлагается общий подход к учету граничных условий, в том числе и в угловых зонах пластинки.

2.3.1. Пластинка с шарнирно-опертыми краями

При шарнирном опирании (рис. 2.5) изгибающий момент в направлении, перпендикулярном опиранию, и прогиб на краю пластинки равен нулю.

Например, условия для точек на контуре 3.2, - 7.2 имеют вид

(2.33)

Рис. 2.5 Схема конечно-разностной сетки плиты

Функция прогибов при шарнирном опирании продлевается за линию шарнирного опирания (рис. 2.6) и тогда $w_{i,0} = 0$; $w_{i,-1} = w_{i,1}$.

Рис. 2.6 Шарнирное опирание края пластинки

Рассмотрим область пластинки в окрестностях околоконтурной т. 5.3. (рис. 2.5 и 2.7).

Рис. 2.7

С учетом (рис. 2.6) некоторые коэффициенты B для околоконтурной точки с коэффициентами () получаем следующие приращения:

$$\Delta B_{i,j} B_{i,j-2}; \Delta B_{i-1,j} B_{i-1,j-2}; \Delta B_{i+1,j} B_{i+1,j-2}. \quad (2.34)$$

Рассмотрим угловую т. 3.3 (рис. 2.5 и 2.8) шарнирно опёртой по контуру пластинки. Введем понятие о фиктивных опорных закреплениях, которые представляют собой продолжение действительных опорных закрепления по их направлению за контур пластинки. Тогда $w_{1,2} = 0$.

Рис.2.8

С учетом (рис. 2.6) получим изменение коэффициентов В для точек внутри контура

$$\Delta V_{i,j} V_{i,j-2} - V_{i-2,j}; \Delta V_{i+1,j} V_{i+1,j-2}; \Delta V_{i,j+1} V_{i-2,j+1}; \quad (2.35)$$

2.3.2. Пластика с заземленными краями

Схема конечно-разностной сетки пластики с заземленными краями приведена на (рис. 2.9)

Рис. 2.9

Для такой пластики должны на контуре выполняться следующие условия: прогиб и угол поворота равны нулю.

Например, для т. 3,8, - 7.8 можно написать

$$(2.36) \quad .3$$

Графически эти условия представляются следующим образом

Рис. 2.10 Защемленный край пластинки

Здесь принимается $I_{,0} = i_{,1}$.

Рассмотрим область пластины в окрестностях около контурной т.5.7 (рис.2.9 и 2.11)

Рис. 2.11

Учитывая (рис. 2.10) получим следующие приращения некоторых коэффициентов B для около контурной точки с коэффициентами i, j

$$\Delta B_{i,j} B_{i,j+2}; \Delta B_{i-1,j} B_{i-1,j+2}; \Delta B_{i+1,j} B_{i+1,j+2}. \quad (2.37)$$

Рассмотрим угловую околоконтурную точку т. 3.7 (рис.2.9) пластинки с защемленными краями. Введем фиктивное опорное закрепление (рис. 2.12), тогда $W_{1.8} W_{2.9} = 0$.

Рис. 2.12

Учитывая (рис.2.10), получим следующие ΔV :

$$\Delta V_{i,j} V_{i,j+2} + V_{i-2,j}; \Delta V_{i+1,j} V_{i+1,j+2}; \Delta V_{i,j-1} V_{i-2,j-1}. \quad (2.38)$$

2.3.3. Пластинка с шарнирно-опёртыми и защемленными краями.

Конечно-разностная схема пластинки с различными условиями опирания приведена на (рис. 2.13).

Рис. 2.13

Рассмотрим угловую т. 3.3 (рис. 2.14) пластинки при примыкании защемленного края к шарнирно опертому краю или наоборот.

Рис. 2.14

Здесь $\Delta V_{i,j} = \Delta V_{i-1,j} + \Delta V_{i,j-1} + \Delta V_{i+1,j} + \Delta V_{i,j+1}$.

$$\begin{aligned} &\Delta V_{i,j} V_{i,j-2} + V_{i-2,j}; \\ &\Delta V_{i+1,j} V_{i+1,j-2}; \Delta V_{i,j+1} V_{i-2,j+1}. \end{aligned} \quad (2.39)$$

2.3.4. Свободный край пластинки.

В общем случае на свободном крае т. 8.3–8.7 (рис. 2.14) должны выполняться следующие условия:

$$(M_y)_{y=v} = (M_x)_{y=v} = (Q_y)_{y=v} = 0 \quad (2.40 \text{ а})$$

Эти условия могут быть выражены через функцию

$$(2.40 \text{ б})$$

В конечноразностной форме эти условия имеют вид

$$V_{i+1,j} - V_{i-1,j} + 2(1 + \nu) V_{i,j} - (V_{i,j-1} + V_{i,j+1}); \quad (2.41 \text{ а})$$

41 б)

$$\begin{aligned} &V_{i+2,j} - V_{i-2,j} - 4(3 - \nu) V_{i-1,j} + 6(2 + 2\nu - \nu^2) V_{i,j} - \\ &- 4(1 + 2\nu)(V_{i,j-1} + V_{i,j+1}) + (2 - \nu)(V_{i,j-2} + V_{i,j+2}) + \\ &+ 2(2 - \nu)(V_{i-1,j+1} + V_{i-1,j-1}). \end{aligned} \quad (2.41 \text{ б})$$

Рис. 2.15

Рассмотрим область пластины в окрестностях т. 8.5 (рис. 2.15 и 2.16).

Рис. 2.16

Применим (2.41 а) к первому ряду законтурных т. 9.3 - 9.7 и получим

$$\begin{aligned} V_{i+1,j+2} - V_{i+1,j+2} &= V_{i+1,j+2} [-i_{1,j+2} + 2(1 + \nu) i_{j+2} - i_{j+1}]; \\ V_{i+1,j+1} - V_{i+1,j+1} &= V_{i+1,j+1} [-i_{1,j+1} + 2(1 + \nu) i_{j+1} - (i_{j+1} + i_{j+2})]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& B_{i+1,j} \quad i+1,j=B_{i+1,j} [\quad i_{l,j}+2(1+ \quad) \quad i_j \quad (i_{j1}+ \quad i_{j+1})]; \quad (2.42 \text{ а}) \\
& B_{i+1,j-1} \cdot \quad i+1,j-1=B_{i+1,j-1} [- \quad i_{l,j-1}+2(1+ \quad) \quad i_{j-1} - \quad (\quad i_{j-2} \\
& + \quad i_j)]; \\
& B_{i+1,j-2} \cdot \quad i+1,j-2=B_{i+1,j-2} [- \quad i_{l,j-2}+2(1+ \quad) \quad i_{j-2} - \quad i_{j-1} \\
&].
\end{aligned}$$

Применим (2.41 б) ко второму ряду законтурных точек 10.4, 10.5, 10.6 и получим

$$\begin{aligned}
& B_{i+2,j+1} \cdot \quad i+2,j+1=B_{i+2,j+1} [\quad i_{l,j+1}-4(3- \quad) \quad i_{l,j+1}+6(2+2 \quad - \\
& 2) \quad i_{j+1} \\
& 4(1+2 \quad 2)(\quad i_{j+1}+ \quad i_{j+2})+ (2 \quad) \quad i_{j1}+2(2 \quad) (\quad i_{l,j+1}+ \quad i_{l,j+2})]; \\
& B_{i+2,j} \quad i+2,j=B_{i+2,j} [\quad i_{l,j}+4(3 \quad) \quad i_{l,j}+6(2+2 \quad 2) \quad i_j \\
& 4(1+2 \quad 2)(\quad i_{j1}+ \quad i_{j+1})+ (2 \quad) (\quad i_{j2}+ \quad i_{j+2})+ \\
& +2(2 \quad) (\quad i_{l,j1}+ \quad i_{l,j+1})]; \quad (2.42 \text{ б}) \\
& B_{i+2,j-1} \quad i+2,j-1=B_{i+2,j-1} [\quad i_{l,j-1}-4(3- \quad .3 \quad) \quad i_{l,j-1}+6(2+2 \\
& .3 \quad - \quad .3 \quad ^2) \quad i_{j-1} - \\
& -4(1+2 \quad .3 \quad - \quad .3 \quad ^2)(\quad i_{j-2}+ \quad i_j)+ \quad .3 \quad (2- \quad .3 \quad) \quad i_{j+1}+2(\\
& 2- \quad .3 \quad) (\quad i_{l,j-2}+ \quad i_{l,j})].
\end{aligned}$$

После некоторых преобразований получим приращение коэффициентов В при переходе от законтурных точек к точкам внутри контура и на его границах:

$$\begin{aligned}
& \Delta B_{i,j} = 2(1+ \quad .3 \quad) B_{i+1,j} + 6(2+2 \quad .3 \quad - \quad .3 \quad ^2) B_{i+2,j} - \quad .3 \quad (B_{i+1,j1} \\
& + B_{i+1,j+1}); \\
& \Delta B_{i,j1} = \quad .3 \quad B_{i+1,j} 4(1+2 \quad .3 \quad .3 \quad ^2) B_{i+2,j} + 2(1+ \quad .3 \quad) B_{i+1,j1} \quad . \\
& 3 \quad B_{i+1,j2} + \\
& + (12+10 \quad .3 \quad 5 \quad .3 \quad ^2) B_{i+2,j1}; \\
& \Delta B_{i,j+1} = \quad .3 \quad B_{i+1,j} 4(1+2 \quad .3 \quad .3 \quad ^2) B_{i+2,j} + 2(1+ \quad .3 \quad) B_{i+1,j+1} \\
& .3 \quad B_{i+1,j+2} + \\
& + (12+10 \quad .3 \quad 5 \quad .3 \quad ^2) B_{i+2,j+1}; \\
& \Delta B_{i,j2} = \quad .3 \quad (2 \quad .3 \quad) B_{i+2,j} \quad .3 \quad B_{i+1,j1} + 2(1+ \quad .3 \quad) B_{i+1,j2} 4(1+2 \\
& .3 \quad .3 \quad ^2) B_{i+2,j1}; \\
& \Delta B_{i,j+2} = \quad .3 \quad (2 \quad .3 \quad) B_{i+2,j} \quad .3 \quad B_{i+1,j+1} + 2(1+ \quad .3 \quad) B_{i+1,j+2} 4(1 \\
& +2 \quad .3 \quad .3 \quad ^2) B_{i+2,j+1}; \\
& \Delta B_{i1,j} = B_{i+1,j} 4(3 \quad) B_{i+2,j}; \quad (2.43) \\
& \Delta B_{i2,j} = B_{i+2,j}; \\
& \Delta B_{i1,j1} = 2(2 \quad) B_{i+2,j} B_{i+1,j1} 4(3 \quad) B_{i+2,j1}; \\
& \Delta B_{i1,j+1} = 2(2 \quad) B_{i+2,j} B_{i+1,j+1} 4(3 \quad) B_{i+2,j+1}; \\
& \Delta B_{i1,j2} = B_{i+1,j2} + 2(2 \quad) B_{i+2,j1}; \\
& \Delta B_{i1,j+2} = B_{i+1,j+2} + 2(2 \quad) B_{i+2,j+1}; \\
& \Delta B_{i2,j1} = B_{i+2,j1}; \\
& \Delta B_{i2,j+1} = B_{i+2,j+1}.
\end{aligned}$$

Здесь ν – коэффициент поперечных деформаций условной изотропной среды.

Для получения приращений коэффициентов α_{ij} (2.43) при переходе от законтурных точек к точкам внутри контура свободного края необходимы коэффициенты β_{ij} первого и второго ряда законтурных точек. Коэффициенты

второго ряда законтурных точек выражаются через жесткости узла K_{ij} (2.32). Для определения коэффициентов β_{ij} первого ряда законтурных точек необходимо решение СЛАУ (2.31). В результате решения СЛАУ получим значение прогибов во всех точках пластинки. Прогибы законтурных точек определяем по найденным значениям прогибов внутри контура и зависимостям (2.41). Кривизны сечений этих точек в односторонних разностях найдем по зависимостям

EMBED Equation.3

(2.45)

Зная жесткости первого ряда законтурных точек (на начальном шаге они задаются как и жесткости всех точек пластинки) можно определять компоненты напряженно-деформированного состояния

затем главные моменты M_{11} и соотношение

После определения положения нейтральной линии находим жесткости K_{ij} и коэффициенты β_{ij} законтурных точек сетки.

Для околоконтурной т. 7.5 (рис. 2.15 и 2.17) получим следующие ΔV

Рис. 2.17

$$\begin{aligned}
 & \Delta B_{i,j+2,j}; \\
 & \Delta B_{i,j1} = B_{i+2,j1}; \\
 & \Delta B_{i,j+1} = B_{i+2,j+1}; \\
 (2.46) \quad & \Delta B_{i+1,j} = 2(1 + \nu) B_{i+2,j}; \\
 & \Delta B_{i+1,j1} = B_{i+2,j+2}(1 + \nu) B_{i+2,j1}; \\
 & \Delta B_{i+1,j+1} = B_{i+2,j+2}(1 + \nu) B_{i+2,j+1}; \\
 & \Delta B_{i+1,j-2} = - B_{i+2,j-1}; \\
 & \Delta B_{i+1,j+2} = - B_{i+2,j+1}.
 \end{aligned}$$

Рассмотрим угловую т. 8.3 (рис.2.15 и 2.18) пластинки, где к шарнирно–опертому краю примыкает свободный край. Введем фиктивное опорное закрепление, продолжив шарнирно–опертый край за контур пластины.

Рис. 2.18

Тогда $\sigma_{x2} = \sigma_{x1} = 0$; $\sigma_{y1} = - \sigma_{y3}$; $\sigma_{y2} = \sigma_{y3}$.

3 $\sigma_{x3} = \sigma_{x1}$ $\sigma_{y2} = \sigma_{y3}$ $\sigma_{x2} = 0$; $\sigma_{y1} = - \sigma_{y3}$ $\sigma_{x1} = - \sigma_{x3}$ $\sigma_{y2} = \sigma_{y3}$.

$$\begin{aligned}
 \Delta B_{i,j} &= 2(1 + \nu) B_{i+1,j} + (12 + 10 \nu + 5 \nu^2) B_{i+2,j} + B_{i+1,j+1} \\
 &+ 2(1 + \nu) B_{i+1,j+2} \\
 &+ 4(1 + 2 \nu) B_{i+2,j+1} B_{i,j2}; \\
 \Delta B_{i,j+1} &= B_{i+1,j} + 4(1 + 2 \nu) B_{i+2,j+2} + (1 + \nu) B_{i+1,j+1} + 2 B_{i+1,j+2} \\
 &+ 6(2 + 2 \nu) B_{i+2,j+1}; \\
 \Delta B_{i,j+2} &= (2 + \nu) B_{i+1,j} + B_{i+1,j+1} + 2(1 + \nu) B_{i+1,j+2} + 4(1 + 2 \nu) B_{i+2,j} \\
 &+ 1;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta B_{i1,j} &= B_{i+1,j} 4(3) B_{i+2,j} + 2 B_{i+1,j} 2 + 2(2) B_{i+2,j+1}; & (2.47) \\
\Delta B_{i2,j} &= B_{i+2,j}; \\
\Delta B_{i-1,j-1} &= 2(2) B_{i+2,j} B_{i+1,j} + 14(3) B_{i+2,j+1}; \\
\Delta B_{i-1,j+2} &= -B_{i+1,j} + 2 + 2(2) B_{i+2,j+1}; \\
\Delta B_{i-2,j+1} &= B_{i+2,j+1}.
\end{aligned}$$

Для околосконтурной т.7.3 (рис.2.15) с координатами i,j получим следующие ΔB

$$\begin{aligned}
\Delta B_{i,j} &= -B_{i+2,j} - B_{i,j-2}; \\
\Delta B_{i+1,j} &= 2(1+) B_{i+2,j} - B_{i+1,j-2} - B_{i+2,j+1}; \\
\Delta B_{i+1,j+1} &= B_{i+2,j} + 2(1+) B_{i+2,j+1}; \\
\Delta B_{i+1,j+2} &= B_{i+2,j+1}; & (2.48) \\
\Delta B_{i,j+1} &= B_{i+2,j+1}; \\
\Delta B_{i1,j1} &= B_{i2,j2}.
\end{aligned}$$

Для т. 8.4 (рис. 2.15) на свободном крае с координатами i,j значения ΔB следующие

$$\begin{aligned}
\Delta B_{i,j} &= 2(1+ .3) B_{i+1,j} + 6(2+2 .3 - .3^2) B_{i+2,j} - .3 (& \\
B_{i+1,j-1} + B_{i+1,j+1}); & \\
\Delta B_{i,j+1} &= B_{i+1,j} 4(1+2) B_{i+2,j} + 2(1+) B_{i+1,j+1} + & \\
+(12+10 .5 .2) B_{i+2,j+1} - B_{i+1,j+2}; & \\
\Delta B_{i1,j+1} &= 2(2) B_{i+2,j} B_{i+1,j} + 14(3) B_{i+2,j+1}; & (2.49) \\
\Delta B_{i1,j+2} &= B_{i+1,j} + 2 + 2(2) B_{i+2,j+1}; \\
\Delta B_{i2,j} &= B_{i+2,j}; \\
\Delta B_{i2,j+1} &= B_{i+2,j+1}; \\
\Delta B_{i1,j} &= B_{i+1,j} 4(3) B_{i+2,j}; \\
\Delta B_{i,j+2} &= B_{i+1,j} + 1 + 2(1+) B_{i+1,j+2} + (2) B_{i+2,j} & \\
4(1+2 .3 .3^2) B_{i+2,j+1}. &
\end{aligned}$$

Рассмотрим угловую т. 8.7 (рис. 2.15 и 2.19) пластинки, где к заземленному примыкает свободный край.

Рис. 2.19

Введем фиктивный заземленный край 8.8–10.8, тогда

$$\begin{aligned}
 .3 \quad \varphi_{8.8} = .3 \quad \varphi_{10.8} = 0; \quad .3 \quad \varphi_{9.9} = .3 \quad \varphi_{9.7}; \quad .3 \quad \varphi_{8.9} = .3 \quad \varphi_{8.7}; \quad : \quad .3 \\
 \Delta B_{i,j} = 2(1 + .3 \quad)B_{i+1,j} + (12 + 14 \quad .3 \quad 7 \quad .3 \quad ^2)B_{i+2,j} \quad .3 \quad B_{i+1,j} 2(\\
 1 + .3 \quad)B_{i+1,j+2} \\
 4(1 + 2 \quad 2)B_{i+2,j} 1B_{i,j+2}; \\
 \Delta B_{i,j1} = B_{i+1,j} 4(1 + 2 \quad 2)B_{i+2,j} + 2(1 + \quad)B_{i+1,j} 1 + \\
 + 6(2 + 2 \quad 2)B_{i+2,j} 1; \\
 \Delta B_{i,j2} = (2 \quad)B_{i+2,j} \quad B_{i+1,j} 1 + 2(1 + \quad)B_{i+1,j} 2 4(1 + 2 \quad 2)B_{i+2,j} 1; \\
 \Delta B_{i1,j} = B_{i+1,j} 4(3 \quad)B_{i+2,j} + 2(2 \quad)B_{i+2,j} 1 2B_{i+1,j} + 2; \\
 \Delta B_{i2,j} = B_{i+2,j}; \\
 \Delta B_{i1,j} = 2(2 \quad)B_{i+2,j} B_{i+1,j} 1 4(3 \quad)B_{i+2,j} - 1; \quad (2. \\
 50) \\
 \Delta B_{i-1,j-2} = -B_{i+1,j-2} + 2(2 - \quad)B_{i+2,j-1}; \\
 \Delta B_{i-2,j-1} = B_{i+2,j-1}.
 \end{aligned}$$

Для околосредовой т. 7.7 (рис. 2.15) с координатами i, j получим следующие ΔB

$$\begin{aligned}
 \Delta B_{i,j} &= -B_{i+2,j} - B_{i,j+2}; \\
 \Delta B_{i+1,j} &= 2(1 + \quad)B_{i+2,j} + B_{i+1,j+2} \quad B_{i+2,j+1}; \\
 \Delta B_{i+1,j1} &= B_{i+2,j+2}(1 + \quad)B_{i+2,j+1}; \quad (\\
 2.51) \\
 \Delta B_{i+1,j2} &= B_{i+2,j1}; \\
 \Delta B_{i,j1} &= B_{i+2,j+1}; \\
 \Delta B_{i1,j} &= B_{i1,j+2}.
 \end{aligned}$$

Для т. 8.6 (рис. 2.15) на свободном крае пластинки с координатами i, j получим

$$\begin{aligned}
 \Delta B_{i,j} &= 2(1 + \dots) B_{i+1,j} + 6(2 + 2 \dots - 7 \dots^2) B_{i+2,j} - \dots (B_{i+1, \\
 j-1} + B_{i+1,j+1}); \\
 \Delta B_{i,j-1} &= - \dots B_{i+1,j} 4(1 + 2 \dots \dots^2) B_{i+2,j} + 2(1 + \dots) B_{i+1,j} \\
 &\dots B_{i+1,j} 2 + \\
 &\dots (12 + 10 \dots \dots^2) B_{i+2,j}; \\
 \Delta B_{i,j+1} &= \dots B_{i+1,j} 4(1 + 2 \dots \dots^2) B_{i+2,j} + 2(1 + \dots) B_{i+1,j} (12 + 10 \\
 &\dots \dots^2) B_{i+2,j+1}; \\
 \Delta B_{i,j} &= \dots B_{i+1,j} + 4(1 + \dots) B_{i+1,j} 2 + \dots (2 \dots) B_{i+2,j} 4(1 + 2 \\
 &\dots \dots^2) B_{i+2,j}; \\
 \Delta B_{i,j} &= B_{i+1,j} 4(3 \dots) B_{i+2,j}; \\
 \Delta B_{i,j} &= B_{i+2,j}; \\
 \Delta B_{i,j} &= B_{i+1,j} 14(3 \dots) B_{i+2,j} + 2(2 \dots) B_{i+2,j}; \\
 \Delta B_{i,j} &= B_{i+1,j} + 14(3 \dots) B_{i+2,j} + 2(2 \dots) B_{i+2,j}; \quad (2 \\
 .52) \\
 \Delta B_{i,j} &= B_{i+1,j} 2 + 2(2 \dots) B_{i+2,j}; \\
 \Delta B_{i,j} &= B_{i+2,j}; \\
 \Delta B_{i,j} &= B_{i+2,j} + 1.
 \end{aligned}$$

2.3.5. Пластинка–консоль.

Пластина с одним защемленным краем, остальные грани которой свободны показана на (рис. 2.20).

Рис.2.20

Ранее, п.п. 2.3.1–2.3.4, при шарнирном опирании и защемленном крае пластины, а также при примыкании свободного края к шарнирно опертому или защемленному краю было введено понятие о фиктивном опорном закреплении, которое позволяет получить выражение для перехода от

законтурных точек к контурным. Для пластинки–консоли введем понятие о фиктивной части консоли, которая примыкает к пластинке по ее свободному контуру. Принимаем допущение, что угол поворота сечения фиктивной части пластины не изменяется и определяется углом поворота сечения пластинки на ее свободном крае в месте примыкания фиктивной части (рис. 2.21).

Рис. 2.21

Из (рис.2.21) получим следующие зависимости

$$i-1.j \quad i.j + \Delta \quad i.j+ \quad i.j- \quad i+1.j \quad (2.53)$$

$i-2.j \quad i.j + 2\Delta \quad i.j + \quad i.j - 2 \quad i+1.j$
Рассмотрим окрестности угловой т. 8.2 (рис. 2.22)

Рис. 2.22

Для перехода к контурным точкам применим (2.41,а) к первому ряду законтурных точек 6.1 - 8.1, 9.2 - 9.4 и (2.41,б) ко второму ряду законтурных т.т. 7.0, 8.0, 10.2 и 10.3. В соответствии с (2.53) для 9.0, 9.1 и 10.1 можно записать

$$\begin{array}{ccccccc} i+1.j-2 & i-1.j-2 & i-2.j+1; & i+1.j-1 & i.j- & i-1.j+1; & (2.54) \\ & & i+2.j-1 & i.j+1-2 & i-1.j+2 & & \end{array}$$

После некоторых преобразований получим следующие ΔB

$$\begin{aligned}
 & \Delta B_{i,j} B_{i,j-1} + (4+2 - 2) B_{i,j} + 2 B_{i+1,j} (1+) B_{i+1,j+1} (4+4 2 2) B_{i1,j} + \\
 & + (4+2 2) B_{i+2,j} (4+4 2 2) B_{i+2,j+1}; \\
 & \Delta B_{i,j+1} i.j14 B_{i,j} 22 (2) B_{i+2,j} + (43) B_{i+1,j} + 2(1+) B_{i+1,j+1} + \\
 & + (9+10 5 2) B_{i+2,j+1}; \\
 & \Delta B_{i1,j} i+1.j4 B_{i+2,j} 2 (2) B_{i,j} + (43) B_{i+2,j} + 1+ \\
 & + 2(1+) B_{i1,j} + (9+10 5 2) B_{i1,j} 2; \\
 & \Delta B_{i1,j+1 } B_{i+2,j} + 1 B_{i1,j} 14(3) B_{i1,j} 2; \\
 & \Delta B_{i,j} + 2) B_{i+1,j} + 2 B_{i+2,j} + 14(1+2 2) B_{i+2,j} + 1+ (2) B_{i+2,j} + B_{i,j} 2; \\
 & \Delta B_{i2,j } B_{i2,j} 1 B_{i1,j} 14(1+2 2) B_{i1,j} 2 + (2) B_{i,j} 2 + B_{i+2,j}; \\
 & \Delta B_{i2,j} + 1 = (62) B_{i2,j} 2; \\
 & \Delta B_{i1,j} + 2 = (62) B_{i+2,j} + 1.
 \end{aligned} \tag{2.55}$$

Для т. 7.3 (рис.2.22) с координатами i,j получим ΔB

$$\begin{aligned}
 & \Delta B_{i,j} B_{i+2,j} - B_{i,j} - 2; \\
 & \Delta B_{i,j+1} i+2.j+1; \\
 & \Delta B_{i,j-1} i+2.j-1 - B_{i-1,j} - 2 + 4(1+) B_{i,j} - 2; \\
 & \Delta B_{i+1,j} i+1.j-2 - B_{i+2,j} + 1 + 2(1+) B_{i+2,j}; \\
 & \Delta B_{i1,j} i1.j2; \\
 & \Delta B_{i+1,j} 1 B_{i+2,j} B_{i,j} 2 + 2 B_{i+2,j} 1; \\
 & \Delta B_{i+1,j} + 2 B_{i+2,j} + 1; \\
 & \Delta B_{i2,j} 1 B_{i1,j} 2; \\
 & \Delta B_{i+1,j} + 1) B_{i+2,j} + 1 B_{i+2,j}; \\
 & \Delta B_{i1,j} 1) B_{i2,j} 2 B_{i,j} 2.
 \end{aligned} \tag{2.56}$$

Для т. 8.3 (рис. 2.22) с координатами i,j получим следующее

$$\begin{aligned}
 & \Delta B_{i,j} B_{i+1,j} - 2(1+) B_{i+1,j} + 1 + (4+2 - 2) B_{i+2,j} - (4+4 -2 2) B_{i+2,j} + 1 + \\
 & + (4+2 2) B_{i,j} 2 + 2 B_{i,j} 1 (4+4 2 2) B_{i1,j} 2; \\
 & \Delta B_{i,j} + 1) B_{i+1,j} + 1 + (43) B_{i+1,j} + 2 + 2 (2 B_{i+2,j} + \\
 & + (9+10 5 2) B_{i+2,j} + 1 B_{i,j} 14 B_{i,j} 2; \\
 & \Delta B_{i,j} + 2 B_{i,j} 2 B_{i+1,j} + 1 + 2(1+) B_{i+1,j} + 2 + (2) B_{i+2,j} \\
 & 4(1+2 .3 2 2) B_{i+2,j} + 1; \\
 & \Delta B_{i,j} 1 = B_{i+1,j} + 2 B_{i+1,j} 1 + 2 B_{i,j} 2 + (2+) B_{i+1,j} 2 \\
 & (4+4 2) B_{i+2,j}; \\
 & \Delta B_{i1,j} B_{i+1,j} + 2(2 .3) B_{i+2,j} + 14(3 .3) B_{i+2,j}; \\
 & \Delta B_{i1,j} 1 = B_{i+1,j} 1 + 2(2 .3) B_{i+2,j} + 4 B_{i+2,j} 1 + 2(1+ .3) B_{i1,j} 2; \\
 & \Delta B_{i1,j} + 1 = B_{i+1,j} + 1 + 2(2) B_{i+2,j} + 4(3) B_{i+2,j} + 1; \\
 & \Delta B_{i1,j} + 2 = - B_{i+1,j} + 2 + 2(2-) B_{i+2,j} + 1; \\
 & \Delta B_{i-2,j} + 1 i+2.j+1; \\
 & \Delta B_{i-2,j} i+2.j; \\
 & \Delta B_{i-2,j} - 1 i+2.j-1.
 \end{aligned} \tag{2.57}$$

Выводы по разделу 2.

Изложенные в данном разделе теоретические исследования позволяют сделать ряд обобщающих заключений.

1. Разработана методика расчета трехслойных сталебетонных плит под воздействием произвольно расположенной в плане кратковременной нагрузки, которая учитывает физическую нелинейность бетона, и стали. Описание процесса деформирования бетона, находящегося в условиях плоского напряженного состояния, производится в соответствии с подходом, принятым в работах Чихладзе Э.Д., в котором бетон приводится к условно изотропному материалу с обычными интегральными характеристиками

, коэффициентами поперечных деформаций . При этом оценка деформативных свойств бетона определяется в соответствии с реальной диаграммой . В качестве исходных экспериментальных диаграмм деформирования бетона в условиях плоского напряженного состояния используются данные западногерманского исследователя Г. Купфера. Определяется напряженно-деформированное состояние на каждом шаге.

2. Разработана методика учета различных условий опирания изгибаемых сталебетонных плит. Введение фиктивных опорных закреплений и фиктивных консолей в угловых зонах позволяет перейти от законтурных точек к точкам внутри контура. Благодаря этому, возможен расчет сталебетонных плит любой конфигурации при любых опорных закреплениях.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Павлов М. Я., Прохоров Б.Ф., Кобелев В.Н. Трехслойные конструкции в судостроении. – Л.: Судостроение, 1972, - 344 с.
2. Тестер Е. Кузова большегрузных автомобилей / Перевод с польского/. – М.: Машиностроение, 1979, - 232 с.
3. Александров А. Я., Броккер Л. Э., Прусаков А. П. Расчет трехслойных панелей. - М.: Оборонгиз, 1960, - 271 с.
4. Рабинович А. Л. Устойчивость обшивки с наполнителем при сжатии. - М.: Изд. бюро нов. тех., 1946. – 38 с.
5. Александров А. Я., Броккер Л. Э. Результаты испытаний прямоугольных пластин на продольное сжатие. Вопросы расчета элементов авиационных конструкций. Расчет трехслойных панелей и оболочек. Сборник статей № 2. - М.: Оборонгиз, 1959. – 136 с.
6. Александров А. Я., Бородин В. В. Конструкции с наполнителями из пенопластов. - Л.: Судостроение, 1972. – 344с.
7. Лехницкий С. Г. Анизотропные пластинки. М.: Гос. изд. техн. теор. лит ., 1957. – 463 с.
8. Reissner E. Finite deflections of sandwich plates, I. Aeron, Sc., 435 - 440, 1948.
9. Григолюк Э. И. Уравнение трехслойных оболочек с легким наполнителем. – Изв. АН СССР, ОТН, 1957, № 1, с. 77 – 84.
10. Григолюк Э. И. Конечные прогибы трехслойных оболочек с жестким наполнителем. - Изв. АН СССР, ОТН, 1957, № 1, с. 77 – 84.
11. Амбарцумян С. А. Теория анизотропных оболочек. - М.: Физматгиз, 1961. – 384 с.
12. Галимов К.З., Суркин Р.Г. О работах Казанских ученых по теории пластичности и оболочек. – В кн.: Исследование по теории пластин и оболочек, Казань, 1967, вып. 5.
13. Григолюк Э. И., Фильштинский Л.А. Перфорированные пластинки и оболочки. - М.: Наука, 1970. – 556 с.
14. Куршин Л. М. Обзор работ по расчету трехслойных пластин и оболочек. – В кн.: Расчет пространственных конструкций. М., 1962, вып. 7.
15. Хэбип Л.М. Обзор современного состояния исследований по трехслойным конструкциям. – Механика. Сборник переводов, 1966, т. 2, № 96, с. 119- 130.
16. Смирнов В.А. Расчет пластин сложного очертания. - М.: Стройиздат, 1978. – 300 с.
17. Болотин В. В. Механика многослойных конструкций. - М.: Машиностроение, 1980. – 375 с.
18. Лукасевич С. Локальные нагрузки в пластинах и оболочках. - М.: Мир, 1982. – 542 с.

19. Огибалов П. М., Колтунов М. А. Оболочки и пластинки. - М.: МГУ, 1969. – 695 с.
20. Доннел Л. Г. Балки, пластины и оболочки. - М.: Наука, 1982.- 567 с.
21. Стрелецкий Н. Н. Сталежелезобетонные пролетные строения мостов. – 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Транспорт, 1981. – 360 с.
22. Чихладзе Э. Д. Несущая способность сталебетонных конструкций в условиях статического и динамического нагружения: Дис. ... д-ра техн. наук. – Харьков, 1985.- 481 с.
23. Фонов В.М., Людковский Н.Г., Нестерович А.П. Прочность и деформативность трубобетонных элементов при осевом сжатии. // Бетон и железобетон. – 1989. - № 1. – С. 4 – 6.
24. Людковский И.Г. Висячие сталежелезобетонные мембранные покрытия прямоугольного очертания в плане // Бетон и железобетон. – 1986. - № 9. – С. 9-12.
25. Lawson R.M. Recent Trends in Composite Construction // Concrete. – 1986., № 2 – Vol. 20. – P.P. 5 – 7.
26. Воронков Р.В. Железобетонные конструкции с листовым армированием. – Л.: Стройиздат, 1975. – 145 с.
27. Bouda M. Konstrukcni system VIP // Pozemni stavby. – 1976. - № 5. – P.P. 204 – 209.
28. Колбасин В.Г. Плиты с арматурой из профилированного стального стального настила // Бетон и железобетон. – 1980. - № 1. – С. 11 – 13.
29. Петров И.А., Рабинович Р.И., Ханукова Г.Е. Конструктивные решения комбинированных перекрытий с внешним армированием стальным профилированным листом // Промышленное строительство. – 1984. - № 2. – С. 11 – 14.
30. Перекрытия по стальному профилирующему настилу. Сборник научных трудов. Под. ред. Васильева. – М., НИИЖБ. Госстроя СССР, 1983, с. 77.
31. Рабинович Р.И., Орлов Г.Г. Расчет двухслойных балок с упругопластическими составляющими стержнями // Строительная механика и расчет сооружений. – 1988. - № 2. – С. 24 – 28.
32. А.с. 846683 СССР. МКИ 4 Е 04 с 2/00. Строительная плита / Ю. И. Лубошников, В. В. Сурин, Б. В., Кучер (СССР). – Оpubл. 15.07.81. Бюл . № 26. – 2 с.
33. Гвоздев А. А. Расчет несущей способности конструкций по методу предельного равновесия. – М.: Стройиздат, 1949. – 280 с.
34. Багатурия Ф.И. Исследование монолитных ж.б. плит с профилированной листовой арматурой : Автореф. Дис. канд. техн. наук. – Л., 1975 – 16 с.
35. Воронков Р.В. Водогазонепроницаемые железобетонные конструкции с листовой арматурой // Бетон и железобетон. – 1970. - № 8. – С. 30 – 32.
36. А.с. 334347 СССР МКН 4 Е 04 в 1/62 Способ изготовления железобетонных водогазонепроницаемых конструкций с металлической листовой гидроизоляцией на подкладке из цементного раствора Р.

- В. Воронков (СССР). – Оpubл. 30.03.72. Бюл. № 12. – 3 с.
37. А. с. 1044749 СССР МКИ 4 Е 04 с 5/03. Арматура для бетона / С .М. Скоробогатов, Г.Н. Дерябин, В.Л. Жулидов (СССР). – Оpubл. 30.09.83. Бюл. № 36. – 2 с.
38. Стороженко Л.И. Трубобетонные конструкции – К.: « Будівельник », 1978. – 82 с.
39. Стороженко Л.И., Плахотный П.И., Черный А.Я. Расчет трубобетонных конструкций. – К.: « Будівельник », 1991. – 120 с.
40. Стороженко Л.И., Ефименко В.И., Плахотный П.И. Изгибаемые трубобетонные конструкции. – К.: « Будівельник », 1994. – 104 с.
41. Стороженко Л.И., Семко А.В., Ефименко В.И. Сталежелезобетонные конструкции. – К.: « Четверта хвиля », 1997. – 160 с.
42. Стороженко Л.И., Ефименко В.И., Пенц В.Ф. Строительные конструкции из стальных труб., заполненных центрифугированным бетоном ., - К. : «Четверта хвиля », 2001. – 114 с.
43. Porter M.L. Analysis of Two-way Acting Composite // Journal of Structural Engineering. – 1985. – Vol. 111. - № 1. – P.P 1–18.
44. Бочагов В.П., Фокин А.А., Кучерюк В.Н., Никина Л.И. Испытание малых образцов плит с двойным листовым армированием // Проектирование и строительство комплексно – блочных объектов нефтяной и газовой промышленности: Сб. научн. Тр. / ВНИИСТ. – М., 1984. – С. 71 – 78.
45. Скоробогатов С.М., Бочагов В.П., О применении метода предельного равновесия к расчету несущей способности опертых по контуру плит с внешним листовым армированием // Изв. Вузов. Сер. Строительство и архитектура. – 1985. – № 4. – С. 1 – 5.
46. Бочагов В.П., Фокин А.А., Попов А.П., Испытание натурального образца легкобетонной плиты с внешним армированием // Индустриализация нефтегазопромыслового строительства в Западной Сибири : Сб. научн. тр. / ВНИИСТ. – М.: 1985. – С. 12 – 19.
47. Кучерюк В.И., Дорогин А.Д., Бочагов В.П. Расчет многослойных пластин экспериментально – теоретическим методом // Строительная механика и расчет сооружений. – 1983. - № 2. – С. 69 – 71.
48. Ong K. C. G., Mays G. C., Cusens A.R. Flexural Test of Steel – Concrete Open Sandwiches // Magazine of Concrete Research. – 1982. – Vol. 34 - № 120. P. P. 130 – 138.
49. Ong K. C. G., Mansur M.A. Punching Shear of Steel – Concrete Open Sandwich Slabs // Magazine of Concrete Research. – 1985. – Vol. 37. - № 133. – P. P. 216 – 226.
50. Ржаницын А.Р. Составные стержни и пластинки. – М.: Стройиздат, 1986. – 316 с.
51. Голосов В.Н., Залесов А.С., Бирюков Г.П. Расчет конструкций с внешним армированием под действием поперечных сил // Бетон и железобетон. – 1977. - № 6. – С. 14 – 16.
52. Хрулев В.М. Прочность клеевых соединений. – М.: Стройиздат, 1973. – 81 с.

53. Кисилиер М.. Изгибаемые железобетонные элементы с приклеенной внешней стальной растянутой арматурой // Энергетическое строительство . – 1972. № 2. – С. 47 – 51.

54. Кисилиер М.И. Клеевое соединение внешней листовой арматуры с бетоном при сдвиге // Бетон и железобетон. – 1977. - № 6. С. 22 – 23.

55. Клименко Ф.Е., Барабаш В.М. Листовая арматура периодического профиля для железобетонных конструкций с внешним армированием // Бетон и железобетон. – 1977. - № 6. – С. 19 – 22.

56. Катин И.И., Стульчиков А.Н. Работа закладных деталей при сдвиге и совместном действии сдвигающих сил и изгибающих моментов // Стыки сборных железобетонных конструкций / Под ред. А.П. Васильева. – М.: Стройиздат., 1970. – С. 118 – 161.

57. Клевцов В.А., Весник Н.И. Исследование закладных деталей узлов сопряжений сборных конструкций каркасов одноэтажных производственных зданий // Предварительно – напряженные конструкции зданий и инженерных сооружений / Под ред. Г.Н. Бердичевского. – М.: Стройиздат, 1977 – С 22 – 37.

58. Чихладзе Э.Д., Арсланханов А.Д. Напряженно – деформированное состояние сталебетонных плит // Строительная механика и расчет сооружений. – 1990. – С. 22 – 26.

59. Кириленко В.Ф. Напряженное состояние изгибаемых коробчатых элементов, выполненных из изотропных и конструктивно – анизотропных материалов // Строительная механика и расчет сооружений. - № 6. – М., 1983. С. 63 – 66.

60. Кириленко В.Ф., Беляев В.Ф., Емельянов Б.Н. Напряженно – деформированное состояние и расчет прочности балок с вертикальной гофрированной стенкой // Строительная механика и расчет сооружений. – 1989. - № 6. – С. 12 – 15.

61. Кириленко В.Ф. Напряжения при локальных нагрузках в тонкостенных балках с конструктивно анизотропными стенками // Механика композитных материалов. – 1980. - № 1. – С. 73 – 77.

62. Адамян И.Р. Напряженно – деформированное состояние сталебетонных брусьев прямоугольного поперечного сечения с составной обоймой при сжатии и изгибе // Дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. – Белгород , 2000. – 152 с.

63. Гайдук Е.Н. Несущая способность сталебетонных колонн нагруженных с эксцентриситетом: Дис. ...канд. техн. наук: 05.23.01. – Полтава, 1995. – 153 с.

64. Мотовилов А.В. Прочность сталебетонных элементов прямоугольного сечения при кручении: Дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 – Харьков, 1999. – 141 с.

65. Глазунов Ю.В. Влияние способа приложения внешней продольной нагрузки на несущую способность сталебетонных коротких колонн прямоугольного сечения. Дис. ...канд. техн. наук: 05.23.01. – Харьков, 1997. – 153 с.

66. Веревичева М.А. Исследование процесса разрушения сталебетонных конструкций при интенсивных температурных воздействиях: Дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. – Харьков, 1998 – 144 с.
67. Ватуля Г.Л. Несущая способность сталебетонных шпренгельных балок прямоугольного сечения, усиленных стальным шпренгелем: Дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 – Харьков, 1999. – 160 с.
68. Берестянская С.Ю. Напряженно – деформированное состояние сталебетонных плит при силовых и температурных воздействиях: Дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 – Харьков, 2003. – 214 с.
69. Лобяк А. В. Напряженно – деформированное состояние сталебетонных мембранных покрытий: Дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. – Харьков, 2001. – 183 с.
70. Коровниченко Н. В. Напряженно – деформированное и предельное состояние сталебетонных плит перекрытий: Дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 . – Харьков, 2003. – 194 с.
71. Чихладзе Э. Д., Арсланханов А. Д. Теория деформирования сталебетонных плит // Межвуз. сбор. науч. трудов.- Харьков, ХарГАЖТ. 1996 .-Вып. 27.-С.- 4-39.
72. А. с. № 1647101/ Чихладзе Э. Д. И др. Перекрытия, 1991, Бюл. №17.
73. Барабаш В. М., Павловская М. А. Железобетонные балки с внешним полосовым армированием из алюминиевых сплавов // Вестн. Львовского политехнического института.- 1986. № 203.-С. 10-13.
74. Бартлеми Б., Крюпа Ж. Огнестойкость строительных конструкций / Пер с франц. М. В. Предтеченского; под ред. В. В. Жукова. – М.: Стройиздат, 1985. –216 с..
75. Галеркин Б. Г. Упругие тонкие плиты. – М.: Госстройиздат, 1934 .-370 с.
76. Тимошенко С. П., Войновский – Кригер С. Пластинки и оболочки. – М.: Физматгиз, 1963. – 636 с.
77. Калманюк А.С. Расчет пластинок. – М.: Гостройиздат, 1959. – 212 с.
78. Калманюк А.С. К расчету железобетонных плит по методу предельного равновесия // Исследования по теории сооружений / Под ред. А. А. Гвоздева. – Вып. 7. – М.: Гостройиздат , 1957. – С. 315 – 322.
79. Крылов С.М. Перераспределение усилий в статически неопределимых железобетонных конструкциях. – М.: Гостройиздат, 1964, - 168 с.
80. Ржаницын А.Р. Расчет сооружений с учетом пластических свойств материалов. 2–е изд. – М.: Гостройиздат, 1954. – 288 с.
81. Ржаницын А.Р. Предельное равновесие пластинок и оболочек. – М.: Наука, 1983. – 288 с.
82. Дубинский А.М. Расчет несущей способности железобетонных плит. – Киев: Гостройиздат, 1964. – 182 с.
83. Зырянов В.С. Направление линий излома в плитах опертых по контуру // Бетон и железобетон. – 1983. - № 1 – С. 41 – 42.

84. Вилен Ф.И. К расчету прогибов железобетонных плит при действии кратковременной нагрузки // Строительные конструкции. – Вып. IV. – Киев: 1967. – С. 32 – 44.
85. Зайцев Л.Н. Расчет прогибов железобетонных квадратных плит, заделанных по двум смежным сторонам и свободно опертых по двум другим // Бетон и железобетон. 1964. - № 7. – С. 330 – 333.
86. Лившиц Я.Д., Онищенко М.М. Расчет железобетонных плит с учетом трещинообразования и ползучести // Строительная механика и расчет сооружений. 1962. - № 6. – С. 6 – 11.
87. Мурашев В.И. Трещиностойчивость, жесткость и прочность железобетона. М.: Стройиздат, 1950. – 268 с.
88. Бондаренко В.М., Тимко А.И., Шагин А.Л. Расчет железобетонных плит и оболочек методом интегрального модуля деформаций. – Харьков: Изд. ХГУ, 1967. – 86 с.
89. Бондаренко В.М., Бондаренко С.В. Инженерные методы нелинейной теории железобетона. – М.: Стройиздат, 1982. – 287 с.
90. Мельникова Л.А. Расчет тонких железобетонных плит с учетом двухосной ползучести и различно расположенных трещин // Расчет строительных конструкций: Сборник научных сообщений. – М.: Стройиздат, 1973. – С. 9 – 19.
91. Гвоздев А.А., Карпенко Н.И., Крылов С.М. Теоретическое и экспериментальное исследование работы железобетона с трещинами при плоском однородном и неоднородном напряженном состоянии // Совершенствование расчета статически неопределимых железобетонных конструкций: Сб. науч. тр. / НИИЖБ; Под ред. А. А. Гвоздева. – М.: Стройиздат, 1968. – С. 5 – 43.
92. Бильченко А.В., Карпенко Н.И. Экспериментальная проверка и исследование параметров теории деформирования железобетонных плит с трещинами, работающих в двух направлениях // Прочность и жесткость железобетонных конструкций: Сб. научн. тр. / НИИЖБ. – М.: Стройиздат, 1971. – С. 98 – 117.
93. Шмуклер В.С., Шмуклер И.В. Напряженное состояние неодносвязных физических нелинейных сред // В сб. Харьков: ХАИ, 1989 – С. 12 – 14.
94. Карпенко Н.И. Теория деформирования железобетона с трещинами. – М.: Стройиздат, 1976. – 218 с.
95. Методы расчета стержневых систем, пластин и оболочек с использованием ЭВМ / А. В. Александров, Б. Я. Лащеников, Н. Н. Шапошников; Под ред. А. Ф. Смирнова. Часть 1 и 2. – М.: Стройиздат, 1976.
96. Смирнов В.А. Расчет пластин сложного очертания. М.: Стройиздат, 1978. – 300 с.
97. Численные методы в теории упругости и теории оболочек / Абовский, Н.П. Андреев, А.П. Деруга, В.Н. Савченков. – Красноярск: Изд. Красноярского ун – та, 1986. – 384 с.

98. Карпенко Н.И. и др. Расчет железобетонных плит с трещинами с помощью ЭЦВМ // Вычислительная и организационная техника в строительстве и проектировании. Серия II: Автоматизация строительного проектирования. – Вып. 2. – М.: Гипротис, 1967. – С. 21 – 26.

99. Гуревич А.Л., Карпенко Н.И., Ярин Л.И. О способах расчета железобетонных плит на ЭВМ с учетом процесса трещинообразования // Строительная механика и расчет сооружений. – 1972. – № 1. – С. 24 – 29.

100. Кулагин А.А., Шумилин А.Б. К расчету гладких железобетонных плит перекрытий с учетом процесса трещинообразования // Строительная механика и расчет сооружений. – 1979. – № 2 – С. 24 – 27.

101. Городецкий А.С., Здоренко В.С. Расчет железобетонных плит с учетом образования трещин методом конечных элементов // Прикладные проблемы прочности и пластичности. – Вып. 3. – Горький: Изд. Горьк. ун – та, 1976. – с 43 – 52.

102. Леньшин В.П., Леви М.И., Барышева М.Л. Расчет железобетонных изгибаемых плит с учетом физической нелинейности // Жилищное строительство. – 1979. – № 8. – С. 23.

103. Гижман Л.Б., Леньшин В.П. Автоматизация расчета железобетонных плит с использованием неоднородных конечных элементов // Строительная механика и расчет сооружений. – 1988. – № 1. С. 71 – 75.

104. Проценко А.М., Лосин Н.А. Решение задачи об изгибе железобетонных плит // Строительная механика и расчет сооружений. – 1979. – № 6. С. 35 – 38.

105. Коллатц Л. Численные методы решения дифференциальных уравнений: Пер. с нем. – М.: Иностранная литература, 1953. – 459 с.

106. Канторович Л.В., Крылов В.И. Приближенные методы высшего анализа. – М.: Физматгиз, 1962. – 708 с.

107. Гуровая Л.А. Экспериментально – теоретические исследования опертых по контуру плит со стальным и стеклопластиковым армированием: Дис. ... канд. техн. наук. – Харьков, 1982. – 190 с.

108. Чихладзе Э.Д., Арсланханов А.Д. Несущая способность сталебетонных плит // Бетон и железобетон. – 1990. – № 10. – С. 30 – 31.

109. Арсланханов А.Д. Исследование напряженно - деформированного и предельных состояний сталебетонных плит при статическом кратковременном нагружении // Дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. – Харьков, 1989. – 154 с.

110. Шимановский А.В., Васягин Р.В., Пуллеев В.А., Мошкин Л. Применение проектно – вычислительного комплекса SCAD к исследованию объектов атомной энергетики // САПР и графика. – 1997. – № 10. – С. 91 – 95.

111. Шімановський А.В., Карпіловський В.С., Криксунов Е.З. Проектно – обчислювальний комплекс SCAD – інструмент для створення нових технологій дослідження об'єктів атомної енергетики // Будівництво України. – 1998. – № 1. – С. 37 – 40.

112. Городецкий А. С., Шмуклер В. С., Бондарев А. В. Информационные технологии расчета и проектирования строительных конструкций: Киев – Харьков, 2003. – 888 с.

113. Шмуклер В. С. Об одной возможности определения несущей способности изгибаемых железобетонных элементов // Науковий вісник будівництва. – Х., 2000. – Вип. 9 – С. 63 – 69.

114. Шагин А.Л. К расчету бетонных и железобетонных конструкций, работающих в условиях сложного напряженного состояния // Прогрессивные конструктивные решения в промышленном и гражданском строительстве Харьковской области: Тез. докл. научн. конф. – Харьков, 1970. – С. 142 -143.

115. Kupfer H., Hilsdorf H., Rush H. Behaviour of Concrete under biaxial Stresses // SACI. – 1969/ vol. 66. - № 8. – p. p. 656 – 666.

116. Kupfer H., Gerstle K. Behavior of Concrete Under Biaxial Stresses // Proceedings of the American Society of Civil Engineers // Journal of the Engineering Mechanics Division. – 1973. Vol. 99. - № EM 4. – P. P. 853 – 866.

117. Биргер А.И. Круглые пластинки и оболочки вращения. – М.: Оборонгиз. 1961. – 368 с.

118. Корнишин М.С. Нелинейные задачи теории пластин и пологих оболочек и методы их решения. – М.: Наука 1964. – 192 с.

119. Гулеев В.И., Баженов В.А., Гоголяк Е.А. Устойчивость нелинейных механических систем. – Львов: Изд. ЛГУ, 1982. – 255 с.

120. Бондаренко В.М. Некоторые вопросы нелинейной теории железобетона. – Харьков: Изд. ХГУ, 1968. – 324 с.

121. Бондаренко В.М., Шагин А.Л. Расчет эффективных многокомпонентных конструкций. – М.: Стройиздат, 1987. – 175 с.

122. Коллатц Л. Численные методы решения дифференциальных уравнений: Пер. с нем. – М.: Иностранная литература, 1953. – 459 с.

123. Козачевский А. И., Крылов С.Н. Исследование перераспределения усилий в сложных стержневых системах с учетом неупругих свойств железобетона // Труды ин – та НИИЖБ. – М.: Стройиздат, 1968. – С. 43 –62.

124. Дыховичный А. А. О сходимости метода последовательных приближений при работе статически неопределимых железобетонных конструкций // Вычислительная и организационная техника в строительстве и проектировании. Серия 2 . Автоматизация строительного проектирования Вып.1. – М.: Гипротис, 1967. - С. 32 – 35.

125. Воронков Р. В., Любарова И. П. Опыт проектирования и строительства опускного колодца диаметром 6б.1 м с глубиной погружения 70 м. – Л.: ЛДНТП, 1979. – 128 с.

126. Железобетонные защитные оболочки АЭС / Г. К. Хайдуков и др. – М.: Атомиздат, 1978. – 128 с.

127. Клименко Ф. Е. Сталебетонные конструкции с внешним полосовым армированием. – Киев: Будівельник, 1984. – 88 с.

128. Васильев А. П. И др. Состояние и перспективы развития конструкций с внешним листовым армированием сталежелезобетонных конструкций // Материалы совета по координации научно –

исследовательских работ в области бетона и железобетона. – М.:НИИЖБ, 1980. – С. 14 – 26.