

УДК 625.143.036:625.15

ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ РОЗВИТКУ НЕРІВНОСТЕЙ КОЛІЇ В ГОРИЗОНТАЛЬНІЙ ПЛОЩИНІ ДЛЯ БЕЗСТИКОВОЇ КОНСТРУКЦІЇ

Канд. техн. наук Д. О. Потапов, асп. В. В. Тертичний

THEORETICAL STUDIES OF THE EVOLUTION OF HORIZONTAL-PLANE TRACK IRREGULARITIES IN CONTINUOUSLY WELDED TRACK

PhD (Tech.) D. Potapov, postgraduate student V. Tertychnyi

DOI: <https://doi.org/10.18664/1994-7852.214.2025.351841>



Анотація. У статті запропоновано математичний апарат, який допомагає оцінювати динаміку зміни амплітуди геометричних нерівностей у горизонтальній площині для експлуатації рейкових плітей. Наведені функціональні залежності можуть бути включені в діючу нормативну базу з улаштування, укладання, ремонту і утримання безстикової колії на залізницях України. Їх практичне застосування дасть змогу своєчасно ухвалювати рішення та розробляти заходи для забезпечення руху в період дії високих температур, особливо коли середньодобова різниця між температурою закріплення пліті і температурою рейок більше 30 °C.

Ключові слова: безпека руху, безстикова колія, стійкість колії, горизонтальні нерівності, температура закріплення пліті.

Abstract. The article introduces an advanced mathematical framework developed to predict the evolution of horizontal geometric irregularities that arise in continuously welded rails during long-term operation. The proposed methodology provides a systematic way to evaluate how the amplitude of these irregularities increases under the combined influence of temperature-induced compressive forces, accumulated residual stresses, and dynamic loads generated by passing rolling stock. The analytical expressions and functional dependencies obtained in the study enable engineers to quantitatively assess track stability under changing thermal conditions and to forecast the probability of lateral deformation or track buckling over a specified time horizon.

The presented model has significant practical value, as it can be integrated into the current regulatory and methodological base governing the installation, adjustment, maintenance, and repair of continuously welded track on the railways of Ukraine. By embedding the proposed predictive dependencies into existing standards, infrastructure managers will gain a more accurate and

scientifically grounded tool for evaluating the structural behavior of rail strings under variable thermal loads. This, in turn, will enhance the ability of maintenance personnel to identify hazardous track segments in advance, optimize inspection strategies, and schedule preventive interventions in a timely and resource-efficient manner.

Particular attention is devoted to the conditions of elevated ambient temperatures, when the difference between the rail neutral temperature and the actual rail temperature exceeds 30 °C. Under such circumstances, the likelihood of uncontrolled lateral displacement increases sharply, making the accurate prediction of irregularity amplitude growth especially critical. The implementation of the proposed approach contributes to strengthening operational safety, reducing the risk of derailments associated with thermal instability, and improving the overall reliability and resilience of continuously welded rail infrastructure.

Keywords: traffic safety, continuously welded track, track stability, horizontal irregularities, rail neutral temperature.

Вступ. Усі елементи залізничної колії за міцністю, стійкістю і станом мають гарантувати безпечний і плавний рух поїздів із швидкостями, встановленими на певній ділянці [1]. У процесі експлуатації залізничної колії в ній і її елементах неминуче накопичуються залишкові деформації, у тому числі вигляд геометричних нерівностей у горизонтальній (вертикальній) площині.

Як відомо [2], ці нерівності є однією з основних причин виникнення складних і багатофакторних коливальних процесів, що виникають у системі «екіпаж-залізнична колія» під час проходження рухомого складу. Ці коливальні процеси призводять до виникнення додаткових динамічних сил взаємодії, які негативно впливають на технічний стан колії, що в деяких випадках може викликати необхідність обмеження швидкості і навіть закриття руху.

З іншого боку, беручи до уваги той факт, що безстикова конструкція колії на сьогодні є основною на магістральних залізницях України, наявність відхилень від проєктного положення рейкових нитей у плані може створювати безпосередню загрозу втрати стійкості, призводити до небезпечного явища – температурного «викиду» колії.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Із самого початку впровадження безстикової конструкції колії одразу гостро постало питання про

встановлення максимально допустимих меж підвищення температури рейок відносно температури їх закріплення.

Недостатній ступінь розвитку обчислювальної техніки, недосконалість математичного апарату не давали змогу на той час вирішити це питання чисельними методами, тому перші методики обчислення критичних температур були базовані на положеннях у галузі опору матеріалів. У подальшому були створені різні варіанти методів розрахунку величин поздовжніх критичних сил у рейках: енергетичний метод, метод диференціальних рівнянь, скінченних елементів, імітаційного моделювання та інші, які знайшли своє відображення у великій кількості наукових, навчальних матеріалів і відповідній нормативній базі [3-7].

Зрозуміло, що кожен із вище перелічених методів розрахунків має як переваги, так і недоліки. Точність розрахунків, необхідний перелік вихідних параметрів, граничні умови, урахування (або ні) перехідних процесів безпосередньо із втратою стійкості – ось неповний перелік факторів, які впливають на вибір методу розрахунку.

Наприклад, у чинних Правилах [8] для розрахунків із забезпечення поперечної стійкості рейко-шпальної решітки безстикової колії проти викиду за дії критичних температурних сил використовують енергетичний метод, за

яким стискальна сила P_t (влітку), що виникає в пліті, зокрема коли температура рейки максимальна, не має перевищувати допустимого за умовами стійкості значення $[P_{t-cm}]$. Тобто має бути виконана така умова:

$$P_t \leq \frac{A \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_3}{k_{запасу} \cdot i^a}, \quad (1)$$

де A і a – параметри, які залежать від типу рейки і плану лінії;

i – середній ухил початкової нерівності;

k_1, k_2, k_3 – коефіцієнти, які залежать від опору шпал переміщенням поперек колії, епюри укладання шпал і стану проміжних рейкових скріплень;

$k_{запасу}$ – коефіцієнт запасу.

Наведена умова яскраво підкреслює одну з основних переваг енергетичного методу – його відносну простоту порівняно, наприклад, із методом диференціальних рівнянь. Але, з іншого боку, не дає змогу повноцінно оцінити динаміку зміни основних геометричних параметрів нерівностей і критичної поздовжньої сили, що може негативно впливати на безпеку руху в реальних умовах експлуатації.

Визначення мети та завдання досліджень. Тому метою дослідження є спроба доповнити сучасну методику з визначення стійкості рейко-шпальної

решітки для безстикової конструкції математичним апаратом, який дасть змогу прогнозовано оцінювати розвиток нерівностей у горизонтальній площині колії.

Для досягнення поставленої мети необхідно отримати аналітичну залежність зміни стріли вигину горизонтальної нерівності рейкової пліті під дією поздовжніх температурних сил у функції часу з урахуванням фізико-механічних характеристик конструктивних елементів верхньої будови колії.

Основна частина дослідження Згідно з розрахунковою схемою на рисунку рейко-шпальну решітку безстикової колії можна подати як пружний стрижень. У площині згину жорсткість стрижня дорівнює EW (де E – модуль пружності рейкової сталі, W – момент опору поперечного перетину рейко-шпальної решітки у площині згину, який приведений до моментів інерції перетинів двох рейок). Крім того, існує погонний опір зсуву вздовж r і поперек осі колії q .

За дії температурної поздовжньої сили $F = \alpha E \omega \Delta t$ (де α – коефіцієнт температурного розширення рейкової сталі, ω – площа поперечного перерізу двох рейкових нитей, $\Delta t = t - t_s$ – різниця між температурою рейок t і температурою їх закріплення t_s) виникає горизонтальна нерівність довжиною l із початковою стрілою вигину f_0 .

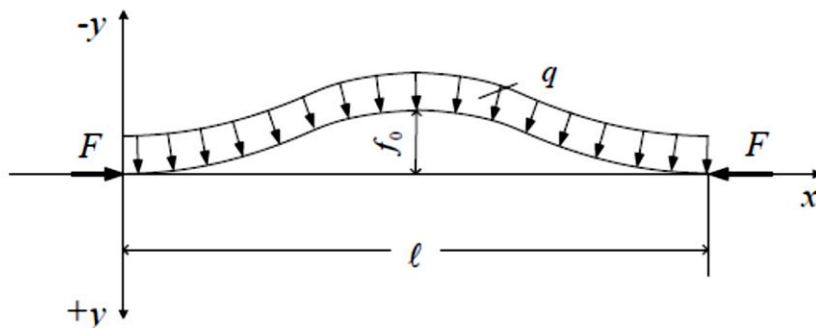


Рис. Розрахункова схема для визначення стійкості безстикової колії

Диференціальне рівняння поперечних переміщень, що відповідає розрахунковій схемі, можна подати як

$$EI \cdot y^{IV} \pm F \cdot y'' \pm q = 0. \quad (2)$$

Замість розв'язання цього диференціального рівняння автори пропонують використати енергетичний метод. За умову рівноваги в енергетичному методі візьмемо рівність нулю суми елементарних робіт. Тобто визначення умов стійкості безстикової колії може бути засноване на принципі можливих переміщень [9-11]:

$$\sum dA_i = 0. \quad (3)$$

Єдиною активною силою, що виводить рейко-шпальну решітку з рівноваги, є поздовжня стискальна сила F . Тоді з її дією можливим нескінченно малим поздовжнім переміщенням буде $d\lambda$. Елементарну роботу цієї сили можна визначити як

$$dA_1 = -Fd\lambda. \quad (4)$$

Елементарна робота внутрішніх сил згинання рейок – це реактивні сили, які визначають так:

$$dA_2 = \frac{2\pi^4 EIf}{l^3} df. \quad (5)$$

Елементарна робота сил опору зсуву шпал у баласті (це також реактивні сили):

$$dA_3 = \frac{ql}{2} df. \quad (6)$$

Поздовжнє переміщення λ зі згином рейок [9-11] можна визначити як

$$\lambda = \frac{\pi^2 f^2}{4l} \quad \text{та} \quad d\lambda = \frac{\pi^2 f}{2l} df. \quad (7)$$

Для згину (рисунок), підставляючи у вирази (3)-(6), з урахуванням формул (7) отримуємо

$$dA_1 = -Fd\lambda + \frac{2\pi^4 EIf}{l^3} df + \frac{ql}{2} df, \quad (8)$$

або

$$\left(-\frac{F\pi^2 f}{2l} + \frac{2\pi^4 EIf}{l^3} + \frac{ql}{2} \right) df = 0.$$

Оскільки $df \neq 0$, то можна записати:

$$-\frac{F\pi^2 f}{2l} + \frac{2\pi^4 EIf}{l^3} + \frac{ql}{2} = 0.$$

Для того щоб вийти на функціональну залежність між q , f і l , проведемо наступні перетворення, помноживши отриманий вираз на $\frac{2}{l}$:

$$-\frac{F\pi^2 f}{l^2} + \frac{4\pi^4 EIf}{l^4} + q = 0.$$

Звідси

$$q = \frac{F\pi^2 f}{l^2} - \frac{4\pi^4 EIf}{l^4} = \frac{\pi^2 f}{l^2} \cdot \left(F - \frac{4\pi^2 EI}{l^2} \right). \quad (9)$$

Використовуючи формулу (9), отримуємо вираз для визначення стріли нерівності

$$f = \frac{ql^2}{\left(F - \frac{4\pi^2 EI}{l^2} \right) \cdot \pi^2}. \quad (10)$$

Довжину нерівності l , якій відповідає максимальна стріла вигину f , визначимо за умови $\frac{df}{dl} = 0$.

$$\frac{df}{dl} = \frac{2ql\pi^2 \cdot \left(F - \frac{4\pi^2 EI}{l^2}\right) - \frac{ql^2\pi^4 8EI}{l^3}}{\pi^4 \cdot \left(F - \frac{4\pi^2 EI}{l^2}\right)^2} = 0.$$

Звідси

$$2ql\pi^2 \cdot \left(F - \frac{4\pi^2 EI}{l^2}\right) - \frac{ql^2\pi^4 8EI}{l^3} = 0.$$

Розкриємо дужки:

$$2ql\pi^2 F - \frac{8q\pi^4 EI}{l^2} - \frac{ql^2\pi^4 8EI}{l^3} = 0.$$

Після спрощень і приведення подібних отримуємо $2ql\pi^2 F = 16q\pi^4 EI$ або

$$Fl^2 = 8\pi^2 EI. \quad (11)$$

Звідси

$$l = 2\pi \sqrt{\frac{2EI}{F}}. \quad (12)$$

Отже, величина критичної сили дорівнює

$$F = \frac{8\pi^2 EI}{l^2}. \quad (13)$$

Підставляючи у формулу (9) отриманий вираз (13), отримуємо

$$q = \frac{F\pi^2 f}{l^2} - \frac{4\pi^4 EIf}{l^4} = \frac{8\pi^4 EIf}{l^4} - \frac{4\pi^4 EIf}{l^4} = \frac{4\pi^4 EIf}{l^4}.$$

Підставляючи у формулу (9) вираз (12), отримуємо

$$q = \frac{F^2 f}{16EI}. \quad (14)$$

А підставивши у формулу (9) вираз (13) для визначення критичної сили, отримали залежність величина стріли нерівності від її довжини

$$f = \frac{ql^4}{4\pi^4 EI}. \quad (15)$$

У такий спосіб було отримано функціональні залежності, які визначають стійкість рейкової колії.

Слід зазначити, що потенціальні розв'язки виразів (14) і (15) є багатозначними, оскільки в реальних умовах

експлуатації поєднань f_i , F_i і l_i безліч. Їх можна розглядати як випадкові величини, що залежать від великої кількості конструктивних та експлуатаційних факторів (температурних умов роботи, конструкції верхньої будови колії, силового впливу рухомого складу, конфігурації нерівності тощо). Великий ступінь дисперсії цих випадкових величини, на нашу думку, не дає змогу в межах статистики визначити в безстиківій колії небезпечне місце за умови її стійкості.

Зробивши припущення, що зростання стріли вигину виникає внаслідок зменшення погонного опору зсуву рейко-шпальної решітки поперек колії тільки під час руху поїздів, розв'язання вищенаведених виразів можна вважати однозначним.

Погонний опір зсуву рейко-шпальної решітки поперек колії можна визначити як [12-14]

$$q = \psi \frac{df}{d\tau}, \quad (16)$$

де ψ – коефіцієнт, який урахує пружні та в'язкі властивості баластного шару;

$\frac{df}{d\tau}$ – перша похідна зміни стріли вигину в часі.

Прирівняємо праві частини виразів (14) і (16):

$$\psi \frac{df}{d\tau} = \frac{F^2 f}{16EI}.$$

Далі, поділимо змінні f та τ :

$$\frac{df}{f} = \frac{F^2}{16EI\psi} d\tau.$$

Інтегруємо в межах від 0 до τ з урахуванням $f(0) = f_0$, $f(\tau) = f$, тобто

$$\int_{f_0}^f \frac{df}{f} = \int_0^\tau \frac{F^2 d\tau}{16EI\psi}. \quad (17)$$

Звідси

$$\ln f - \ln f_0 = \frac{F^2 \tau}{16EI\psi},$$

$$\ln \frac{f}{f_0} = \frac{F^2 \tau}{16EI\psi}. \quad (18)$$

Тобто стріла вигину потенційно небезпечної нерівності дорівнює

$$f = f_0 \cdot e^{\frac{F^2 \tau}{16EI\psi}}. \quad (19)$$

А з урахуванням $F = \alpha EW \omega \Delta t$ остаточний вираз можна подати як

$$f = f_0 \cdot e^{\frac{(\alpha EW \omega \Delta t)^2 \tau}{16EI\psi}}. \quad (20)$$

Для практичного використання отриманої залежності нижче в таблиці наведені результати розрахунків зростання стріли вигину нерівності f впродовж 30 календарних днів на ділянці, де укладено рейки типу Р65 на залізобетонних шпалах. Середньодобове підвищення температури рейкової пліти відносно температури її закріплення приймали від +10 до +40 °С із кроком 5 °С. Початкова стріла вигину нерівності $f_0 = 0,01$ м.

Як граничні умови були прийняті значення стріл вигину 25, 35, 65 мм, які [15] відповідають несправностям III, IV і V ступеня.

Таблиця

Результати розрахунків зміни стріли нерівності

$\Delta t, ^\circ\text{C}$	Термін розвитку початкової нерівності до відповідного ступеня несправності, дб		
	III ступінь (25 мм)	IV ступінь (35 мм)	V ступінь (65 мм)
10	–	–	–
15	26	–	–
20	14	20	29
25	9	13	19
30	6	9	13
35	5	6	10
40	4	5	7

Наведені результати свідчать, що за прийнятих вихідних даних швидкість зростання стріли нерівності не загрожує безпеці руху за середньодобових коливань різниці температур рейок від 10 до 20 °С.

За середньодобової різниці в 20 °С через 20 діб стріла вигину буде відповідати несправності IV ступеня (необхідно буде обмежувати швидкість), а через 29 діб вона може досягти значень, що відповідають вже V ступеню. Але в будь-якому випадку ця несправність із високою імовірністю буде виявлена за результатами проходження вагона-колієвимірювача, оскільки періодичність його проходження складає 14 діб.

Особливу небезпеку становить середньодобова різниця температур рейок 30 °С і більше. Зрозуміло, що поява стріли вигину 65 мм через 13 або 10 діб не може бути своєчасно виявлена вагоном-колієвимірювачем і потенційно може безпосередньо загрозувати безпеці руху. Аналогічні висновки можна зробити і про розвиток нерівностей, унаслідок наявності

яких у колії можлива втрата стійкості рейко-шпальної решітки.

Висновки. Запропонований у статті математичний апарат із визначення зміни амплітуди нерівностей у горизонтальній площині для безстикової конструкції колії може бути включений у чинну нормативну базу АТ «Укрзалізниця» як додатковий показник, який гармонічно буде доповнювати сучасну методику. Це може сприяти зниженню кількості відмов за умови стійкості, особливо в період високих температур. Крім того, ця методика може бути корисною для планування запобіжних робіт, оскільки дає змогу більш раціонально вибирати передбачувані ділянки, де планують рихтування колії із застосуванням колійних машин важкого типу.

Подальші дослідження можуть бути спрямовані на експериментальну перевірку отриманих аналітичних виразів, уточнення окремих фізико-механічних показників елементів верхньої будови колії, що входять до розрахункових залежностей, у реальних умовах експлуатації.

Список використаних джерел

1. Правила технічної експлуатації залізниць України. Київ: ТОВ «НВП Поліграфсервіс», 2002. 133 с.
2. Даніленко Е. І. Залізнична колія. Улаштування, проектування і розрахунки, взаємодія з рухомим складом: підруч. для вищ. навч. закл. Київ: Інпрес, 2010. Т. 1. 456 с.
3. Даніленко Е. І. Проектування і розрахунки конструкцій залізничної колії: підруч. для вищ. навч. закл. Київ: Хай-Тек Прес, 2020. Т. 2. 551 с.
4. Esveld C. *Modern Railway Track*, 2nd ed. MRT Productions, The Netherlands, 2001.
5. Рибкін В. В., Патласов О. М., Белорусов О. І. Технічні вказівки по улаштуванню, укладанню, ремонту і утриманню безстикової колії на залізницях України. Київ: Транспорт України, 2012. 144 с.
6. Albinović S., Hebib-Albinović M. Continuously welded rail (CWR) track buckling and safety concepts. *Road and Rail Infrastructure II, 2nd International Conference on Road and Rail Infrastructures*, May 2012. P. 649–655.
7. Enshaiean A., Rizzo P. Stability of continuous welded rails: A state-of-the-art review of structural modeling and nondestructive evaluation. *Proc Inst Mech Eng F J Rail Rapid Transit*. 2021. Vol. 235, No. 10. P. 1291–1311.
8. Даніленко Е. І., Рибкін В. В. Правила розрахунків залізничної колії на міцність і стійкість. Київ: Транспорт України, 2006. 167 с.
9. Nemesdy E. Berechnung waagerechter Gleisverwerfungen nach neuen ungarischen Versuchen. *Eisenbahntechnische Rundschau*. 1960. No. 12. P. 514–534.

10. Nemesdy E. A hézagnélküli vasúti pályák gátolt dilatációjának pontos és közelítő számítása, valamint a sínvégek illesztéseinek kialakítása. *Research report / thesis*. Hungary. P. 1961–1962.
11. Nemesdy E. A sínvégek mozgása és kialakítása hézagmentes vasúti pályánál. *Közlekedéstudományi Szemle*. 1960. No. 11. P. 45–57.
12. Selig E. T., Waters J. M. *Track Geotechnology and Substructure Management*. London: Thomas Telford, 1994. 512 p.
13. Indraratna B., Salim W. *Mechanics of Ballasted Rail Tracks: A Geotechnical Perspective*. London: Balkema / Taylor & Francis, 2005. 280 p.
14. Koyama E. A new approach for evaluating lateral resistance of railway ballast. *Engineering Geology*. 2021. Vol. 293. P. 106–120.
15. СТП «Залізничний транспорт. Колієвимірювальні засоби. Організація роботи». Київ, 2018. 188 с.

Потапов Дмитро Олександрович, кандидат технічних наук, доцент кафедри залізничної колії і транспортних споруд, Український державний університет залізничного транспорту. ORCID iD: 0000-0002-7279-4271. Тел.: +38 (057)730-10-60. E-mail: ppx_xiit@kart.edu.ua.

Тертичний Віталій Вікторович, аспірант кафедри залізничної колії і транспортних споруд, Український державний університет залізничного транспорту. Тел.: +38 (057)730-10-60. E-mail: ppx_xiit@kart.edu.ua.

Dmytro Potapov PhD (Tech). Associate Professor, department of railway track and transport facilities, Ukrainian State University of Railway Transport. ORCID iD: 0000-0002-7279-4271. Tel.: +38 (057)730-10-60. E-mail: ppx_xiit@kart.edu.ua.

Vitalii Tertychnyi, postgraduate student of railway track and transport facilities department, Ukrainian State University of Railway Transport. ORCID iD 0009-0002-9025-6546. Tel.: +38 (057) 730-10-60. E-mail: ppx_xiit@kart.edu.ua.

Статтю прийнято 28.11.2025 р.