УДК 656.2

ДОСЛІДЖЕННЯ ВИТРАТ ЕЛЕКТРОЕНЕРГІЇ ЗА ПОВТОРНО-КОРОТКОЧАСНОГО РЕЖИМУ РОБОТИ ЕЛЕКТРОРУХОМОГО СКЛАДУ НА ДІЛЯНКАХ РІЗНОГО ПРОФІЛЮ

Асп. В. М. Ляшенко, канд. техн. наук С. І. Яцько

STUDY OF THE POWER CONSUMPTION OF ELECTRIC ROLLING STOCK OPERATING WITH REPEATED SHORT-TIME TRACTION CYCLES

Postgraduate student V. M. Lyashenko, PhD (Tech.) S. I. Yatsko

DOI: https://doi.org/10.18664/1994-7852.211.2025.327149

Анотація. *Стаття присвячена розгляду питань оптимізації енергетичних витрат на системах рейкового транспорту. Ця проблема ускладнена невизначеністю щодо умов експлуатації та характеристик електрорухомого складу, що працює в повторно-короткочасному режимі тяги. З огляду на значний вплив мінливості поздовжнього профілю*

на споживання енергії, у дослідженні подано метод синтезу типових профілів для цілей моделювання та оптимізації. Шляхом застосування алгоритму кластеризації за методом k-середніх до реальних даних про профілі перегонів у метрополітенах визначено три «типові» профілі, що відповідають легким, середнім і важким умовам руху. Кожен типовий профіль відображує основні статистичні показники (такі як максимальний ухил, середня довжина відрізка та загальна довжина перегону), узагальнено репрезентуючи різноманіття характеристик ухилів маршрутів міських рейкових систем.

Оптимізаційна модель, результати роботи якої використані в дослідженні, інтегрує в собі модель руху поїзда і стратегію керування ним, використовуючи принципи динамічного програмування для мінімізації енергоспоживання з дотриманням графіка руху.

За результатами дослідження пропоновано використання коефіцієнта доданих енергетичних витрат для комплексного оцінювання енергетичної ефективності системи рейкового транспорту на певному перегоні.

***Ключові слова**: оптимізація траєкторії руху поїздів, міський залізничний транспорт, профілі перегонів, енергоефективність, динамічне програмування.*

***Abstract.** The article is devoted to the issues of optimization of energy consumption in rail transport systems. This problem is complicated by uncertainty about the operating conditions and characteristics of electric rolling stock operating in a repeated-short-term traction mode. Given the significant impact of gradient and variability of it on energy consumption, the study presents a method for synthesizing generic gradients for modelling and optimization purposes. By applying the k-means clustering algorithm to real data on metro gradients, three 'generic' track gradients were derived, corresponding to light, medium and heavy operating conditions. Each generic gradient represents key statistical indicators (such as maximum gradient, average segment length, and total track section length), which summaries the diversity of gradient characteristics of urban rail systems.*

Building upon the established generic gradient profiles, the research develops a dynamic programming-based optimization model to determine the optimal train trajectory. The model simultaneously incorporates the train's dynamic behavior and its control strategy. By discretizing the route into fixed-length segments, the model sequentially determines the optimal traction or braking force at each segment. This decision-making process is framed as a series of interconnected subproblems, with a cost function that balances energy expenditure and travel time. The optimization procedure utilizes a gradient descent method to iteratively adjust a Lagrange multiplier, ensuring that the final trajectory satisfies both the prescribed schedule and energy minimization objectives.

Based on the results of the study, it is proposed to use the added energy consumption coefficient (AECC) for a holistic assessment of the energy efficiency of a rail transport system on a particular section. This coefficient quantifies the additional energy required by the train when operating on real-world gradient profiles compared to a baseline profile with a constant gradient. By standardizing energy performance metrics across different track conditions, the AECC provides a robust tool for assessing and comparing the energy efficiency of various rolling stock configurations and operational strategies.

***Keywords**: train trajectory optimization, urban railway transport, track gradients, energy efficiency, dynamic programming.*

Вступ. Питання оптимізації енергоспоживання на залізничному транспорті є важливим напрямом досліджень з огляду на його економічні та екологічні аспекти. У міських системах рейкового транспорту різноманітність елементів поздовжнього профілю перегонів суттєво впливає на споживання енергії рухомим складом. Ця різноманітність створює експлуатаційні виклики, оскільки

прогнозування енергетичних і економічних показників рухомого складу, а також вибір його конструктивних характеристик під час циклу проєктування стає складнішим завданням. Проблема оптимізації енергоспоживання додатково ускладнена повторно-короткочасним режимом роботи рухомого складу на коротких перегонах приміського та міського сполучення, де відстань між зупинками – 0,5…4 км. Цикл роботи тягових двигунів складається з фаз пуску зі швидким прискоренням, руху в режимі вибігу та інтенсивного гальмування.

Показник питомих витрат енергії рухомим складом на умовній рівній ділянці колії встановленої довжини не є досить інформативним для його потенційних операторів, оскільки не відображує його енергетичну ефективність у досить мінливих умовах середовища. Для покращення оцінювання енергетичної ефективності рухомого складу можна вважати доцільним розроблення узагальнених профілів колії, які б відображували різні умови експлуатації, що дало б змогу спростити питання оптимізації енергоспоживання в умовах невизначеності щодо умов експлуатації рухомого складу. Тому слід розглянути питання про методологію синтезу репрезентативних умовних профілів перегонів, зокрема за допомогою таких методів, як кластерний аналіз на основі реальних даних про перегони.

Визначивши окремі категорії профілів перегонів, наприклад легкі, середні та важкі умови руху, можна створити підґрунтя для подальшого покращення критеріїв оцінювання енергоефективності рухомого складу. З ускладненням профілю перегону, особливо з введенням ділянок з ухилами різної величини, істотного впливу на витрати енергії набуває правильність вибраної стратегії керування рухомим складом у разі руху за маршрутом із дотриманням заданих обмежень. Тому питання введення та врахування категорій профілів є нерозривно пов’язаним із питанням одночасної оптимізації на них траєкторії руху поїздів із певними тяговими показниками.

Враховуючи зростаючий акцент на сталості залізничних систем, а також економічні труднощі транспортних підприємств – операторів рухомого складу – питання покращення енергоефективності рухомого складу на етапі проєктування шляхом вибору оптимальних конструктивних характеристик є цілком актуальним. Впровадження узагальнених методик для кількісного та репрезентативного оцінювання витрат енергії поїздами може значно покращити оцінювання та порівняння енергетичних показників за різних умов експлуатації.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Проблемі витрат електроенергії на рейковому транспорті, зокрема метрополітені, і їхній оптимізації присвячено багато різних публікацій. Основними напрямами зменшення витрат електроенергії є оптимізація траєкторії руху та/або оптимізація графіків [1-6], впровадження накопичувачів енергії (як стаціонарних, так і бортових) [7, 8] і застосування рекуперативного гальмування [9, 10]. Низка робіт зосереджена на ефективності поєднання цих підходів [11-14]. Водночас робіт, що були б присвячені кількісному дослідженню впливу окремих факторів (профіль, ступінь завантаження рухомого складу, середня швидкість і т. п.) на споживання електроенергії рухомим складом, недостатньо. Прикладом такої роботи можна назвати статтю [15].

Визначення мети та завдання дослідження. Основною метою статті є зниження ступеня невизначеності щодо оцінювання енергоефективності рухомого складу, спричиненої різноманітністю профілів перегонів і практик експлуатації поїздів. Дослідження проведено для випадку повторно-короткочасного режиму роботи рухомого складу, найбільш характерного для метрополітенів.

Для цього пропоновано розробити типові профілі перегонів, які б

відображували особливості різних типових категорій маршрутів. Як відповідний метод для досягнення цієї мети запропоновано кластерний аналіз, оскільки він може класифікувати і узагальнити різні показники перегонів в узгоджені категорії. Завдяки створенню цих репрезентативних профілів з'являється можливість оптимізувати енергоспоживання рухомого складу шляхом адаптації стратегій траєкторій до конкретних вимог кожного профілю.

Подальшою метою є використання цих оптимізованих траєкторій для створення узагальненого показника, який би кількісно оцінював енергоефективність рейкового транспорту як системи на різних ділянках шляху. Такий показник не лише забезпечить стандартизацію оцінювання енергоефективності, але й створить порівняльну базу для вдосконалення як рухомого складу, так і інфраструктури.

Виклад основної частини матеріалу. Створення математичної моделі для оптимізації руху поїздів метрополітену за певним профілем перегону між двома станціями з подальшим прицільним гальмуванням потенційно відкриває значні можливості для економії коштів у контексті експлуатації поїздів метрополітену. Оптимізація траєкторії руху поїздів метрополітену є важливим фактором зниження енергоспоживання. Профіль шляху між двома станціями має значний вплив на витрати енергії, необхідні для руху поїзда. Моделюючи рух поїзда на певному профілі, можна визначити найбільш енергетично ефективну траєкторію з виконанням заданого графіка руху. Оптимізація траєкторії руху включає вибір середньої швидкості, прискорення та гальмування поїзда з метою мінімізації витраченої електроенергії.

1. Розроблення «типових профілів» методом кластеризації

Кластерний аналіз може бути застосований до набору даних реальних профілів маршрутів міського рейкового транспорту для виявлення груп подібних профілів. Цей вид аналізу автономно поділяє дані на кластери на основі показника схожості, виявляючи в такий спосіб приховані закономірності та структури, які можуть бути не одразу помітними для людини-спостерігача. Загалом метою кластерного аналізу є поділ набору даних на окремі та значущі групи так, щоб об’єкти в межах однієї групи були більш схожими один на одного, ніж на об’єкти в інших групах.

Існує кілька алгоритмів кластерного аналізу, зокрема ієрархічна агломеративна кластеризація, кластеризація за методом k-середніх і просторова кластеризація додатків із шумом на основі щільності (*Density-based spatial clustering of applications with noise, DBSCAN*). Ці алгоритми відрізняються підходом для визначення кластерів і критеріями, що використовують для віднесення об’єктів до кластерів.

Для виконання кластерного аналізу в рамках цього дослідження зібрані дані про профілі реальних перегонів (ділянок між зупинками) метрополітенів із відповідними довжинами характерних ділянок і їхні приведені ухили. Для кластерного аналізу кожний перегін у базі даних був репрезентований такими показниками:

- максимальним значенням ухилу i_{max};
- стандартним відхиленням розподілу значень ухилу для всього перегону σ_i;
- середнім значенням ухилу для всього перегону $i_{сер}$;
- середньою довжиною сегмента профілю $L_{сер}$;
- повною довжиною перегону L.

Серед алгоритмів кластеризації кластеризація за методом *k*-середніх є оптимальним вибором для створення типових профілів із кількох причин. Однією з головних переваг кластеризації *k*-середніх є її простота і легкість реалізації. Алгоритм працює шляхом ітеративного віднесення точок даних до найближчого центроїда

кластера та оновлення центроїдів на основі середнього значення точок даних, віднесених до кожного кластера. Цей ітеративний процес зведено до локально оптимального рішення, що дає змогу легко реалізувати та інтерпретувати отримані кластери. Крім того, кластеризація за методом *k*-середніх не потребує жодних припущень про основний розподіл даних, що робить його придатним для широкого спектра наборів даних із різними характеристиками.

Крім того, кластеризація *k*-середніх за своєю суттю прийнятна для створення узагальнених профілів перегонів шляхом поділу набору даних на заздалегідь визначену кількість кластерів *k*. Спираючись на результати дослідницької роботи Галузевої науково-дослідної лабораторії моторвагонного рухомого складу Українського державного університету залізничного транспорту, цільова кількість кластерів для виконання алгоритму була визначена як три кластери. Центроїди, отримані за допомогою алгоритму *k*-середніх, можна інтерпретувати як репрезентативні або «загальні» профілі, що дають стислий опис характеристик кожного кластера. Така інтерпретованість полегшує подальше використання типових профілів у моделюванні оптимізації руху поїздів і дає змогу здійснювати змістовні порівняння та аналіз.

Розглянемо набір даних $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$, де кожна точка даних x_i подана як вектор із p ознак або вимірів, $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \ldots, x_{ip})$. Метою кластерного аналізу є поділ X на k незв'язних кластерів так, щоб мінімізувати цільову функцію

$$J = \sum_k \sum_{x_i \in C_k} dist(x_i, \mu_k)^2, \quad (1)$$

де J – цільова функція, яку зазвичай називають «загальною сумою квадратів всередині кластера»;

μ_k – центроїд *k*-го кластера;

dist – функція відстані, для якої найчастіше використовують евклідівську та манхеттенську функції [16].

Результатом виконання алгоритму є отримання вихідних даних для побудови трьох умовних профілів, що являють собою типові умови перегонів на метрополітенах:

- I тип профілю – «легкий» – перегін загальною довжиною 1000 м з найбільшим ухилом 10 ‰;
- II тип профілю – «середній» – перегін загальною довжиною 1300 м з найбільшим ухилом 30 ‰;
- III тип профілю – «важкий» – перегін загальною довжиною 1700 м з найбільшим ухилом 40 ‰.

Будували умовний профіль на основі результатів кластерного аналізу за допомогою методу Монте-Карло шляхом випадкової генерації ділянок профілю і подальшого їх припасовування. При цьому параметри згенерованого профілю (максимальний ухил, середня довжина ділянки і т. д.) відповідають параметрам відповідного кластера. Детальна характеристика умовних профілів, створених на основі результатів кластеризації, наведена в табл. 1-3. З моделюванням руху потяга у зворотний бік значення ухилів змінюються на протилежні.

Таблиця 1

Умовний профіль типу I («легкий»)

Довжина ділянки, м	150	200	200	200	150	100
Ухил ділянки, ‰	3	10	-3	3	10	0

Таблиця 2

Умовний профіль типу II («середній»)

Довжина ділянки, м	150	50	150	50	100	250	400	50	100
Ухил ділянки, ‰	-5	30	30	3	3	3	-11	-17	0

Таблиця 3

Умовний профіль типу III («важкий»)

Довжина ділянки, м	150	50	200	200	50	100	50	300	400	50	50	100
Ухил ділянки, ‰	-5	-5	-35	-5	-3	-3	-3	40	30	30	5	0

Крім визначених методом кластеризації перегонів, у рамках цього дослідження для порівняння використано «нульовий» тип профілю – перегін із постійним ухилом 3 ‰ і довільною довжиною, що може дорівнювати довжині будь-якого з інших типових профілів.

2. Оптимізація траєкторії руху поїзда на перегоні

Модель, використана для оптимізації траєкторії руху, можна уявити як таку, що складається з двох структурних компонентів:

- модель динаміки рухомого складу (модель руху поїзда), що відображує вплив на рух поїзда сигналу керування з урахуванням його навантаження, тягової характеристики та умов профілю;
- власне модель керування та оптимізації, відповідальну за вибір сигналу керування.

Оптимізацію траєкторії руху поїзда можна подати як послідовне завдання ухвалення рішень, де кожен крок передбачає визначення відповідного тягового або гальмівного зусилля, яке необхідно застосувати, враховуючи поточний стан поїзда (швидкість, опір рухові, прискорення) і бажаний результат (рис. 1).

Рис. 1. Структурна діаграма моделі оптимізації траєкторії руху поїзда

Рух поїзда, а отже, і величина його прискорення або уповільнення залежать від сили тяги *F*, гальмівної сили *B*, величини сумарного опору рухові *W*, маси потяга *P*, коефіцієнта обертових мас γ та описані основним рівнянням руху поїзда:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F-B-W}{P} \cdot \frac{g}{(1+\gamma)}, \qquad (2)$$

де *F* – сила тяги, кН;

B – гальмівна сила, кН;

W – сумарний опір рухові, кН;

P – вага поїзда, кН;

g – прискорення вільного падіння (9,81 м/с^2).

Система рівнянь, що описує роботу тягового привода поїзда на *i*-й ділянці з довільним значенням потужності тягового привода *N′*, кВт, і довільною кількістю моторних вагонів *n* має такий вигляд:

$$F_i = \begin{cases} \min\left[F_{max}, f'(V,N')\right] \cdot k_i \cdot n, & 0 < k \le 1 \\ 0, & k = 0 \\ B_{max} \cdot k_i \cdot n, & -1 \le k < 0 \end{cases}, \qquad (3)$$

де F_i – сила тяги поїзда на *i*-й ділянці перегону, кН;

F_{max} – максимальне значення сили тяги моторного вагона за умовою обмеження струму або зчеплення коліс із рейками, кН;

B_{max} – максимальне значення гальмівної сили моторного вагона за умовою обмеження струму або зчеплення коліс із рейками, кН, $B_{max} = -F_{max}$;

f′(V, N′) – тягова характеристика моторного вагона залежно від швидкості руху та потужності тягового привода;

V – швидкість руху, км/год;

k_i – «коефіцієнт тяги» на *i*-й ділянці.

Для отримання залежності *f′(V, N′)* може бути використана тягова характеристика моторного вагона-прототипу, пропорційно змінена залежно від потужності тягового привода, що розглянута для оптимізації. Як прототип у рамках дослідження вибрано рухомий склад моделі 81-7036/7037 виробництва ПАТ «КВСЗ», обладнаний асинхронним тяговим приводом із потужністю тягових двигунів 4×180 кВт на вагон.

Ураховуючи, що за режиму реостатного гальмування витрат електроенергії з мережі нема, незважаючи на ненульове значення потужності, розвинутої тяговим приводом, витрати електроенергії на проходження будь-якої ділянки перегону A_i, кВт·год, для моделювання можна визначити так:

$$A_i = \begin{cases} \dfrac{\sum N_i \Delta t_i}{\eta \cdot 3600}, & F_i > 0 \\ 0, & F_i \le 0 \end{cases}, \qquad (4)$$

де N_i – сумарна розвинута потужність тягового привода поїзда на *i*-й ділянці;

η – повний коефіцієнт корисної дії тягового привода (η = 0,8…0,9);

3600 – коефіцієнт переходу від секунд до годин.

Для побудови оптимальної траєкторії руху поїзда перегін поділено на ділянки фіксованої довжини (у рамках моделювання крок розбиття – 5 м). Отримані ділянки за необхідності також примусово розбивають у характерних точках (місцях зміни профілю).

Стратегія керування поїздом полягає в послідовності рішень про застосування тягового привода поїзда, де кожне наступне рішення залежить від результатів попередніх. Цей послідовний процес добре узгоджений із принципами динамічного програмування (ДП). Метод прямого проходу, загальний підхід у динамічному програмуванні, систематично здійснює перехід від початкового стану до кінцевого, гарантуючи, що кожен наступний крок оптимально спирається на попередні. Процес включає визначення функції вартості, яка є мінімальними кумулятивними витратами (або максимальними вигодами), від поточного стану до кінцевого.

Процес оптимізації за допомогою динамічного програмування за принципом прямого проходу можна сформулювати так:

1. Визначення змінної стану s_i на ділянці i, яка містить всю необхідну інформацію про стан поїзда.

2. Визначення змінної розв'язку k_i, яка відображує положення контролера машиніста (тобто задіяну силу тяги або гальмівну силу) на ділянці i.

3. Формулювання рекурсивного співвідношення, також відомого як рівняння Беллмана [17], яке виражає значення оптимальної політики в кожному стані через значення наступних станів. Математично це можна представити так:

$$V(s_i) = \min_{k_i}[V(s_{i-1}) + V(s_i, k_i)], \quad (5)$$

де $V(s_i)$ – функція вартості, що відображує мінімальну вартість проходження перегону за витратами енергії та часом;

$V(s_{i-1})$ – значення функції вартості на попередній ділянці за стану поїзда s_{i-1};

$V(s_i, k_i)$ – значення функції вартості на i-й ділянці за коефіцієнта тяги k_i.

Рухомий склад, що розглядають, має можливість плавно регулювати тягове зусилля в межах всієї тягової характеристики. За $-1 \le k_i < 0$ виконується гальмування потяга; максимальне гальмове зусилля у всьому діапазоні швидкостей поїзда дорівнює від'ємній максимальній силі тязі за установлення струму або зчеплення F_{max}. За $k_i = 0$ тягове зусилля відсутнє, а поїзд рухається в режимі вибігу. За $0 < k_i \le 1$ поїзд рухається в режимі тяги.

Проблему оптимізації траєкторії руху поїзда можна подати як проблему вибору оптимальної послідовності значень коефіцієнта тяги k з урахуванням змін у стані об'єкта, що оптимізується, тобто поїзда. Це в цілому відображує процес ухвалення рішень машиністом, що керує рухомим складом. Вибір певного значення k на кожній ділянці шляху є компромісом між витратами електричної енергії на рух поїзда і часом на проходження заданої ділянки та перегону в цілому. Для цього в процес вибору значення k на кожній ділянці шляху вводять функцію вартості, що відображує «ціну» кожного значення.

Функція вартості для оптимізації траєкторії руху поїзда метрополітену на перегоні має такий вигляд:

$$V(k) = \sum A_i(k_i) + \sum \lambda T_i(k_i) \to min, \quad (6)$$

де A_i – витрати електроенергії поїздом на проходження i-ї ділянки перегону, кВт·год;

k_i – значення коефіцієнта k на i-й ділянці перегону;

λ – невизначений множник Лагранжа;

T_i – час проходження i-ї ділянки перегону, с.

Множник Лагранжа являє собою ваговий коефіцієнт, що визначає баланс між витратами енергії та часом проходження ділянки колії. Кожній комбінації характеристик рухомого складу, профілю та заданого часу проходження перегону відповідає своє значення λ.

Конкретної методики визначення множника Лагранжа не існує. У рамках цього дослідження для його визначення використано метод градієнтного спуску. На першому кроці розрахунку градієнтного спуску внесено незначне довільне збурення до величини λ. У подальшому пошук величини виконують за алгоритмом.

Для кожної i-ї ділянки перегону за заданим станом рухомого складу кожне j-те значення коефіцієнта тяги k_{ij} відповідає певному тяговому зусиллю $F_i(k_j)$, а отже, певній швидкості наприкінці ділянки $v_2^i(k_{ij})$, певному часу проходження цієї ділянки $T_i(k_{ij})$ і певним витратам електричної енергії $A_i(k_{ij})$. Це дає змогу обчислити функцію вартості для кожної окремої ділянки $V_i(k_{ij})$. Остаточним (оптимальним) коефіцієнтом тяги на i-й ділянці вважають такий, який дає найменше значення функції вартості.

Після проходження по черзі всіх ділянок, на які був розбитий перегон, обраховують сумарний час його проходження $\sum T_i$ і порівнюють із заданим $T_з$. Ці дві величини використовують як вхідні в алгоритмі градієнтного спуску, який ітеративно змінює множник Лагранжа та перебудовує траєкторію руху, допоки різниця між фактичним і заданим часом проходження ділянки не буде дорівнювати або буде меншою за критерій збіжності, після чого виконання алгоритму припиняється. Критерій збіжності визначає точність алгоритму градієнтного спуску та для моделювання приймали рівним 0,33 с.

Результатом роботи математичної моделі є побудова залежності витрат електричної енергії на певному типі перегону за певного часу руху. Оптимальні тахограми руху поїзда подані на рис. 2-5.

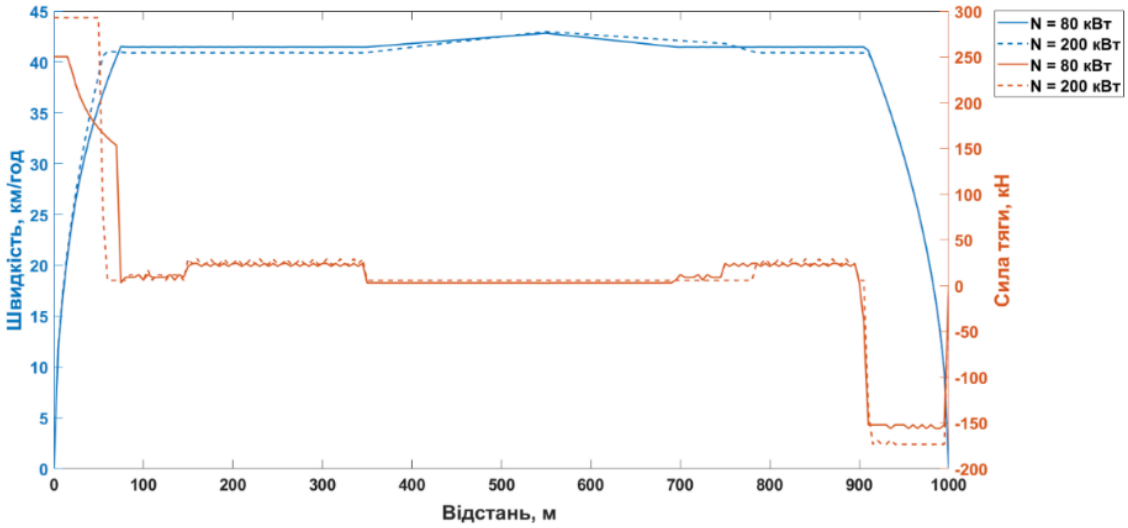

Рис. 2. Оптимальні тахограми руху поїзда з зазначенням швидкості руху (синій колір) і сили тяги (помаранчевий колір) на умовній ділянці I типу профілю для різної потужності тягових двигунів моторного вагона

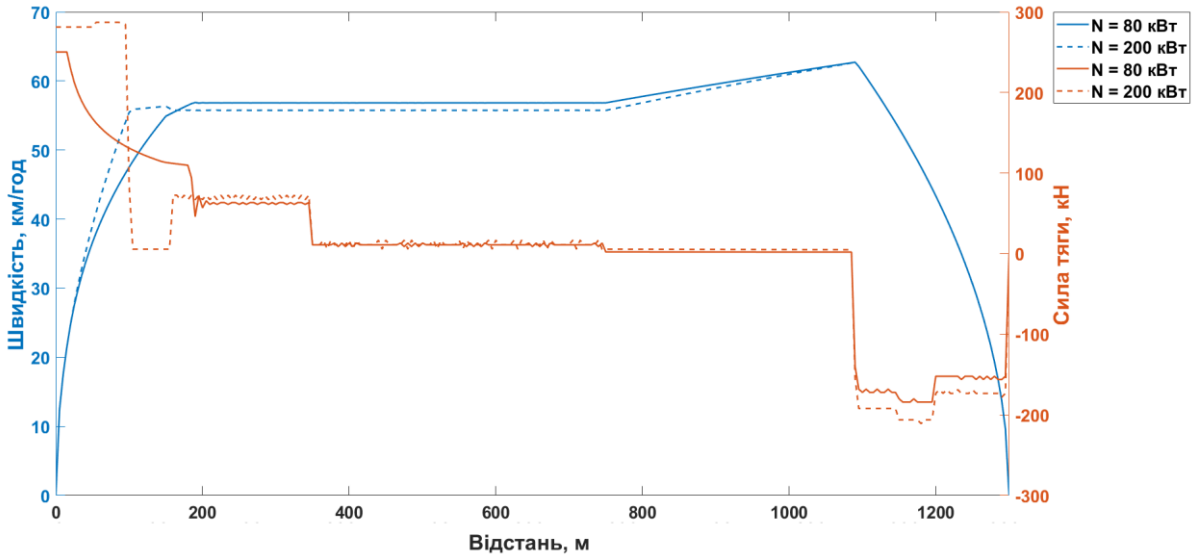

Рис. 3. Оптимальні тахограми руху поїзда з зазначенням швидкості руху (синій колір) і сили тяги (помаранчевий колір) на умовній ділянці II типу профілю

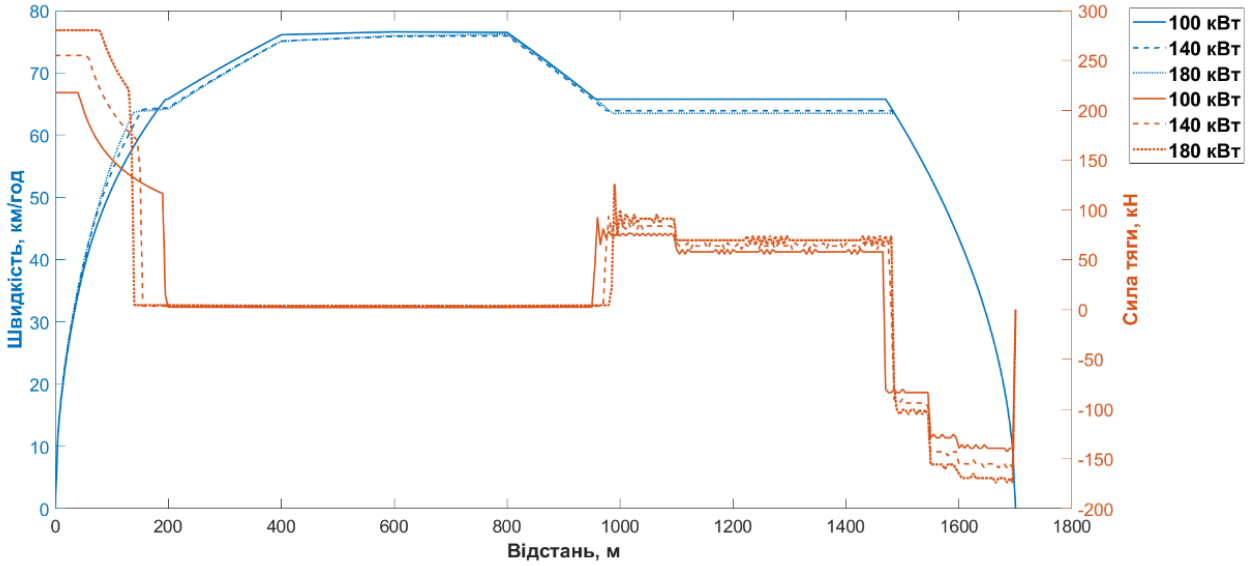

Рис. 4. Оптимальні тахограми руху поїзда з зазначенням швидкості руху (синій колір) і сили тяги (помаранчевий колір) на умовній ділянці III типу профілю

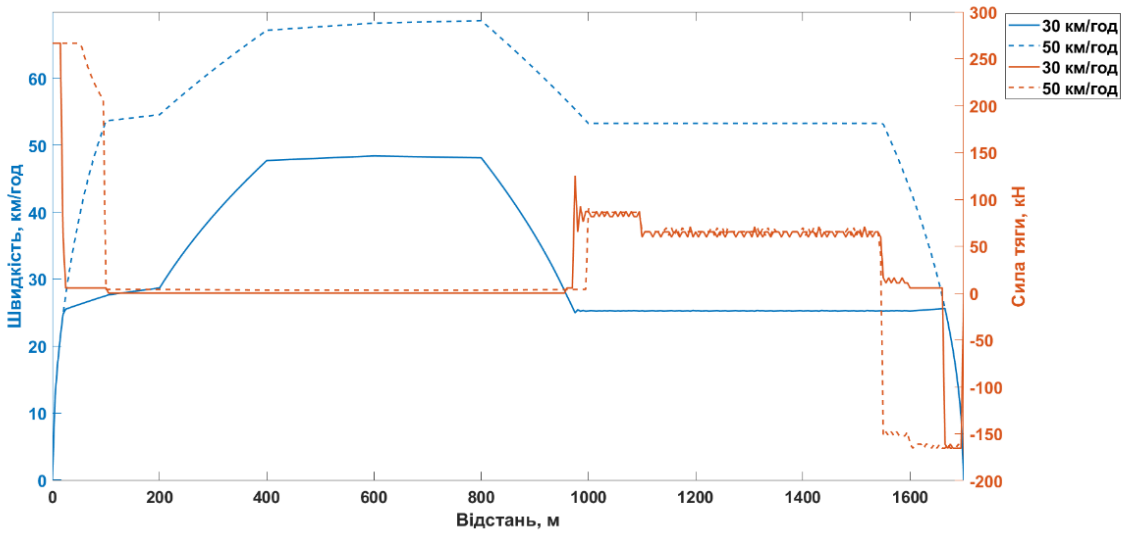

Рис. 5. Оптимальні тахограми руху поїзда на умовній ділянці III типу профілю залежно від заданої середньої швидкості руху по перегону

3. Визначення коефіцієнта доданих енергетичних витрат

Після виконання оптимізації траєкторії для заданого профілю підрахунок витрат енергії тяговим приводом поїзда на j-му профілі A_j, кВт·год, виконують так:

$$A_j = \sum_{i=1}^{n} A_i. \qquad (7)$$

Оскільки в реальній експлуатації метрополітенів поїзди рухаються як у прямому, так і зворотному боці, оптимізацію для кожного типового профілю виконують двічі для обох напрямків руху. Результатом є отримання різного значення A_j: для прямого $A_{jП}$ і зворотного $A_{jЗ}$ напрямку.

Для узагальненої оцінки певної комбінації експлуатаційних умов щодо витрат електричної енергії можна ввести поняття коефіцієнта доданих енергетичних витрат (КДЕВ) K. Цей коефіцієнт являв би собою відношення витрат енергії тяговим приводом поїзда з подоланням певного профілю за заданий час (тобто із заданою середньою швидкістю) до витрат енергії з подоланням умовного профілю 0 типу (постійний ухил 3 ‰) рівної довжини за той самий час:

$$K = \frac{A_j}{A_0}, \qquad (8)$$

де A_0 – витрати електроенергії тяговим приводом поїзда на подолання умовного профілю 0 типу рівної довжини, кВт.

Слід зазначити, що в обох випадках витрати енергії A_j та A_0 є оптимізованими, тобто мінімальними для заданого часу руху по перегону. Розрахунок КДЕВ із такою умовою виключає вплив на витрати енергії суб'єктивних факторів, пов'язаних із можливим неоптимальним вибором стратегії керування машиністом. КДЕВ залежить лише від об'єктивних експлуатаційних умов, таких як характер профілю перегону, графікові обмеження, завантаженість і конструкційні показники рухомого складу. Коефіцієнт доданих енергетичних витрат служить узагальненою оцінкою наближення витрат енергії за таких умов до ідеалізованих, що спостерігали б на рівній ділянці профілю.

Результати підрахунків енергетичних витрат і КДЕВ для умовних профілів усіх типів (за припущення 50 % наповнення вагонів пасажирами та потужності тягових двигунів 4×180 кВт на вагон) наведені в табл. 4-6 і на рис. 6.

Таблиця 4

Визначення КДЕВ для умовного профілю типу I («легкий»)

Середня швид-кість, км/год	Витрати енергії на умовному профілі типу I, кВт			Витрати енергії на умовному профілі типу 0, кВт			Коефіцієнт доданих енергетичних витрат		
	Прямий напрямок	Зворотний напрямок	Сумарні	Прямий напрямок	Зворотний напрямок	Сумарні	Прямий напрямок	Зворотний напрямок	Сумарний
25	6,52	1,2	7,72	5,74	1,73	7,47	1,14	0,69	1,03
30	7,92	3,24	11,16	7,12	3,41	10,53	1,11	0,95	1,06
35	9,84	5,2	15,04	8,95	5,5	14,45	1,10	0,95	1,04
40	12,33	7,82	20,15	11,55	8,11	19,66	1,07	0,96	1,02
45	15,76	12,21	27,97	15,21	12,4	27,61	1,04	0,98	1,01
50	20,92	17,33	38,25	20,76	17,32	38,08	1,01	1,00	1,00

Таблиця 5

Визначення КДЕВ для умовного профілю типу II («середній»)

Середня швидкість, км/год	Витрати енергії на умовному профілі типу II, кВт			Витрати енергії на умовному профілі типу 0, кВт			Коефіцієнт доданих енергетичних витрат		
	Прямий напрямок	Зворотний напрямок	Сумарні	Прямий напрямок	Зворотний напрямок	Сумарні	Прямий напрямок	Зворотний напрямок	Сумарний
25	7,1	5,69	12,79	6,27	1,02	7,29	1,13	5,58	1,75
30	9,06	8,1	17,16	8,02	3,11	11,13	1,13	2,60	1,54
35	10,87	9,81	20,68	9,7	4,96	14,66	1,12	1,98	1,41
40	13,22	12,14	25,36	11,9	7,29	19,19	1,11	1,67	1,32
45	16,21	15,14	31,35	14,87	10,15	25,02	1,09	1,49	1,25
50	20,54	19,48	40,02	19,07	14,26	33,33	1,08	1,37	1,20

Таблиця 6

Визначення КДЕВ для умовного профілю типу III («важкий»)

Середня швидкість, км/год	Витрати енергії на умовному профілі типу II, кВт			Витрати енергії на умовному профілі типу 0, кВт			Коефіцієнт доданих енергетичних витрат		
	Прямий напрямок	Зворотний напрямок	Сумарні	Прямий напрямок	Зворотний напрямок	Сумарні	Прямий напрямок	Зворотний напрямок	Сумарний
25	16,76	0,23	16,99	8,24	1,71	9,95	2,03	0,13	1,71
30	17,76	0,23	17,99	9,3	2,71	12,01	1,91	0,08	1,50
35	19,16	0,45	19,61	10,9	4,43	15,33	1,76	0,10	1,28
40	20,93	0,97	21,9	12,86	6,82	19,68	1,63	0,14	1,11
45	22,74	2,07	24,81	15,38	9,14	24,52	1,48	0,23	1,01
50	25,27	3,91	29,18	18,59	12,15	30,74	1,36	0,32	0,95

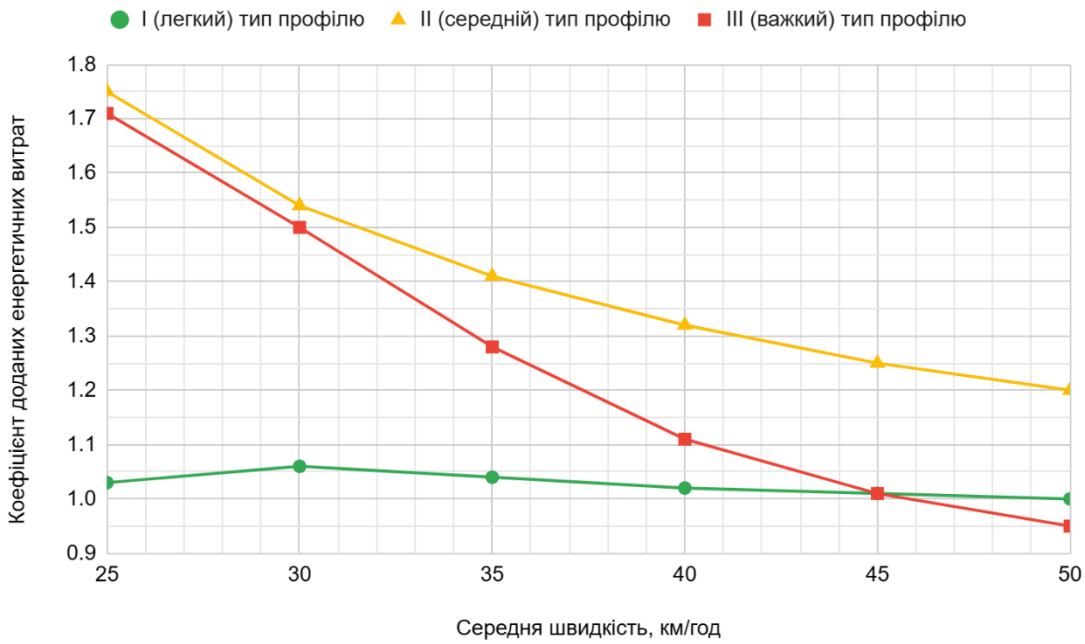

Рис. 6. Графічне подання залежності КДЕВ від середньої швидкості на типових профілях

Висновки. У рамках дослідження запропоновано підхід для зниження ступеня невизначеності щодо оцінювання енергоефективності рухомого складу, спричиненої різноманітністю профілів перегонів.

1. На основі даних про профілі реальних перегонів проведено кластерний аналіз, у результаті якого їх поділено на три характерні групи: з легким, середнім і складним профілем. За результатами кластерного аналізу створено умовні

репрезентативні профілі перегонів. Ці профілі відображують варіативність реальних умов експлуатації та забезпечують систематичну основу для оцінювання та порівняння енергоефективності рухомого складу.

2. Розроблено модель оптимізації траєкторії рухомого складу з довільною потужністю тягового привода та на довільному профілі перегону. Як алгоритм оптимізації модель використовує динамічне програмування за методом прямого проходу. Функція вартості кожного варіанта траєкторії визначена на основі балансу «енергія-час» за допомогою невизначеного множника Лагранжа, який уточнюють ітеративно за допомогою методу градієнтного спуску.

3. Як можливий комплексний критерій оцінювання енергетичної ефективності запропоновано коефіцієнт доданої енергетичної вартості (КДЕВ), який відображує наближення енерговитрат за реальних умов до ідеалізованого мінімального рівня за умови оптимальної траєкторії руху поїзда. КДЕВ розрахований для всіх типових профілів. Цей показник дає змогу стандартизовано порівнювати енергоефективність рухомого складу на певному профілі. Його впровадження забезпечує практичний інструмент для оцінювання та покращення енергетичних показників залізничних систем, підтримуючи більш обґрунтовані процеси ухвалення рішень.

Список використаних джерел

1. Ignacio Villalba Sanchis, Pablo Salvador Zuriaga. An Energy-efficient Metro Speed Profiles for Energy Savings: Application to the Valencia Metro. *Transportation Research Procedia*. 2016. Т. 18. С. 226-233. DOI: 10.1016/j.trpro.2016.12.031.
2. Franke R., Meyer M., Terwiesch P. Optimal control of the driving of trains. *Automatisierungstechnik*. 2002. Т. 50. С. 606-613. DOI: 10.1524/auto.2002.50.12.606.
3. Khmelnitsky E. On an optimal control problem of train operation. *IEEE Trans. Autom. Control*. 2000. Т. 45. С. 1257-1266. DOI: 10.1109/9.867018.
4. Jacyna M., Gołębiowski P. An approach to optimizing the train timetable on a railway network. *WIT Transactions on the Built Environment*. 2015. № 146. С. 699-710. DOI: 10.2495/UT150571.
5. Caimi G., Kroon L., Liebchen Christian. Models for railway timetable optimization: Applicability and applications in practice. *Journal of Rail Transport Planning & Management*. 2017. № 6. С. 285-312. DOI: 10.1016/j.jrtpm.2016.11.002.
6. Gallo M., Botte M., Ruggiero A., D'Acierno L.A Simulation Approach for Optimising Energy-Efficient Driving Speed Profiles in Metro Lines. *Energies*. 2020. Т. 13, № 22. DOI: 10.3390/en13226038.
7. Barrero R., Tackoen X. & Mierlo J. Stationary or onboard energy storage systems for energy consumption reduction in a metro network. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*. 2010. Т. 224, № 3. С. 207-225. DOI: 10.1243/09544097JRRT322.
8. Electrical transport with onboard energy storage / Sergiy Yatsko, Yaroslav Vashchenko, Anatoliy Sidorenko, Borys Liubarskyi, Bagish Yeritsyan. *International Journal of Renewable Energy Research.* 2019. Т. 9, № 2. С. 848-858. DOI: 10.20508/ijrer.v9i2.9143.g7652.
9. González-Gil A., Palacin R., Batty P. Sustainable urban rail systems: strategies and technologies for optimal management of regenerative braking energy. *Energy Conversion and Management*. 2013. № 75. С. 374-388. DOI: 10.1016/j.enconman.2013.06.039.

10. Energy storage systems to exploit regenerative braking in DC railway systems: Different approaches to improve efficiency of modern high-speed trains / M. Ceraolo, G. Lutzemberger, E. Meli, L. Pugi, A. Rindi, G. Pancari. *Journal of Energy Storage*. 2018. № 16. С. 269-279. DOI: 10.1016/j.est.2018.01.017.

11. A systems approach to reduce urban rail energy consumption / A. González-Gil, R. Palacin, P. Batty, J. P. Powell. *Energy Conversion and Management*. 2014. Т. 80. С. 509-524. DOI: 10.1016/j.enconman.2014.01.060.

12. Yatsko Serhiy, Vashchenko Yaroslav, Sidorenko Anatoliy. Development of strategies for reducing traction energy consumption by electric rolling stock. *Computational Problems of Electrical Engineering*. 2019. Т. 9, № 1. С. 44-51. DOI: 10.23939/jcpee2019.01.044.

13. Energy Savings in Metropolitan Railway Substations Through Regenerative Energy Recovery and Optimal Design of ATO Speed Profiles / María Domínguez Gago, A. Fernández-Cardador, Asunción Paloma Cucala García, R. R. Pecharromán. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*. 2012. Т. 9. С. 496-504. DOI: 10.1109/TASE.2012.2201148.

14. Oettich S., Albrecht T. & Scholz S. Improvements of energy efficiency of urban rapid rail systems. *WIT Transactions on the Built Environment*. 2004. Т. 75. DOI: 10.2495/UT040561.

15. Neural networks for modelling the energy consumption of metro trains / M. Fernández, S. Zuriaga, V. Sanchis & I. Franco. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit.* 2019. Т. 234, № 7. С. 722-733. DOI: 10.1177/0954409719861595.

16. Everitt Brian S., Landau Sabine, Leese Morven, Stahl Daniel. Cluster Analysis. 5th Edition. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd, 2011. 330 с.

17. Bellman Richard E., Dreyfus Stuart E.. Applied Dynamic Programming. Princeton: Princeton University Press, 1962. 363 с.

Ляшенко Вадим Михайлович, аспірант кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Український державний університет залізничного транспорту, Харків, Україна.
E-mail: lyashenkovm99@gmail.com. ORCID ID: https://orcid.org/0009-0005-1139-3537. Тел.: +38 (099)930-98-82.
Яцько Сергій Іванович, кандидат технічних наук, доцент кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Український державний університет залізничного транспорту, Харків, Україна.
E-mail: ua.yatsko@gmail.com. ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-5977-8613.

Liashenko Vadym, Postgraduate, Department of Electrical Power Engineering, Electrical Engineering and Electromechanics, Ukrainian State University of Railway Transport, Kharkiv, Ukraine.
E-mail: lyashenkovm99@gmail.com. ORCID ID: https://orcid.org/0009-0005-1139-3537. Tel.: +38 (099)930-98-82.
Serhii Yatsko, PhD, Associate Professor of Department of Electrical Power Engineering, Electrical Engineering and Electromechanics, Ukrainian State University of Railway Transport, Kharkiv, Ukraine. E-mail: ua.yatsko@gmail.com. ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-5977-8613.

Статтю прийнято 19.03.2025 р.