

МЕХАНІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

**Кафедра якості, стандартизації, сертифікації та технологій
виготовлення матеріалів**

Л.А. Тимофєєва, С.С. Тимофєєв

**ПЛАНУВАННЯ ТА ОРГАНІЗАЦІЯ
ЕКСПЕРИМЕНТУ**

Конспект лекцій

Частина 1

Харків – 2016

Тимофєєва Л.А., Тимофєєв С.С. Планування та організація експерименту: Конспект лекцій. – Харків: УкрДУЗТ, 2016. – Ч. 1. – 23 с.

Конспект лекцій містить початкові відомості з теорії планування та організації експерименту, інформацію про перевірку статистичних гіпотез і різноманітні інструменти аналізу даних з подальшим будованням математичної моделі експерименту.

Рекомендовано для студентів 4–5 курсів спеціальності 152 «Метрологія та інформаційна вимірювальна техніка за освітньою програмою «Якість, стандартизація та сертифікація», а також усіх, хто зацікавлений питаннями обробки даних і планування експерименту.

Іл. 5, бібліогр.: 10 назв.

Конспект лекцій розглянуто та рекомендовано до друку на засіданні кафедри якості, стандартизації, сертифікації та технології виготовлення матеріалів 8 лютого 2016 р., протокол № 14.

Рецензент

проф. Е.С. Геворкян

Л.А. Тимофєєва, С.С. Тимофєєв

ПЛАНУВАННЯ ТА ОРГАНІЗАЦІЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ

Конспект лекцій

Частина 1

Відповідальний за випуск Тимофєєва Л.А.

Редактор Еткало О.О.

Підписано до друку 14.04.16 р.

Формат паперу 60x84 1/16. Папір писальний.

Умовн.-друк.арк. 1,0. Тираж 50. Замовлення №

Видавець та виготовлювач Українська державна академія залізничного транспорту,

61050, Харків-50, майдан Фейєрбаха, 7.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 2874 від 12.06.2007 р.

**УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ**

МЕХАНІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

**Кафедра якості, стандартизації, сертифікації та
технології виготовлення матеріалів**

Л.А. Тимофєєва, С.С. Тимофєєв

ПЛАНУВАННЯ ТА ОРГАНІЗАЦІЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ

Конспект лекцій

Частина I

Харків 2016

Тимофєєва Л.А., Тимофєєв С.С. Планування та організація експерименту: Конспект лекцій. – Харків: УкрДУЗТ, 2016. – Ч. 1. – 25 с.

Конспект лекцій містить початкові відомості з теорії планування та організації експерименту, інформацію про перевірку статистичних гіпотез і різноманітні інструменти аналізу даних з подальшим будівництвом математичної моделі експерименту.

Рекомендовано для студентів 4–5 курсів спеціальності 152 «Метрологія та інформаційна вимірювальна техніка за освітньою програмою «Якість, стандартизація та сертифікація», а також усіх, хто зацікавлений питаннями обробки даних і планування експерименту.

Іл. 5, бібліогр.: 10 назв.

Конспект лекцій розглянуто та рекомендовано до друку на засіданні кафедри якості, стандартизації, сертифікації та технології виготовлення матеріалів 08 лютого 2016 р., протокол № 14.

Конспект лекцій призначено для спеціалістів та магістрів спеціальності «Якість, стандартизація та сертифікація».

Рецензент

проф. Е.С. Геворкян

ЗМІСТ

Вступ.....	4
Вступ у теорію «Планування та організація експерименту»...	5
1 Планування експерименту і його завдання. Види експериментів.....	6
2 Параметри оптимізації та вимоги, що висуваються до них.....	8
3 Фактори і вимоги до них	11
4 Вибір моделі експерименту	14
5 Прийняття рішень перед плануванням.....	20
Список літератури	23

ВСТУП

Багато фахівців, які досліджують тенденції розвитку українського ринку, відзначають появу ряду керівників нового покоління, яких цікавлять прибутки не тут і зараз, а з перспективою розвитку та зростання їх компаній. Ніякий розвиток підприємства неможливий без планування процесів функціонування та без їх грамотної організації. І тим паче це неможливо без використання наукових підходів до планування й організації діяльності. Саме останнє і належить до сфери розгляду дисципліни «Планування та організація експерименту», про яке піде мова в цьому конспекті лекцій.

Проблемами «Планування та організації експерименту», наскільки можна судити з висоти нашого досвіду викладання дисципліни, є:

- по-перше, її «занедбаність» – літератури дуже мало і датується вона, у своїй основі, 70–80-ми роками минулого століття;
- по-друге, спочатку ця дисципліна викладалася на економічних спеціальностях, і відповідно вся та небагата література, яка є, орієнтована на відповідну галузь, розраховану саме на економічно «підковану» аудиторію.

З огляду на тільки дві перераховані проблеми, а при бажанні їх можна знайти і більше, цілком зрозумілим стає, чому ця допомога актуальна. У конспекті зібрано все те, що в розрізних варіантах є в інших літературних джерелах з цієї дисципліни, але систематизовано і перекладено на просту, доступну студентам мову.

Окремо хотілося б зупинитися на логіці викладу наведеного матеріалу. На перший погляд, перший розділ жодним чином не пов'язаний з матеріалом другого і третього розділів, а четвертий розділ узагалі стоїть окремо. Однак це не так.

У першому розділі описуються основні поняття, якими оперує «Планування та організація експерименту». Ці поняття будуть зустрічатися і в інших розділах, у міру зачіпання проблем досліджуваної дисципліни. У другому і третьому розділах наводиться опис статистичних методів, за допомогою яких

проводиться попередній аналіз апріорної інформації, відбір факторів, що впливають на побудову моделі експерименту.

При використанні великого числа факторів, що впливають, досить гостро постає питання скорочення числа дослідів. Саме на це і спрямована методика побудови дрібних реплік, описана в четвертому розділі. У цьому ж розділі показано, як можна побудувати модель експерименту без використання методики регресійного аналізу.

Таким чином, усі чотири розділи конспекту лекцій логічно взаємопов'язані.

Цей конспект лекцій є своєрідним помічником і провідником у вивченні курсу «Планування та організація експерименту», набуванні знань у галузі теорії ймовірностей і математичної статистики.

ВСТУП У ТЕОРІЮ «ПЛАНУВАННЯ ТА ОРГАНІЗАЦІЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ»

Думка про те, що експеримент можна планувати, сходить до глибокої давнини. Мабуть, як тільки людина взяла в руки палицю, вона вже почала досліджувати проблеми планування з метою вироблення найбільш оптимального способу видобутку їжі. Результатами таких досліджень, що проводилися протягом століть, стали сучасні блага цивілізації. Однак первісній людині, та й середньовічному лицарю в тому числі, абсолютно не були знайомі поняття статистики.

Така теорія з'явилася (мається на увазі статистика) у ХХ столітті. Услід за розвитком апарату статистичного аналізу його положення почали застосовуватися і в планування експерименту. Автором ідеї залучення статистики в плануванні був один із засновників англійської школи статистики Рональд Фішер. Саме він довів доцільність використання статистичних методів у проблемі пошуку оптимальних умов проведення експерименту. Так з'явилася абсолютно нова наука, що має важливе практичне значення, «Планування та організація експерименту».

1 Планування експерименту і його завдання. Види експериментів

Так що ж являє собою планування експерименту? Для того, щоб уявити собі цей процес, досить сказати, що ми з вами щоденно, щогодини і навіть щохвилини плануємо експеримент, і цей експеримент називається життям.

Уявімо собі для прикладу один наш ранок. Прокидаючись уранці та збираючись вийти з дому, ми згадуємо вже заздалегідь намічені на цей день справи або ж намічаємо їх у цю ж хвилину. При цьому кожен з нас, розглядаючи список передбачуваних справ, відразу проводить коригування, що він точно здатний зробити, що найімовірніше зробить, на що сил може не вистачити, але про всяк випадок записує це в реєстр сьогodнішніх справ і т.д. Таким чином, кожен з нас прикидає умови існування в сьогodенні, щоб цей експеримент (ми все як і раніше маємо на увазі життя) у нас удався.

Так само проводяться і промислові експерименти. З одним застереженням. При проведенні різних лабораторних, промислових або інших експериментів існують якісні нормативи точності отриманих результатів.

Планування експерименту – це процедура вибору кількості й умов проведення дослідів, необхідних і достатніх для вирішення поставленого завдання з необхідною точністю.

При цьому, як учить нас теорія, необхідно дотримуватися таких обмежень:

1) загальна кількість дослідів повинна бути по можливості мінімальною;

2) необхідно одночасно змінювати всі змінні, що визначають (впливають) на процес. Причому ця зміна має відбуватися за визначеними правилами та алгоритмами;

3) при описі досліджень необхідно використовувати математичний апарат, формалізуючи дії експериментатора;

4) у процесі проведення і планування експерименту необхідно дотримуватись чіткої стратегії, що дає змогу ухвалювати обґрунтовані рішення після кожної серії експериментів.

Завданням планування та організації експерименту є розроблення рекомендацій або виробничого процесу на основі

дослідження попередньо отриманих дослідних даних для подальшої їх реалізації та побудова математичної моделі досліджуваного процесу з метою подальшого прогнозування виробництва. Як правило, результатами таких досліджень є розробки найбільш оптимальних рекомендацій технологічного процесу, що мають важливі економічні, технічні, технологічні наслідки і спричиняють як модернізацію окремого технологічного процесу, так і в цілому виробництва.

Залежно від умов експерименти діляться на кілька видів:

1) промисловий – це експеримент, поставлений в умовах підприємства з метою поліпшення виробництва;

2) науково-дослідний – це експеримент, поставлений у науково-дослідних лабораторіях з метою дослідження нового або поліпшення існуючого процесу, явища;

3) лабораторний – це експеримент, поставлений в науково-дослідних лабораторіях з метою вивчення добре відомого, існуючого процесу, явища;

4) оптимальний (екстремальний) – це експеримент, поставлений з метою пошуку найбільш оптимальних умов його реалізації в заздалегідь заданому сенсі. З математичної точки зору, це експеримент з пошуку екстремумів деякої функції, звідси і друга назва експерименту;

5) покроковий – це експеримент, що складається з окремих серій дослідів. Причому умови проведення кожної наступної серії визначаються результатами попередньо діючих;

6) активний – це експеримент, під час якого експериментатор має можливість змінювати або підтримувати на заданому рівні як завгодно довго значення параметрів, які задають умови проведення експерименту;

7) пасивний – це експеримент, під час якого експериментатор не має можливості змінювати або підтримувати на заданому рівні як завгодно довго значення параметрів, які задають умови проведення експерименту.

На практиці найчастіше доводиться мати справу зі змішаним активно-пасивним експериментом.

Як і в будь-якій іншій науці, планування та організація експерименту має свою власну мову, тобто якісь певні терміни, поняття. Нижче саме і поговоримо про це.

2 Параметри оптимізації та вимоги, що висуваються до них

Перш ніж проводити будь-який експеримент, неважливо науковий він буде чи ні, кожен з нас чітко визначає для себе, а чого власне він чекає в результаті своєї бурхливої діяльності? Причому бажано, особливо якщо це промислові або наукові експерименти, щоб цей результат визначався кількісно. У плануванні та організації експерименту результат проведення дослідів називається параметром оптимізації або відгуком системи на вплив.

Параметр оптимізації (відгук) – величина, що описує результат проведеного експерименту і залежить від факторів, що впливають на експеримент.

Залежно від об'єкта і мети дослідження параметри оптимізації можуть бути найрізноманітнішими. Введемо класифікацію параметрів оптимізації:

1-й клас – Економічні параметри оптимізації.

До цього класу належать прибуток, собівартість, рентабельність (ці параметри використовуються при дослідженні діючих промислових об'єктів), витрати на експеримент (оцінюється в будь-яких дослідженнях, у т. ч. і науково-дослідних).

2-й клас – Техніко-економічні параметри оптимізації.

Серед цих параметрів найбільш поширеними є продуктивність і коефіцієнт корисної дії; такі параметри, як стабільність, надійність, довговічність, пов'язані з тривалими спостереженнями і використовуються перш за все при вивченні дорогих відповідальних об'єктів.

3-й клас – Техніко-технологічні параметри оптимізації.

До цих параметрів оптимізації належать фізичні, механічні, фізико-хімічні, медико-біологічні характеристики продукту, а також вихід продукту. Як бачимо з вищевикладеного, ця категорія параметрів оптимізації оцінює якість продукції, яка випускається.

4-й клас – Інші.

Ця категорія містить психологічні, естетичні, статистичні параметри оптимізації. Незважаючи на простоту цієї групи, ці параметри є не менш важливими, ніж усі попередні. Зі

зростанням складності об'єкта зростає і психологічне навантаження на виконавця, тому значно може змінитися якість продукції. Естетичні параметри насамперед ураховують у питаннях підвищення реалізації.

Як приклад вибору параметра оптимізації можна розглянути процес навчання студента. Оцінювати успішність проходження процесу навчання можна різними варіантами, але найбільш оптимальним досі залишається бальна оцінка знань студента. Виходячи з наведеної вище класифікації, цей параметр оптимізації належить, швидше за все до четвертого виду – інші.

Розглянемо вимоги, що висуваються до параметрів оптимізації.

Вимога 1

Перш за все параметр оптимізації повинен бути кількісним, задаватися числом. Дослідник повинен мати можливість його вимірювати при будь-якому фіксованому наборі рівнів факторів.

Повернемося до оцінки знань. Якби не було бальної оцінки знань, студенту важко було б зрозуміти, наскільки його рівень знань відповідає висунутим вимогам.

Безліч значень, яких набуває параметр оптимізації, називається областю його визначення.

Області визначення можуть бути дискретними і безперервними. На практиці, як правило, області визначення дискретні.

Вимірювання параметра оптимізації передбачає наявність відповідного приладу. Якщо такого приладу немає з будь-яких причин, доводиться користуватися прийомом, що має назву ранжування: кожному параметру оптимізації присвоюються оцінки за заздалегідь обраною шкалою (двобальною, п'ятибальною і т. д.), і в подальшому користуються такою шкалою рангової оцінки при дослідженнях. Фактично ми якісним величинам присвоюємо кількісні значення. Яскравий приклад ранжованого підходу – бальна система оцінки знань.

Вимога 2

Параметр оптимізації повинен визначатися одним числом. Не повинно виникати таких ситуацій, коли один і той самий параметр описується різними значеннями. В іншому випадку виникають неясності і різночитання.

Прикладом таких різночитань може бути невідповідність у прочитанні оцінок, отриманих під час навчання. Наведемо один яскравий історичний приклад. Одного разу один знайомий розповів, як він відвідував Царськосільський лицей і там бачив таблиць О.С. Пушкіна: «Уявляєш, – вигукнув мій знайомий, – а Пушкін то був двієчником! У нього в таблиці одні двійки і коли стоять!» Звичайно, можна і засмутитися, якого жахливого учня записали в генії нації, якби не одне «але». У Царськосільському лицейі була прийнята така система оцінок:

1 – Відмінно розуміє предмет, має до нього схильність, бажання, використовує творчий підхід;

2 – Непогано розуміє предмет, вивчає без особливого завзяття, хоча і має схильність;

3 – Недостатньо розуміє предмет, вивчає без особливого завзяття, схильності до предмета недостатні;

4 – Майже не розуміє предмет, схильностей практично немає, вивчає з примусу;

0 – Не розуміє предмет, схильностей не виявлено, предмет практично не засвоєно.

Ось тобі і двієчник! До речі, у всьому таблиці у Пушкіна була єдина погана оцінка – нуль з математики. Ну не його це був предмет.

Вимога 3

Однозначність параметра оптимізації в статистичному сенсі: заданому набору рівнів факторів має відповідати, з точністю до помилки експерименту, одне значення параметра оптимізації. При цьому зворотне твердження неправильне, тобто одне і те саме значення параметра оптимізації може зустрічатися для різних наборів факторів.

Наприклад, добре відомо, що для того, щоб закип'ятити воду при нормальному тиску необхідно її нагріти до 100 °С. І скільки б разів ви не проводили цей дослід, результат буде один і той самий, при нормальному тиску і температурі 100 °С вода закипить. Однак при зниженні тиску температура кипіння води також знизиться, тобто отримуємо таку ситуацію: інше поєднання значень температури і тиску дасть той же результат експерименту – вода закипить.

Вимога 4

Параметр оптимізації повинен бути ефективним з точки зору досягнення мети і в статистичному сенсі. Фактично це означає, що вибрати параметр оптимізації необхідно таким чином, щоб він визначався з найбільшою можливою точністю.

Вимога 5

Параметр оптимізації повинен задовольняти вимогу універсальності і повноти. Під універсальністю та повнотою параметра розуміють його здатність всебічно охарактеризувати об'єкт дослідження.

Вимога 6

Параметр оптимізації повинен мати фізичний зміст, бути простим і легко обчислюватися.

Вимога фізичного змісту пояснюється необхідністю подальшої інтерпретації результатів експерименту. Узагалі кажучи, можна параметр оптимізації описувати яким завгодно виразом або способом, якщо тільки потім зможете пояснити, що цей опис означає.

Легкість і простота обчислень дають змогу проконтролювати правильність обчислення параметра оптимізації в процесі побудови моделі експерименту.

Вимога 7

Параметр оптимізації повинен існувати для всіх станів системи. Якщо життя на Марсі неможливе ні при яких станах, то вибрати як результат експерименту цю вимогу нерозумно.

Виходячи з перерахованих вимог видно, що вибрати необхідні параметри оптимізації є справою досить трудомісткою. Однак саме правильний вибір параметра оптимізації є запорукою успіху при подальшому плануванні, оскільки вибір параметра оптимізації диктує вид математичної моделі експерименту.

3 Фактори і вимоги до них

Після того, як обрано об'єкт дослідження і визначено параметри оптимізації, необхідно установити з величини, які можуть впливати на процес. У плануванні та організації експерименту ці величини називаються факторами. Втрачений істотний фактор призводить до абсолютно неправильних

прогнозів і моделей експерименту, а зайвий несуттєвий фактор тільки додасть клопоту при дослідженні моделі. Зазвичай рекомендується використовувати при плануванні не більше 15 факторів, якщо ж їх більше – вибрати найбільш значущі, залишаючи менш значні фактори осторонь.

Фактор – вимірювана величина, що описує вплив на об'єкт дослідження. Кожне значення, набуте фактором, називається рівнем фактора.

Так само, як і параметр оптимізації, кожен фактор має область визначення – сукупність усіх значень, яких може набувати цей фактор.

Кожен фактор може набувати в досліді одне з кількох значень. Фіксований набір рівнів декількох факторів, тобто їх визначених фіксованих значень, буде визначати якісь конкретні вимоги до проведення експерименту. При зміні хоча б одного з факторів у такому наборі відбувається зміна як умов, так і, як наслідок, значення параметра оптимізації.

Для ілюстрації повернемося до нашого прикладу з киплячою водою, описаного в попередньому розділі. У розглянутому прикладі використовуються два фактори – температура і тиск, кожен з яких набуває певних значень, тобто набуває певних рівнів. Наприклад, для тиску – нормальний тиск (760 мм рт. ст.); підвищений тиск (скажімо, 900 мм рт. ст.); знижений тиск (700 мм рт. ст.); для температури – 50, 100, 1000 °С. Ставлячи ті чи інші значення температури і тиску, ми отримуємо таке, що в одних випадках вода випарується майже миттєво, у других – вода трохи нагріється, у третіх – вона закипить. Таким чином, змінюючи комбінації тиску і температури, говорячи науковою мовою, використовуючи різні комбінації рівнів двох факторів, ми визначаємо нові умови для проведення експерименту і в той же час отримуємо інший результат.

Якщо перебрати всі можливі набори станів, ми отримуємо повне число можливих різних дослідів. При цьому число різних станів системи визначає її складність. Якщо позначити число факторів, які впливають на експеримент, літерою k , а число рівнів, прийнятих кожним з факторів, літерою m , то число можливих станів системи, тобто число всіх можливих дослідів, визначається формулою

$$N = m^k.$$

Фактори бувають двох типів:

кількісні – їх можна оцінювати кількісно: вимірювати, зважувати, титрувати і т. п.;

якісні – кількісно цей фактор задати не вдається. Це різні речовини, технологічні способи і т. п.

Вимоги, що висуваються до факторів.

Вимога 1

Фактори повинні бути керованими, тобто експериментатор повинен мати можливість, указавши потрібне значення фактора, підтримувати його постійним протягом усього експерименту.

Наприклад, температура конфорки, на яку поставили підігрівати воду, – керована величина, ми можемо її змінювати самостійно і підтримувати постійною скільки нам завгодно; температура в кімнаті, де проходить експеримент, – некерована величина, тому що способів впливу на неї у нас практично немає і підтримувати її на тому чи іншому рівні для експериментатора проблематично. У цьому випадку при плануванні експерименту з нагрівання води ми як фактор можемо враховувати лише першу температуру. Другий же показник ми можемо лише взяти до уваги.

Вимога 2

Фактор повинен бути операційним, тобто можна вказати послідовність дій (операцій), необхідних для задавання того чи іншого значення фактора.

Для того, щоб переключити регулятор температури на конфорці, кожен з нас робить певну послідовність дій, і ми можемо її точно описати (підійти до конфорки, повернути регулятор і т.д.). А спробуйте маленькій дитині років трьох–чотирьох просто сказати:

– Увімкни чайник!

Якщо вона робить це вперше, вона просто-напросто вас не зрозуміє. В іншому випадку ми маємо справу з порушенням принципу операціональності.

Вимога 3

Точність вимірювання повинна бути якомога вищою. Ступінь точності визначається діапазоном зміни факторів.

Вимога 4

Фактори повинні бути однозначні, тобто безпосередньо впливати на об'єкт дослідження. Важко змінювати фактор, який є функцією інших факторів.

Наприклад, як фактор, що впливає, ми б дуже не рекомендували використовувати жіночий настрій, оскільки важко зрозуміти, що саме впливає на нього в ту чи іншу хвилину, а навіть якщо і зрозумієте, то в цьому випадку як фактор краще вибрати саме той фактор, що впливає, який регулюватиме цей настрій.

При плануванні експерименту рідко розглядається один фактор, звичайно береться до розгляду відразу кілька факторів. Тому виникає необхідність формулювати вимоги, що висуваються до сукупності факторів.

Вимога 1

Перш за все фактори повинні бути сумісні. Сумісність факторів означає, що всі їх комбінації здійсненні і безпечні. Несумісність факторів може спостерігатися на кордонах областей їх визначення. Позбутися несумісності можна, якщо в кожній області брати область трохи меншого розміру. Положення ускладнюється, якщо несумісність спостерігається всередині областей визначення факторів. У цьому випадку доводиться робити розбиття областей визначення на кілька підобластей, «вирізаючи» шматок несумісності, і ставити кілька планів експериментів.

Вимога 2

При плануванні також важлива незалежність факторів, тобто можливість установа факторів на якомусь рівні, незалежно від значень рівнів інших факторів. Інакше цю вимогу називають вимогою відсутності кореляції між факторами. Якщо між факторами спостерігається залежність середнього або високого рівня, один з двох факторів не розглядають.

4 Вибір моделі експерименту

Нерідко при побудові моделі доводиться приймати рішення про вибір самого об'єкта, а саме, які його характеристики і поведінкові функції слід ураховувати, а які не вписуються в

рамки поставленого завдання. У плануванні експерименту будь-якого дослідника перш за все цікавить як поведе себе система, якщо на неї подіяти певним чином. При цьому жодного з експериментаторів зовсім не цікавить, що при цьому «відчуває» сама система. Такі моделі, коли розглядається тільки вплив на об'єкт і його відповідь на цей вплив без урахування внутрішніх процесів об'єкта, часто подаються так званим чорним ящиком. При цьому вплив на систему інтерпретується як вхід чорного ящика, а відповідь системи на вплив – його вихід (рисунок 1).

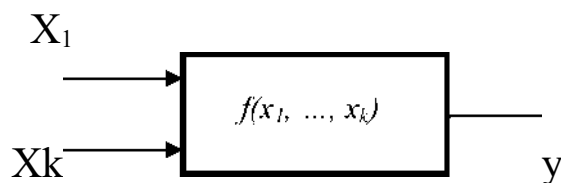


Рисунок 1 – Модель об'єкта дослідження у вигляді чорного ящика ($x_1...x_k$ – фактори, що діють на об'єкт; y – відгук системи)

У досліджуваній нами теорії під моделлю також часто розуміють модель чорного ящика, у якій використовується функція, що встановлює залежність між параметром оптимізації і факторами, (рисунок 1):

$$y=f(x_1, x_2, \dots, x_k).$$

Ця функція носить назву функції відгуку. З цих позицій, вибрати модель – означає вибрати вид цієї функції, записати її рівняння. Тоді тільки залишиться провести експеримент з обчислення числових коефіцієнтів даної моделі.

Іноді замість алгебраїчної форми, тобто рівняння, функцію відгуку вдається уявити в геометричній формі. У цьому випадку мова заходить про поверхні відгуку. Пошук рішення в геометричній формі набагато більш наочний, ніж у вигляді рівняння. Однак, якщо число фактора більше двох, побудова функції відгуку неможлива, і доводиться обмежуватися тільки алгебраїчною формою.

Зупинимось на поверхні відгуку докладніше. Для зручності перегляду уявимо систему, на яку впливають два фактори – X_1 і

X_2 . Для того, щоб відобразити модель, досить мати у своєму розпорядженні площину зі звичайною декартовою системою координат, по осях яких розташовуються рівні кожного з факторів. Тоді кожному стану системи, тобто «ящика» буде відповідати точка на площині. Так як для кожного з факторів існують області визначення, у кожного фактора є максимальне і мінімальне можливі значення, між якими і змінюється той чи інший фактор. Якщо фактори сумісні, межі їх областей визначення створюють на площині деякий прямокутник – область спільного існування факторів, (рисунок 2).

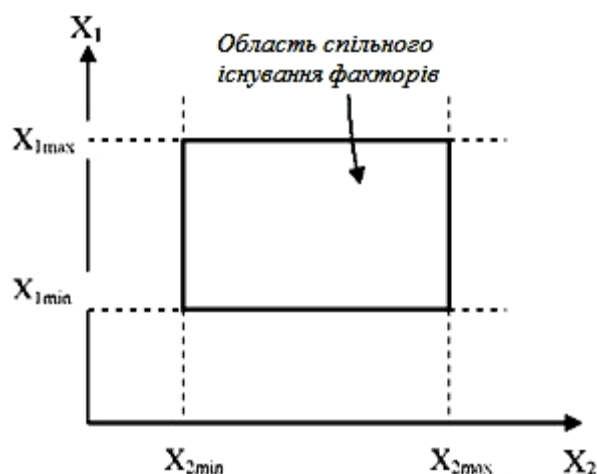


Рисунок 2 – Приклад факторного простору

Простір, утворений осями факторів (іноді осями факторів і віссю параметра оптимізації), називається факторним простором.

Щоб указати значення параметра оптимізації, потрібна ще одна вісь координат – вісь відгуку. Якщо її додати, графічна модель експерименту набуде вигляду, поданого на рисунку 3. Об'єкт такого виду має назву поверхня відгуку.

Розмірність факторного простору залежить від кількості факторів. Однак, якщо кількість факторів більша від двох, побудувати поверхню відгуку вже неможливо і доводиться обмежуватися тільки алгебраїчною мовою, тобто рівнянням функції відгуку.

Але для двох факторів можна навіть не переходити до тривимірного простору, а обмежитися площиною. Для цього досить зробити розріз поверхні відгуку площинами,

паралельними площині x_1Ox_2 , і отримані в перетинах ліній площини спроектувати на цю площину, (рисунок 4).

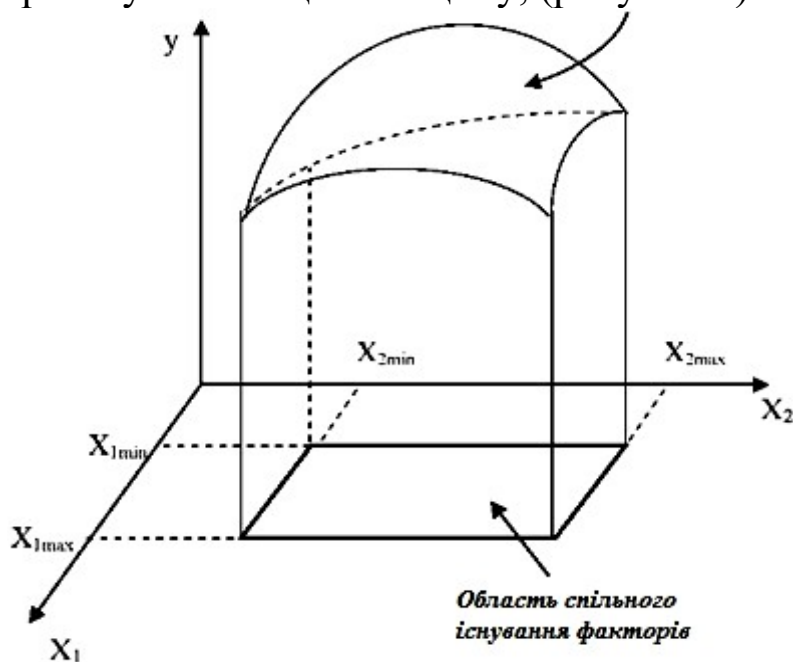


Рисунок 3 – Поверхня відгуку

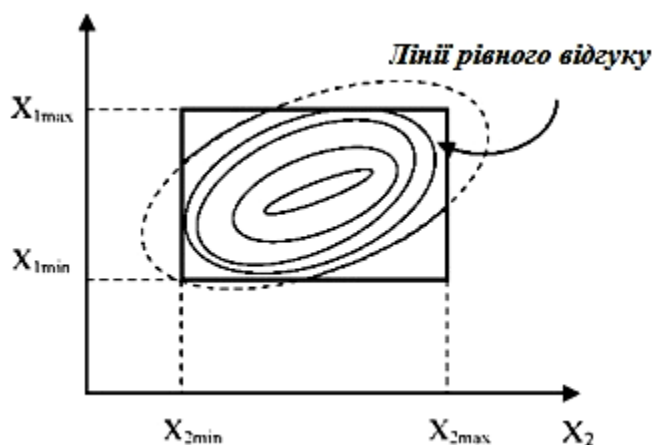


Рисунок 4 – Проекція перетинів поверхні відгуку на площину

Кожна лінія, отримана в результаті перетину, відповідає постійному значенню параметра оптимізації. Така лінія називається лінією рівного відгуку.

Як же знайти ті оптимальні умови експерименту, які нас цікавлять? Причому було б непогано, щоб цей пошук не потребував особливих витрат. У цьому випадку ми вдаємося до математичної моделі експерименту, за допомогою якої можна прогнозувати відгук системи в тих станах, які експериментально не вивчались. У цьому випадку з'являється можливість прогнозування результатів експерименту в точках, які є

оптимальними в рамках поставленого завдання. І тут ми переходимо до покрокового принципу.

Однак, перш ніж приступати до моделювання, необхідно визначити основні вимоги до поверхні відгуку, на основі яких ми і збираємося робити прогнози.

Вимога 1

Безперервність поверхні – це подія, коли до будь-якої точки факторного простору функція відгуку зазнає розриву. Немає ніякої гарантії, що при реальному здійсненні експерименту цей стан або взагалі неможливий, або призведе до фатальних наслідків. При виборі великого кроку перебору рівнів факторів можна просто не помітити цей розрив, «переступивши» через нього, проте ймовірність потрапляння в цю критичну область на практиці досить-таки велика, і результат буде непередбаченим.

Вимога 2

Гладкість поверхні відгуку (міркування ті ж, що і в попередньому пункті).

Вимога 3

Наявність єдиного оптимуму. Ця вимога, мабуть, одна з найважливіших. При плануванні експерименту пошук оптимуму може вестися у різних напрямках – праворуч, ліворуч тощо. Якщо ж оптимумів декілька та вони ще й нерівноцінні, немає ніякої гарантії, що наткнувшись на один з них, ми порахуємо цей оптимум саме тим рішенням, яке ми шукаємо, у той час, як це припущення неправильне. Якщо ж оптимум буде єдиним, неважливо яким чином ми будемо його застосовувати.

Суть крокового принципу зводиться до такого. Якщо нам відомий вид поверхні відгуку, крім того виконуються всі вимоги для неї, можна заздалегідь теоретично вибрати напрямок, у якому слід рухатись у пошуках оптимального рішення, будь-то максимум або мінімум функції відгуку (у залежності від поставленої мети). Провівши експеримент в обраному напрямку, за результатами визначаємо, у якому напрямку рухатися далі. Зрештою, рано чи пізно, реалізуючи такі серії експериментів і постійно узгоджуючись з видом поверхні відгуку, ми знайдемо необхідний максимум.

Узагалі кажучи, моделей існує безліч, а нам потрібна одна єдина. Щоб вибрати, її необхідно визначити, які вимоги потрібно висувати до моделі.

Вимога 1

Головна вимога до моделі експерименту – це здатність передбачати подальший напрямок дослідів з необхідною точністю. При цьому точність передбачення не повинна залежати від напрямку, у якому ми рухаємося при плануванні, тобто точність передбачення повинна бути однаковою в усіх напрямках.

Вимога 2

Адекватність моделі. Ця вимога означає, що модель дійсно повинна передбачати експериментальні дані.

Вимога 3

Серед усіх моделей необхідно вибрати ту, яка є найпростішою. При цьому поняття простоти досить-таки залежить від вирішуваної проблеми. Перш ніж вибрати ту чи іншу функцію, потрібно додатково поставити питання, а що мається на увазі в цьому випадку під простотою – вид рівняння чи легкість опису?

Найбільш часто в плануванні експерименту зупиняються на поліноміальних моделях виду:

$y = b_0$ – поліном нульового ступеня;

$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$ – поліном 1-го ступеня (лінійний);

$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2$ – поліном 2-го ступеня.

Збільшуючи ступінь полінома, можна задати приблизний опис (апроксимацію) функції будь-якої складності. Для експериментатора вибір поліноміальної моделі дає змогу значно спростити пошук числових коефіцієнтів. При виборі ступеня полінома потрібно не забувати про простоту опису. Занадто високий ступінь, незважаючи на збільшення точності передбачення, рідко вдається, оскільки з кожним новим ступенем ускладнюється пошук числових коефіцієнтів. При збільшенні коефіцієнта зростає і кількість дослідів, необхідних для його обчислення. Найчастіше експериментатори намагаються обмежуватися лінійними поліномами, а якщо вони були не зовсім точні, поліномами 2-го ступеня (квадратичними). Подальше

збільшення ступеня полінома призводить, як правило, тільки до збільшення складності прогнозування і не більше.

5 Прийняття рішень перед плануванням

Підсумовуючи все вищевикладене, можна зазначити, що перш ніж планувати експеримент, необхідно визначити деякі питання.

По-перше, слід точно визначити поняття об'єкта дослідження, давши йому точне формальне визначення.

По-друге, перш ніж починати експеримент, необхідно однозначно і несуперечливо сформулювати основну мету експерименту, визначити параметр оптимізації. Параметр оптимізації повинен бути єдиним, хоча він і може набувати різних значень.

По-третє, необхідно визначити фактори, що впливають на хід експерименту, і ті значення, яких набувають ці фактори. Факторів, що впливають, може бути скільки завгодно, при цьому кожен з них може набувати нескінченне число значень. Однак не слід забувати, що в залежності від числа факторів і їх рівнів катастрофічно зростає і число експериментів. Вибираючи, скажімо, близько двадцяти факторів, кожен з яких має, наприклад, по два рівні, ми можемо приректи себе на довгі роки «мук».

По-четверте, необхідно замислитися над пошуком області проведення експерименту. І тут слід урахувати нижченаведені міркування.

1 Перш за все необхідно оцінити межі областей визначення факторів. При виборі меж ураховуються обмеження декількох типів:

а) принципові обмеження – для значень факторів, які ні за яких умов не можуть бути порушені. Наприклад, температура ніяк не може за значенням виявитися нижче абсолютного нуля;

б) техніко-економічні обмеження. Наприклад, вартість сировини, дефіцитність окремих компонентів, час протікання процесу;

в) конкретні умови проведення процесу – цей тип обмежень найбільш часто зустрічається. Наприклад, існування апаратури, стадія розроблення технології і т. п.

Таким чином, вибір експериментальної області факторного простору пов'язаний з ретельним аналізом апріорної інформації.

2 На другому етапі необхідно знайти локальну область для планування експерименту. Ця процедура включає в себе два етапи:

а) вибір основного рівня. Найкращим умовам, визначеним з аналізу апріорної інформації, відповідає одна або декілька комбінацій рівнів факторів. Кожна комбінація є багатовимірною точкою у факторному просторі. Її можна розглядати як вихідну точку для побудови плану експерименту. Така точка називається основним, або нульовим рівнем. Будова плану зводиться до вибору точок, симетричних відносно основної. У різних умовах ми володіємо різною інформацією про область найкращих умов. Вибір основної точки легко навести у вигляді схеми, (рисунок 5);



Рисунок 5 – Схема вибору основного рівня

б) вибравши основний рівень, необхідно провести вибір інтервалів варіювання. Необхідно вибрати два рівні, бажано симетричних відносно основного, які називають верхнім і нижнім рівнями. Зазвичай за верхній рівень приймається той, який

відповідає найбільшому значенню фактора, хоча ця вимога і не є обов'язковою.

Інтервалом варіювання факторів називається деяке число (своє для кожного фактора), додавання якого до основного рівня дає верхній рівень, а віднімання – нижній рівень.

Апріорною називається інформація, вилучена з результатів попередніх дослідів. Якщо інформація береться з наступних дослідів, вона називається апостеріорною.

Для спрощення запису умов експерименту й обробки експериментальних даних масштабу по осях ці дані вибираються таким чином, щоб верхній рівень відповідав (+1), нижній (-1), а основний – нулю. Це завжди можна зробити за допомогою перетворення

$$x_i = \frac{x_i - x_0}{m_i},$$

де x_i – кодоване значення фактора,

x_i – істинне значення фактора,

x_0 – істинне значення нульового рівня,

m_i – інтервал варіювання,

i – номер фактора.

Для якісних факторів, що мають два рівні, один рівень визначається (+1), другий (-1); порядок значення не має.

По-п'яте, необхідно пам'ятати, що для грамотного дослідника є головною метою не пошук матеріальних благ, придбаних при оптимізації процесу, а побудова математичної моделі об'єкта дослідження, що являє собою математичне рівняння, яке зв'язує параметри оптимізації та фактори, тобто функції відгуку. Наявність функції відгуку «під рукою» допоможе в подальшому вирішувати нові завдання з найменшими витратами на дослідження об'єкта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРИ

1 Адлер Ю.П. Введение в планирование эксперимента. – М.: Металлургия, 1969. – 320 с.

2 Адлер Ю.П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Ю.П. Адлер, Е.В. Маркова, Ю.В. Грановский. – М.: Наука, 1976. – 290 с.

3 Монтгомери Д.К. Планирование эксперимента и анализ данных. – Л.: Судостроение, 1980. – 384 с.

4 Дэниел К. Применение статистики в промышленном эксперименте. – М.: Мир, 1979. – 300 с.

5 Хартман К. Планирование эксперимента в исследовании технологических процессов / К. Хартман [и др.]. – М.: Мир, 1977. – 556 с.

6 Джонсон Н. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке. Ч. 1. Методы обработки данных / Н. Джонсон, Ф. Лион. – М.: Мир, 1980. – 612 с.

7 Джонсон Н. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке. Ч. 2. Планирование эксперимента / Н. Джонсон, Ф. Лион. – М.: Мир, 1981. – 520 с.

8 Дрейпер Н. Прикладной регрессионный анализ / Н. Дрейпер, Г. Смит. – М.: Диалектика-Вильямс, 2007. – 912 с.

9 Шеффе Г. Дисперсионный анализ. – М.: Наука, 1980. – 511 с.

10 Леман Э. Проверка статистических гипотез. – М.: Наука, 1979. – 408 с.

