

**УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ**

МЕХАНІКО-ЕНЕРГЕТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра електроенергетики, електротехніки та електромеханіки

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання контрольної роботи

з дисципліни

***«ОСНОВИ ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ
ТА ДІАГНОСТИКИ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ»***

Харків – 2025

Методичні вказівки розглянуто і рекомендовано до друку на засіданні кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки 23 травня 2025 року, протокол № 15.

Рекомендовано для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня спеціальностей 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» (освітні програми «Електричний транспорт» і «Електропостачання та ресурсозберігаючі технології») та 273 «Залізничний транспорт» (освітня програма «Електровози та електропоїзди») денної та заочної форм здобуття освіти.

Укладачі:

доценти В. П. Нерубацький,
Д. Л. Сушко

Рецензент

доц. Н. П. Карпенко

ЗМІСТ

Вступ.....	4
1 Оцінка показників надійності за даними про відмову контрольної партії виробів.....	5
2 Аналіз надійності системи, яка складається з послідовно з'єднаних блоків та паралельно ввімкнутих підсистем (резервування).....	12
3 Аналіз випадкового процесу зношування колісних пар.....	17
4 Застосування методу Байєса для діагностики технічного стану підшипників буксових вузлів колісних пар електровоза.....	27
Питання для самоконтролю.....	38
Список літератури.....	40
Додаток А Перший приклад програмного коду для розрахунку завдань...	41
Додаток Б Другий приклад програмного коду для розрахунку завдань.....	43

ВСТУП

Надійність електромеханічних систем є одним із ключових чинників забезпечення ритмічної та сталої роботи технічних об'єктів у різних галузях промисловості.

Виконання контрольної роботи має за мету допомогти здобувачеві вищої освіти засвоїти початкові положення теорії надійності та отримати перші навички практичних розрахунків показників надійності щодо електричного рухомого складу. Пропонується виконати розрахунки надійності деякого пристрою (яким може бути контактор, реле, тяговий трансформатор, блок керування та ін.) та колісної пари.

Починаючи виконання контрольної роботи, здобувач вищої освіти повинен спочатку засвоїти основні терміни та визначення теорії надійності [1].

Далі необхідно осмислити основні положення теорії ймовірності: випадковість події, ймовірність події, статистична ймовірність, складання і множення ймовірностей, несумісна та незалежна події, випадкова величина, розподіл випадкової величини, середнє значення та математичне очікування випадкової величини, дисперсія, середнє квадратичне відхилення, функція розподілу, густина розподілу, принцип практичної певності, експоненціальний та нормальний закони розподілу, теореми про числові характеристики випадкових величин, випадкові функції [2].

Для виконання контрольної роботи необхідно також отримати основні уявлення про підвищення надійності за рахунок резервування.

Контрольна робота розбита на окремі завдання, які відображують раціональну послідовність засвоювання матеріалу курсу. Виконання завдань контрольної роботи завершується опрацюванням питань для самоконтролю, які мають за мету допомогти здобувачеві вищої освіти краще осмислити виконану роботу та підготуватися до її захисту.

1 ОЦІНКА ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ ЗА ДАНИМИ ПРО ВІДМОВУ КОНТРОЛЬНОЇ ПАРТІЇ ВИРОБІВ

Завдання 1.1 У таблиці 1.1 задано накопичений із експлуатації масив даних про наробіток до відмови $T = (t_i)$ [тис. год], для партії із n -однотипних виробів. Необхідно за статистичними даними, відповідно до обраного варіанта (таблиця 1.1), виконати такі завдання:

- побудувати гістограму розподілу відмов;
- побудувати графік, що відображає залежності ймовірностей відмови Q_i та безвідмовної роботи P_i від наробітку;
- визначити статистичні ймовірності безвідмовної роботи $P(t)$ та відмов $Q(t)$ виробів для заданого значення t_z , вказаного у таблиці 1.1.

Таблиця 1.1 – Масив значень наробітку виробів до відмови та задане значення

Но- мер з/п	Масив значень наробітку до відмови T , 10^3 год	Задане значення t_z , 10^3 год
1	2	3
1	5, 2, 2, 3, 4, 9, 2, 6, 1, 7, 2, 3, 1, 14, 2, 5, 1, 1, 5, 3, 6, 4, 7, 3, 1, 3, 7, 13, 6, 3, 4, 2, 3, 3, 2, 1, 11, 2, 1, 5, 4, 1, 1, 2, 3, 2, 10, 3, 1, 3, 17, 8, 14, 13, 9, 10, 13, 17, 15, 15, 11, 5, 5, 2, 1, 15, 1	13,5
2	17, 12, 9, 7, 13, 9, 16, 10, 11, 12, 11, 14, 14, 11, 8, 11, 16, 7, 11, 8, 13, 13, 9, 17, 13, 13, 11, 8, 13, 15, 10, 16, 16, 9, 13, 9, 13, 13, 18, 15, 10, 15, 13, 8, 12, 10, 13, 12, 9, 14, 14, 22, 12	10,5
3	8, 14, 14, 13, 13, 12, 15, 15, 18, 14, 16, 12, 7, 17, 10, 14, 18, 10, 16, 15, 17, 17, 8, 14, 13, 9, 10, 12, 17, 15, 15, 16, 12, 17, 10, 15, 13, 15, 14, 12, 12, 12, 14, 10, 11, 11, 14, 15, 14, 18, 6	16,5

Продовження таблиці 1.1

1	2	3
4	7, 5, 1, 7, 2, 2, 4, 5, 6, 3, 1, 1, 8, 4, 1, 9, 10, 5, 3, 5, 4, 5, 3, 3, 2, 6, 4, 3, 4, 2, 2, 4, 1, 2, 2, 2, 1, 5, 2, 5, 1, 1, 1, 5, 5, 2, 14, 1, 2, 19, 16, 13, 12, 15, 9, 10, 12, 7, 8, 9, 11, 20, 8, 17, 15, 16, 7	7,5
5	8, 14, 14, 13, 13, 12, 15, 15, 18, 14, 16, 12, 7, 17, 10, 14, 18, 10, 16, 15, 17, 17, 8, 14, 13, 9, 10, 12, 17, 15, 15, 16, 12, 17, 10, 15, 13, 15, 14, 12, 7, 12, 14, 10, 11, 11, 14, 15, 14, 18, 9	15,5
6	8, 14, 14, 13, 13, 12, 15, 15, 18, 14, 16, 12, 7, 17, 10, 14, 18, 10, 16, 15, 17, 17, 8, 14, 13, 9, 10, 12, 17, 15, 15, 16, 12, 17, 10, 15, 13, 1, 14, 12, 12, 12, 14, 10, 11, 11, 14, 15, 14, 18, 9	16,5
7	13, 17, 11, 8, 16, 20, 18, 10, 13, 13, 14, 16, 17, 15, 19, 16, 5, 13, 10, 11, 14, 3, 8, 12, 18, 19, 10, 14, 12, 13, 14, 16, 13, 16, 13, 13, 9, 16, 14, 12, 14, 9, 15, 15, 12, 10, 12, 6, 7, 10, 15, 16	17,5
8	13, 14, 8, 18, 9, 11, 9, 6, 6, 6, 7, 6, 8, 6, 7, 5, 6, 10, 7, 10, 16, 6, 9, 8, 7, 9, 14, 9, 6, 9, 7, 11, 7, 6, 11, 17, 15, 6, 6, 7, 10, 11, 7, 9, 12, 7, 8, 11, 10, 8, 15, 9, 5, 17, 16, 12, 6, 3, 17, 8, 8, 12	14,5
9	7, 8, 6, 5, 13, 11, 7, 7, 7, 14, 5, 9, 10, 8, 6, 9, 12, 5, 8, 12, 17, 9, 8, 6, 5, 6, 15, 7, 8, 14, 10, 8, 7, 5, 14, 7, 6, 8, 7, 5, 11, 8, 7, 11, 8, 11, 6, 13, 16, 6, 13, 10, 8, 6, 10, 14, 15, 15, 13, 13, 13	14,5
10	14, 9, 6, 9, 11, 10, 6, 9, 9, 5, 13, 6, 5, 8, 6, 9, 12, 19, 6, 18, 8, 16, 6, 7, 9, 9, 6, 10, 6, 5, 8, 5, 5, 7, 5, 7, 9, 7, 12, 17, 6, 16, 8, 12, 15, 9, 18, 6, 11, 10, 2, 3, 4, 4, 1, 12, 14, 19, 22, 5, 7, 18, 3	16,5
11	1, 5, 3, 3, 2, 1, 7, 2, 4, 8, 1, 1, 3, 6, 4, 3, 10, 2, 2, 1, 9, 5, 2, 1, 2, 9, 1, 2, 1, 2, 1, 4, 2, 1, 2, 12, 2, 1, 1, 3, 2, 4, 3, 3, 8, 1, 3, 3, 19, 14, 16, 14, 19, 199, 10, 14, 16, 16, 12, 18, 5, 5, 12, 9, 15	8,5
12	19, 17, 2019, 20, 16, 19, 20, 19, 19, 20, 19, 17, 20, 17, 18, 6, 14, 19, 20, 18, 17, 17, 19, 16, 19, 19, 19, 19, 18, 20, 4, 19, 7, 17, 18, 20, 18, 12, 14, 19, 13, 19, 17, 19, 17, 15, 20, 19, 15, 5	19,5

Продовження таблиці 1.1

1	2	3
13	19, 18, 12, 15, 18, 18, 17, 16, 16, 18, 18, 18, 20, 6, 15, 16, 7, 17, 19, 15, 20, 16, 19, 13, 17, 19, 17, 3, 14, 18, 18, 16, 18, 3, 16, 19, 17, 18, 15, 20, 20, 17, 12, 5, 14, 18, 19, 19, 19, 18, 19	19,5
14	5, 7, 15, 12, 18, 13, 12, 10, 10, 8, 9, 6, 7, 15, 12, 13, 14, 8, 7, 12, 16, 9, 12, 9, 15, 7, 5, 6, 11, 17, 8, 11, 13, 9, 19, 13, 7, 16, 10, 9, 9, 13, 10, 18, 13, 9, 12, 13, 5, 14, 13, 17, 19, 17, 13, 14	16,5
15	7, 14, 6, 16, 13, 19, 8, 15, 13, 12, 14, 15, 7, 6, 11, 15, 15, 11, 12, 6, 5, 11, 7, 9, 16, 13, 10, 15, 9, 10, 12, 17, 6, 11, 20, 8, 9, 7, 5, 8, 7, 10, 7, 9, 14, 8, 5, 15, 10, 12, 5, 9, 8, 8, 21, 5, 13, 7	17,5
16	4, 1, 1, 1, 8, 6, 2, 1, 4, 4, 10, 3, 1, 4, 8, 1, 2, 1, 2, 1, 1, 4, 6, 1, 7, 9, 1, 1, 3, 1, 3, 1, 1, 7, 6, 4, 3, 7, 5, 2, 3, 4, 4, 1, 1, 9, 2, 13, 2, 2, 16, 13, 17, 18, 18, 4, 2, 7, 7, 9, 15, 15, 6, 8, 7, 12, 15, 9	7,5
17	15, 10, 13, 7, 11, 10, 16, 9, 18, 5, 9, 12, 6, 7, 7, 12, 14, 8, 14, 8, 5, 13, 5, 12, 15, 11, 9, 5, 10, 5, 13, 14, 11, 9, 11, 11, 11, 8, 6, 8, 15, 13, 9, 7, 8, 9, 6, 5, 8, 7, 9, 16, 17, 16, 19, 7, 7, 3, 18	16,5
18	15, 10, 5, 14, 14, 7, 18, 15, 9, 5, 14, 14, 12, 6, 5, 17, 8, 3, 12, 8, 11, 10, 12, 12, 7, 11, 8, 17, 11, 11, 5, 7, 14, 8, 7, 11, 4, 12, 11, 12, 6, 10, 11, 19, 13, 4, 10, 15, 16, 5, 8, 12, 14, 21, 7, 19	18,5
19	14, 11, 15, 18, 16, 15, 18, 6, 10, 13, 11, 14, 11, 9, 15, 10, 14, 9, 16, 19, 13, 10, 8, 16, 10, 14, 15, 15, 13, 13, 13, 17, 15, 12, 17, 8, 13, 12, 12, 12, 5, 10, 10, 10, 12, 15, 11, 11, 11, 7, 3, 11	16,5
20	12, 18, 11, 12, 7, 19, 10, 12, 18, 11, 16, 13, 15, 14, 11, 16, 9, 18, 14, 11, 13, 17, 6, 16, 14, 15, 15, 10, 14, 17, 17, 14, 16, 8, 15, 10, 13, 11, 17, 14, 18, 13, 19, 15, 13, 16, 13, 7, 12, 16, 14	17,5

Розв'язок. Наробіток досліджуваних пристроїв до відмови є безперервна випадкова величина T . За результатами спостережень у

експлуатації партії з N пристроїв отримана дискретна сукупність з N її значень $t_1, \dots, t_i, \dots, t_N$. Статистичні ймовірності безвідмовної роботи виробів для наробітку t визначаються [3]:

$$P^*(t) = \frac{N_{\Pi}(t)}{N}, \quad (1.1)$$

де $N_{\Pi}(t)$ – число об'єктів, працездатних на момент часу t .

При визначенні $N_{\Pi}(t)$ слід враховувати лише ті об'єкти з таблиці 1.1, у яких час безвідмовної роботи перевищує t , тобто виконується умова $T > t$.

При виконанні розрахунків необхідно бути уважним, оскільки отримані результати використовуватимуться далі, а помилка на першому кроці приведе до помилкових результатів всіх подальших розрахунків.

Ймовірність відмови виробів для наробітку t статистично визначається:

$$Q^*(t) = \frac{N_{\Pi\Pi}(t)}{N}, \quad (1.2)$$

де $N_{\Pi\Pi}(t)$ – число об'єктів, непрацездатних на момент часу t .

При визначенні $N_{\Pi\Pi}(t)$ слід враховувати лише ті об'єкти з таблиці 1.1, у яких час безвідмовної роботи менший ніж t , тобто виконується умова $T < t$.

Оскільки $N_{\Pi}(t) + N_{\Pi\Pi}(t) = N$, то сума ймовірностей дорівнює $P(t) + Q(t) = 1$. Розрахунок цієї суми слід використовувати для перевірки правильності своїх розрахунків.

Будемо вважати, що умови досліду, який містить задану кількість спостережень, дали змогу однозначно визначити ймовірність безвідмовної

роботи пристрою. Тоді з урахуванням виразу (1.1) математичне очікування числа об'єктів $M[N_{II}(t_3)]$, працездатних до наробітку t_3 , визначається:

$$M[N_{II}(t_3)] = P(t_3) \cdot N, \quad (1.3)$$

де N – обсяг партії об'єктів.

Завдання 1.2 Відповідно до вихідних даних із завдання 1.1 (таблиця 1.1), побудувати у функції часу напрацювання частоту відмов $a(t)$ та інтенсивність відмов $\lambda(t)$ і розрахувати статистичну оцінку частоти відмов та інтенсивності відмов для заданого часу напрацювання t_3 .

Розв'язок. Статистичне визначення частоти відмов [4]:

$$a^*(t) = \frac{n(\Delta t)}{N \cdot \Delta t} \left[\text{од.напрац.}^{-1} \right], \quad (1.4)$$

де $n(\Delta t)$ – число зразків, що відмовили в інтервалі часу від t до $t + \Delta t$;

N – число зразків виробів спочатку встановлених на випробування;

Δt – інтервал часу.

Статистичне визначення інтенсивності відмов [5]:

$$\lambda^*(t) = \frac{n(\Delta t)}{N(t) \cdot \Delta t} \left[\text{од.напрац.}^{-1} \right], \quad (1.5)$$

де $n(\Delta t)$ – число зразків, що відмовили на інтервалі часу від t до $t + \Delta t$;

Δt – інтервал часу;

$N(t)$ – число справно працюючих зразків на початку інтервалу Δt .

Потрібно розрахувати середній наробіток до відмови $T_{сер}^*$ об'єктів, що розглядаються. Спочатку розрахунки слід зробити безпосередньо за вибірковими значеннями T , які вказані в таблиці 1.1, а потім з використанням статистичного ряду. Для розрахунку середнього значення $T_{сер}^*$ випадкової величини T безпосередньо за її вибірковими значеннями $t_1, t_2, \dots, t_N$ використовують вираз [2, 3, 6]:

$$T_{сер}^* = \frac{\sum_{i=1}^{N_0} t_i}{N}, \quad (1.6)$$

де t_i – час безвідмовної роботи i -того зразку.

За статистичним рядом ймовірностей, використовуючи побудовану гістограму, середній наробіток до відмови визначається як:

$$T_{сер} = \sum_{i=1}^m \tilde{t}_i \cdot q_i, \quad (1.7)$$

де $\tilde{t}_i$ – середнє значення i -го інтервалу гістограми;

q_i – статистична ймовірність потрапляння випадкової величини на i -тий інтервал, $q_i = n_i / N$.

Слід розрахувати значення q_i для всіх інтервалів та перевірити правильність розрахунків, використовуючи вираз $\sum_{i=1}^m q_i = 1$.

Розрахунок з використанням виразу (1.7) вносить деяку методичну похибку. Однак її значення зазвичай дуже мале. Похибку в розрахунках можна оцінити за виразом

$$\delta = \frac{T_{сер} - T_{сер}^*}{T_{сер}^*} \cdot 100\%, \quad (1.8)$$

де $T_{сер}^*$ і $T_{сер}$ – середні значення, обчислені відповідно за виразами (1.6) та (1.7).

Завдання 1.3 За побудованою гістограмою розподілу часу безвідмовної роботи об’єктів визначити, який закон розподілу найкраще описує ці дані. На основі візуального аналізу гістограми та статистичних характеристик обґрунтувати свій вибір теоретичного закону (наприклад, нормального, експоненційного, Вейбула тощо).

Розв’язок. Для перевірки відповідності емпіричних даних обраному закону розподілу слід використати один із критеріїв згоди, наприклад:

- критерій Пірсона (χ^2);
- критерій Колмогорова.

Зробити висновок щодо характеру розподілу та ступеня відповідності обраної теоретичної моделі експериментальним даним.

За критерієм Пірсона або критерієм χ^2 використовується вираз:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}, \quad (1.9)$$

де n_i – кількість спостережень на i -му інтервалі;

p_i – теоретична ймовірність потрапляння в цей інтервал;

n – загальна кількість спостережень;

k – кількість інтервалів.

Величина χ^2 випадкова, тому що в різних серіях випробувань вона приймає випадкові значення. Чим менше розрізняються емпіричні і

теоретичні частоти, тим менше величина критерію згоди χ^2 і, отже, вона певною мірою характеризує близькість емпіричного і теоретичного розподілів.

За критерієм Колмогорова відповідність теоретичного та експериментального розподілів перевіряється виконанням умови [2, 7]:

$$D\sqrt{k} \leq 1, \quad (1.10)$$

де k – загальна кількість експериментальних точок;

D – найбільше відхилення теоретичної кривої розподілу від експериментальної.

Для розв’язання поставлених завдань можна використовувати сучасні програмні комплекси інженерних розрахунків, зокрема Mathcad та MATLAB, які забезпечують зручні інструменти для аналітичних і чисельних обчислень, а також візуалізації результатів. Приклад програмного коду, що демонструє застосування одного з таких середовищ, наведено в додатку А.

2 АНАЛІЗ НАДІЙНОСТІ СИСТЕМИ, ЯКА СКЛАДАЄТЬСЯ З ПОСЛІДОВНО З’ЄДНАНИХ БЛОКІВ ТА ПАРАЛЕЛЬНО ВВІМКНУТИХ ПІДСИСТЕМ (РЕЗЕРВУВАННЯ)

Завдання 2.1. Підсистема керування (рисунок 2.1) містить в собі k послідовно з’єднаних блоків, які не зазнають зношування або старіння. Для таких виробів зазвичай приймають, що відмови є раптовими, а інтенсивність відмов не змінюється з часом ($\lambda = \text{const}$).

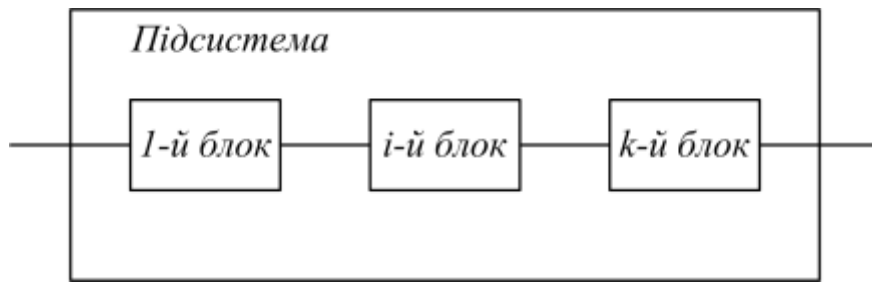


Рисунок 2.1 – Підсистема керування

Відповідно до вихідних даних (таблиця 2.1) необхідно розрахувати та побудувати залежності ймовірності безвідмовної роботи від наробітку для блоку, підсистеми та системи.

Таблиця 2.1 – Варіанти завдань

Но- мер з/п	$T_{сер}$, тис. год	k , од.	$P_1(t)$	$P_2(t)$	$P_3(t)$	t , год
1	2	3	4	5	6	7
1	130	6	0,980	0,970	0,960	1000
2	133	7	0,990	0,985	0,980	1500
3	136	8	0,950	0,940	0,930	800
4	139	9	0,975	0,965	0,955	1200
5	142	10	0,985	0,980	0,970	1400
6	145	11	0,960	0,955	0,950	1100
7	148	12	0,970	0,960	0,950	1300
8	151	13	0,965	0,955	0,945	900
9	154	14	0,975	0,970	0,960	1000
10	157	15	0,985	0,980	0,975	1600
11	160	16	0,950	0,940	0,935	700
12	163	17	0,960	0,955	0,945	1000

Продовження таблиці 2.1

1	2	3	4	5	6	7
13	166	18	0,970	0,965	0,960	1200
14	169	19	0,980	0,975	0,970	1400
15	172	20	0,990	0,985	0,980	1800
16	175	21	0,965	0,960	0,955	1100
17	178	22	0,975	0,970	0,965	1300
18	181	23	0,980	0,975	0,970	1500
19	184	24	0,985	0,980	0,975	1600
20	187	25	0,950	0,945	0,940	900

Розв’язок. Інтенсивність відмов підсистеми керування можна визначити як:

$$\lambda = \frac{1}{T_{\text{сер}}}, \quad (2.1)$$

де $T_{\text{сер}}$ – середній наробіток до відмови [тис. год] (таблиця 2.1).

Якщо інтенсивність відмов не змінюється протягом всього строку служби об’єкта, тоді наробіток до відмови розподілений за експоненційним законом. У цьому випадку ймовірність безвідмовної роботи одного блоку визначається за виразом

$$P(t) = e^{-\lambda t}. \quad (2.2)$$

При послідовному з’єднанні блоків підсистема буде безвідмовною, якщо буде безвідмовним кожний блок (добуток незалежних випадкових подій). При перемножуванні ймовірностей $P(t)$ показники експоненти додаються. Тому для підсистеми будемо мати:

$$\lambda_{\Pi} = \sum_{i=1}^k \lambda_i, \quad (2.3)$$

де k – кількість послідовно з'єднаних блоків (таблиця 2.1).

З виразу (2.1) з урахуванням виразу (2.3) отримуємо:

$$T_{сер} = \frac{1}{\lambda_{\Pi}}. \quad (2.4)$$

Ймовірність безвідмовної роботи підсистеми:

$$P_{\Pi}(t) = e^{-\lambda_{\Pi} t}. \quad (2.5)$$

За виразами (2.2) і (2.5) необхідно побудувати на одному графіку залежності ймовірностей безвідмовної роботи одного блоку $P(t)$ та підсистеми $P_{\Pi}(t)$ від наробітку.

Для підвищення надійності системи застосовують так зване «резервування» за рахунок паралельного з'єднання підсистем (рисунок 2.2).

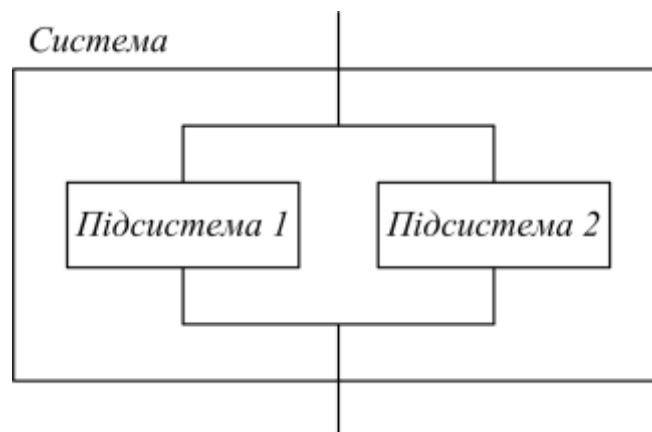


Рисунок 2.2 – Паралельне з'єднання підсистем («резервування»)

Розрахунок проводять за припущенням, що відмови кожної з двох підсистем незалежні, тобто відмова першої системи не порушує працездатності другої та навпаки. Ймовірності безвідмовної роботи кожної системи однакові та дорівнюють $P_{\pi}(t)$. Тоді ймовірність відмови однієї підсистеми [2] може бути визначена:

$$Q_{\pi}(t) = 1 - P_{\pi}(t). \quad (2.6)$$

Ймовірність відмови всієї системи $Q_C(t)$ визначають за умови, що відмовила як перша, так і друга підсистеми, тобто:

$$Q_C(t) = (1 - P_{\pi}(t))^2. \quad (2.7)$$

Звідси ймовірність безвідмовної роботи системи:

$$P_C(t) = 1 - Q_C(t). \quad (2.8)$$

Необхідно побудувати на одному графіку залежності ймовірностей безвідмовної роботи підсистеми $P_{\pi}(t)$ та системи $P_C(t)$ від наробітку.

Завдання 2.2 Проаналізуйте, як додавання резервного елементу та типу резервування впливає на загальну надійність системи, та визначте оптимальне місце розміщення резерву для максимального ефекту для системи, яка складається з трьох послідовно з'єднаних елементів з ймовірностями безвідмовної роботи $P_1(t)$, $P_2(t)$, $P_3(t)$ протягом певного часу t (таблиця 2.1) за умови, що є можливість додати один резервний елемент (ідентичний основному) до одного з елементів системи.

Розв'язок. Для цього необхідно розрахувати ймовірність безвідмовної роботи системи без резерву $P_C(t)$. Далі додаємо резерв до

кожного з компонентів окремо. Резервування моделюють як навантажений резерв (працюють паралельно), при цьому ймовірність безвідмовної роботи визначають:

$$P_{нав_i}^{рез}(t) = 1 - (1 - P_i)^2. \quad (2.9)$$

Відповідно до завдання слід розрахувати нову ймовірність безвідмовної роботи системи для кожного варіанту. Необхідно визначити, за якого варіанту резервування система має найвищу надійність.

Слід виконати розрахунок ймовірності безвідмовної роботи системи за умови використання ненавантаженого резерву за виразом [3]:

$$P_{ненав_i}^{рез}(t) = e^{-\lambda t} \cdot \sum_{j=0}^m \frac{\lambda t^j}{j!}, \quad (2.10)$$

де m – кількість резервних елементів, за умовою $m = 1$.

Необхідно звести всі результати в таблицю і зробити висновки щодо впливу типу та кількості резервів на надійність системи.

3 АНАЛІЗ ВИПАДКОВОГО ПРОЦЕСУ ЗНОШУВАННЯ КОЛІСНИХ ПАР

Завдання 3.1 Технічне обслуговування ТО-4 передбачає обточування бандажів колісних пар без демонтажу їх з-під електровоза. Причинами, які зумовлюють необхідність виконання цієї процедури, можуть бути: перевищення допустимого рівня прокату, зношення або дефекти гребенів, виникнення повзунів чи інших пошкоджень на поверхні кочення, а також потреба у вирівнюванні діаметрів бандажів після заміни однієї з колісних

пар тощо. У цій роботі основною підставою для проведення ТО-4 вважатимемо надмірний прокат бандажів, що узгоджується з практикою більшості локомотивних депо.

Зносом (прокатом) Y (випадкова величина) колісної пари будемо називати зменшення її діаметра за визначений пробіг.

За даними таблиці 3.1 необхідно визначити залежність від наробітку (пробігу електровоза) математичного очікування (середнього значення) прокату бандажів $\bar{y}(t)$ та дисперсії прокату $D(y(t))$.

Слід розрахувати середні значення $\bar{y}(t_i)$, дисперсії $D(y(t_i))$ та середні квадратичні відхилення $\sigma(y(t_i))$ прокату при декількох значеннях пробігу, користуючись отриманими залежностями. Для тих же значень пробігу визначити нижню $y(t_i)_{\min}$ та верхню $y(t_i)_{\max}$ границі практично можливих значень прокату. Гранично допустиме значення y_{gr} прокату бандажів колісних пар електровозів згідно з «Правилами технічної експлуатації залізниць» встановлено для вантажних електровозів 7 мм, а пасажирських електровозів, що працюють зі швидкістю понад 120 км/год – 5 мм. Задана серія електровозів вказана у таблиці 3.2.

Результати розрахунків слід занести до таблиці 3.3, та побудувати за ними залежність середнього прокату бандажів від пробігу, нижню та верхню границі практично можливих значень прокату.

Таблиця 3.1 – Результати обробки вимірювання зносу бандажів колісних пар електровозів

Но- мер з/п	1-ше вимірювання			2-ге вимірювання		
	Пробіг t_1 , тис. км	Середній прокат y_1 , мм	Дисперсія прокату $D(y_1)$, мм	Пробіг t_2 , тис. км	Середній прокат y_2 , мм	Дисперсія прокату $D(y_2)$, мм
1	60	2,22	0,141	150	4,85	0,345
2	63	2,24	0,143	153	4,87	0,347
3	66	2,26	0,145	156	4,89	0,349
4	69	2,28	0,147	159	4,91	0,351
5	72	2,3	0,149	162	4,93	0,353
6	75	2,32	0,151	165	4,95	0,355
7	78	2,34	0,153	168	4,97	0,357
8	81	2,36	0,155	171	4,99	0,359
9	84	2,38	0,157	174	5,01	0,361
10	87	2,4	0,159	177	5,03	0,363
11	90	2,42	0,161	180	5,05	0,365
12	93	2,44	0,163	183	5,07	0,367
13	96	2,46	0,165	186	5,09	0,369
14	99	2,48	0,167	189	5,11	0,371
15	102	2,5	0,169	192	5,13	0,373
16	105	2,52	0,171	195	5,15	0,375
17	108	2,54	0,173	198	5,17	0,377
18	111	2,56	0,175	201	5,19	0,379
19	114	2,58	0,177	204	5,21	0,381
20	117	2,6	0,179	207	5,23	0,383

Таблиця 3.2 – Задані серія електровоза та пробіг T_3

Остання цифра варіанта	Серія електровоза	Заданий пробіг T_3 , тис. км
0	ЧС2	160
1	ВЛ10	240
2	ЧС7	170
3	ВЛ8	230
4	ВЛ82 ^М	190
5	ЧС8	280
6	ВЛ80 ^с	180
7	ЧС4	260
8	ВЛ11	220
9	ВЛ80 ^Р	200

Розв’язок. Згідно з теорією [2, 8] математичне очікування зносу та його дисперсія нарастають у часі лінійно, якщо умови експлуатації залишаються незмінними та можуть бути описані функціями

$$\bar{y}(t) = \bar{y}_0 + at \text{ [мм]}; \quad (3.1)$$

$$D(y(t)) = D(y_0) + bt \text{ [мм}^2\text{]}, \quad (3.2)$$

де y_0 та $D(y_0)$ – відповідно середнє значення та дисперсія прокату бандажів при $t = 0$, при цьому початком відліку є остання обточка бандажів;

a – середня швидкість збільшення прокату, мм/тис. км;

b – швидкість збільшення дисперсії прокату, мм²/тис. км;

t – пробіг електровоза, км.

На практиці при кожному з пробігів електровоза $t_1, t_2, \dots, t_i$, проводять замірювання прокату великої кількості колісних пар та обчислюють відповідні пробігам середні значення $\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_i$, а потім дисперсії $D(y_1), D(y_2), \dots, D(y_i)$. Маючи такий набір значень t_i та y_i або t_i та $D(y_i)$, можна, використовуючи метод найменших квадратів, визначити залежності $\bar{y}(t)$ та $D(y(t))$. У завданні задача спрощена: припускається, що масиви даних про прокат бандажів для кожного t_i вже оброблені. Вважається також можливим визначити лінійні залежності, маючи координати тільки двох точок. У цьому випадку параметри a та b залежностей (3.1) і (3.2) можна визначити відповідно як:

$$a = \frac{\bar{y}_2 - \bar{y}_1}{t_2 - t_1}, \quad (3.3)$$

$$b = \frac{D(y_2) - D(y_1)}{t_2 - t_1}. \quad (3.4)$$

Після цього, використовуючи координати будь-якої з відомих двох точок, можна знайти два інших параметри:

$$\bar{y}_0 = \bar{y}_2 - \frac{\bar{y}_2 - \bar{y}_1}{t_2 - t_1} \cdot t_2, \quad (3.5)$$

$$D(y_0) = D(y_2) - \frac{D(y_2) - D(y_1)}{t_2 - t_1} \cdot t_2. \quad (3.6)$$

Підставивши значення з виразів (3.3), (3.4), (3.5) та (3.6) у рівняння (3.1), (3.2), отримаємо вирази, які визначають залежності від пробігу середнього прокату бандажів колісних пар та дисперсії прокату.

Результати розрахунків середніх значень, дисперсій та середньоквадратичних відхилень прокату бандажів заносяться до таблиці 3.3.

Таблиця 3.3 – Результати розрахунків середніх значень, дисперсій та середньоквадратичних відхилень прокату бандажів

Величина	Пробіг, тис. км					
	0	50	100	150	300	350
Середній прокат $y(t)$, мм						
Дисперсія прокату $D(y(t))$, мм ²						
Середнє квадратичне відхилення прокату $\sigma(y(t))$, мм						
Потрійне значення $3 \cdot \sigma(y(t))$, мм						
Нижня межа $y_{\min}(t)$						
Верхня межа $y_{\max}(t)$						

Середньоквадратичне відхилення визначається:

$$\sigma(t) = \sqrt{D(t)}. \quad (3.7)$$

Значення прокату бандажів розподілені за нормальним законом із щільністю розподілення [2, 3, 5]:

$$f(y_i) = \frac{1}{\sigma(y_i) \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp\left(-\frac{(y - \bar{y}_i)^2}{2 \cdot \sigma^2(y_i)}\right). \quad (3.8)$$

Для знаходження області практично можливих значень випадкової величини Y , розподіленої за нормальним законом, користуються правилом «трьох сигма».

Відповідно до цього правила для кожного пробігу електровоза t_i верхня та нижня границі практично можливих значень прокату бандажів знаходяться за виразом:

$$y(t_i)_{\min, \max} = y_i \pm 3 \cdot \sigma(y_i). \quad (3.9)$$

Криві, які показують верхню та нижню границі практично можливих значень прокату, визначаються виразами:

$$y(t)_{\max} = \bar{y}_0 + at + 3\sqrt{D(y_0) + bt}; \quad (3.10)$$

$$y(t)_{\min} = \bar{y}_0 + at - 3\sqrt{D(y_0) + bt}. \quad (3.11)$$

Необхідно побудувати на одному графіку залежності середнього зносу $\bar{y}(t)$, максимального $y(t)_{\max}$ і мінімального $y(t)_{\min}$ зносів, а також гранично допустимого зносу y_{zp} колісних пар від пробігу електровоза та залежності функцій $f_1(y)$, $f_2(y)$, $f_3(y)$ від зносу (рисунок 3.1).

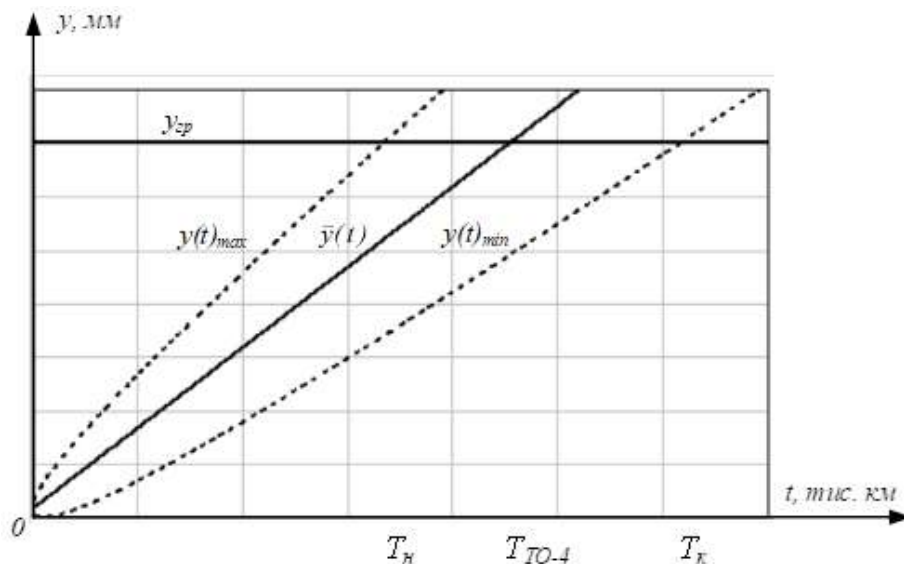


Рисунок 3.1 – Область можливих значень величини прокату

Завдання 3.2 Потрібно розрахувати $\bar{T}_{TO-4}$ – середній пробіг (наробіток) до технічного обслуговування ТО-4, а також найменший T_n та найбільший T_k практично можливі пробіги до обточки бандажів колісних пар за прокатом без викатки з-під електровоза.

Розрахувати ψ -ймовірність того, що до заданого пробігу T_s (таблиця 3.2) буде зроблена обточка бандажів колісних пар без викатки з-під електровоза. Необхідно побудувати залежність ймовірності відмови $Q(t)$ від пробігу. За допомогою цього графіка можна робити ймовірнісні прогнози щодо майбутнього зносу партії колісних пар через певний пробіг.

Розв’язок. Середній пробіг до технічного обслуговування ТО-4 можна розрахувати, підставивши у вираз (3.1) значення $\bar{y}(t) = y_{\epsilon p}$:

$$\bar{T}_{TO-4} = \frac{y_{\epsilon p} - \bar{y}}{a}. \quad (3.12)$$

Щоб знайти практично найменший T_n та найбільший T_k пробіги проведення ТО-4, необхідно підставити $y(t)_{\max} = y_{ep}$ та $y(t)_{\min} = y_{ep}$ відповідно у вирази (3.10) та (3.11). Після необхідних перетворень знаходимо:

$$T_n = \frac{9b + 2(y_{ep} - \bar{y}_0)a - \sqrt{(9b + 2(y_{ep} - \bar{y}_0)a)^2 - 4a^2((y_{ep} - \bar{y}_0)^2 - 9D(y_0))}}{2a^2}; \quad (3.13)$$

$$T_k = \frac{9b + 2(y_{ep} - \bar{y}_0)a + \sqrt{(9b + 2(y_{ep} - \bar{y}_0)a)^2 - 4a^2((y_{ep} - \bar{y}_0)^2 - 9D(y_0))}}{2a^2}. \quad (3.14)$$

Знайдемо ймовірність того, що знос Y виявиться більше гранично допустимого зносу y_{ep} . Таку подію можна трактувати як умовну (параметричну) відмову, а обточка колісної пари (без викатки з-під локомотива) – це, мовою теорії надійності, відновлення виробу. Слід зазначити, що знос монотонно зростає зі збільшенням пробігу T , тому шукана ймовірність також буде змінюватися (очевидно, теж зростати) від T .

Ймовірність того, що до заданого пробігу T_s вже буде проведена обточка бандажів колісних пар, може бути визначена як:

$$\psi = 1 - F(y_{ep}), \quad (3.15)$$

$$F(y_{ep}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \sigma(y)}} \int_0^{y_{ep}} \exp\left(-\frac{(y - \bar{y})^2}{2\sigma^2(y)}\right) dy. \quad (3.16)$$

У виразі (3.16) $\bar{y}$ – середнє значення прокату, яке знаходять за рахунок підстановки $t = T_s$ у вираз (3.1), середньоквадратичне відхилення – $\sigma(y) = \sqrt{D(y_0) + bT_s}$. Інтеграл (3.16) неможливо виразити через елементарні

функції, тому для його розв'язання слід користуватися таблицями нормальної функції розподілу $\Phi^*(x)$. Ця функція характеризує розподіл випадкової величини x , у якої математичне очікування дорівнює 0 та $\sigma(x)=1$. Виразити функцію розподілу (3.16) через нормальну функцію розподілу можна за допомогою виразу

$$F(y_{ep}) = \Phi^*(x), \quad (3.17)$$

де x знаходиться у результаті заміни змінної:

$$x = \frac{y_{ep} - \bar{y}}{\sigma(y)}. \quad (3.18)$$

За розрахованим значенням x спочатку необхідно визначити значення $\Phi^*(x)$, а далі ψ .

Слід переконатися, що у силу симетрії нормального розподілу з математичним сподіванням, яке дорівнює 0, відносно початку координат:

$$\Phi^*(-x) = 1 - \Phi^*(x). \quad (3.19)$$

З огляду на складність обчислень та необхідність візуального представлення результатів, рекомендується використовувати такі програмні комплекси як Mathcad або MATLAB. Їхні функціональні можливості дають змогу ефективно реалізувати математичні моделі, автоматизувати розрахунки та перевірити правильність отриманих результатів.

Приклад програмного коду, що демонструє застосування Mathcad для розрахунку цих завдань, наведено в додатку Б.

4 ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ БАЙЄСА ДЛЯ ДІАГНОСТИКИ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ПІДШИПНИКІВ БУКСОВИХ ВУЗЛІВ КОЛІСНИХ ПАР ЕЛЕКТРОВОЗА

З 1000 обстежених підшипників буксових вузлів колісних пар електровоза 900 експлуатувалися у справному стані до моменту планової заміни, а 100 – вийшли з ладу достроково.

Обстеження проводилося за трьома основними ознаками: рівень вібрації, температура буксового вузла та забруднення мастильного матеріалу.

Для справних підшипників спостерігалось:

- у 70 % вібрація – в межах 0,25...0,5g,
- у 20 % – 0,5...0,75g,
- у 10 % – понад 0,75g;
- у 80 % температура – в межах 50...70 °C,
- у 10 % – 70...90 °C,
- у 10 % – понад 90 °C;
- у 90 % рівень забруднення мастила відповідав нормі.

Для несправних підшипників:

- у 80 % вібрація перевищувала 0,75g,
- у 15 % – в межах 0,5...0,75g;
- у 85 % температура була понад 90 °C,
- у 8 % – у межах 70...90 °C;
- у 70 % рівень забруднення мастила був вищий за норму.

Завдання. Потрібно розрахувати таке.

1 Ймовірність справного стану підшипника при спостереженні вібрації в діапазоні 0,25...0,5g, температури 50...70 град, забруднення мастила в межах норми. Уточнити апіорні ймовірності появи справного та несправного станів, а також умовні ймовірності ознак, якщо в результаті

обстеження 1001-го підшипника встановлено, що у нього був справний стан та спостерігалися: вібрація $0,25 \dots 0,5g$, температура $50 \dots 70$ град, забруднення мастила в межах норми.

2 Ймовірність справного стану підшипника при спостереженні вібрації в діапазоні $0,5 \dots 0,75g$, температури $50 \dots 70$ град, забруднення мастила в межах норми. Уточнити апріорні ймовірності появи справного та несправного станів, а також умовні ймовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001-го підшипника встановлено, що у нього був справний стан та спостерігалися: вібрація $0,5 \dots 0,75g$, температура $50 \dots 70$ град, забруднення мастила в межах норми.

3 Ймовірність справного стану підшипника при спостереженні вібрації в діапазоні $>0,75g$, температури $50 \dots 70$ град, забруднення мастила в межах норми. Уточнити апріорні ймовірності появи справного та несправного станів, а також умовні ймовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001-го підшипника встановлено, що у нього був справний стан і спостерігалися: вібрація $>0,75g$, температура $50 \dots 70$ град, забруднення мастила в межах норми.

4 Ймовірність справного стану підшипника при спостереженні вібрації в діапазоні $0,25 \dots 0,5g$, температури $70 \dots 90$ град, забруднення мастила в межах норми. Уточнити апріорні ймовірності появи справного та несправного станів, а також умовні ймовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001-го підшипника встановлено, що у нього був справний стан та спостерігалися: вібрація $0,25 \dots 0,5g$, температура $70 \dots 90$ град, забруднення мастила в межах норми.

5 Ймовірність справного стану підшипника при спостереженні вібрації в діапазоні $0,5 \dots 0,75g$, температури $70 \dots 90$ град, забруднення мастила в межах норми. Уточнити апріорні ймовірності появи справного та несправного станів, а також умовні ймовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001-го підшипника встановлено, що у нього був справний стан

та спостерігалися: вібрація $0,5 \dots 0,75g$, температура $70 \dots 90$ град, забруднення мастила в межах норми.

6 Ймовірність справного стану підшипника при спостереженні вібрації в діапазоні $>0,75g$, температури $70 \dots 90$ град, забруднення мастила в межах норми. Уточнити апріорні ймовірності появи справного та несправного станів, а також умовні ймовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001-го підшипника встановлено, що у нього був справний стан і спостерігалися: вібрація $>0,75g$, температура $70 \dots 90$ град, забруднення мастила в межах норми.

7 Ймовірність справного стану підшипника при спостереженні вібрації в діапазоні $0,25 \dots 0,5g$, температури >90 град, забруднення мастила в межах норми. Уточнити апріорні ймовірності появи справного та несправного станів, а також умовні ймовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001-го підшипника встановлено, що у нього був справний стан та спостерігалися: вібрація $0,25 \dots 0,5g$, температура >90 град, забруднення мастила в межах норми.

8 Ймовірність справного стану підшипника при спостереженні вібрації в діапазоні $0,5 \dots 0,75g$, температури >90 град, забруднення мастила в межах норми. Уточнити апріорні ймовірності появи справного та несправного станів, а також умовні ймовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001-го підшипника встановлено, що у нього був справний стан та спостерігалися: вібрація $0,5 \dots 0,75g$, температура >90 град, забруднення мастила в межах норми.

9 Ймовірність справного стану підшипника при спостереженні вібрації в діапазоні $>0,75g$, температури >90 град, забруднення мастила в межах норми. Уточнити апріорні ймовірності появи справного та несправного станів, а також умовні ймовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001-го підшипника встановлено, що у нього був справний стан і спостерігалися: вібрація $>0,75g$, температура >90 град, забруднення мастила в межах норми.

10 Ймовірність справного стану підшипника при спостереженні вібрації в діапазоні 0,25...0,5g, температури 50...70 град, забруднення мастила вище норми. Уточнити апріорні ймовірності появи справного та несправного станів, а також умовні ймовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001-го підшипника встановлено, що у нього був справний стан та спостерігалися: вібрація 0,25...0,5g, температура 50...70 град, забруднення мастила вище норми.

11 Ймовірність справного стану підшипника при спостереженні вібрації в діапазоні 0,5...0,75g, температури 50...70 град, забруднення мастила вище норми. Уточнити апріорні ймовірності появи справного та несправного станів, а також умовні ймовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001-го підшипника встановлено, що у нього був справний стан та спостерігалися: вібрація 0,5...0,75g, температура 50...70 град, забруднення мастила вище норми.

12 Ймовірність справного стану підшипника при спостереженні вібрації в діапазоні $>0,75g$, температури 50...70 град, забруднення мастила вище норми. Уточнити апріорні ймовірності появи справного та несправного станів, а також умовні ймовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001-го підшипника встановлено, що у нього був справний стан та спостерігалися: вібрація $>0,75g$, температура 50...70 град, забруднення мастила вище норми.

13 Ймовірність справного стану підшипника при спостереженні вібрації в діапазоні 0,25...0,5g, температури 70...90 град, забруднення мастила вище норми. Уточнити апріорні ймовірності появи справного та несправного станів, а також умовні ймовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001-го підшипника встановлено, що у нього був справний стан і спостерігалися: вібрація 0,25...0,5, температура 70...90 град, забруднення мастила вище норми.

14 Ймовірність справного стану підшипника при спостереженні вібрації в діапазоні 0,5...0,75g, температури 70...90 град, забруднення

мастила вище норми. Уточнити апіорні ймовірності появи справного та несправного станів, а також умовні ймовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001-го підшипника встановлено, що у нього був справний стан та спостерігалися: вібрація $0,5 \dots 0,75g$, температура $70 \dots 90$ град, забруднення мастила вище норми.

15 Ймовірність справного стану підшипника при спостереженні вібрації в діапазоні $>0,75g$, температури $70 \dots 90$ град, забруднення мастила вище норми. Уточнити апіорні ймовірності появи справного та несправного станів, а також умовні ймовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001-го підшипника встановлено, що у нього був справний стан та спостерігалися: вібрація $>0,75g$, температура $70 \dots 90$ град, забруднення мастила вище норми.

16 Ймовірність справного стану підшипника при спостереженні вібрації в діапазоні $0,25 \dots 0,5g$, температури $70 \dots 90$ град, забруднення мастила вище норми. Уточнити апіорні ймовірності появи справного та несправного станів, а також умовні ймовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001-го підшипника встановлено, що у нього був справний стан та спостерігалися: вібрація $0,25 \dots 0,5g$, температура >90 град, забруднення мастила вище норми.

17 Ймовірність справного стану підшипника при спостереженні вібрації в діапазоні $0,5 \dots 0,75g$, температури $70 \dots 90$ град, забруднення мастила вище норми. Уточнити апіорні ймовірності появи справного та несправного станів, а також умовні ймовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001-го підшипника встановлено, що у нього був справний стан та спостерігалися: вібрація $0,5 \dots 0,75g$, температура >90 град, забруднення мастила вище норми.

18 Ймовірність справного стану підшипника при спостереженні вібрації в діапазоні $>0,75g$, температури >90 град, забруднення мастила вище норми. Уточнити апіорні ймовірності появи справного та

несправного станів, а також умовні ймовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001-го підшипника встановлено, що у нього був справний стан та спостерігалися: вібрація 0,25...0,5g, температура 50...70 град, забруднення мастила вище норми.

19 Ймовірність справного стану підшипника при спостереженні вібрації в діапазоні 0,25...0,5g, температури 50...70 град, забруднення мастила вище норми. Уточнити апіорні ймовірності появи справного та несправного станів, а також умовні ймовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001-го підшипника встановлено, що у нього був несправний стан та спостерігалися: вібрація 0,25...0,5g, температура 50...70 град, забруднення мастила вище норми.

20 Ймовірність справного стану підшипника при спостереженні вібрації в діапазоні 0,5...0,75g, температури 50...70 град, забруднення мастила вище норми. Уточнити апіорні ймовірності появи справного та несправного станів, а також умовні ймовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001-го підшипника встановлено, що у нього був несправний стан та спостерігалися: вібрація 0,5...0,75g, температура 50...70 град, забруднення мастила вище норми.

Розв'язок. Припустимо, що є діагноз D_i та проста ознака k_j , яка зустрічається при цьому діагнозі. Тоді ймовірність спільної появи подій (наявність у об'єкта стану D_i і ознаки k_j) буде визначатися за виразом

$$P(D_i k_j) = P(D_i) \cdot P(k_j / D_i) = P(k_j) \cdot P(D_i / k_j). \quad (4.1)$$

З цього рівняння і витікає формула Байєса:

$$P(D_i / k_j) = P(D_i) \cdot \frac{P(k_j / D_i)}{P(k_j)}. \quad (4.2)$$

Для розуміння цього методу необхідно знати точний сенс усіх величин, які входять до цієї формули.

$P(D_i)$ – ймовірність діагнозу D_i , яка визначається за статистичними даними (апріорна ймовірність діагнозу):

$$P(D_i) = \frac{N_i}{N}, \quad (4.3)$$

де N_i – кількість об'єктів, що знаходяться в стані D_i ;

N – загальна кількість об'єктів.

$P(k_j/D_i)$ – ймовірність появи ознаки k_j у об'єктів з діагнозом D_i .

Якщо серед N_i об'єктів, які мають діагноз D_i у N_{ij} проявилася ознака k_j , то

$$P(k_j/D_i) = \frac{N_{ij}}{N_i}, \quad (4.4)$$

тобто N_{ij} – число об'єктів, у яких з'явилася ознака k_j при наявності в них діагнозу D_i .

$P(k_j)$ – ймовірність появи ознаки k_j у всіх об'єктах незалежно від стану (діагнозу) об'єкта.

Тобто з загального числа об'єктів N ознака k_j була виявлена у N_j об'єктів, тоді ймовірність появи ознаки k_j можна визначити як:

$$P(k_j) = \frac{N_j}{N}. \quad (4.5)$$

Для встановлення діагнозу спеціальне визначення $P(k_j)$ не є необхідним, значення $P(D_i)$ і $P(k_j/D_i)$ відомі для усіх можливих станів і визначають величину $P(k_j)$.

$P(D_i/k_j)$ – ймовірність діагнозу D_i за умови, що стало відомо про наявність у об’єкта, що розглядається, ознаки k_j (апостеріорна ймовірність діагнозу).

Формула (4.2) справедлива для випадку, коли дослідження проводять за однією ознакою.

Коли дослідження проводять за комплексом ознак K , які містять ознаки $k_1, k_2, \dots, k_v$, кожна з ознак k_j комплексу K має m_j розрядів – $k_{j,1}, k_{j,2}, \dots, k_{j,s}, \dots, k_{j,m_j}$.

У результаті дослідження об’єкта діагностування стає відома реалізація ознаки $k_j^* = k_{j,s}$ і всього комплексу ознак: $K^* = (k_1^*, k_2^*, \dots, k_j^*, \dots, k_v^*)$

Формула Байєса для комплексу ознак має вигляд

$$P(D_i/K^*) = P(D_i) \cdot \frac{P(K^*/D_i)}{P(K^*)}, \quad (4.6)$$

де $P(D_i/K^*)$ – ймовірність діагнозу D_i після того, як стали відомі результати обстеження за комплексом ознак K ;

$P(D_i)$ – попередня (апріорна) ймовірність діагнозу D_i .

Формула (4.6) відноситься до будь-якого з можливих станів (діагнозів) системи. Передбачається, що система знаходиться лише в одному із зазначених станів і тому $\sum_{h=1}^n P(D_h) = 1$.

Ймовірність появи комплексу ознак K за наявності діагнозу D_i для залежних ознак визначається за виразом

$$P(K^*/D_i) = P(k_1^*/D_i) \cdot P(k_2^*/k_1^*D_i) \cdot \dots \cdot P(k_v^*/k_1^*k_2^*\dots k_{v-1}^*D_i), \quad (4.7)$$

де $k_j^* = k_{js}$ – розряд ознаки, що проявився в результаті дослідження об’єкта.

У випадку, коли ознаки являються незалежними, маємо:

$$P(K^*/D_i) = P(k_1^*/D_i) \cdot P(k_2^*/D_i) \cdot \dots \cdot P(k_v^*/D_i), \quad (4.8)$$

У більшості практичних завдань, особливо за великої кількості ознак, можна приймати умову незалежності ознак навіть за наявності суттєвих кореляційних зв’язків між ними. Ймовірність появи комплексу ознак K^*

$$P(K^*) = \sum_{h=1}^n P(D_h) \cdot P(K^*/D_h). \quad (4.9)$$

Узагальнена формула Байєса може бути записана у вигляді

$$P(D_i/K^*) = \frac{P(D_i) \cdot P(K^*/D_i)}{\sum_{h=1}^n P(D_h) \cdot P(K^*/D_h)}. \quad (4.10)$$

Для визначення ймовірності діагнозів методом Байєса необхідно скласти діагностичну матрицю (таблиця 4.1), яка формується на основі попереднього статистичного матеріалу. У цій таблиці містяться ймовірності розрядів ознак при різних діагнозах.

Таблиця 4.1 – Загальний вигляд діагностичної матриці

Діагноз D_i	Діагностичні ознаки								$P(D_i)$
	k_1			k_2			k_3		
	$P(k_{1,1}$ $/D_i)$	$P(k_{1,2}$ $/D_i)$	$P(k_{1,3}$ $/D_i)$	$P(k_{2,1}$ $/D_i)$	$P(k_{2,2}$ $/D_i)$	$P(k_{2,3}$ $/D_i)$	$P(k_{3,1}$ $/D_i)$	$P(k_{3,2}$ $/D_i)$	
D_1									
D_2									

Слід зазначити, що сума ймовірностей всіх можливих реалізацій ознаки дорівнює одиниці

$$\sum_{h=1}^{m_j} P(k_{j,h}/D_i) = 1, \quad (4.11)$$

де m_j – кількість розрядів ознаки k_j .

У діагностичну матрицю включені апіорні ймовірності діагнозів. Процес навчання в методі Байєса полягає у формуванні діагностичної матриці.

Важливо передбачити можливість уточнення таблиці в процесі діагностики. Для цього додатково слід знати такі величини: N – загальна кількість об'єктів, які використовували для складання діагностичної матриці; N_i – кількість об'єктів з діагнозом D_i ; N_{ij} – кількість об'єктів з діагнозом D_i , обстежених за ознакою k_j .

Якщо надходить новий об'єкт з діагнозом D_μ , то проводять корегування колишніх апіорних ймовірностей діагнозів:

$$P(D_i) = \begin{cases} \frac{N_i}{N+1} = P(D_i) \frac{N}{N+1}; i = 1, 2, \dots, n; i \neq \mu; \\ \frac{N_\mu + 1}{N+1} = P(D_\mu) \frac{N}{N+1} + \frac{1}{N+1}; i = \mu. \end{cases} \quad (4.12)$$

Далі вводять виправлення до ймовірностей ознак.

Нехай у нового об'єкта з діагнозом D_μ виявлено розряд m ознаки k_j .

Тоді корегування умовних ймовірностей розрядів ознаки k_j виконують за такими виразами:

$$P(k_{js}/D_\mu) = \begin{cases} P(k_{js}/D_\mu) \frac{N_{\mu j}}{N_{\mu j} + 1}; s \neq r; \\ P(k_{js}/D_\mu) \frac{N_{\mu j}}{N_{\mu j} + 1} + \frac{1}{N_{\mu j} + 1}; s = r. \end{cases} \quad (4.13)$$

Умовні ймовірності ознак при інших діагнозах корегування не потребують.

Вирішальне правило – правило, відповідно до якого приймається рішення про діагноз. У методі Байєса об'єкт із комплексом ознак K^* відноситься до діагнозу з найбільшою (апостеріорною) ймовірністю

$$K^* \in D_\mu, \text{ якщо } P(D_\mu/K^*) > P(D_i/K^*), i = 1, 2, \dots, n; \mu \neq i. \quad (4.14)$$

Умова (4.14) вказує, що об'єкт має певну реалізацію комплексу ознак K^* або, коротше, реалізація K^* належить діагнозу (стану) D_i .

Правило (4.14) зазвичай уточнюється введенням порогового значення для ймовірності діагнозу

$$P(D_\mu/K^*) > P_\mu, \quad (4.15)$$

де P_μ – заздалегідь призначений рівень розпізнавання для діагнозу D_μ .

Зазвичай рівень розпізнавання приймається рівним не нижче 0,9, тобто $P_\mu \geq 0,9$. У випадку, коли $P(D_\mu/K^*) < P_\mu$, рішення про діагноз не приймається та необхідно проведення додаткових досліджень.

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1 Що таке «відмова» технічної системи та які існують відмінності між поняттями «відмова» та «пошкодження»?

2 Як засобами теорії ймовірностей описати властивості дискретної випадкової величини?

3 Що таке надійність технічної системи?

4. Яким чином може бути визначена ймовірність відмови виробів для виробництва?

5 Які властивості випадкової величини характеризує математичне очікування?

6 Що таке «довговічність» і «ресурс» технічної системи?

7 Що таке «інтенсивність відмов» λ та як вона змінюється при поступових відмовах?

8 Що таке утома матеріалів та які дані необхідні для розрахунку на утому реальної деталі (на відміну від еталонного зразка)?

9 У яких випадках доцільно використовувати нормальний або логнормальний закон розподілу часу до відмов?

10 Які припущення потрібно зробити для використання експоненціального закону розподілу часу до відмов?

11 Яка відмова називається частковою?

12 Яка відмова називається повною?

- 13 Яка відмова називається ресурсною?
- 14 Яка відмова називається критичною?
- 15 Яка відмова називається конструкційною?
- 16 Яка відмова називається виробничою?
- 17 Яка відмова називається систематичною?
- 18 Яка відмова називається раптовою?
- 19 Яка відмова називається поступовою?
- 20 У чому полягає різниця між навантаженим та ненавантаженим резервуванням і як це впливає на загальну надійність підсистеми?
- 21 Яку математичну модель використовують для розрахунку ймовірності безвідмовної роботи системи з ненавантаженим резервуванням, і що означає кожен член у цьому виразі?
- 22 Що таке щільність розподілу ймовірностей випадкової величини?
- 23 Який стан об'єкта називається справним?
- 24 Який стан об'єкта називається несправним?
- 25 Який стан об'єкта називається працездатним?
- 26 Який стан об'єкта називається непрацездатним?
- 27 Який стан об'єкта називається критичним?
- 28 Який стан об'єкта називається граничним?
- 29 У чому полягає суть методу Байєса і як він використовується для класифікації об'єкта як справного або несправного?
- 30 Як можна побудувати таблицю умовних ймовірностей для справних і несправних підшипників на основі статистичних даних обстежень?

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- 1 ДСТУ 2860-94. Надійність техніки. Терміни та визначення. Київ: Держстандарт України, 1994. 91 с.
- 2 Васілевський О. М., Ігнатенко О. Г. Нормування показників надійності технічних засобів: навч. посіб. Вінниця: ВНТУ, 2013. 160 с.
- 3 Губаревич О. В. Надійність і діагностика електрообладнання: підручник. Сєверодонецьк: вид-во СНУ ім. В. Даля, 2016. 248 с.
- 4 Сушко Д. Л., Устенко О. В. До оцінки експлуатаційної надійності тягових двигунів постійного струму. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*. 2009. № 4. С. 88–92.
- 5 ДСТУ 3004-95. Надійність техніки. Методи оцінки показників надійності за експериментальними даними. [Чинний від 1996-01-01]. Київ: Держстандарт України, 1996. 129 с.
- 6 Кельріх М. Б., Мартинов І. Е., Брайковська Н. С., Петухов В. М. Основи надійності вагонів: навч. посіб. Харків: УкрДАЗТ, 2013. 107 с.
- 7 Кустов В. Ф. Основи теорії надійності та функційної безпечності систем залізничної автоматики: навч. посіб. Харків: УкрДАЗТ, 2008. 218 с.
- 8 Павлюк О. М., Медиковський М. О., Лиса Н. К., Ізонін І. В. Основи теорії надійності технічних систем: навч. посіб. Львів: вид-во Львівської політехніки, 2021. 208 с.

ДОДАТОК А

Перший приклад програмного коду для розрахунку завдань

За допомогою функції $length()$ середовища Mathcad можна розрахувати довжину масива даних n

$$n := length(T),$$

а за допомогою функції $sort()$ – виконати сортування даних у порядку зростання

$$T_s := sort(T).$$

Середнє значення наробітку $T_{сер}$, а також найбільший T_{max} та найменший T_{min} наробітки до відмови можна визначити за допомогою відповідних функцій

$$T_{сер} := mean(T);$$

$$T_{max} := max(T);$$

$$T_{min} := min(T).$$

Для побудови гістограми необхідно призначити границі усього діапазону ($lowT$ та upT), довжину окремих інтервалів (крок) h та число інтервалів m

$$lowT := T_{min} - 0,5;$$

$$upT := T_{max} + 0,5;$$

$$m := \frac{upT - lowT}{h}.$$

Розрахувати в циклі масив граничних точок int_i , що розбивають увесь діапазон на окремі інтервали, можна за допомогою виразу

$$\text{int}_i := \text{low}T + i \cdot h,$$

де $i := 0..m$.

Кількість влучень q у кожний з інтервалів (тобто відмов в інтервалі h) можна визначити за допомогою спеціальної функції $\text{hist}()$

$$q := \text{hist}(\text{int}, T).$$

Далі необхідно побудувати стовпчикову діаграму залежності кількості відмов (q_i) від наробітку ($\text{int}_i + 0.5 \cdot h$).

Позначимо через g_i сумарну кількість виробів, що відмовили до поточної миті

$$g_{i+1} := g_i + q_i,$$

де $g_0 := 0$; $i := 0..m-1$.

Тоді частка виробів, що відмовили, відносно їхньої загальної кількості буде статистичною оцінкою ймовірності відмови Q

$$Q_i := \frac{g_i}{n},$$

де $i := 0..m$.

Ймовірність безвідмовної роботи P можна знайти як ймовірність події, що протилежна відмові

$$P_i := 1 - Q_i.$$

Далі необхідно побудувати на одному графіку залежності ймовірностей відмов Q_i та безвідмовності P_i від наробітку ($\text{int}_i - 0.5 \cdot h$).

ДОДАТОК Б

Другий приклад програмного коду для розрахунку завдань

За допомогою функції лінійної інтерполяції можна побудувати лінійні функції для середнього зносу $M(t)$ та дисперсії зносу $D(t)$:

$$M(t) := \text{linterp}(T, MY, t);$$

$$D(t) := \text{linterp}(T, DY, t).$$

Середньоквадратичне відхилення визначається як:

$$\sigma(t) := \sqrt{D(t)}.$$

Застосовуючи правило «трьох сигма» можна знайти максимальний і мінімальний зноси як функції часу:

$$Y_{\max}(t) := M(t) + 3 \cdot \sigma(t);$$

$$Y_{\min}(t) := M(t) - 3 \cdot \sigma(t).$$

Середнє значення пробігу електровоза до обточки бандажів колісних пар за прокатом можна визначити за допомогою функції *root*:

$$t_{cep} := \text{root}(M(t) - Y_{ep}, t, 0, 400).$$

Найменший та найбільший практично можливий пробіг до обточки бандажів колісних пар за прокатом визначаються відповідно як

$$t_{\min} := \text{root}(Y_{\max}(t) - Y_{ep}, t, 0, 400);$$

$$t_{\max} := \text{root}(Y_{\min}(t) - Y_{ep}, t, 0, 400).$$

Густина розподілу при наробітку можна визначити як:

$$f_1(y) := \text{dnorm}(y, M(50), \sigma(50));$$

$$f_2(y) := \text{dnorm}(y, M(150), \sigma(150));$$

$$f_3(y) := \text{dnorm}(y, M(300), \sigma(300)).$$

Ймовірність того, що знос Y виявиться більше гранично допустимого зносу Y_{ep} можна визначити як:

$$Q(t) := 1 - \text{pnorm}(Y_{ep}, M(t), \sigma(t)).$$

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до виконання контрольної роботи
з дисципліни
*«ОСНОВИ ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ
ТА ДІАГНОСТИКИ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ»*

Відповідальний за випуск Нерубацький В. П.

Редактор Ібрагімова Н. В.

Підписано до друку 04.06.2025 р.
Умовн. друк. арк. 2,75. Тираж . Замовлення № .
Видавець та виготовлювач Український державний університет залізничного
транспорту,
61050, Харків-50, майдан Фейєрбаха, 7.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 6100 від 21.03.2018 р.