

ФАКУЛЬТЕТ ЕКОНОМІКИ ТРАНСПОРТУ

Кафедра фінансів

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до контрольної роботи з дисципліни

«ФІНАНСОВА МАТЕМАТИКА»

Харків – 2015

Методичні вказівки розглянуто і рекомендовано до друку на засіданні кафедри фінансів 12 листопада 2013 р., протокол № 4.

Дані методичні вказівки містять завдання до контрольної роботи, а також вимоги до їх виконання і захисту.

Рекомендуються для студентів економічних спеціальностей заочної форми навчання.

Укладач

доц. О.О. Коковіхіна

Рецензент

доц. М.В. Бормотова

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до контрольної роботи з дисципліни

«ФІНАНСОВА МАТЕМАТИКА»

Відповідальний за випуск Коковіхіна О.О.

Редактор Буранова Н.В.

Підписано до друку 27.01.14 р.

Формат паперу 60x84 1/16. Папір писальний.

Умовн.-друк.арк. 0,5. Тираж 50. Замовлення №

Видавець та виготовлювач Українська державна академія залізничного транспорту,
61050, Харків-50, майдан Фейєрбаха, 7.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 2874 від 12.06.2007 р.

ЗМІСТ

Вступ.....	4
....	
Загальні положення.....	5
Завдання на контрольну роботу.....	6
Перелік питань курсу для виконання контрольної роботи....	7
Методичні вказівки до контрольної роботи.....	8
Вимоги до виконання контрольної роботи.....	1 7
Вимоги до захисту контрольної роботи.....	1 7
Список літератури.....	1 8
Додаток А. Вихідні дані.....	2 0

ВСТУП

Сучасні ринкові умови потребують від суб'єктів господарювання вміння оцінювати всі можливі варіанти фінансових наслідків при здійсненні будь-якої комерційної операції та практично використовувати методи фінансово-економічного аналізу при здійсненні кредитних, інвестиційних та інших комерційних операцій. Математичний апарат сучасного фінансово-економічного аналізу складається з методів і моделей фінансової математики, які дають змогу описувати на кількісному та якісному рівнях явища й процеси фінансової сфери економічного життя суспільства.

Основна особливість фінансової математики полягає в тому, що будь-яким обчисленням передують якісний аналіз об'єкта, який полягає в переведенні властивостей об'єкта в числові показники, необхідні для здійснення розрахунків. Самі обчислення також тісно переплітаються із



властивостями: розрахунки не мають сенсу, якщо вони не відповідають реальним процесам, які пов'язані з вкладенням засобів і відбуваються навколо різних фінансових інструментів. Більш того, якісний аналіз є необхідним і надалі, коли потрібно зіставити результати розрахунків і реальний стан об'єктів.

Фінансова математика є базовим компонентом технічного аналізу, який дозволяє виявляти і досліджувати взаємозв'язки між вартісними і часовими характеристиками фінансових операцій, на підставі чого вирішувати фінансові задачі різного типу, що стоять перед інвестором.

Метою вивчення дисципліни "Фінансова математика" є формування системи знань з методології та практичного здійснення фінансових розрахунків і операцій та використання моделей фінансової математики.

Об'єктом вивчення дисципліни є процеси управління фінансовими операціями.

Предметом вивчення дисципліни є сукупність методів розроблення та реалізації фінансових рішень.

Знання, отримані в результаті вивчення дисципліни "Фінансова математика", допоможуть студентам вирішувати широке коло завдань – від елементарного нарахування відсотків до аналізу складних інвестиційних, комерційних і кредитних проблем.

ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Виконання контрольної роботи здійснюється з метою закріплення і поглиблення знань студентів з питань використання методів кількісного фінансового аналізу, які складають предмет фінансової математики.

Знання методів, які використовуються у фінансовій математиці, необхідне безпосередньо при роботі у сфері фінансів та кредиту, а також на етапі розроблення умов контрактів. Неможливо обійтись без них при фінансовому проектуванні, а також при порівнянні та виборі довгострокових інвестиційних проектів. Фінансові розрахунки є необхідною складовою розрахунків у довгостроковому особистому страхуванні, довгостроковому медичному страхуванні. Галузі використання методів кількісного аналізу фінансових операцій послідовно розширюються.

Методичні вказівки містять умови задач та варіанти завдань для контрольної роботи студентів за основними темами курсу:

- 1 Прості відсотки.
- 2 Складні відсотки.
- 3 Еквівалентність відсоткових ставок.
- 4 Постійні фінансові ренти.
- 5 Змінні потоки платежів.

За кожною темою наводяться основні розрахункові формули та стислі методичні вказівки.

До виконання завдань контрольної роботи студент повинен приступати після вивчення відповідного теоретичного матеріалу.

ЗАВДАННЯ НА КОНТРОЛЬНУ РОБОТУ

Контрольна робота складається з десяти задач. Варіант обирається за останньою цифрою залікової книжки студента. Вихідні дані наведено у додатку А.

Умови задач

1 Вкладник поклав до банку, що виплачує 17 % річних простих, гроші на суму * грн. Яка сума буде на рахунку вкладника через:

- а) * місяці;
- б) * роки;
- в) * днів ($K=360$) ?

Розв'язати задачу, якщо використовуються складні відсотки.

2 У банк було покладено * грн. Через 2 роки 6 місяців сума на рахунку дорівнювала * грн. Скільки відсотків простих сплачує банк на рік?

3 У банк, що виплачує 12 % річних простих, було покладено суму 40000 грн. Через скільки років сума на рахунку буде дорівнювати * грн?

4 Громадянин Сидоренко одержав кредит у розмірі 30050 грн під 21 % річних простих. Чому буде дорівнювати сума відсотків, якщо строк кредитування з * по * ? Використовуються основні європейські системи нарахування відсотків.

5 Банк видав громадянину Бойку позичку у розмірі * грн на 2 роки під простий дисконт, що дорівнює 16 % на рік. Яка сума буде видана громадянину на руки ?

За тими самими умовами громадянин Бойко бажає отримати на руки вищезгадану суму. Яку суму він заборгує банку?

Яку суму він заборгує банку, якщо одержить позичку під 12 % річних простих? Що вигідніше для громадянина Бойка?

6 Фірма одержала кредит на суму * грн. терміном на * років за таких умов за схемою складних відсотків:

- у перший рік відсоткова ставка складає * %;
 - для другого року передбачена надбавка до ставки у розмірі 1.5 %;
 - для третього року і наступного років – у розмірі 0.75 %.
- Визначте суму боргу наприкінці строку позики.

7 Яка ефективна ставка, якщо номінальна дорівнює * % при щомісячному нарахуванні відсотків?

8 Визначте поточну вартість грошей, майбутня величина яких через * років оцінюється в * грн. Ставка за період дорівнює 13 % складних із щомісячним нарахуванням відсотків.

9 Фінансовий інструмент на суму * грн., термін платежу за яким настає через 5 років, проданий з дисконтом за складною дисконтною ставкою * % річних. Яка сума дисконту?

10 Щорічно наприкінці року протягом * років на спеціальний рахунок надходять 100 грн. Визначити суму грошей на рахунку через * років, якщо щорічно наприкінці кожного року нараховуються складні відсотки за ставкою *%.

Розв'язати задачу, якщо відсотки нараховуються кожного кварталу.

ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ КУРСУ ДЛЯ ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

- 1 Операції нарощення та дисконтування за простими відсотковими ставками.
- 2 Змінювана проста ставка відсотків.
- 3 Реінвестиція під прості відсотки.
- 4 Математичне та банківське дисконтування.

- 5 Операції нарощення та дисконтування за складними відсотковими та обліковими ставками.
- 6 Номінальна ставка відсотків.
- 7 Зміни складної відсоткової ставки.
- 8 Змішане нарахування відсотків.
- 9 Неперервне нарахування відсотків.
- 10 Еквівалентність відсоткових ставок.
- 11 Ставка ефективності.
- 12 Середні відсоткові ставки.
- 13 Загальна схема конверсії платежів.
- 14 Консолідація платежів.
- 15 Нарощення відсотків, податки та інфляція.
- 16 Темп та індекс інфляції.
- 17 Необхідність урахування інфляції.
- 18 Номінальна, реальна, бруто, додатна, бар'єрна проста та складна ставки нарощення та облікові ставки.
- 19 Основні поняття теорії рент.
- 20 Математичні характеристики і параметри рент.
- 21 Класифікація рент.

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

Незалежно від призначення чи походження, гроші в практичних фінансових операціях так чи інакше пов'язуються з часом: конкретними моментами або періодами. Для цього в контрактах фіксуються відповідні строки, дати, періодичність виплат. За межами часу грошей нема. Фактор часу, особливо в довгострокових операціях, відіграє не меншу, а іноді й більшу роль, ніж розміри грошових сум. Необхідність враховувати часовий фактор виходить із суті фінансування й кредитування і проявляється у **принципі нерівної вартості грошей, що відносяться до різних моментів часу**, або в іншій формулюванні – **принципі зміни цінності грошей у часі**. Урахування фактора часу здійснюється за допомогою нарахування відсотків або дисконтування.

Інтуїтивно зрозуміло, що 1000 грн, які будуть отримані через 5 років, не рівноцінні цій же сумі, що надійшла сьогодні, навіть, якщо не враховувати інфляцію та ризик їх неотримання.

Зазначена нерівноцінність двох однакових за абсолютною величиною різночасних сум пов'язана перш за все з тим, що гроші, які ми маємо сьогодні, можуть бути інвестовані і принести доход у майбутньому. Отриманий доход у свою чергу реінвестується і так далі. Якщо сьогоднішні гроші цінніші за майбутні, то відповідно майбутні надходження є менш цінними, ніж більш близькі при рівних їх сумах. Вплив фактора часу значно посилюється в період інфляції.

Під **нарощеною сумою** позики (боргу, депозиту, інших видів грошей, що були надані у борг або інвестовані) розуміють первісну її суму з відсотками, нарахованими наприкінці строку. Нарощена сума **S** визначається множенням первісної суми боргу **P** на **множник нарощення**, який вказує, у скільки разів нарощена сума **S** більша, ніж первісна **P**. Розрахункова формула залежить від виду відсоткової ставки, що застосовується, та умов нарощення.

У фінансовій практиці може трапитися задача, яка обернена до задачі нарощення відсотків, а саме за розміром суми **S**, яку треба буде сплатити через **t** років, треба визначити суму отриманої позики **P**. Такий розрахунок потрібен у випадках, коли відсотки з суми **S** утримуються наперед, тобто одразу ж при наданні позики. В таких випадках кажуть, що сума **S** **дисконтується** або **обліковується**, сам процес нарахування відсотків та їх утримання називають **обліком**, а утримані відсотки – **дисконтом**.

Термін “дисконтування” вживається і в більш широкому значенні – як спосіб визначення будь-якої вартісної величини, що належить до майбутнього часу на будь-який момент часу, що був раніше.

Величину **P**, яка знаходиться за допомогою дисконтування, називають **сучасною величиною** суми **S**, а іноді, залежно від контексту, **сучасною (поточною, капіталізованою) вартістю**.

Залежно від виду відсоткової ставки застосовуються два методи дисконтування – **математичне дисконтування** та **банківський (комерційний) облік**. У першому випадку

використовується ставка нарощення, у другому – облікова ставка.

У фінансових розрахунках в основному застосовуються сім видів відсоткових ставок, а саме:

– прості і складні відсотки, які нараховуються один раз на рік (позначимо їх i_n та i_c);

– річна ставка j_m , за якою m разів на рік нараховуються j_m/m складних відсотків;

– постійна ставка безперервних відсотків (сила зростання) δ ;

– проста та складна облікові ставки d_n та d_c , при дисконтуванні один раз на рік;

– облікова ставка f_m , при дисконтуванні m разів на рік.

Формули для розрахунку нарощеної суми S для усіх семи видів відсоткових ставок наведені у таблиці 1 (стовпець 2).

У кожній з цих формул t позначає кількість років, яка може бути як цілою, так і дробовою. Стовпець 3 цієї таблиці містить формули дисконтування за різними видами відсоткових ставок.

Дві відсоткові ставки називаються **еквівалентними**, якщо застосування їх до однакових сум протягом однакових проміжків часу дає однакові нарощені суми. Формули, в яких одну відсоткову ставку виражають через еквівалентну їй іншу відсоткову ставку, наведені в таблиці 2.

Доходність фінансових операцій визначається ефективною відсотковою ставкою, яка еквівалентна ставці, указаній у контракті, тобто ставкою складних відсотків i_c , що не залежить від строку застосування вихідної еквівалентної ставки.

Сучасні фінансово-банківські операції часто припускають не окремі або разові платежі, а деяку їх послідовність у часі, наприклад, погашення заборгованості в розстрочку, періодичне надходження доходів від інвестицій, виплата пенсій та ін. Такі послідовності або ряди платежів називають потоком платежів.

Потоки платежів можуть бути регулярними і нерегулярними. В нерегулярному потоці його членами є як додатні (надходження), так і від'ємні (виплати) величини, і відповідні платежі можуть здійснюватись через нерівні проміжки часу.

Потік платежів, усі члени якого є тільки додатними або тільки від'ємними величинами, при якому часові інтервали між платежами однакові, називають фінансовою рентою або просто рентою, а іноді анїуотетом, незалежно від призначення чи походження платежів. Наприклад, рентою є послідовність отримання відсотків за облігацією, платежі за споживацьким кредитом, виплати у розстрочку страхових премій та ін.

Рента характеризується такими параметрами:

- член ренти – розмір окремого платежу;
- період ренти – часовий інтервал між двома послідовними виплатами;
- термін ренти – час від початку першого періоду ренти до кінця останнього періоду;
- відсоткова ставка.

Для характеристики окремих видів ренти потрібні додаткові умови та параметри: кількість платежів на рік, спосіб та частота нарахування відсотків.

За кількістю виплат членів ренти протягом року ренти розділяються:

- на річні – виплата здійснюється один раз на рік;
- p – термінові – за рік здійснюється p виплат.

При аналізі виробничих інвестиційних процесів іноді застосовують ренти з періодами виплат більше року.

За частотою нарахувань відсотків виділяють ренти:

- щорічного нарахування відсотків;
- з нарахуванням відсотків m разів на рік;
- з безперервним нарахуванням відсотків.

Моменти нарахування відсотків не обов'язково збігаються з моментами виплат членів ренти.

За кількістю членів розрізняють ренти:

- з кінцевою кількістю членів ренти, тобто обмежені за терміном;
- безстрокові або вічні.

Формули розрахунку нарощеної суми постійних рент постнумерандо наведені у таблиці 3.

ВИМОГИ ДО ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

Контрольна робота є самостійною письмовою роботою. Мета виконання роботи з дисципліни «Фінансова математика» полягає у засвоєнні та поглибленні знань студентів з даної дисципліни, розвитку навичок самостійної творчої роботи, проведенні розрахунків, узагальненні, систематизації та аналізі результатів фінансових розрахунків.

Контрольна робота виконується на стандартних аркушах формату А4 і оформлюється згідно з методичними вказівками кафедри «Фінанси».

Кожна задача оформлюється на окремому аркуші.

ВИМОГИ ДО ЗАХИСТУ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

Контрольна робота має бути виконана та подана на кафедру для перевірки не пізніше ніж за десять днів до складання іспиту або заліку з даної дисципліни.

Контрольна робота допускається до захисту, якщо повністю та відповідно до варіанта розв'язано десять задач.

Допущена до захисту контрольна робота вважається зарахованою, якщо студент правильно відповів на поставлені викладачем три питання стосовно даної роботи та зміг розв'язати одну з наведених задач.

Студенти, які не виконали та не захистили контрольну роботу, до складання заліку не допускаються.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

Основна

1 Ілюхіна О.В. Фінансова математика [Текст]: конспект лекцій для студентів на пряму підготовки "Фінанси" / О.В. Ілюхіна, О.В. Саленко, Н.М. Крихтіна. – Харків: УкрДАЗТ, 2003. – 56 с.

2 Машина, Н.І. Вищі фінансові обчислення [Текст]: навч. посібник / Н.І. Машина. – К.: Центр навчальної літератури, 2003. – 208 с.

3 Малыхин, В.И. Финансовая математика [Текст]: учеб. пособие для вузов / В.И. Малыхин. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. — 237 с.

4 Кузнецов, Б.Т. Финансовая математика [Текст]: учеб. пособие для вузов / Б. Т. Кузнецов. – М.: Экзамен, 2005. – 128 с.

5 Четыркин, Е.М. Финансовая математика [Текст]: учебник / Е.М. Четыркин. – 4-е изд. – М.: Дело, 2004. – 400 с.



Додаткова

6 Бланк, И.А. Основы финансового менеджмента [Текст] / И.А. Бланк. – К.: НИКА-ЦЕНТР, 2007. – Т. 1. – 592 с.

7 Бланк, И.А. Основы финансового менеджмента [Текст] / И.А. Бланк. – К.: НИКА-ЦЕНТР, 2007. – Т. 2. – 512 с.

8 Бочаров, П.П. Финансовая математика [Текст]: учебник / П.П. Бочаров, Ю.Ф. Касимов. – М. : Гардарики, 2002. – 624 с.

9 Капитоненко, В.В. Задачи и тесты по финансовой математике [Текст]: учеб. пособие / В.В. Капитоненко. – М.: Финансы и статистика, 2007. – 256 с.

10 Кирлица, В.П. Финансовая математика : руководство к решению задач [Текст]: учеб. пособие / В.П. Кирлица. – Мн.: Тетра Системс, 2005. – 192 с.

11 Ковалев, В.В. Курс финансовых вычислений [Текст] / В.В. Ковалев, В.А. Уланов. – М.: Финансы и статистика, 2001. – 328 с.

12 Ковалев, В.В. Финансовый менеджмент: теория и практика [Текст] / В.В. Ковалев. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Проспект, 2011. – 880 с.

13 Крамаренко, Г.О. Фінансовий менеджмент [Текст]: підручник / Г.О. Крамаренко, О.Є. Чорна. – 2-ге вид. – К. : Центр учбової літератури, 2009. – 520 с.

14 Станиславчик, Е.Н. Основы финансового менеджмента [Текст] / Е.Н. Станиславчик. – М. : Ось-89, 2001. – 128 с.

15 Медведев, Г.А. Начальный курс финансовой математики [Текст]: учеб. пособие / Г.А. Медведев. – Мн.: ТОО "Остожье", 2003. – 267 с.

16 Мелкумов, Я.С. Финансовые вычисления. Теория и практика [Текст] / Я.С. Мелкумов. – 2-е изд. – М. : ИНФРА-М, 2010. – 416 с.

17 Мицкевич, А. Финансовая математика [Текст] / А. Міцкевич. – М.: ОЛМА-ПРЕСС Инвест, Институт Экономических стратегий, 2003. – 128 с.

18 Морошкин, В.А. Практикум по финансовому менеджменту : технология финансовых расчетов с процентами [Текст]: учеб. пособие / В.А. Морошкин, АЛ. Ломакин. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 112 с.

19 Ченг, Ф. Ли. Финансы корпораций: теория, методы и практика [Текст] / Ченг. Ф. Ли, Джозеф И. Финнерти ; пер. с англ. – М.: ИНФРА-М, 2000. – 686 с.

Ресурси мережі Internet

20 Агапов, С. Вычисление эффективной процентной ставки / С. Агапов. [Электронный ресурс] – Режим доступа: www.finmath.ru

21 Латишева, І.Л. Персональна навчальна система з дисципліни "Фінансова математика" / І.Л. Латишева, І.І. Гринашук, В.С. Хвостенко [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://ikt.ksue.edu.ua/>

Додаток А

Вихідні дані

№	Показник	Номер варіанта									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Сума вкладу, тис. грн	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
	Строк :										
	А) місяців	3	4	2	3	4	3	2	2	4	2
	Б) років	1	2	3	3	1	4	3	3	2	2
	В) днів	240	220	229	300	380	260	190	180	170	154
2	Розмір вкладу, тис. грн	100	120	124	123	230	56	78	89	500	600
	Майбутня вартість вкладу, тис. грн	170	160	200	210	239	69	88	120	621	602
3	Майбутня вартість вкладу, тис. грн	45	48	56	46	47	48	49	50	54	55
4	Строк кредиту	21.01.-	1.01.-	2.02.-	5.07.-	4.10.-	24.01.	2.01.	9.02.-	22.07.	1.10.
		30.07	23.05	4.04	30.12	31.12	-30.07	-	4.04	-30.12	-
								23.05			31.12
5	Розмір кредиту ,грн	6900	8000	5900	4000	9000	7600	9200	3400	5900	8980
6	Розмір кредиту, грн	9000	6000	7000	5600	7800	8000	6000	9000	9000	7800
	Строк, років	3	4	5	4	4	3	3	3	3	4
	Ставка відсотків за перший рік,%	10.5	11.5	12	13	14	10	11	12.5	16	13
7	Номінальна ставка,%	22	24	22.4	23.5	26	18	19	21	21.5	30
8	Строк, років	2	3	4	2	3	4	2	2	3	3
	Майбутня вартість, грн	1200	4500	5600	9000	8000	7000	6000	5000	4000	9070
9	Вартість фін. інструменту, грн	7800	5000	4000	4500	8900	7800	6900	5900	6900	4800
	Складна дисконтна ставка, %	12	16	13	15	16	17	16	12	18	11
10	Строк, років	4	5	4	5	6	4	4	5	5	4
	Ставка відсотків,%	12	11	11	13	14	15	12	12	11	14

Таблиця 1 — Прості та складні відсотки

Вид відсоткової ставки	Формула нарощення	Формула дисконтування	Строк фінансової операції	Відсоткова ставка
Проста відсоткова ставка нарощення i_n	$S = P(1 + t \cdot i_n)$	$P = \frac{S}{(1 + t \cdot i_n)}$	$t = \frac{S/P - 1}{i_n}$	$i_n = \frac{S - P}{P \cdot t}$
Проста облікова ставка d_n	$S = \frac{P}{(1 - t \cdot d_n)}$	$P = S(1 - t \cdot d_n)$	$t = \frac{1 - P/S}{d_n}$	$d_n = \frac{S - P}{S \cdot t}$
Складна ставка на-рощення при нарахуванні відсотків один раз на рік i_c	$S = P(1 + i_c)^t$	$P = \frac{S}{(1 + i_c)^t}$	$t = \frac{\log(S/P)}{\log(1 + i_c)}$	$i_c = \sqrt[t]{S/P} - 1$
Складна ставка на-рощення при нарахуванні відсотків m разів на рік j_m	$S = P \left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^{tm}$	$P = \frac{S}{\left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^{tm}}$	$t = \frac{\log(S/P)}{m \cdot \log\left(1 + \frac{j_m}{m}\right)}$	$j_m = m \left(\sqrt[m]{S/P} - 1\right)$
Сила зростання при безперервному нарахуванні відсотків δ	$S = P e^{\delta t}$	$P = \frac{S}{e^{\delta t}}$	$t = \frac{\ln(S/P)}{\delta}$	$\delta = \frac{\ln(S/P)}{t}$
Складна облікова ставка при дисконтуванні один раз на рік d_c	$S = \frac{P}{(1 - d_c)^t}$	$P = S(1 - d_c)^t$	$t = \frac{\log(P/S)}{\log(1 - d_c)}$	$d_c = 1 - \sqrt[t]{P/S}$
Складна облікова ставка при дисконтуванні m раз на рік f_m	$S = \frac{P}{\left(1 - \frac{f_m}{m}\right)^{tm}}$	$P = S \left(1 - \frac{f_m}{m}\right)^{tm}$	$t = \frac{\log(P/S)}{m \cdot \log\left(1 - \frac{f_m}{m}\right)}$	$f_m = m \left(1 - \sqrt[m]{P/S}\right)$

Таблиця 2 — Формули еквівалентних відсоткових ставок

	$S = P(1 + t \times i_n)$	$S = P(1 + i_c)^t$	$S = P \left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^{tm}$	$S = P e^{\delta t}$	$S = \frac{P}{1 - t \times d_n}$	$S = \frac{P}{(1 - d_c)^t}$	$S = \frac{P}{\left(1 - \frac{f_m}{m}\right)^{tm}}$
1	2	3	4	5	6	7	8
$S = P(1 + t \times i_n)$		$i_n = \frac{(1 + i_c)^t - 1}{t}$	$i_n = \frac{\left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^{tm} - 1}{t}$	$i_n = \frac{e^{\delta t} - 1}{t}$	$i_n = \frac{d_n}{1 - t \cdot d_n}$	$i_n = \frac{(1 - d_c)^{-t} - 1}{t}$	$i_n = \frac{\left(1 - \frac{f_m}{m}\right)^{-tm} - 1}{t}$
$S = P(1 + i_c)^t$	$i_c = \sqrt[t]{1 + t i_n} - 1$		$i_c = \left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^m - 1$	$i_c = e^{\delta} - 1$	$i_c = \frac{1}{\sqrt[t]{1 - t d_n}} - 1$	$i_c = \frac{d_c}{1 - d_c}$	$i_c = \frac{1}{\left(1 - \frac{f_m}{m}\right)^m} - 1$
$S = P \left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^{tm}$	$j_m = m \left(\sqrt[t]{1 + t i_n} - 1\right)$	$j_m = m \left(\sqrt[m]{1 + i_c} - 1\right)$		$j_m = m \left(\sqrt[t]{e^{\delta} - 1} - 1\right)$	$j_m = m \left(\frac{1}{\sqrt[t]{1 - t d_n}} - 1\right)$	$j_m = m \left(\frac{1}{\sqrt[m]{1 - d_c}} - 1\right)$	$j_m = \frac{f_m}{1 - \frac{f_m}{m}}$
$S = P e^{\delta t}$	$\delta = \frac{\ln(1 + t i_n)}{t}$	$\delta = \ln(1 + i_c)$	$\delta = m \cdot \ln\left(1 + \frac{j_m}{m}\right)$		$\delta = -\frac{\ln(1 - t d_n)}{t}$	$\delta = -\ln(1 - d_c)$	$\delta = -m \cdot \ln\left(1 - \frac{f_m}{m}\right)$

Продовження таблиці 2

1	2	3	4	5	6	7	8
$S = \frac{P}{1 - td_n}$	$d_n = \frac{i_n}{1 + ti_n}$	$d_n = \frac{1 - (1 + i_c)^{-t}}{t}$	$d_n = \frac{1 - \left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^{-t}}{t}$	$d_n = \frac{1 - \ell^{-\delta t}}{t}$		$d_n = \frac{1 - (1 - d_c)^t}{t}$	$d_n = \frac{1 - \left(1 - \frac{f_m}{m}\right)^t}{t}$
$S = \frac{P}{(1 - d_c)^t}$	$d_c = 1 - \frac{1}{\sqrt[t]{1 + ti_n}}$	$d_c = \frac{i_c}{1 + i_c}$	$d_c = 1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^n}$	$d_c = 1 - \ell^{-\delta}$	$d_c = 1 - \sqrt[t]{1 - td_n}$		$d_c = 1 - \left(1 - \frac{f_m}{m}\right)^n$
$S = \frac{P}{\left(1 - \frac{f_m}{m}\right)^{tm}}$	$f_m = m \left(1 - \frac{1}{\sqrt[t]{1 + ti_n}}\right)$	$f_m = m \left(1 - \frac{1}{\sqrt[t]{1 + i_c}}\right)$	$f_m = \frac{j_m}{1 + \frac{j_m}{m}}$	$f_m = m \left(1 - \sqrt[t]{\ell^{-\delta}}\right)$	$f_m = m \left(1 - \sqrt[t]{1 - td_n}\right)$	$f_m = m \left(1 - \sqrt[t]{1 - d_c}\right)$	

Таблиця 3 – Нарощені суми постійних рент постнумерандо

Вид рент за нарахуванням відсотків	Вид рент за строком виплати платежів	Нарощена сума S всієї ренти у момент n	Геометрична прогресія			Нарощена сума		Функція
			b _i	q	K			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
з нарахуванням відсотків наприкінці року	річна рента	$S = R + R(1+i) + R(1+i)^2 + \dots + R(1+i)^{n-1}$	R	1+i	n	$S = R \frac{(1+i)^n - 1}{i}$	$S = R \cdot S_{n;i}$	$S_{n;i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$
	p-термінова рента	$S = \frac{R}{P} + \frac{R}{P}(1+i)^{\frac{1}{P}} + \frac{R}{P}(1+i)^{\frac{2}{P}} + \dots + \frac{R}{P}(1+i)^{\frac{np-1}{P}}$	$\frac{R}{P}$	$(1+i)^{\frac{1}{P}}$	np	$S = R \frac{(1+i)^n - 1}{p \left[(1+i)^{\frac{1}{P}} - 1 \right]}$	$S = R \cdot S_{n;i}^{(p)}$ $S_{n;i}^{(p)} = S_{n;i} \cdot K_{p;i}$	$S_{n;i}^{(p)} = \frac{(1+i)^n - 1}{P \left[(1+i)^{\frac{1}{P}} - 1 \right]}$
	рента з періодом більше року (r>1)	$S = R_r + R_r(1+i)^r + R_r(1+i)^{2r} + \dots + R_r(1+i)^{n-r}$	R _r	(1+i) ^r	$\frac{n}{r}$	$S = R_r \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^r - 1}$	$S = R_r \frac{S_{n;i}}{S_{r;i}}$	$S_{n;i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$
	річна рента	$S = R + R\left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^m + R\left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^{2m} + \dots + R\left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^{(n-1)m}$	$R \left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^m$	$\left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^m$	n	$S = R \frac{\left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^{mn} - 1}{\left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^m - 1}$	$S = R \frac{S_{mn; \frac{j_m}{m}}}{S_{m; \frac{j_m}{m}}}$	$S_{n;i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$

Фінансові ренти з нарахуванням відсотків m разів на рік	р – термінова рента	$S = \frac{R}{P} + \frac{R}{P} \left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^{\frac{m}{P}} + \frac{R}{P} \left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^{\frac{2m}{P}} + \dots + \frac{R}{P} \left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^{m \left(n - \frac{1}{P}\right)}$	$\frac{R}{P}$	$\left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^{\frac{m}{P}}$	np	$S = \frac{R}{P} \frac{\left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^{mn} - 1}{\left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^{\frac{m}{P}} - 1}$	$S = \frac{R}{P} \cdot \frac{S_{mn; \frac{j_m}{m}}}{S_{\frac{m}{P}; \frac{j_m}{m}}}$	$S_{n; i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$
---	---------------------	--	---------------	--	------	--	--	------------------------------------

Продовження таблиці 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9
	окремий випадок - р – термінова рента (p=m)					$S = \frac{R}{m} S_{mn; \frac{i_m}{m}}$	$S = \frac{R}{m} S_{mn; \frac{j_m}{m}}$	$S_{n; i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$

	рента з періодом більше року ($r > 1$)	$S = R_r + R_r \left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^{mr} + R_r \left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^{2mr} + \dots + R_r \left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^{m(n-r)}$	R_r	$\left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^{mr}$	$\frac{n}{r}$	$S = R_r \frac{\left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^{mn} - 1}{\left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^{mr} - 1}$	$S = R_r \frac{S_{mn; \frac{j_m}{m}}}{S_{mr; \frac{j_m}{m}}}$	$S_{n; i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$
нарахованням відсотківФінансові ренти з безперервним	річна рента	$S = R + R e^{\delta} + R e^{2\delta} + \dots + R e^{(n-1)\delta}$	R	e^{δ}	n	$S = R \frac{e^{\delta n} - 1}{e^{\delta} - 1}$		
	p-термінова рента	$S = \frac{R}{P} + \frac{R}{P} e^{\frac{\delta}{P}} + \frac{R}{P} e^{\frac{2\delta}{P}} + \dots + \frac{R}{P} e^{\frac{(np-1)\delta}{P}}$	$\frac{R}{P}$	$e^{\frac{\delta}{P}}$	np	$S = \frac{R}{P} \frac{e^{\delta n} - 1}{e^{\frac{\delta}{P}} - 1}$		
	рента з періодом більше року ($r > 1$)	$S = R_r + R_r e^{\delta r} + R_r e^{2\delta r} + \dots + R_r e^{(n-r)\delta}$	R_r	$e^{\delta r}$	$\frac{n}{r}$	$S = R_r \frac{e^{\delta n} - 1}{e^{\delta r} - 1}$		