

ЗАЛІЗНИЧНИЙ ТРАНСПОРТ (273)

УДК 621.314

ОСОБЛИВОСТІ МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПРОЦЕСІВ В ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ ІЗ СИЛОВИМИ ТРАНСФОРМАТОРАМИ

Д-ри техн. наук В. Г. Ягуп, К. В. Ягуп, канд. техн. наук В. П. Нерубацький

FEATURES OF MODELING ELECTROMAGNETIC PROCESSES IN ELECTRICAL SYSTEMS WITH POWER TRANSFORMERS

Dr. Sc. (Tech.) V. H. Yahup, Dr. Sc. (Tech.) K. V. Yahup,
Cand. of Technical Sciences V. P. Nerubatskyi

DOI: <https://doi.org/10.18664/1994-7852.213.2025.341845>



Анотація. Метою статті є дослідження електромагнітних процесів в електротехнічній системі з силовим трансформатором на основі моделі трансформатора, складеної за оригінальним алгоритмом формування її топології і визначення її параметрів із метою покращення показників електропостачання від мережі і умов роботи самого силового трансформатора завдяки симетруванню режиму. Методологія статті базована на розгляді математичних залежностей між струмами, напругами та потужностями трансформаторів у типових режимах випробувань, для яких визначено паспортні дані. На основі аналізу цих залежностей обґрунтована та математично доведена проста формула, яка визначає коефіцієнт зв'язку первинної та вторинної обмоток трансформатора через відносні значення струму холостого ходу і напруги короткого замикання. У результаті застосування запропонованої формули для визначення коефіцієнта зв'язку котушок трансформатора розроблено алгоритм розрахунку параметрів моделі трансформатора. Ці розрахунки дають змогу звести визначення параметрів будь-яких моделей трансформаторів до комп'ютерних програм для моделювання електротехнічної системи з силовим трансформатором. Запропонована методика визначення параметрів моделей трансформаторів відрізняється від відомих методик, поданих у технічній літературі. Огляд статей і монографій із зазначеної проблеми показав відсутність подібних досліджень, які б призвели до отримання зазначеної формули. Це надає оригінальності запропонованому алгоритму визначення параметрів моделей трансформаторів. Запропоновані теоретичні положення дослідження перевірені на візуальних моделях у системі MATLAB. Проаналізовані електромагнітні процеси в системі з реальним потужним трансформатором для електропостачання залізниці змінного струму. Результати моделювання та порівняння запропонованого методу з класичним показали високу адекватність і точність моделей із параметрами, визначеними за новим методом. Це дає змогу застосовувати запроповану методику для практичних розрахунків зі складанням моделей електричних систем, які містять потужні трансформатори.

Ключові слова: електротехнічна система, електромагнітні процеси, силовий трансформатор, заступна схема, паспортні дані, параметри моделі.

Abstract. *Electrical systems with power transformers represent an important class of devices in electric power engineering and power electronics. Correct consideration of transformer parameters when studying electromagnetic processes in such electrical systems is an extremely important issue. Usually in engineering practice, a transformer is described by a number of parameters called passport data. However, when modeling processes in modern computer software packages, it is necessary to determine additional model parameters, which also depend on the equivalent power transformer circuit adopted in the modeling system. The task of obtaining such parameters is associated with the need to ensure the required accuracy and adequacy of the transformer model. The purpose of the article is to study electromagnetic processes in an electrical system with a power transformer based on a transformer model compiled according to the original algorithm for forming its topology and determining its parameters with the aim of improving the performance of power supply from the network and the operating conditions of the power transformer itself due to mode balancing. The methodology of the article is based on the consideration of mathematical dependencies between currents, voltages and powers of transformers in typical test modes, for which passport data are determined. Based on the analysis of these dependencies, a simple formula is justified and mathematically proven, which determines the coupling coefficient of the primary and secondary windings of the transformer through the relative values of the no-load current and short-circuit voltage. As a result of applying the proposed formula for determining the coupling coefficient of transformer coils, an algorithm for calculating the parameters of a transformer model has been developed. These calculations allow reducing the determination of the parameters of any transformer models to computer programs for modeling an electrical system with a power transformer. The proposed method for determining the parameters of transformer models differs from the known methods presented in the technical literature. A review of articles and monographs on the specified problem showed the absence of similar studies that would lead to obtaining the specified formula. This gives originality to the proposed algorithm for determining the parameters of transformer models. The proposed theoretical provisions of the study were tested on visual models in the MATLAB system. Electromagnetic processes in a system with a real powerful transformer for AC power supply of railways were analyzed. The results of modeling and comparison of the proposed method with the classical one showed high adequacy and accuracy of the models with the parameters determined by the new method. This makes it possible to apply the proposed method for practical calculations when compiling models of electrical systems containing powerful transformers.*

Keywords: *electrical system, electromagnetic processes, power transformer, equivalent circuit, passport data, model parameters.*

Актуальність теми дослідження.

Електротехнічні системи з силовими трансформаторами являють собою важливий клас пристроїв в електроенергетиці і силовій електроніці. Правильне врахування параметрів трансформатора в разі досліджень електромагнітних процесів у таких електричних системах є надзвичайно важливим питанням. Зазвичай в інженерній практиці трансформатор описано низкою параметрів, які називають паспортними даними. Однак із моделюванням процесів у сучасних комп'ютерних програмних

пакетах необхідно визначати додаткові параметри моделі, які до того ж залежать від прийнятої в системі моделювання заступної схеми силового трансформатора. Задача отримання таких параметрів пов'язана з необхідністю забезпечення потрібної точності і адекватності моделі трансформатора.

Вступ. Аналіз електромагнітних процесів в електротехнічних системах за рахунок комп'ютерного моделювання набув в останні роки широкого застосування. Цьому сприяв прогрес у розвитку апаратних засобів комп'ютерної техніки, а також поява

програмних комплексів для візуального моделювання динамічних систем, до яких належать і електротехнічні системи. У більшості електротехнічних систем важливими і часто вживаними компонентами є силові трансформатори. Так, у системах силової електроніки і автоматизованого електропривода трансформатори забезпечують необхідні рівні напруг для функціонування виконавчих механізмів. У системах електропостачання трансформатори змінюють рівні напруг, застосовувані для передавання електроенергії на значні відстані і приведення напруг до безпечних рівнів напруги на боці споживачів. Моделювання електротехнічних систем із трансформаторами є актуальним завданням у плані проектування, а також дослідження режимів, що протікають в електротехнічних системах і комплексах. Адекватність моделювання багато в чому залежить від того, наскільки точно вдається відобразити властивості і характеристики реального трансформатора, перетворивши їх у параметри його математичної моделі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питання відносно параметрів заступних схем трансформаторів активно обговорюють останнім часом [1–5]. У системах моделювання електричних і електронних систем знаходять застосування різні способи подання моделей трансформаторів. Так, у системах PSPICE, Micro-CAP, EWB-5.12, Desigh-Lab-8.0, OrCAD-9.2, Simscape і PSIM трансформатори подають у вигляді ідеальних котушок індуктивностей, магнітно зв'язаних між собою [6–8]. При цьому можуть бути задані і параметри магнітних осердь з урахуванням їхніх властивостей, що може мати значення в разі розгляду, наприклад, роботи на високих частотах і в режимі малого сигналу. Моделюючи силові електротехнічні системи у пакеті Simulink [9–16], у вікно властивостей моделі трансформатора необхідно ввести параметри Т-подібної

заступної схеми трансформатора. Тут у розпорядженні користувача є моделі однофазного і трифазних трансформаторів. Трифазні трансформатори подають як сукупність трьох однофазних трансформаторів, що можна побачити, розкриваючи маски цих моделей за допомогою опції Look Under Mask. У той же час у Simulink містяться і моделі індуктивно зв'язаних котушок індуктивностей. У системі моделювання тиристорних перетворювачів, складеної на основі застосування теорії сигнальних графів [7], передбачена можливість вводити інформацію про кілька котушок індуктивностей, кожна з яких може бути пов'язана з усіма іншими. Це дає змогу, наприклад, у багатофазному багатообмотковому трансформаторі визначити зв'язки між обмотками різних осердь трифазного трансформатора з урахуванням ослаблення магнітного потоку за рахунок шунтування третім стрижнем. Для трансформатора зазвичай задано паспортні (каталожні) дані заводу-виробника, які розміщені на щитку трансформатора, а також у відповідних довідниках. У зв'язку з цим у розробника, що користується ними в процесі проектування або дослідження будь-якої з комп'ютерних систем моделювання електротехнічних пристроїв і комплексів, виникає завдання вибору моделі і визначення параметрів цієї моделі трансформатора, які потрібні для застосовуваної системи комп'ютерного моделювання.

Як електротехнічну систему, у якій будуть досліджені електромагнітні процеси, прийнято систему енергозабезпечення залізниці змінного струму з потужним тяговим трансформатором. Як буде показано під час дослідження, режим роботи такої системи викликає появу суттєвої несиметрії, що впливає на енергетичні показники електропостачання і умови роботи самого трансформатора в цій системі.

Визначення мети та завдання дослідження. Метою статті є дослідження електромагнітних процесів в електротехнічній системі з силовим трансформатором на основі моделі трансформатора, складеної за оригінальним алгоритмом формування її топології, і визначення її параметрів, що дасть змогу покращити показники електропостачання від мережі і умови роботи самого силового трансформатора завдяки симетруванню режиму. Для досягнення мети було поставлено такі завдання:

– отримати математичний вираз, щоб за паспортними даними визначати коефіцієнт зв'язку первинної і вторинної обмоток трансформатора, і запропонувати конкретні алгоритми розрахунків параметрів заступних схем трансформатора на основі викладеної методики;

– розглянути варіанти використання моделей трансформатора на основі взаємно пов'язаних індуктивностей і порівняти запропоновані моделі трансформатора з класичними моделями в системі MATLAB;

– дослідити запропоновану модель трансформатора у складі моделі електропостачання залізниці змінного струму в режимах несиметричного споживання електроенергії і з увімкненням симетруючих реактивних елементів, проаналізувати отримані результати імітаційного моделювання електромагнітних процесів в електротехнічних системах із силовими трансформаторами.

Основна частина дослідження. Як досліджувану електротехнічну систему, до складу якої включені трансформатори, розглянуто систему постачання залізниці змінного струму. У ній силові трансформатори змушено працюють у несиметричному режимі енергопостачання, оскільки вхідна напруга подана як трифазна система напруг, а вихідна напруга споживання є фактично однофазною. Принципову схему електротехнічної системи живлення залізниці змінного струму наведено на рис. 1.

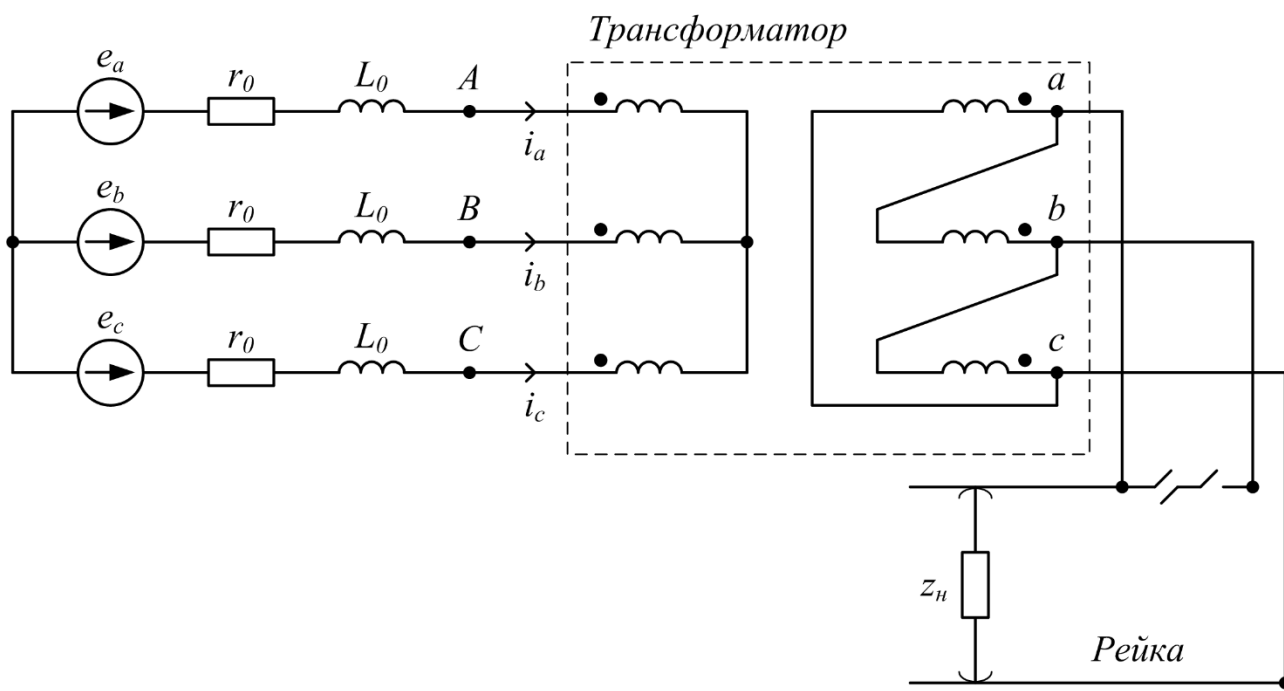


Рис. 1. Електротехнічна система живлення залізниці змінного струму з тяговим трансформатором

Трифазна високовольтна мережа живлення зображена як джерела напруги e_a , e_b , e_c , що генерують синусоїдальні напруги з частотою 50 Гц, амплітудами 89,915 кВ і зсунуті відповідно на 0, 240 і 120 ел. град. Це забезпечує лінійну напругу мережі величиною 110 кВ. Комплексний опір лінії електропередачі модельований активним опором 1 Ом та індуктивністю 0,01 Гн. Використанам силовим трансформатором вважаємо тяговий трансформатор типу ТДНД 25000/110. Еквівалентом навантаження є комплексний опір Z_n .

Розглянемо можливість створення власної моделі силового трансформатора за спрощеною методикою визначення параметрів цієї моделі. Будемо виходити зі стандартних даних, які прописані в паспорті силового трансформатора:

S_n – номінальна потужність на три фази;

U_{1n} – номінальна напруга первинної обмотки;

U_{2n} – номінальна напруга вторинної обмотки;

u_k – відносне значення напруги короткого замикання;

P_k – потужність втрат за короткого замикання;

i_x – відносне значення струму неробочого ходу;

P_x – потужність втрат неробочого ходу.

Еквівалентну заступну схему, яку використовують як візуальну модель у системі SimPowerSystem математичного пакета MATLAB, наведено на рис. 2.

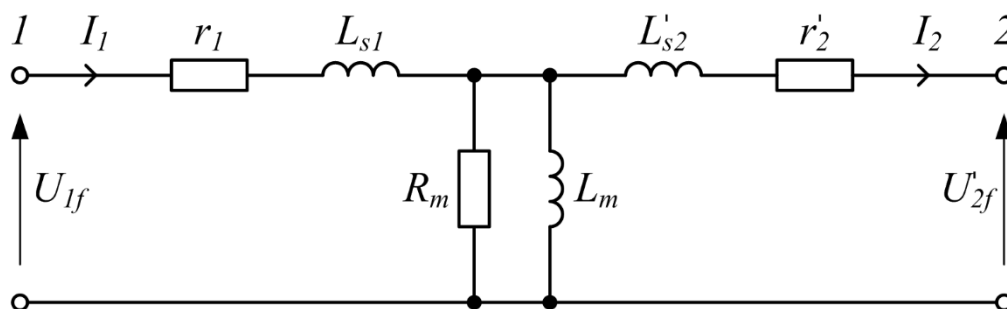


Рис. 2. Заступна схема моделі трансформатора в системі SimPowerSystem

У цій схемі активні опори r_1 і r_2 обмоток трансформатора зумовлюють наявність активних потужностей втрат короткого замикання P_k . Активний резистор R_m зумовлює наявність активної потужності втрат неробочого ходу P_x .

Зважатимемо, що потужності P_k і P_x у реальному силовому трансформаторі набагато менші відносно повної потужності S_n трансформатора і активної складової цієї

потужності. Тому раціонально на першому етапі знехтувати цими потужностями і впливом активних резисторів заступної схеми трансформатора. Опори r_1 і r_2 обмоток у цьому випадку слід замкнути, а резистор R_m – розімкнути. Такі припущення призводять до спрощеної заступної схеми, яка складається з індуктивностей розсіювання первинної і вторинної обмоток L_{s1} і L_{s2} . Оскільки коефіцієнт зв'язку обмоток у потужному

трансформаторі близький до одиничного значення, то, як показано в роботі [7], індуктивність розсіювання первинної обмотки L_{s1} і приведені значення індуктивності розсіювання вторинної обмотки $L'_{s2} = L_{s2}/n_{21}^2$ (де n_{21} – коефіцієнт трансформації, $n_{21} = U_{2H}/U_{1H}$) мають однакові значення: $L_{s1} = L'_{s2}$. Індуктивність намагнічування L_m є тією частиною магнітного потоку, яка забезпечує передавання електричної енергії на вторинну обмотку. Сума $L_{s1} + L_m$, як видно з заступної схеми, являтиме собою індуктивність первинної обмотки на неробочому ході. Звернімося за прийнятих припущень до розрахунку параметрів заступної схеми моделі силового трансформатора.

Ефективне значення номінального струму первинної обмотки

$$I_{1H} = \frac{S_H}{\sqrt{3} \cdot U_H}. \quad (1)$$

Напруга короткого замикання

$$U_\kappa = \frac{u_\kappa \cdot U_{1H}}{\sqrt{3}}. \quad (2)$$

Нехтуючи впливом індуктивності намагнічування на режим короткого замикання, знайдемо опір сумарної індуктивності розсіювання обмоток, поділивши фазну напругу короткого замикання на номінальний струм первинної обмотки:

$$x_s = \frac{u_\kappa \cdot U_{1H}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot U_{1H}}{S_H} = \frac{u_\kappa \cdot U_{1H}^2}{S_H}. \quad (3)$$

Опір індуктивностей розсіювання обмоток

$$x_{s1} = x'_{s2} = \frac{x_s}{2} = \frac{u_\kappa \cdot U_{1H}^2}{2 \cdot S_H}. \quad (4)$$

Струм неробочого ходу в первинній обмотці

$$I_{1x} = \frac{i_x \cdot S_H}{\sqrt{3} \cdot U_{1H}}. \quad (5)$$

Індуктивний опір первинної обмотки обчислюють за режимом неробочого ходу:

$$x_{L1} = \frac{U_H}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot U_{1H}}{i_x \cdot S_H} = \frac{U_{1H}^2}{i_x \cdot S_H}. \quad (6)$$

Опір індуктивності намагнічування обчислюють як різницю між опором первинної обмотки і опором індуктивності розсіювання первинної обмотки:

$$x_m = x_{L1} - x_{s1}. \quad (7)$$

Коефіцієнт зв'язку обмоток трансформатора

$$k_{12} = \frac{x_m}{x_{L1}} = \frac{x_{L1} - x_{s1}}{x_{L1}} = 1 - \frac{x_{s1}}{x_{L1}}. \quad (8)$$

Ураховуючи попередні дві формули, отримаємо

$$k_{12} = 1 - \frac{u_\kappa \cdot U_{1H}^2}{2 \cdot S_H} \cdot \frac{i_x \cdot S_H}{U_{1H}^2}. \quad (9)$$

Скоротивши вираз (9) на S_H і U_{1H}^2 , отримаємо

$$k_{12} = 1 - \frac{u_\kappa \cdot i_x}{2}. \quad (10)$$

Отримана формула є новою в теорії трансформатора і дає змогу одразу визначити важливий параметр – коефіцієнт

зв'язку обмоток трансформатора, користуючись безпосередньо тільки двома значеннями параметрів із паспортних даних, тобто відносним значенням напруги короткого замикання u_k і відносним значенням струму неробочого ходу i_x . Визначимо добуток цих величин як

$$\gamma = u_k \cdot i_x. \quad (11)$$

Цей показник певною мірою характеризує якість трансформатора, у зв'язку з чим назвемо його фактором якості трансформатора. Чим менша ця величина, тим ближче коефіцієнт зв'язку до одиночного значення, і тим більш якісним є трансформатор.

Використовуючи формулу (10), можна легко визначити коефіцієнт зв'язку котушок. Це у свою чергу дає змогу побудувати модель із двома магнітно зв'язаними індуктивностями L_1 і L_2 на основі принципово нового алгоритму визначення топології моделі та її параметрів. Зв'язок котушок, пов'язаних загальним магнітним потоком, зазвичай визначений або коефіцієнтом зв'язку k_{12} , або так званою взаємною індуктивністю M_{12} .

Індуктивність L_1 первинної обмотки далі може бути визначена з виразу (6) для її індуктивного опору:

$$L_1 = \frac{x_{L1}}{\omega} = \frac{U_{1H}^2}{\omega \cdot i_x \cdot S_H}, \quad (12)$$

де ω – кругова частота живильної напруги з частотою 50 Гц, $\omega = 100 \cdot \pi$.

Позначимо коефіцієнт трансформації через відношення кількості витків w_2 вторинної обмотки до кількості витків первинної обмотки w_1 :

$$n_{21} = \frac{w_2}{w_1}. \quad (13)$$

Цей параметр у принципі є конструктивним. На практиці його часто заміняють відношенням напруг обмоток:

$$n_{21} = \frac{U_{2H}}{U_{1H}}. \quad (14)$$

Оскільки індуктивності обмоток пропорційні квадратам кількостей їхніх витків, то справедливе співвідношення

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{w_2^2}{w_1^2} = n_{21}^2. \quad (15)$$

Звідси індуктивність вторинної обмотки

$$L_2 = n_{21}^2 \cdot L_1 = \frac{n_{21}^2 \cdot U_{1H}^2}{\omega \cdot i_x \cdot S_H} = \frac{U_{2H}^2}{\omega \cdot i_x \cdot S_H}. \quad (16)$$

У деяких комп'ютерних системах застосовано модель магнітно зв'язаних котушок індуктивностей із використанням

взаємної індуктивності M_{12} . Її визначають за формулою

$$\begin{aligned} M_{12} &= k_{21} \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2} = k_{12} \cdot \sqrt{L_1 \cdot n_{21}^2 \cdot L_1} = k_{12} \cdot n_{21} \cdot L_1 = \left(1 - \frac{u_k \cdot i_x}{2}\right) \cdot \frac{U_{2H}}{U_{1H}} \cdot \frac{U_{1H}^2}{\omega \cdot i_x \cdot S_H} = \\ &= \left(1 - \frac{u_k \cdot i_x}{2}\right) \cdot \frac{U_{1H} \cdot U_{2H}}{\omega \cdot i_x \cdot S_H}. \end{aligned} \quad (17)$$

Для врахування впливу активних опорів обмоток слід скористатися значеннями активної потужності втрат у разі короткого замикання P_k . Втрати на одну фазу трансформатора складуть величину

$$P_{k1} = \frac{P_k}{3}. \quad (18)$$

Ця потужність порівну розподілена між первинною і вторинною обмотками.

Номінальне ефективне значення струму первинної обмотки I_{1H} визначають за формулою (3). Тоді активний опір первинної обмотки складе величину

$$r_1 = \frac{P_k}{2 \cdot 3} \cdot \frac{(\sqrt{3} \cdot U_{1H})^2}{S_H^2} = \frac{P_k \cdot U_{1H}^2}{2 \cdot S_H^2}. \quad (19)$$

Для вторинної обмотки приведений опір $r'_2 = r_2 / n_{21}^2$ дорівнює опору r_1 первинної обмотки, і тому опір вторинної обмотки розраховують за формулою

$$r_2 = n_{21}^2 \cdot r_1 = \frac{n_{21}^2 \cdot P_k \cdot U_{1H}^2}{2 \cdot S_H^2} = \frac{P_k \cdot U_{2H}^2}{2 \cdot S_H^2}. \quad (20)$$

Визначення активних опорів r_1 та r_2 обмоток трансформатора дає змогу врахувати їхній вплив у заступній еквівалентній схемі за рахунок увімкнення цих резисторів послідовно з відповідними індуктивностями обмоток. Слід зазначити, що активні опори обмоток фактично також є конструктивними параметрами. Їх визначають залежно від довжини проводів, площі їхніх перерізів і питомого опору

матеріалу проводу. У деяких каталогах дані про ці опори наведено безпосередньо у відповідних таблицях. Крім того, ці опори можуть бути навіть безпосередньо визначені на практиці вимірювальними приладами.

Втрати в сталі трансформатора, тобто втрати на перемагнічування осердя, будемо враховувати в нашій моделі резистором R , який ввімкнено безпосередньо до затискачів первинної обмотки (рис. 3).

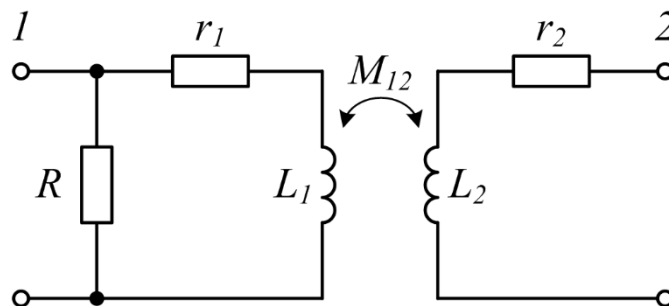


Рис. 3. Заступна схема трансформатора з урахуванням втрат у міді і сталі

Активна потужність втрат неробочого ходу, що припадає на одну фазу,

$$P_{x1} = \frac{P_x}{3}. \quad (21)$$

Опір резистора R , який моделює втрати в осерді на перемагнічування,

$$R = \frac{(U_{1H}/\sqrt{3})^2}{P_x/3} = \frac{U_{1H}^2}{P_x}. \quad (22)$$

Отже, алгоритм розрахунків параметрів моделі трансформатора на основі використання SimPowerSystem-блока взаємно зв'язаних індуктивностей в таким:

1) за формулою (10) визначаємо коефіцієнт зв'язку індуктивностей обмоток трансформатора;

2) за формулою (12) визначаємо індуктивність первинної обмотки;

3) за формулою (16) визначаємо індуктивність вторинної обмотки;

4) взаємну індуктивність обмоток визначаємо за формулою (17);

5) за формулами (19) і (20) визначаємо активні опори первинної і вторинної обмоток;

6) за формулою (22) визначаємо опір резистора R , моделюючи втрати в сталі.

За описаним алгоритмом складено програму мовою пакета MATLAB для розрахунку параметрів моделі трансформатора на основі блока взаємно зв'язаних індуктивностей. Запуск цієї програми генерує в робочому просторі відповідні значення змінних для параметрів моделі. Ідентифікаційні змінні зручно безпосередньо вписувати у відповідні поля

вікна властивостей блока взаємно зв'язаних індуктивностей.

За запропонованим алгоритмом і програмою було розраховано параметри моделі за топологією, зображеною на рис. 3, для трансформатора ТДНД 25000/110 системи енергопостачання залізниці змінного струму (рис. 1). Паспортні дані трансформатора такі: $S_H = 25$ МВА; $U_{1H} = 110$ кВ; $U_{2H} = 27,5$ кВ; $P_K = 120$ кВт; $P_x = 30$ кВт; $u_K = 0,105$; $i_x = 0,007$.

Параметри моделі на основі взаємно зв'язаних індуктивностей, розраховані за допомогою описаного алгоритму, мають такі значення: $k_{12} = 0,9996325$; $L_1 = 220,088$ Гн; $L_2 = 13,755$ Гн; $M_{12} = 55,0019$ Гн; $r_1 = 1,1616$ Ом; $r_2 = 0,0726$ Ом; $R = 403333,3$ Ом.

Для перевірки адекватності і точності запропонованої моделі трансформатора було відтворено досліди неробочого ходу і короткого замикання трансформатора. Контроль споживаних активних потужностей в обох випадках показав їхню повну збіжність із потужностями втрат, що визначені в паспортних даних трансформатора ТДНД 25000/110. Візуальну модель системи електропостачання зображено на рис. 4.

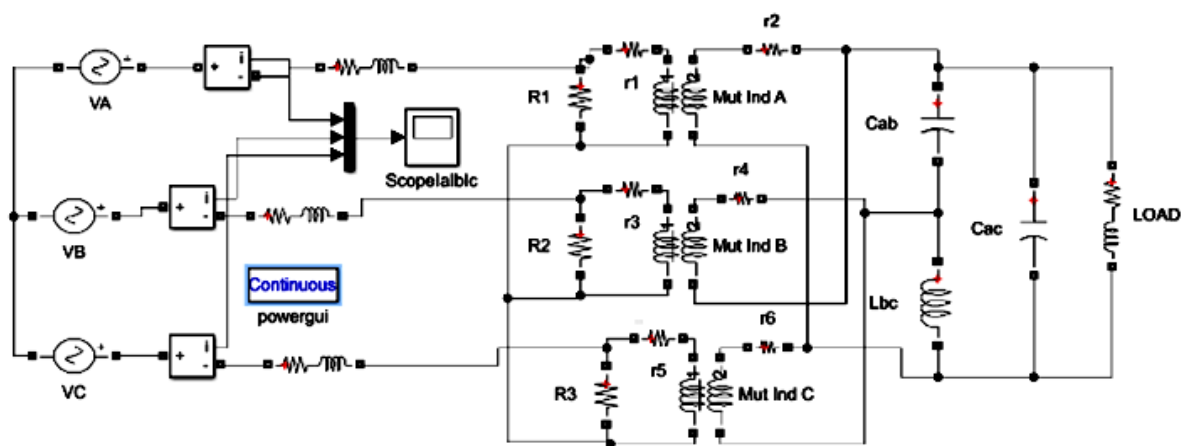


Рис. 4. Візуальна модель системи живлення залізниці

У цій моделі трифазну високовольтну мережу живлення подано як джерела напруги VA, VB, VC, що генерують синусоїдальні напруги з частотою 50 Гц, амплітудами 89,915 кВ і зсунуті відповідно на 0, 240 і 120 ел. град. Це забезпечує лінійну напругу мережі величиною 110 кВ. Комплексний опір лінії електропередачі модельований активним опором 1 Ом та індуктивністю 0,01 Гн. Сам трансформатор подано як загальноприйнятий еквівалент із трьох однофазних трансформаторів. Модель кожного з них відповідає топології моделі,

поданої на рис. 5, параметри якої визначено за описаною методикою і зазначено вище. Первинні обмотки з'єднані зіркою, а вторинні – трикутником, як це і прийнято на практиці в системах електропостачання залізниць змінного струму. Комплексне навантаження LOAD має опір $(121 + 90,75j)$ Ом і моделює навантаження від одного поїзда. Воно підключено до одного боку вторинного трикутника і утворює несиметричний режим споживання електроенергії. Часові діаграми первинних струмів трансформатора наведено на рис. 5.

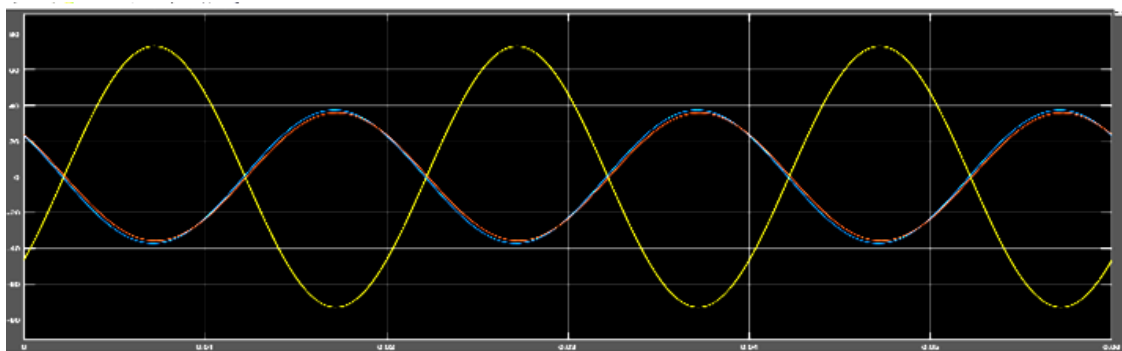


Рис. 5. Діаграми фазних струмів без симетрування

Амплітуда струму, споживаного фазою A, удвічі перевищує амплітуди струмів у двох інших фазах і досягає значення майже 80 А. Результатом прояву несиметричного режиму споживання електроенергії від живильної мережі є таке вкрай негативне явище, як зсув струму у фазі B, який сприймають як генерацію електроенергії (рис. 6). Це призводить до неадекватної роботи лічильників електроенергії, що задіяні в системі для контролю електроспоживання.

Для симетрування споживаних струмів на моделі застосовано додатково увімкнені реактивні елементи, які підключені на боці навантаження на лінійні напруги вторинної сторони трансформатора. Величини параметрів і тип елементів були визначені із застосуванням класичної Т-подібної моделі трансформатора ТДНД 25000/110.

Параметри класичної моделі лінійного трансформатора із заступною схемою, наведеною на рис. 1, мають такі значення: $r_1 = 1,1616$ Ом; $L_{s1} = 0,08079$ Гн; $r_2 = 0,0726$ Ом; $L_{s2} = 0,0050498$ Гн; $R_m = 403078,8$ Ом; $L_m = 223,32$ Гн. Для цього випадку методом пошукової оптимізації [8] було виявлено типи елементів симетруючого пристрою і величини їхніх параметрів: $C_{ab} = 1,0031113 \cdot 10^{-5}$ Ф; $L_{bc} = 1,0767185$ Гн; $C_{ca} = 1,2937435 \cdot 10^{-5}$ Ф. Ці ж параметри реактивних елементів були перенесені на модель електротехнічної системи (електропостачання, що застосовує модель трансформатора, складену з використанням запропонованої методики вирахування

параметрів моделі трансформатора). Часові діаграми струмів, споживаних від джерел з

увімкненням симетруючих елементів, наведено на рис. 7.

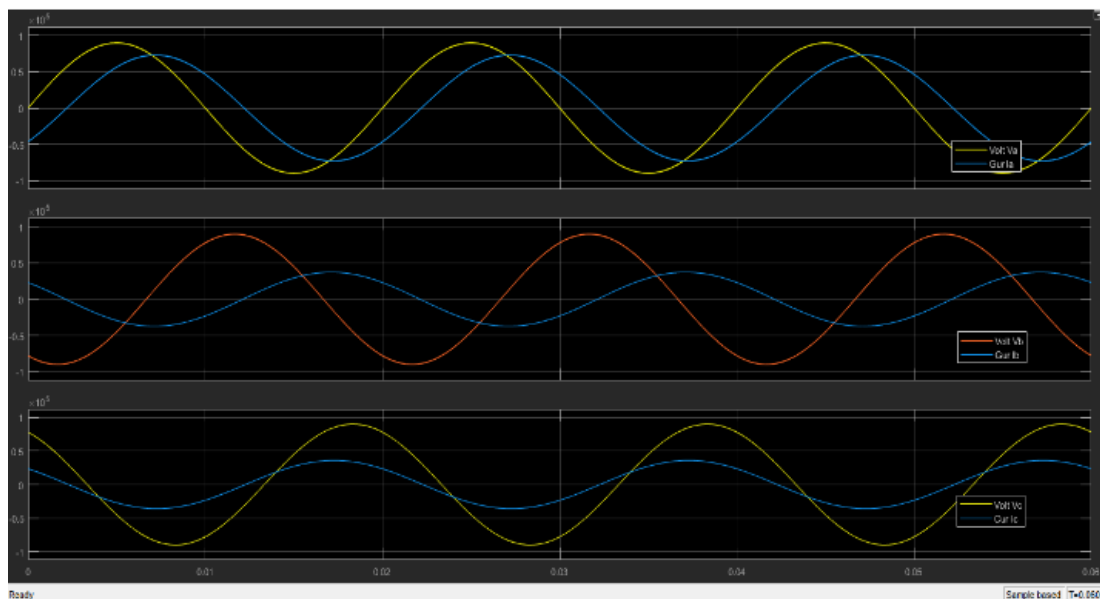


Рис. 6. Зсуви фазних струмів відносно фазних напруг без симетрування

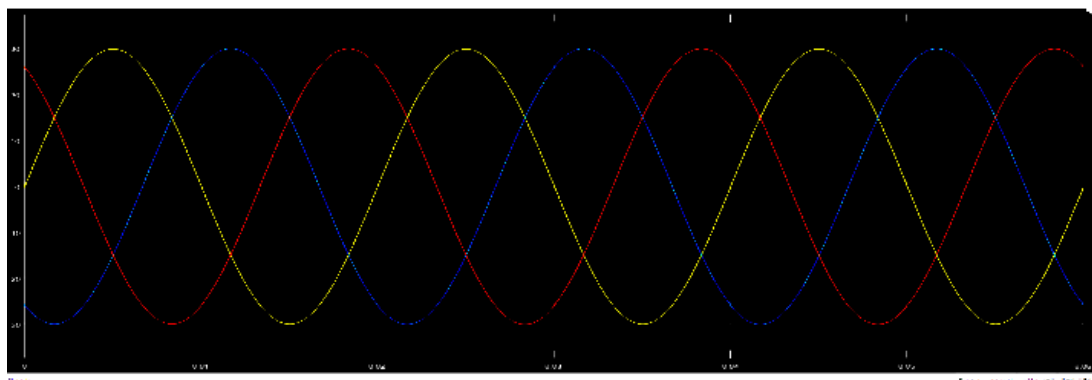


Рис. 7. Діаграми фазних струмів із симетруванням

Із часових діаграм видно, що із застосуванням запропонованої моделі трансформатора в системі електропостачання досягнуто повну компенсацію реактивної потужності, як і в моделі з класичною Т-подібною заступною схемою трансформатора. При цьому компенсована не тільки реактивна потужність самого навантаження, а й

реактивні потужності, обумовлені лініями електропостачання і самого трансформатора. Амплітуди струмів, споживані від джерел, однакові і складають величини порядку 30 А, що значно менше, ніж у варіанті несиметричного режиму. Крім того, струми за фазою співпадають із фазними напругами (рис. 8).

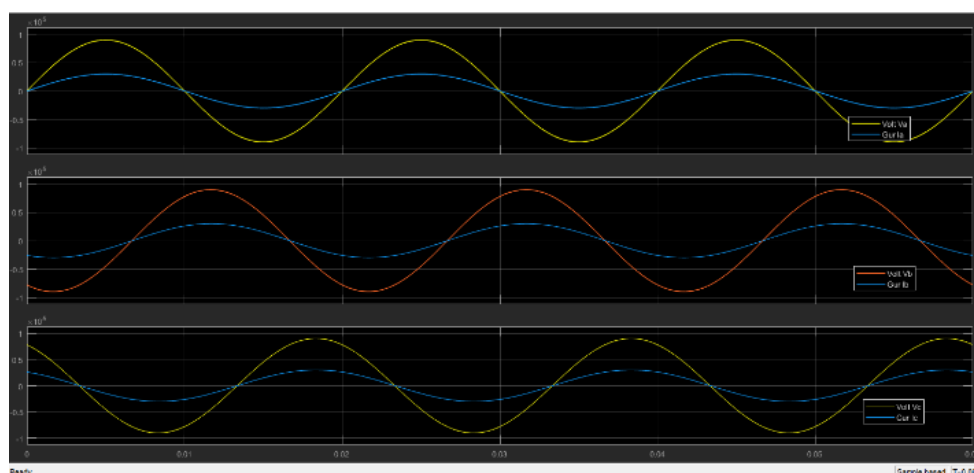


Рис. 8. Збіг фазних струмів із фазними напругами в разі симетрування

Це означає, що від джерел відбирають лише активну потужність, тобто за повної компенсації реактивної потужності в електротехнічній системі досягають одиничного значення коефіцієнта потужності.

Висновки і рекомендації щодо подальшого використання. На підставі проведених досліджень можна зробити такі висновки:

– на основі аналізу співвідношень між струмами, напругами і потужностями трансформатора виведено достатньо простий математичний вираз, що дає змогу одразу ж за паспортними даними знайти коефіцієнт зв'язку первинної і вторинної обмоток трансформатора. Для цього достатньо скористатися значеннями лише двох паспортних даних, а саме відносними значеннями напруги короткого замикання і струму неробочого ходу. У результаті значно спрощено знаходження решти параметрів заступних схем трансформатора, необхідних для визначення параметрів моделей трансформатора для будь-яких комп'ютерних програм моделювання процесів в електротехнічних системах, що містять трансформатори. Запропоновано

конкретні алгоритми розрахунків цих параметрів на основі викладеної методики;

– розглянуто варіанти використання моделей трансформатора на основі взаємно пов'язаних індуктивностей. Порівняння запропонованих моделей трансформатора з класичними моделями в системі MATLAB доводить високий ступінь адекватності і точності моделей трансформатора, топологію і параметри яких визначено за допомогою запропонованої методики на базі формули для швидкого визначення коефіцієнта зв'язку котушок трансформатора лише за двома вказаними паспортними даними;

– запропоновану модель трансформатора використано у складі моделі електропостачання залізниці змінного струму в режимах несиметричного споживання електроенергії і з увімкненням симетруючих реактивних елементів. Результати моделювання електромагнітних процесів у системі електропостачання залізниці змінного струму з силовим трансформатором показали високу точність запропонованої моделі і можливість її застосування для аналізу електромагнітних процесів в електротехнічних системах із силовими трансформаторами.

Список використаних джерел

1. Pentegov I. V., Rymar S. V., Volkov I. V. Relation between parameters of electromagnetic and schematic circuits and equivalent circuits of double-winding transformers. *Electrical engineering and Electromechanics*. 2006. No. 3. P. 67–79.
2. Lou J., Bhobe A., Shu Y., Yu J. Analytical calculation of transformer parameters by S-parameters. *2018 IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility and 2018 IEEE Asia-Pacific Symposium on Electromagnetic Compatibility (EMC/APEMC)*. 2018. P. 1310–1313. DOI: 10.1109/ISEMC.2018.8394001.
3. Yarymbash D., Kotsur M., Yarymbash S., Divchuk T. Electromagnetic parameters determination of power transformers. *2018 IEEE 3rd International Conference on Intelligent Energy and Power Systems (IEPS)*. 2018. P. 70–75. DOI: 10.1109/IEPS.2018.8559573.
4. Zhang Z., Kang N., Mousavi M. J. Real-time transformer parameter estimation using terminal measurements. *2015 IEEE Power & Energy Society General Meeting*. 2015. P. 1–5. DOI: 10.1109/PESGM.2015.7285958.
5. Bloech M., Rashid M. H. PSpice modeling of three-phase transformer. *2007 39th North American Power Symposium*. 2007. P. 76–79. DOI: 10.1109/NAPS.2007.4402289.
6. Neumayer M., Bretterklieber T., Zangl H. Bayesian estimation of electrical transformer parameters. *2014 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC) Proceedings*. 2014. P. 514–518. DOI: 10.1109/I2MTC.2014.6860798.
7. Ягуп В. Г., Ягуп К. В. Дослідження магнітно-зв'язаних індуктивностей за допомогою сигнальних графів. *Технічна електродинаміка*. 2019. № 5. С. 21–26. DOI: 10.15407/techned2019.05.021.
8. Ягуп В. Г., Ягуп К. В. Дослідження режимів компенсації реактивної потужності в системі електропостачання з каскадом трансформаторів. *Технічна електродинаміка*. 2025. № 1. С. 82–88. DOI: 10.15407/techned2025.01.082.
9. Ягуп В. Г., Ягуп К. В. Дослідження режимів компенсації реактивної потужності в узагальненій системі електропостачання. *Технічна електродинаміка*. 2022. № 6. С. 63–71. DOI: 10.15407/techned2022.06.063.
10. Muthyala U. R., Dhabale A. Analysis of single phase transformer excited by superposition of square and sine wave. *2018 IEEE International Conference on Power Electronics, Drives and Energy Systems (PEDES)*. 2018. P. 1–6. DOI: 10.1109/PEDES.2018.8707866.
11. Youssef H., Hassan M. H., Kamel S., Elsayed S. K. Parameter estimation of single phase transformer using jellyfish search optimizer algorithm. *2021 IEEE International Conference on Automation/XXIV Congress of the Chilean Association of Automatic Control (ICA-ACCA)*. 2021. P. 1–4. DOI: 10.1109/ICAACCA51523.2021.9465279.
12. Patel S., Derwal A., Doshi S., Rajendra S. K. Utilising genetic algorithm and driving point impedance data to synthesize high frequency circuit model of power transformer winding. *2018 5th International Conference on Signal Processing and Integrated Networks (SPIN)*. 2018. P. 407–412, DOI: 10.1109/SPIN.2018.8474058.
13. Dirik H., Gezegin C., Özdemir M. A novel parameter identification method for single-phase transformers by using real-time data. *IEEE Transactions on Power Delivery*. 2014. Vol. 29, Iss. 3. P. 1074–1082. DOI: 10.1109/TPWRD.2013.2284243.
14. Abu-Siada A., Mosaad M. I., Kim D., El-Naggar M. F. Estimating power transformer high frequency model parameters using frequency response analysis. *IEEE Transactions on Power Delivery*. 2020. Vol. 35, Iss. 3. P. 1267–1277. DOI: 10.1109/TPWRD.2019.2938020.
15. Liu Y., Pei X. Improved identification method for equivalent network parameters of transformer windings based on driving point admittance. *IEEE Access*. 2025. Vol. 13. P. 10062–10069. DOI: 10.1109/ACCESS.2025.3528886.

16. Rao T. M., Pramanik S., Mitra S. On analytical estimation of inductances in equivalent ladder network model of a homogeneous transformer winding using FRA data. *IEEE Transactions on Power Delivery*. 2025. Vol. 40, Iss. 1. P. 472–483. DOI: 10.1109/TPWRD.2024.3504961.

Ягуп Валерій Григорович, доктор технічних наук, професор, професор кафедри комп'ютерних наук і інформаційних систем, Харківський національний автомобільно-дорожній університет.

E-mail: yagup.walery@gmail.com. ORCID ID: 0000-0002-7019-3499.

Ягуп Катерина Валеріївна, доктор технічних наук, професор, професор кафедри програмної інженерії та інтелектуальних технологій управління, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут». E-mail: kateryna.yahup@khpi.edu.ua. ORCID ID: 0000-0002-9305-8169.

Нерубацький Володимир Павлович, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Український державний університет залізничного транспорту.

Тел.: +38 (095) 045-78-01. E-mail: NVP9@i.ua. ORCID ID: 0000-0002-4309-601X.

Yahup Valerii Hryhorovych, Doctor of Science (Tech.), Professor, Professor of Computer Science and Information Systems Department, Kharkiv National Automobile and Highway University. E-mail: yagup.walery@gmail.com. ORCID ID: 0000-0002-7019-3499.

Yahup Kateryna Valeriyivna, Doctor of Science (Tech.), Professor, Professor of Software Engineering and Management Intelligent Technologies Department, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute». E-mail: kateryna.yahup@khpi.edu.ua. ORCID ID: 0000-0002-9305-8169.

Nerubatskyi Volodymyr Pavlovych, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of Electrical Energetics, Electrical Engineering and Electromechanics Department, Ukrainian State University of Railway Transport. Tel.: +38 (095) 045-78-01. E-mail: NVP9@i.ua. ORCID ID: 0000-0002-4309-601X.

Статтю прийнято 22.08.2025 р.