ФАКУЛЬТЕТ АВТОМАТИКИ, ТЕЛЕМЕХАНІКИ ТА ЗВ'ЯЗКУ

Кафедра фізики

МЕХАНІКА. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА. ЕЛЕКТРОСТАТИКА І ПОСТІЙНИЙ СТРУМ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до контрольних робіт з фізики № 1, 2

Харків – 2017

Методичні вказівки розглянуто та рекомендовано до друку на засіданні кафедри фізики 29 серпня 2016 р.,

протокол №1.

Методичні вказівки до контрольних робіт складаються з програми курсу «Фізика» розділів «Механіка», «Молекулярна фізика і термодинаміка», «Електростатика і постійний струм». У кожному розділі наведені основні формули з теми, приклади розв’язування задач та варіанти контрольних завдань.

Методичні вказівки призначені для студентів заочної скороченої форми навчання всіх спеціальностей.

Укладачі:

доценти А. Т. Котвицький,
В. Ю. Гресь,
старш. викл. К. А. Котвицька

Рецензент

проф. Д. В. Чибісов

МЕХАНІКА
МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА
ЕЛЕКТРОСТАТИКА І ПОСТІЙНИЙ СТРУМ

Методичні вказівки
до контрольних робіт з фізики № 1, 2

Відповідальний за випуск Гресь В. Ю.

Редактор Решетилова В. В.

Підписано до друку 10.02.17 р.

Формат паперу 60х84 1/16. Папір писальний.

Умовн.-друк.арк. 3,0. Тираж 50. Замовлення №

Видавець та виготовлювач Українська державна академія залізничного транспорту,
61050, Харків-50, майдан Фейєрбаха, 7.
Свідоцтво суб’єкта видавничої справи ДК № 2874 від 12.06.2007 р.

ЗМІСТ

ВСТУП

Методичні вказівки розраховані для студентів заочної форми навчання, що навчаються у вищих технічних навчальних закладах III-IV рівнів акредитації.

Дані методичні вказівки призначені для того, щоб у результаті самостійного опрацювання студенти заочного відділення могли вивчити ті розділи курсу фізики, які розглядались на лекціях, а також ознайомитись з тим навчальним матеріалом, який винесений для самостійного вивчення. У курсі «Фізика» студенти вивчають основні закономірності будови і руху матерії. Повний курс включає в себе такі розділи:

- «Механіка»;
- «Молекулярна фізика і термодинаміка»;
- «Електростатика і постійний струм»;
- «Електромагнетизм»;
- «Хвильова і квантова оптика»;
- «Ядерна фізика».

В результаті вивчення цих розділів студенти повинні знати структуру курсу, основні питання і завдання відповідних розділів курсу. Студент повинен вміти: давати визначення фізичних величин, фізичних понять і законів; знати зміст і математичне тлумачення основних законів; вирішувати традиційні фізичні завдання і користуватися довідковою літературою. Студент також повинен мати навички користування фізичними вимірювальними пристроями загального призначення та проведення елементарної обробки експериментальної інформації та її графічного відображення.

Методичні вказівки включають в себе три розділи курсу «Фізика»: «Механіка». «Молекулярна фізика і термодинаміка». «Електростатика і постійний струм». До кожної теми надано основні поняття і формули, приклади розв’язування задач, а також задачі для виконання контрольних робіт.

РОБОЧА ПРОГРАМА З КУРСУ «ЗАГАЛЬНА ФІЗИКА»

1 МЕХАНІКА

Тема 1.1. Кінематика поступального руху матеріальної точки

Механічний рух як форма руху матерії. Властивості простору і часу. Поняття матеріальної точки. Швидкість і прискорення матеріальної точки. Нормальне і тангенціальне прискорення. Радіус кривизни траєкторії. Поступальний рух твердого тіла.

Тема 1.2. Динаміка поступального руху матеріальної точки

Інерціальні системи відліку. Закони динаміки (закони Ньютона) матеріальної точки і системи матеріальних точок. Центр мас (центр інерції) механічної системи і закон його руху. Імпульс тіла і імпульс сили. Другий закон Ньютона в універсальній формі. Третій закон Ньютона. Закон збереження імпульсу.

Тема 1.3. Механічна робота, енергія і закони збереження

Робота змінної сили. Енергія як універсальна міра різних форм руху і взаємодії тіл. Кінетична енергія механічної системи та її зв'язок з роботою зовнішніх сил. Поле як форма матерії, яка забезпечує силові взаємодії частинок речовини. Потенційні (консервативні) силові поля. Потенційна енергія матеріальної точки в зовнішньому силовому полі та її зв'язок із силою. Закон збереження механічної енергії. Застосування законів збереження до аналізу явищ пружних і непружних зіткнень тіл.

Тема 1.4. Кінематика і динаміка обертального руху

Кутова швидкість і прискорення, їх зв'язок з лінійними швидкостями і лінійними прискореннями точок обертового тіла. Момент сили і момент імпульсу матеріальної точки відносно нерухомого початку. Рівняння моментів. Момент інерції матеріальної точки і твердого тіла відносно нерухомої осі. Основний закон динаміки обертального руху. Робота і кінетична енергія тіла, що обертається. Закон збереження моменту імпульсу.

2 МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА

Тема 2.1. Молекулярно-кінетична теорія ідеальних газів

Маса і розміри молекул. Число Авогадро. Закон Авогадро. Концентрація молекул. Дослідні закони ідеального газу. Рівняння Клапейрона – Менделєєва. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеальних газів. Розподіл Максвела молекул ідеального газу за швидкостями та енергіями теплового руху. Барометрична формула.

Тема 2.2. Основи термодинаміки

Число ступенів вільності молекул. Закон рівномірного розподілу енергії за ступенями вільності молекул. Внутрішня енергія ідеального газу. Перший закон (перший принцип) термодинаміки. Робота газу при зміні його об’єму. Теплоємність. Застосування першого закону термодинаміки до ізопроцесів.

Тема 2.3. Другий закон термодинаміки

Адіабатичний процес. Круговий процес (цикл). Оборотні та необоротні процеси. Другий закон (другий принцип) термодинаміки. Цикл Карно і його коефіцієнт корисної дії для ідеального газу. Ентропія.

Тема 2.4. Явища перенесення

Середнє число зіткнень і середня довжина вільного пробігу молекул.

Загальне уявлення про явища переносу в термодинамічно нерівно важних системах. Явище теплопровідності. Коефіцієнт теплопровідності. Дифузія та коефіцієнт дифузії. Внутрішнє тертя. Коефіцієнт внутрішнього тертя та його зв'язок з коефіцієнтами дифузії і теплопровідності.

3 ЕЛЕКТРОСТАТИКА ТА ПОСТІЙНИЙ СТРУМ

Тема 3.1. Закон Кулона та напруженість електричного поля

Закон Кулона. Визначення напруженості електричного поля. Напруженість електричного поля точкового заряду. Напруженість електричного полю від кулі, сфери та зарядженої площини.

Тема 3.2. Робота сил електростатичного поля з переміщення заряду. Потенціал, різниця потенціалів. Еквіпотенціальні поверхні

Визначення потенціалу електростатичного поля. Потенціал електростатичного поля, який створюється точковим зарядом, зарядженою суцільною металевою кулею. Принцип суперпозиції. Енергія W взаємодії системи точкових зарядів. Робота електричного поля.

Тема 3.3. Провідники в електричному полі

Електроємність ізольованого провідника. Електроємність ізольованої провідної сфери. Електроємність плоского конденсатора. Електроємність сферичного циліндричного конденсатора. Електроємність послідовно з'єднаних та паралельно з'єднаних конденсаторів. Енергія зарядженого провідника. Об'ємна густина енергії.

Тема 3.4. Електричний струм

Сила постійного струму. Опір однорідного провідника. Залежність питомого опору від температури. Опір послідовно з'єднаних провідників. Опір паралельно з'єднаних провідників. Закон Ома для неоднорідної ділянки кола. Закон Ома для однорідної ділянки кола. Закон Ома для замкнутого кола. Робота, яка виконується електростатичним полем. Потужність струму. Закон Джоуля-Ленца.

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ ТА ЇХ ОФОРМЛЕННЯ

1 Кожен студент протягом семестру повинен виконати дві контрольні роботи. Контрольна робота складається з 10 завдань. Номери завдань визначають за таблицею варіантів, номер варіанта задає викладач. Виконання контрольних робіт слід починати після теоретичного опрацювання теми (прослуховування лекцій та виконання лабораторних робіт на заняттях настановної сесії). Здати контрольні роботи потрібно на початку екзаменаційної сесії, але не пізніше ніж за один день до іспиту (заліку).

2 Кожну контрольну роботу виконують на аркушах формату А-4 або в окремому зошиті.

3 Умови задач необхідно переписувати повністю і кожну задачу починати з нової сторінки. Нумерацію завдань подавати згідно з таблицею свого варіанта (наприклад: 56, 69, 81 ..., а не 1, 2, 3 ...).

4 Після повного тексту завдання, необхідно записати коротку умову (дано: зробити переведення фізичних величин в СІ). Далі наводять розв’язання, яке слід супроводжувати короткими, але вичерпними поясненнями. У тих випадках, коли можливо, необхідно надати рисунок до задачі.

5 Розв’язувати завдання треба в загальному вигляді, тобто вивести розрахункову формулу, де шукана величина виражена в буквених позначеннях, заданих в умові завдання. При цьому проміжні величина не обчислюють.

6 Після отримання розрахункової формули необхідно провести перевірку одиниць вимірювання фізичної величини.

7 При підстановці в розрахункову формулу і при запису відповіді числові значення величин слід записувати в стандартному вигляді. Наприклад: записувати не 0.00166, а $1{,}66 \bullet 10^{-3}$, чи не 45786, а $4{,}578 \bullet 10^{4}$ (в остаточній відповіді десяткові дроби округлюють зазвичай до сотих).

8 На останній сторінці контрольної роботи необхідно дати посилання на навчальні посібники (наприклад: Іванов І. П. Курс фізики. - М.: Наука, 2005), використані при виконанні роботи.

9 Отримавши перевірену роботу, студент зобов'язаний ретельно вивчити всі зауваження викладача, внести виправлення і бути готовим під час співбесіди дати пояснення по суті розв’язання завдань в контрольній роботі. До іспиту студент допускається тільки за умови, що контрольна робота є зарахованою.

КОНТРОЛЬНА РОБОТА 1. Механіка

При розв'язанні задач з розділу «Механіка» доцільно користуватися формулами, наведеними у таблицях 1.1 – 1.4.

1.1 Кінематика поступального руху матеріальної точки

Таблиця 1.1 – Основні поняття і формули

№	Формула	Назва формули	Пояснення
1	2	3	4
1.1.1	$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$	Радіус-вектор	x,y,z - координати, $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ - одиничні вектори (орти)
1.1.2	$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$	Модуль радіус-вектора	
1.1.3	$\vec{\mathrm{v}}_{cep} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$	Середня швидкість	$\Delta\vec{r}$ - вектор переміщення точки за інтервал часу Δt
1.1.4	$\vec{\mathrm{v}} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	Миттєва швидкість	$\vec{\mathrm{v}} = \mathrm{v}_x\vec{i} + \mathrm{v}_y\vec{j} + \mathrm{v}_z\vec{k}$;
1.1.5	$\mathrm{v}=\sqrt{\mathrm{v_x}^2+\mathrm{v_y}^2+\mathrm{v_z}^2}$	Модуль вектора швидкості	$\mathrm{v_x}=\frac{dx}{dt};\mathrm{v_y}=\frac{dy}{dt};\mathrm{v_z}=\frac{dz}{dt}$
1.1.6	$\vec{a}_{cep} = \frac{\Delta\vec{\mathrm{v}}}{\Delta t}$	Середнє прискорення	$\Delta\vec{\mathrm{v}}$ - зміна швидкості за інтервал часу Δt
1.1.7	$\vec{a} = \frac{d\vec{\mathrm{v}}}{dt}$	Миттєве прискорення	$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$
1.1.8	$a = \sqrt{a_x{}^2 + a_y{}^2 + a_z{}^2}$	Модуль вектора прискорення	$a_x = \frac{d\mathrm{v}_x}{dt}$; $a_y = \frac{d\mathrm{v}_y}{dt}$; $a_z = \frac{d\mathrm{v}_z}{dt}$
1.1.9	$\vec{a}_\tau = \frac{d\mathrm{v}}{dt}\vec{\tau}$ $\vec{a}_n = \frac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{R}}\vec{n}$ $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$ $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$	Тангенціальна та нормальна складові вектора прискорення	a_τ - тангенціальне прискорення, a_n - нормальне прискорення

Продовження таблиці 1.1

1	2	3	4
1.1.10	$x = x_0 + \text{v}t$	Кінематичне рівняння рівномірного руху матеріальної точки уздовж осі $\boldsymbol{x}$	x_0 - початкова координата, t - час руху
1.1.11	$x = x_0 + \text{v}_0 t + \dfrac{at^2}{2}$	Кінематичне рівняння рівноприскореного прямолінійного руху	v_0 - початкова швидкість руху
1.1.12	$\text{v} = \text{v}_0 + at$	Швидкість рівноприскореного прямолінійного руху	

Приклади розв'язання задач

Приклад 1.1. Рівняння руху матеріальної точки вздовж осі має вигляд: $x = A + Bt + Ct^3$, де А = 4 м, В = 2 м/с, С = 0,5 м/с^2. Знайти координату x, миттєві швидкість v_x та прискорення a_x точки у момент часу t = 2 с.

Дано:

$x = A + Bt + Ct^3$

$x - ?\ \text{v}_x - ?\ a_x - ?$

Розв'язання:

координату x знайдемо, підставивши в рівняння руху чисельні значення коефіцієнтів A, B, C і часу t

$$x = (2 + 1\cdot 2 - 0{,}5\cdot 2^3) = 0 \text{ м.}$$

Миттєву швидкість точки v_x знайдемо, взявши першу похідну від координати за часом

$$\text{v}_x = \frac{dx}{dt} = B + 3Ct^2 .$$

У момент часу t = 2 с

$$v_x = (1 - 3 \cdot 0,5 \cdot 2^2) = -5\,(\text{м/с})$$

Прискорення точки a_x знайдемо, взявши першу похідну від швидкості за часом:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 6Ct$$

У момент часу t = 2 с:

$$a_x = 6(-0,5) \cdot 2 = -6\,(\text{м/с}^2)$$

Приклад 1.2. Тіло проходить послідовно n однакових ділянок шляху ΔS, при цьому швидкість на кожный ділянці відповідно дорівнює $v_1, v_2, ..., v_n$. Знайти середню швидкість тіла на всьому шляху.

Дано:	Розв'язання:
n	
$\Delta S_1 = \Delta S_2 = ... = \Delta S_n = \Delta S$	середня швидкість тіла на всьому шляху
$v_1, v_2, ..., v_n$	
$v_{сер} - ?$	$$v_{сер} = \frac{n\Delta S}{\Delta t},$$
	де $n\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + ... + \Delta S_n$.

З формули випливає, що на кожній ділянці шляху час визначається так:

$$t_1 = \frac{\Delta S_1}{v_1}; t_2 = \frac{\Delta S_2}{v_2} ... t_n = \frac{\Delta S_n}{v_n}.$$

Тоді

$$v_{сер}=\frac{n\Delta S}{\frac{\Delta S_1}{v_1}+\frac{\Delta S_2}{v_2}+\ldots+\frac{\Delta S_n}{v_n}}=\frac{n}{\frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_2}+\ldots+\frac{1}{v_n}}=\frac{n}{\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{1}{v_i}}.$$

1.2 Динаміка поступального руху матеріальної точки

Таблиця 1.2 – Основні поняття і формули

№	Формула	Назва формули	Пояснення
1.2.1	$\vec{p}=m\vec{v}$	Імпульс тіла (матеріальної точки)	$\vec{v}$ - швидкість, m - маса тіла
1.2.2.	$\vec{F}_R=m\vec{a}$	Основне рівняння динаміки поступального руху	$\vec{F}_R$ - рівнодіюча сил, що діють на тіло; $\vec{a}$ - прискорення тіла
1.2.3	$\vec{F}_R=\frac{d\vec{p}}{dt}$	II закон Ньютона в імпульсній формі	
1.2.4	$\vec{F}_R=m\frac{d\vec{v}}{dt}$	II закон Ньютона в диференціальній формі	
1.2.5	$\vec{r}_c=\frac{1}{M}\sum\limits_{i=1}^{N}m_i\vec{r}_i$	Радіус-вектор центра мас	m_i - маса i-ї матеріальної точки; $\vec{r}_i$ - радіус-вектор i-ї матеріальної точки
1.2.6	$\vec{F}_T=m\vec{g}$	Сила тяжіння	g =9,81 м/с^2- прискорення вільного падіння
1.2.7	$\vec{F}_{òåð}=\mu\vec{N}$	Сила тертя ковзання	μ - коефіцієнт тертя; N - сила нормальної реакції опори
1.2.8	$F_{ïð}=-kx$	Сила пружної взаємодії	k - коефіцієнт жорсткості пружини; x - видовження пружини

Приклади розв'язання задач

Приклад 1.3. Дошка масою М лежить на площині. Коефіцієнт тертя між дошкою і площиною дорівнює μ_1. На дощці лежить цегла масою m, коефіцієнт тертя між цеглою і дошкою дорівнює μ_2. Яку горизонтальну силу треба прикласти до дошки, щоб цегла зісковзнула з неї?

Дано:

M

m

μ_1

μ_2

F_0 -?

Розв'язання:

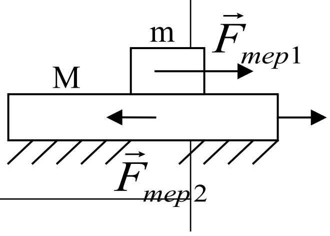


Рисунок 1.1

На рисунку 1 зображені сили, які діють на напрямку руху дошки і цегли: $F_{тер1} = (m + M)g\mu_1$ - сила тертя між дошкою і площиною, $F_{тер2}$ - сила тертя між цеглою і дошкою. Рівняння динаміки для цегли і дошки мають вигляд

$$\begin{cases} ma_2 = F_{тер2} \\ Ma_1 = F - F_{тер1} - F_{тер2} \end{cases} \quad (1.1)$$

Сила тертя $F_{тер2}$ має граничне значення $F_{пред} = \mu_2 mg$ - сила тертя ковзання, причому якщо $F_{тер2} \le \mu_2 mg$, то цегла та дошка рухаються з однаковим прискоренням $a_1 = a_2 = a$. Склавши рівняння системи (1.1), отримаємо:

$$a = \frac{F}{m + M} - \mu_1 g,$$

$$F_{тер2} = \frac{mF}{m + M} - \mu_1 mg.$$

Початку ковзання цегли відповідає умова

$$F_{тер2} = F_{пред} = \mu_2 mg,$$

звідки отримуємо значення сили F_0, що відповідає початку ковзання:

$$F_0 = (\mu_1 + \mu_2)(m + M)g.$$

Отже, зісковзування цегли з дошки відбудеться за умови, що сила горизонтальна:

$$F_0 = (\mu_1 + \mu_2)(m + M)g.$$

Приклад 1.4. Вантаж масою $m = 45$ кг переміщується по горизонтальній площині під дією сили $F = 294$ Н, що направлена під кутом $\alpha = 30^\circ$ до горизонту. Коефіцієнт тертя вантажу об площину μ=0,1. Визначити прискорення руху вантажу.

Дано:

$F = 294$ Н
$m = 45$ кг
$\mu = 0{,}1$
$\alpha = 30^\circ$

---

a-?

Розв'язання:

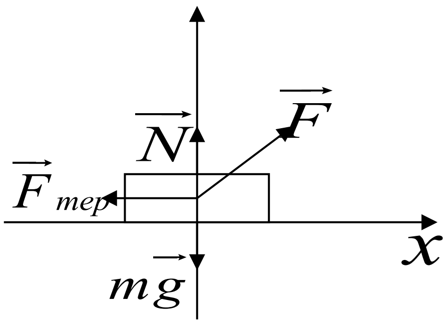


Рисунок 1.2

На вантаж (рисунок 1.2) діють такі сили:

$m\vec{g}$ - сила тяжіння, $\vec{N}$ - сила нормальної реакції опори,
$\vec{F}$ - сила тяги, $\vec{F}_{тер}$ - сила тертя.

З другого закону Ньютона

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{тер} = m\vec{a}.$$

Знайдемо проекції діючих сил на осі координат

$$F\cos\alpha - F_{тер} = ma,$$
$$N + F\sin\alpha - mg = 0.$$

Звідки

$$N = mg - F\sin\alpha,$$
$$F_{тер} = \mu N = \mu(mg - F\sin\alpha),$$

$$F\cos\alpha-\mu(mg-F\sin\alpha)=ma.$$

Остаточно:

$$a=\frac{F\cos\alpha-\mu(mg-F\sin\alpha)}{m}.$$

Підставимо числові значення

$$a=\frac{294\cdot 0{,}87-0{,}1(45\cdot 9{,}8-294\cdot 0{,}5)}{45}\approx 5{,}9(\text{м/с}^2)$$

1.3 Механічна робота, енергія та закони збереження

Таблиця 1.3 – Основні поняття і формули

№	Формула	Назва формули	Пояснення
1	2	3	4
1.3.1	$\delta A=(\vec{F},d\vec{r})$	Елементарна робота	$\vec{F}$ - вектор сили, $d\vec{r}$ - вектор елементарного переміщення
1.3.2	$A=\int_L(\vec{F},d\vec{r})$	Робота, що здійснюється змінною силою	L - траєкторія, вздовж якої відбувається переміщення
1.3.3	$A=Fr\cos\alpha$	Робота сталої сили при прямолінійному русі тіла	r - шлях, пройдений тілом, α - кут між напрямком дії сили та переміщенням
1.3.4	$N_{сед}=\frac{A}{t}$	Середня потужність	A - робота, що здійснюється за час t
1.3.5	$N=\frac{\delta A}{dt}$ $N=(\vec{F},\vec{\text{v}})$ $N=F\text{v}\cos\alpha$	Миттєва потужність	δA - робота, що здійснюється за час dt

Продовження таблиці 1.3

1	2	3	4

1.3.6	$W_{ê}=\frac{m\mathrm{v}^2}{2}=\frac{p^2}{2m}$	Кінетична енергія поступального руху	m, v, p - маса, швидкість та імпульс тіла
1.3.7	$U=\frac{kx^2}{2}$	Потенціальна енергія деформованого тіла	k - коефіцієнт пружності; x - видовження пружини
1.3.8	$U=mgh$	Потенціальна енергія тіла в полі сили тяжіння	m - маса тіла, h - висота тіла над поверхнею Землі
1.3.9	$W=W_{ê}+U=const$	Закон збереження механічної енергії	Е - повна механічна енергія
1.3.10	$\vec{F}=-gradU$	Зв'язок сили з потенціальною енергією	
1.3.11	$\delta A=\left(\vec{M},d\vec{\varphi}\right)$	Елементарна робота при обертальному русі	$\vec{M}$ - момент сили, $d\vec{\varphi}$ - вектор елементар-ного кута повороту
1.3.12	$A=\int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_2}\left(\vec{M},d\vec{\varphi}\right)$	Робота, що здійс-нюється змінним моментом сили при обертовому русі	
1.3.13	$W_{ê\,îá}=\frac{I\omega^2}{2}$	Кінетична енергія тіла, що обертається	I - момент інерції тіла відносно осі обертання; ω - кутова швидкість обертання
1.3.14	$W=\frac{m\mathrm{v}^2}{2}+\frac{I\omega^2}{2}$	Кінетична енергія тіла, що котиться	m - маса тіла, v - швидкість тіла

Приклади розв'язання задач

Приклад 1.5. Снаряд, який летів на висоті $H=40$ м горизонтально із швидкістю v=100 м/с, розірвався на дві рівні частини. Одна частина снаряда через $t=40$ с падає на землю точно під місцем розриву зі швидкістю u_1. Визначити швидкість руху u_2 другої частини снаряда відразу після вибуху.

Дано:	Розв'язання:

$H = 40$ м v=100 м/с $t = 40$ с	
v - ?	

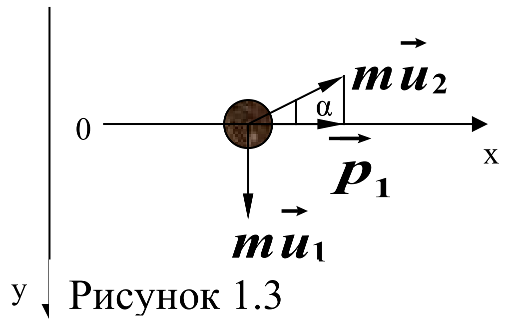


Рисунок 1.3

Швидкість руху частин снаряда змінюється внаслідок вибуху під дією сил тиску газів, які виникають під час вибуху. Якщо обидві частини снаряда розглядати як систему тіл, то ці сили стануть внутрішніми і тому не будуть змінювати імпульс системи. Сили, які виникають під час вибуху, настільки великі, що порівняно з ними можна знехтувати діями інших сил – сили тяжіння, сили опору повітря – на кожну частину снаряда (див. рисунок 1.3.). В цьому випадку систему можна вважати замкнутою протягом часу вибуху. Отже, вектор імпульсу системи постійний

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_2, \tag{1}$$

де $\vec{p}_1 = m_0\vec{v}$ - імпульс снаряда до вибуху (m_0 – маса снаряда до вибуху);

$\vec{p}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$ - імпульс системи після вибуху ($m_1 = m_2 = \frac{m_0}{2}$ - за умовою задачі);

$\vec{u}_1$ і $\vec{u}_2$ - швидкості руху частин снаряда після вибуху.

Щоб від векторного рівняння (1) перейти до скалярного, введемо осі координат (див. рисунок 1.3). В проекціях на осі x і y маємо

$$\begin{cases} m_0 v = \frac{m_0}{2} u_2 \cos\alpha \\ 0 = \frac{m_0}{2} u_1 - \frac{m_0}{2} u_2 \sin\alpha \end{cases} \tag{2}$$

Ці рівняння утворюють систему з розв’язком

$$u_2 = \sqrt{4v^2 + u_1^2} \tag{3}$$

Рух першої частини снаряда після вибуху – це падіння з початковою швидкістю u, яка спрямована вздовж осі y вниз.

Тому якщо знехтівати опором повітря, то висоту падіння першої частини можна записати як

$$H = u_1 t + \frac{gt^2}{2}, \qquad \text{звідки} \qquad u_1 = \frac{H}{t} - \frac{gt}{2}.$$

Підставимо числові значення

$$u_1 = \frac{40}{40} - \frac{9{,}8 \cdot 40}{2} = 35 \text{ м/с}.$$

Тоді швидкість руху другої частини снаряда

$$u_2 = \sqrt{4(100)^2 + (35)^2} \approx 203 \text{ м/с}.$$

Приклад 1.6. Дві кулі масами m_1=2,5 кг і m_2=1,5 кг рухаються назустріч одна одній зі швидкостями v_1=6 м/с і v_2=2 м/с. Визначити: 1) швидкость куль після удару; 2) кінетичні енергії куль до і після удару; 3) частку кінетичної енергії, що перетворюється у внутрішню енергію. Удар вважати прямим, непружним.

Дано:

m_1=2,5 кг
m_2=1,5 кг
v_1=6 м/с
v_2=2 м/с

---

u - ? $W_{к1}$-? $W_{к2}$ -?
$\dfrac{\Delta W_к}{W_{к1}}$ -?

Розв’язання.

після непружного удару кулі не відновлюють свою початкову форму. Отже, після удару кулі будуть рухатись разом з однією і тією ж швидкістю *u*. Визначимо цю швидкість за законом збереження імпульсу. Запишемо цей закон у векторному вигляді:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}.$$

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2)u.$$

Через те, що кулі рухаються по одній прямій, цей закон в скалярній формі має вигляд, як наведено вище

Звідки $u = \dfrac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}$.

Підставимо числові значення

$$u = \frac{2{,}5 \cdot 6 - 1{,}5 \cdot 2}{2{,}5 + 1{,}5} = 3 \text{ м/с.}$$

Кінетичні енергії куль до і після удару визначимо за формулами

$$W_{к1} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2},$$

$$W_{к2} = \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2}.$$

Порівняння кінетичних енергій до і після удару показує, що в результаті непружного удару кулі відбулось зменшення кінетичної енергії системи, за рахунок чого збільшилась її внутрішня енергія.

Частку кінетичної енергії кулі, що пішла на збільшення внутрішньої енергії, визначимо із співвідношення

$$\frac{\Delta W_к}{W_{к1}} = \frac{W_{к1} - W_{к2}}{W_{к1}}.$$

Підставимо числові значення

$$\frac{\Delta W_к}{W_{к1}} = \frac{48 - 18}{48} = 0{,}625,$$

$$W_{к1} = \frac{2{,}5 \cdot 6^2}{2} + \frac{1{,}5 \cdot 2^2}{2} = 48 \text{ Дж},$$

$$W_{к2} = \frac{(2{,}5 + 1{,}5) \cdot 3^2}{2} = 18 \text{ Дж}.$$

1.4 Кінематика та динаміка обертального руху

Таблиця 1.4 – Основні поняття і формули

№	Формула	Назва формули	Пояснення
1	2	3	4
1.4.1	$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$	Середня кутова швидкість	$\Delta\varphi$ - кут повороту точки за інтервал часу Δt
1.4.2	$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$	Миттєва кутова	$\frac{d\vec{\varphi}}{dt}$ - похідна

		швидкість	вектора кута повороту за часом
1.4.3	$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$	Середнє кутове прискорення	
1.4.4	$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$	Миттєве кутове прискорення	$\frac{d\vec{\omega}}{dt}$ - похідна вектора кутової швидкості за часом
1.4.5	$\nu = \frac{N}{t}$	Частота рівномірного обертання	N - повне число обертів за час t
1.4.6	$T = \frac{t}{N} = \frac{1}{\nu}$	Період рівномірного обертання	
1.4.7	$S = \varphi R$	Шлях точки по дузі кола	φ - кут повороту в радіанах, R - радіус кола
1.4.8	$\mathrm{v} = \omega R$	Зв’язок лінійної та кутової швидкості точки	ω - кутова швидкість, R - радіус траєкторії
1.4.9	$a_n = \frac{\mathrm{v}^2}{R} = \omega^2 R$ $a_\tau = \frac{d\mathrm{v}}{dt}$ $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$	Нормальна та тангенціальна складова вектора прискорення точки; повне прискорення точки	

Продовження таблиці 1.4

1	2	3	4
1.4.10	$a_\tau = \varepsilon R$	Зв’язок тангенціального та кутового прискорення	ε - кутове прискорення
1.4.11	$\varphi = \varphi_0 + \omega t$	Кінематичне рівняння рівномірного обертання	φ_0 - кут повороту в початковий момент часу

1.4.12	$\varphi = \varphi_0 + \omega t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$ $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$ $\varphi = 2\pi N$ $\varphi = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varepsilon}$	Кінематичні рівняння рівноприскорено го обертання	ω_0 - початкова кутова швидкість; ω - кінцева кутова швидкість, N - повне число обертів
1.4.13	$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]$ $M = rF \sin\alpha$	Вектор моменту сили відносно нерухомої точки та його модуль	$\vec{F}$ - вектор сили, $\vec{r}$ - радіус-вектор точки, α - кут між $\vec{r}$ та $\vec{F}$
1.4.14	$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}]$ $L = rp \sin\alpha$	Вектор моменту імпульсу відносно нерухомої точки та його модуль	$\vec{p}$ - вектор імпульсу, $\vec{r}$ - радіус-вектор точки, α - кут між $\vec{r}$ та $\vec{p}$
1.4.15	$I_z = mr^2$	Момент інерції матеріальної точки відносно осі обертання z	m - маса матеріальної точки, r - відстань від осі обертання до точки
1.4.16	$I_z = \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2$	Момент інерції системи матеріальних точок	m_i - маса і-й матеріальної точки, r_i - відстань від цієї точки до осі обертання

Продовження таблиці 1.4

1	**2**	3	4
1.4.17	$I_z = \int r^2 dm = \int_V \rho r^2 dV$	Момент інерції абсолютно твердого тіла відносно осі z	ρ - густина тіла, dV - елементарний об’єм
1.4.18	$a) I_z = \frac{ml^2}{12};$ $\acute{a}) I_z = \frac{ml^2}{3}$	Момент інерції однорідного тонкого стрижня відносно осі, що перпендикулярн	m - маса стрижня; l - довжина стрижня

		а до нього та проходить через а) центр мас, б) кінець	
1.4.19	$I_z = mR^2$	Момент інерції тонкого кільця відносно осі, що проходить через його центр перпендикулярно до площини кільця	m - маса кільця; R - радіус кільця
1.4.20	$I_z = \frac{mR^2}{2}$	Момент інерції круглого однорідного циліндра відносно його осі симетрії	m - маса циліндра; R - його радіус
1.4.21	$I_z = \frac{2}{5} mR^2$	Момент інерції однорідної кулі відносно осі, що проходить через її центр	m - маса кулі; R - радіус кулі

Продовження таблиці 1.4

1	2	3	4
1.4.22	$I_0 = I_c + md^2$	Теорема Штейнера	I_0 - момент інерції тіла відносно деякої осі; I_c - момент інерції тіла відносно осі, що паралельна даній та проходить через центр мас тіла; m - маса тіла; d - відстань між

			осями
1.4.23	$\vec{M}=\frac{d\vec{L}}{dt}$	Рівняння моментів	
1.4.24	$M_z = I_z\varepsilon$	Основне рівняння динаміки обертального руху відносно нерухомої осі обертання	M_z - момент сили відносно осі обертання z; ε - кутове прискорення
1.4.25	$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$	Закон збереження моменту імпульсу тіла	I_1, I_2 - моменти інерції тіла до та після взаємодії, відповідно; ω_1, ω_2 - кутові швидкості тіла до та після взаємодії

Приклади розв’язання задач

Приклад 1.7. Маховик, який обертається рівносповільнено, в процесі гальмування зменшив частоту обертання від ν_0=10 Гц до ν=6 Гц. Обчислити кутове прискорення ε маховика і тривалість *t* гальмування, якщо за час рівносповільненого руху маховик зробив $N=50$ обертів.

Дано:	Розв’язання:
ν_0 = 10 Гц ν = 6 Гц $N=50$	Кутове прискорення маховика пов’язано з початковою ω_0 і кінцевою ω кутовими швидкостями співвідношенням $$\varphi=\frac{\omega^2-\omega_0^2}{2\varepsilon},$$ звідки $$\varepsilon=\frac{\omega^2-\omega_0^2}{2\varphi}.$$
ε - ? *t* - ?	

Оскільки кут повороту $\varphi=2\pi N$, а кутова швидкість

$$\omega = 2\pi\nu \text{ і } \omega_0 = 2\pi\nu_0, \tag{1.5}$$

кутове прискорення

$$\varepsilon = \frac{4\pi^2\left(\nu^2 - \nu_0^2\right)}{4\pi N}.$$

Остаточно:

$$\varepsilon = \frac{\pi\left(\nu^2 - \nu_0^2\right)}{N}.$$

$$\varepsilon = \frac{3{,}14^2\left(6^2 - 10^2\right)}{50} = -4{,}02 \text{ рад/с}^2.$$

Знак «мінус» вказує на те, що маховик обертається сповільнено.

Тривалість гальмування знайдемо з формули

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t, \text{ звідси } t = \frac{\omega - \omega_0}{\varepsilon}.$$

Підставивши вирази (1.5) для кутової швидкості, остаточно маємо

$$t = \frac{2\pi\left(\nu - \nu_0\right)}{\varepsilon},$$

$$t = \frac{2 \cdot 3{,}14\left(6 - 10\right)}{\left(-4{,}02\right)} = 6{,}25 \text{ с}.$$

Приклад 1.8. Платформа у вигляді диска радіусом $R = 1{,}5$ м і масою m_1 =180 кг обертається по інерції навколо вертикальної осі зі частотою ν =10 хв$^{-1}$. У центрі платформи стоїть людина масою m_2 = 60 кг. Якої лінійної швидкості v відносно підлоги приміщення набуде людина, якщо вона перейде на край платформи?

Дано:	Розв’язання:

$R = 1{,}5$ м
$m_1 = 180$ кг
$\nu = 10$ хв$^{-1} = \frac{1}{6}$ с$^{-1}$
$m_2 = 60$ кг

v -?

З закону збереження моменту імпульсу

$$(I_1 + I_2)\omega_1 = \left(I_1 + I_2^{'}\right)\omega_2 , \qquad (1.6)$$

де I_1 - момент інерції платформи,
I_2 - момент інерції людини, яка знаходиться у центрі платформи;
ω_1 - кутова швидкість платформи з людиною у центрі платформи;
ω_2 - кутова швидкість платформи з людиною на краю платформи;
$I_2^{'}$ - момент інерції людини, яка знаходиться на краю платформи.

Лінійна швидкість людини на краю платформи

$$\text{v} = \omega_2 R , \qquad (1.7)$$

Визначимо ω_2 із рівняння (1) і підставимо одержаний вираз у (2), будемо мати:

$$\text{v} = \frac{\left(I_1 + I_2\right)\omega_1}{\left(I_1 + I_2^{'}\right)} R . \qquad (1.8)$$

Момент інерції платформи

$$I_1 = \frac{m_1 R^2}{2} . \qquad (1.9)$$

Моменти інерції людини: в центрі платформи $I_2 = 0$, на краю платформи

$$I_2^{'} = m_2 R^2 \qquad (1.10)$$

кутова швидкість платформи з людиною у центрі

$$\omega_1 = 2\pi\nu \qquad (1.11)$$

Підставимо вирази (1.9)-(1.11) у формулу (1.8) отримуємо

$$\text{v} = \frac{\dfrac{m_1R^2}{2}}{\dfrac{m_1R^2}{2} + m_2R^2} 2\pi\nu R = \frac{2m_1\pi\nu R}{m_1 + 2m_2}$$

Остаточно:

$$\text{v} = \frac{m_1}{m_1 + 2m_2} 2\pi\nu R \,.$$

Підставимо числові значення

$$\text{v} = \frac{180}{180 + 2\cdot 60} \cdot 2\cdot 3{,}14 \cdot \frac{1}{6} \cdot 1{,}5 = 0{,}942 \text{ м/с.}$$

Таблиця варіантів контрольної роботи 1

Варіант	Завдання									
1	1	2	21	22	41	42	43	71	72	73
2	3	4	23	24	44	45	46	74	75	76
3	5	6	25	26	47	48	49	77	78	79
4	7	8	27	28	50	51	52	80	81	82
5	9	10	29	30	53	54	55	83	84	85
6	11	12	31	32	56	57	58	86	87	88
7	13	14	33	34	59	60	61	89	90	91
8	15	16	35	36	62	63	64	92	93	94
9	17	18	37	38	65	66	67	95	96	97
10	19	20	39	40	68	69	70	98	99	100

Завдання до контрольної роботи 1

1 Першу половину шляху автомобіль проїхав зі швидкістю v_1=40 км/год, а другу - зі швидкістю v_2 = 60 км/год. Визначити середню швидкість автомобіля на всьому пройденому шляху.

2 Першу половину часу свого руху автомобіль рухався зі швидкістю v_1 = 40 км/год, а другу - зі швидкістю v_2 = 60 км/год. Визначити середню швидкість автомобіля на всьому пройденому шляху.

3 Човен рухається перпендикулярно березі зі швидкістю v = 7,2 км/год. Течія відносить її на відстань S = 150 м вниз по

річці. Знайти швидкість течії річки і час, витрачений на переправу. Ширина річки $d = 0,5$ км.

4 Дві прямі дороги перетинаються під кутом $\alpha = 60^{o}$. Від перехрестя по них видаляються одна від іншої дві машини: одна - зі швидкістю $v_1 = 60$км/год, інша - зі швидкістю $v_2 = 80$ км/год. Визначити швидкість, з якою одна машина віддаляється від іншої, якщо перехрестя машини пройшли одночасно.

5 Літак летить за маршрутом А-В-А. Швидкість літака в безвітряну погоду $v = 6$м/с, швидкість вітру - $u = 1$м/с. Знайти середню швидкість всього перельоту, якщо вітер дує у напрямку А-В.

6 Відстань між пунктами А і В, розташованими на березі річки, моторний човен проходить: по течії - за час $t_1 = 3$ хв, проти течії - за $t_2 = 6$ хв. Знайти час, за який пліт пройде від А до В.

7 Камінь падає з висоти $H = 1200$ м. Який шлях S пройде камінь в останню секунду свого падіння?

8 Рівняння руху матеріальної точки вздовж осі x має вигляд: $x = A + Bt+ + Ct^3$, де $A = 2$м, $B = 1$м / с, $C = -0,5$ м / с^2. Знайти координату x, швидкість v_x і прискорення a_x точки в момент часу $t = 2$ с.

9 Рівняння руху матеріальної точки по прямій має вигляд: $x = 4 + 2t + +t^2+ 0,2t^3$. Знайти: 1) положення точки x_1 і x_2 в моменти часу $t_1 = 2$с і $t_2 = 5$с; 2) середню швидкість $\langle v_x \rangle$ за час, що минув між цими моментами; 3) миттєві швидкості v_{x1} і v_{x2} в зазначені моменти часу.

10 Рівняння руху матеріальної точки має вигляд: $x = 6 + 4t + 2t^2 + t^3$. Знайти: 1) миттєві швидкості v_{x1} і v_{x2} точки в моменти часу $t_1 = 2$ с і $t_2 = 4$ с; 2) середнє прискорення $\langle a_x \rangle$ за проміжок часу t_2-t_1; 3) миттєві прискорення a_{x1} і a_{x2} в зазначені моменти часу.

11 Залежність від часу шляху S, пройденого прямолінійно рухомим тілом, визначається рівнянням $S = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, де $C = 0,14$ м/с^2, $D = 0,01$ м/с^3. У який момент часу t* прискорення дорівнюватиме $a = 1$ м/с^2? Чому дорівнює середнє прискорення тіла $\langle a \rangle$ за проміжок часу $0 < t < t$ *?

12 Рух точки по прямій описується рівнянням $x = At + Bt^3$, де

$A = 6$ м/с, $B = -0{,}125$ м/с^3. Визначити середню швидкість точки в інтервалі часу від $t_1 = 2$ с до $t_2 = 6$ с.

13 Точка рухається по колу радіусом $R = 8$ м. У деякий момент часу: нормальне прискорення $a_n = 4$ м/с^2, а вектор повного прискорення a утворює з вектором нормального прискорення a_n кут $\alpha = 60°$. Знайти швидкість v і тангенціальне прискорення a_τ точки в даний момент часу.

14 Точка обертається по колу радіусом $R = 1{,}2$ м за законом $\varphi = At + Bt^3$, де $A = 0{,}5$ рад/с, $B = 0{,}2$ рад/с^3. Визначити тангенціальне a_τ, нормальне a_n і повне прискорення a точки в момент часу $t = 4$с.

15 Шлях S, пройдений тілом, залежить від часу за законом $S = A\text{-}Bt + Ct^2$, де $A = 6$ м, $B = 3$ м/с, $C = 2$ м/с^2. Визначити середню швидкість і середнє прискорення тіла в інтервалі часу від $t_1 = 1$с до $t_2 = 4$с.

16 Точка рухається по колу радіусом $R = 4$ м за законом $S = A + Bt^2$, де $A = 8$ м, $B = -2$ м/с^2. Визначити момент часу t, якому відповідає нормальне прискорення точки $a_n = 9$ м/с^2. Визначити також швидкість v, тангенціальне a_τ і повне прискорення a точки в той же момент часу.

17 Автомобіль рухається по заокругленню шосе радіусом $R = 60$ м. Закон руху автомобіля $S = 10+10t+5t^2$. Визначити швидкість v, тангенціальне a_τ , нормальне a_n і повне прискорення автомобіля в момент часу $t = 5$ с.

18 Три чверті шляху автомобіль рухався зі швидкістю $v_1 = 60$ км/год, а решту шляху - зі швидкістю $v_2 = 80$ км/год. Визначити середню швидкість автомобіля.

19 У човні масою $M = 240$кг, що пливе зі швидкістю $v_1 = 2$м/с, стоїть людина масою $m = 60$кг. Людина стрибає з човна в горизонтальному напрямку зі швидкістю $v_2 = 4$ м/с відносно човна. Визначити швидкість човна після стрибка людини, якщо людина стрибає: 1) вперед, у напрямку руху човна; 2) у бік, протилежний напрямку руху човна.

20 Ескалатор метро піднімає пассажира, що стоїть на ньому, за час $t_1 = 1$ хв. Пасажир, який йде по нерухомому ескалатору, піднімається за $t_2 = 3$ хв. Визначити, скільки часу буде підніматися пасажир, що йде по рухомому ескалатору.

21 Блок масою $m = 4$ кг знаходиться на столі. Через блок

перекинуто шнур, до одного кінця якого прив'язаний вантаж масою m_1 = 1 кг. Визначити прискорення a, з яким буде рухатися система.

22 Поїзд вагою P = $4{,}4\cdot10^6$ Н рухається по горизонтальному шляху зі швидкістю v = 27 км/год. Визначити час гальмування t, якщо сила гальмування $F_г$ = 44 кН.

23 Автомобіль вагою P = 1 кН рухається по горизонтальному шляху зі швидкістю v = 20 км/год. Через який час після вимкнення двигуна автомобіль зупиниться, якщо сила тертя $F_{тер}$ = 200 Н?

24 Шайба, пущена по крижаній поверхні з початковою швидкістю V_0=20 м/с, зупинилася через t = 40 с. Знайти коефіцієнт тертя μ шайби об лід.

25 Похила площина довжиною l = 2 м утворює кут α = 25° з горизонтальною площиною. Тіло, рухаючись рівноприскорено, зісковзнуло з цієї площини за час t = 2 с. Визначити коефіцієнт тертя μ тіла об площину.

26 На похилій площині довжиною l=5 м і висотою h = 3 м знаходиться вантаж масою m = 50 кг. Яку силу, спрямовану вздовж площини, треба докласти, щоб тягнути вантаж з прискоренням a = 1 м/с^2? Коефіцієнт тертя μ = 0,2.

27 Вагон масою m = 20 т рухається рівносповільнено з прискоренням a=0,3 м/с і початковою швидкістю v_0 = 54 км/год. Знайти силу гальмування, що діє на вагон, час руху вагона до повної зупинки і шлях, пройдений за цей час.

28 Два тіла масами m_1 = 1 кг і m_2 = 2 кг, що знаходяться на гладкій горизонтальній поверхні, пов'язані нерозтяжною ниткою. До другого тіла в горизонтальному напрямку прикладена сила F = 10 Н. Знайти прискорення a, з яким рухаються обидва тіла, і силу T натягу нитки.

29 Маса поїзда m = 3000 т, коефіцієнт тертя μ = 0,02. Якою повинна бути сила тяги локомотива, щоб поїзд набрав швидкість v = 60 км/год через t = 2 хв після початку руху?

30 Вантаж масою m = 45 кг переміщається по горизонтальній площині під дією сили F = 294 Н, спрямованої під кутом α = 30° до горизонту. Коефіцієнт тертя вантажу об площину

μ=0,1. Визначити прискорення a, з яким рухається вантаж.

31 Три тіла масами m_1 = 1 кг, m_2 = 2 кг і m_3 = 3 кг можуть вільно рухатися без тертя по горизонтальній поверхні столу. Тіла пов'язані нитками в ланцюжок і до першого тіла прикладена сила F = 20 Н. Знайти прискорення a, з яким будуть рухатися тіла, і сили натягу ниток T_1 і T_2.

32 За гладкій горизонтальній площині рухаються два тіла з масами M = 5 кг і m = 1 кг, пов'язані нерозтяжною ниткою. До тіл прикладені протилежно спрямовані сили: до тіла з масою M - сила F_1 = 2 Н, до тіла з масою m - сила F_2 = 4 Н. Визначити натяг нитки T (тертям знехтувати).

33 Вантаж масою m_1 = 5 кг пов'язаний нерозтяжною ниткою, перекинутою через нерухомий блок, з іншим вантажем масою m_2 = 2 кг і рухається вниз по похилій площині. Коефіцієнт тертя вантажу об площину μ = 0,1. Кут нахилу площини до горизонту $\alpha = 30^o$. Знайти силу натягу нитки $F_н$ і прискорення вантажів a. Масою блоку і тертям у блоці знехтувати.

34 Матеріальна точка масою m = 2 кг рухається під дією деякої сили F згідно з рівнянням $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, де C = 1 м/с^2, D = -0,2 м/с^3. Знайти значення F в моменти часу t_1 = 2 с і t_2 = 5 с.

35 До одного кінця нитки, перекинутої через блок, підвішують вантаж масою m_1 = 500 г, до іншого - вантаж масою m_2 = 300 г. Знайти прискорення a і переміщення S кожного вантажу через t = 1,2 с після початку руху. Тертя не враховувати, масами блоку і ниток знехтувати.

36 Матеріальна точка рухається під дією деякої сили F згідно з рівнянням $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, де C = 1 м/с^2, D = - 0,2 м/с^3. Визначити, в який момент часу t сила F = 0.

37 Під дією постійної сили F = 10 Н тіло рухається прямолінійно за законом $S = A- Bt + Ct^2$, де B і C - постійні величини. Знайти масу m тіла, якщо C = 1 м / с^2.

38 Тіло масою m = 0,5 кг рухається прямолінійно за законом $S = A- Bt + +Ct^2 - Dt^3$, де C = 5 м/с^2 і D = 1 м/с^3. Знайти величину сили F, що діє на тіло в кінці першої секунди руху.

39 Яку силу F треба прикласти до вагона, що стоїть на рейках, щоб вагон став рухатися рівноприскорено і за час t = 30 с

пройшов шлях S = 11 м? Маса вагона m = 16 т. Коефіцієнт тертя μ = 0,05.

40 На похилій площині довжиною l = 5 м і висотою h = 3 м знаходиться вантаж масою m = 50 кг. Яку силу F, спрямовану вздовж цієї площини, треба прикласти, щоб утримати вантаж? Коефіцієнт тертя μ = 0,2.

41 Жорстко закріплена на платформі гармата стріляє уздовж платформи під кутом $\alpha = 30^\circ$ до лінії горизонту. Визначити швидкість відкоту платформи v_2, якщо швидкість снаряда, що вилітає з гармати, v_1 = 480 м/с. Маса снаряда m_1 = 60 кг, маса платформи з гарматою і снарядом m = 18 т.

42 Куля масою m = 200 г рухається зі швидкістю v_1 = 10 м/с і зіштовхується з нерухомою кулею масою m_2 = 800 г. Вважаючи удар прямим, центральним, абсолютно пружним, визначити швидкості куль $v_1^{/}$ і $v_2^{/}$ після зіткнення.

43 Знайти роботу, яку треба здійснити, щоб стиснути пружину на l_2 = 20 см, якщо відомо, що під дією сили пружності F = 29,4 Н пружина стискається на l_1 = 1 см.

44 З висоти h_1 = 2 м на сталеву плиту вільно падає куля масою m = 200г і підскакує на висоту h_2 = 0,5 м. Який імпульс P отримала куля при ударі?

45 Який імпульс отримує стіна при ударі об неї кульки масою m = 300 г? Кулька рухалася зі швидкістю v = 8 м/с під кутом 60° до площини стіни (удар пружний).

46 Визначити роботу підняття вантажу по похилій площині і середню потужність підйомного пристрою, якщо маса вантажу m = 100 кг, довжина похилої площини l = 2 м, кут її нахилої до горизонту $\alpha = 30^\circ$, коефіцієнт тертя μ = 0,1. Біля підніжжя похилої площини вантаж знаходився в спокої, а потім, при підйомі, набував прискорення a=1 м/с^2.

47 Маховик з моментом інерції I = 40 кг·м^2 почав обертатися рівноприскорено зі стану спокою під дією моменту сили M = 20 Н·м. Обертання тривало t = 20 с. Знайти кінетичну енергію, якої набув маховик.

48 З верхнього рівня похилої площини одночасно починають

скочуватися без ковзання суцільні циліндр і куля з однаковою масою і однаковими радіусами. Знайти відношення швидкостей цих тіл на деякому рівні.

49 Обруч і диск мають однакову масу і котяться без ковзання з однаковою лінійною швидкістю v. Кінетична енергія обруча дорівнює $W_{об}$=39,2 Дж. Знайти кінетичну енергію диска.

50 Куля масою m = 10 г летить зі швидкістю v = 600 м/с, влітає в балістичний маятник масою M = 5 кг і застряє в ньому. На яку висоту, відхилившись після удару, піднявся маятник?

51 На горизонтальних рейках стоїть платформа з піском загальною масою $m_1 = 5 \cdot 10^3$ кг. В пісок потрапляє і летить уздовж рейок снаряд массою m_2 = 5 кг. У момент попадання снаряда швидкість його руху v=400 м/с спрямована зверху вниз під кутом $\alpha = 30^\circ$ до горизонту. Знайти швидкість руху платформи, якщо снаряд застрягне в піску.

52 Бойок (ударна частина) пальового молота масою m_1 = 500 кг падає на палю масою m_2 = 100 кг зі швидкістю v_1 = 4 м/с. Визначити К.К.Д. удару бойка об палю. Удар бойка об палю розглядати як непружний.

53 Бойок (ударна частина) пальового молота масою m_1 = 500 кг падає на палю масою m_2 = 100 кг зі швидкістю v_1 = 2 м/с. Визначити кількість теплоти Q, яка виділилася при ударі. Удар бойка про палю розглядати як непружний.

54 Знайти роботу A підйому вантажу по похилій площині довжиною l=2 м, якщо маса вантажу m = 100 кг, кут нахилу площини $\varphi = 30^o$, коефіцієнт тертя μ = 0,1, вантаж рухається з прискоренням a = 1 м/с^2.

55 З пружинного пістолета був зроблений постріл вертикально вгору. Визначити висоту h, на яку підніметься куля масою m = 20 г, якщо пружина жорсткістю к = 196 Н/м була стиснута перед пострілом на x = 10 см. Масою пружини знехтувати.

56 Куля котиться без ковзання по горизонтальній поверхні. Повна кінетична енергія кулі $W_к$ = 14 Дж. Визначити кінетичну енергію $W_{к\ пост}$ поступального і $W_{к\ об}$ обертального руху кулі.

57 Тіло масою m = 10 кг відчуває дію сили F = 0,5 Н протягом часу t = 2 с. Якої кінетичної енергії Wк набуває тіло за цей час?

58 Трактор масою $m = 10$ т, що розвиває потужність $N = 150$ кВт, рухається в гору з постійною швидкістю $v = 5$ м/с. Знайти кут нахилу α дороги до горизонту.

59 Тіло кинуто вертикально вгору зі швидкістю $v_0 = 49$ м / с. На якій висоті h його кінетична енергія буде дорівнювати потенційній?

60 Суцільний циліндр масою $m = 4$ кг котиться без ковзання по горизонтальній поверхні. Лінійна швидкість осі циліндра $v = 1$ м/с. Визначити повну кінетичну енергію W циліндра.

61 Колесо автомашини обертається рівноприскорено. Зробивши $N = 50$ повних обертів, воно змінило частоту обертання від $n_1 = 4$ с$^{-1}$ до $n_2 = 6$ с$^{-1}$. Визначити кутове прискорення ε колеса.

62 Колесо радіусом R обертається так, що лінійна швидкість точок на його ободі описується формулою $v = 3t + t^2$. Висловити залежність від часу нормального, тангенціального та кутового прискорень.

63 Лінійна швидкість точок на окружності диска, що обертається, $v_1 = 3$ м/с. Точки, розташовані на $\Delta R = 10$ см ближче до осі, мають лінійну швидкість $v_2 = 2$ м/с. Визначити частоту обертання n диска.

64 На циліндр, який може обертатися навколо горизонтальної осі, намотана нитка. До кінця нитки прив'язаний тягарець, який може опускатися. Рухаючись рівноприскорено, він за час $t = 3$ с опустився на $h = 1{,}5$ м. Визначити кутове прискорення ε циліндра, якщо його радіус $R = 4$ см.

65 Однорідний стрижень довжиною $l = 1$ м і масою $m = 0{,}5$ кг обертається навколо горизонтальної осі, що проходить через середину стрижня. З яким кутовим прискоренням ε обертається стрижень, якщо на нього діє момент сил $M = 98{,}1$ мН · м?

66 Маховик, масу $m = 5$ кг якого можна вважати розподіленою по ободу радіусом $R = 20$ см, вільно обертається навколо горизонтальної осі, що проходить крізь його центр, з частотою $\nu_0 = 720$ хв$^{-1}$. При гальмуванні маховик зупиняється через $\Delta t = 20$ с. Знайти гальмівний момент і число оборотів, зроблених маховиком до повної зупинки.

67 Маховик радіусом $R = 6$ см, маса $M = 120$ кг якого рівномірно розподілена по ободу, обертається з кутовою швидкістю $\omega_o = 50$ рад/с. У деякий момент часу до обода з силою $F = 50$ Н притискається гальмівна колодка, причому коефіцієнт тертя між ободом і колодкою $\mu = 0,3$. Знайти час гальмування маховика до зупинки.

68 Куля масою $m = 10$ кг і радіусом $R = 20$ см обертається навколо осі, що проходить через його центр. Рівняння обертання кулі має вигляд $\varphi = A + Bt^2 + Ct^3$, де $B = 4$ рад/с^2, $C = -1$ рад/с^3. Визначити момент сил M при $t = 2$ с.

69 Однорідний диск радіусом $R = 0,2$ м і масою $m = 5$ кг обертається навколо осі, що проходить через центр диска перпендикулярно його площині. Залежність кутової швидкості ω обертання диска від часу t дається рівнянням $\omega = A + Bt$, де $B = 8$ рад/с^2. Знайти дотичну силу F, прикладену до обода диска. Тертям знехтувати.

70 До ободу однорідного диска радіусом $R = 0,2$ м прикладена дотична сила $F = 98$ Н·м. При обертанні на диск діє момент сил тертя $M_{тер} = 4,9$ Н·м. Знайти масу m диска, якщо відомо, що диск обертається з кутовим прискоренням $\varepsilon = 100$ рад/с^2.

71 Вал масою $m = 100$ кг і радіусом $R = 5$ см обертається з частотою $\nu = 8$ Гц. До циліндричної поверхні вала притиснули гальмівну колодку з силою $F = 40$ Н, під дією якої вал зупиниться через $t = 10$ с. Обчислити коефіцієнт тертя μ.

72 Тонкостінний циліндр обертається навколо своєї осі за законом $\varphi = A + Bt + Ct^3$, де $A = 4$ рад, $B = -2$ рад / с^2, $C = 0,2$ рад^3. Визначити момент сил M, що діє на циліндр в момент часу $t = 3$ с. Діаметр циліндра $D = 30$ см, маса $m = 12$кг.

73 73. На обід маховика діаметром $D = 60$см намотаний шнур, до кінця якого прив'язаний вантаж масою $m = 2$ кг. Обертаючись рівноприскорено під дією сили тяжіння, маховик за $t = 3$ с набув кутової швидкості $\omega = 9$ рад/с. Визначити момент інерції маховика.

74 На краю нерухомої лави Жуковського діаметром $D = 0,8$ м і

масою m_1 = 6 кг стоїть людина масою m_2 = 60 кг. З якою кутовою швидкістю почне обертатися лава, якщо людина зловить м'яч масою m = 0,5 кг, яка летить на неї зі швидкістю u = 5м/с? Траєкторія м'яча - горизонтальна лінія, що проходить на відстані r = 0,4 м від осі лави.

75 Велосипедне колесо радіусом R = 40 см робить n = 100 об/хв. Знайти швидкість v руху велосипедиста і кутову швидкість ω обертання колеса.

76 Через блок діаметром D = 4 см перекинута нитка з прив'язаними до її кінців вантажами m_1 = 50 г і m_2 = 60 г. Визначити момент інерції блоку, якщо під дією сили тяжіння вантажів він отримує кутовє прискорення $\varepsilon = 1{,}5$ рад/с^2.

77 Стрижень обертається навколо осі, що проходить через його середину, за законом $\varphi = At + Bt^3$, де A = 2 рад/с; B = 0,2 рад/с. Який обертовий момент M діє на стрижень в момент часу t = 2 с, якщо момент інерції стрижня I = 0,048 кг · м^2?

78 Блок масою m = 0,4 кг має форму диска. До кінців блоку підвісили вантажі m_1 = 0,3 кг і m_2 = 0,7 кг. Блок обертається під дією сили натягу нитки. Визначити сили T_1 і T_2 натягу нитки по обидві сторони блоку.

79 Платформа у вигляді диска діаметром D = 3 м і масою m = 180 кг може обертатися навколо вертикальної осі. На краю платформи стоїть людина масою m_2 = 70 кг. З якою кутовою швидкістю ω_1 буде обертатися платформа, якщо людина піде по її краю зі швидкістю V = 1,8 м/с відносно платформи?

80 Куля скочується з похилої площини висотою h = 90 см. Визначити лінійну швидкість центра кулі в той момент, коли куля скотиться з похилої площини.

81 На лаві Жуковського стоїть людина, яка тримає стрижень масою m = 6 кг і довжиною l = 1,8 м вертикально по відношенню до осі лави. Момент інерції лави і людини I = 5 кг/м^2. Лава обертається з кутовою швидкістю ω_1 = 4 рад/с. З якою кутовою швидкістю ω_2 буде обертатися лава, якщо людина поверне стрижень горизонтально?

82 Платфома у формі диска обертається за інерцією навколо вертикальної осі з частотою n_1=14 хв$^{-1}$. На краю платформи

стоїть людина масою m = 70 кг. Після того, як людина перейде в центр платформи, частота зросте до n = 25 $хв^{-1}$. Визначити масу платформи.

83 Циліндр масою m = 12 кг розташований горизонтально і може обертатися навколо осі, що збігається з віссю циліндра. На циліндр намотали шнур, до якого прив'язали гирю масою m_2 = 1 кг. Визначити прискорення, з яким буде падати гиря, і силу натягу шнура під час руху гирі.

84 Колесо радіусом R = 0,5 м обертається за законом $\varphi = At + Bt^3$, де A = 2 рад/с, B = 0,2 рад/$с^3$. Визначити повне прискорення точки, що знаходиться на ободі колеса в момент часу t = 3 с.

85 Яку силу треба прикласти до земної кулі, щоб зупинити її обертання за час t = 24 год? Радіус Землі $R_з = 6{,}37\cdot10^6$ м, маса Землі $m_з$ =5,98 10^{24} кг.

86 На горизонтальну вісь посаджені маховик і легкий шків радіусом R = 5 см. На шків намотаний шнур, до якого прив'язаний вантаж масою m = 0,4 кг. Опускаючись рівноприскорено, вантаж пройшов шлях S = 1,8 м за t = 3 с. Визначити момент інерції маховика. Масою шківа можна знехтувати.

87 Визначити момент інерції I тонкого однорідного стрижня довжиною l = 60 см і масою m = 100 г відносно осі, що перпендикулярна до нього і проходить через точку стрижня, віддалену на відстань a = 20 см від одного з його кінців.

88 Дві гирі з різними масами з'єднані ниткою, перекинутою через блок, момент інерції якого I = 50 кг·$м^2$ і радіус R = 20 см. Момент сил тертя обертового блоку $M_{тр}$ = 98,1 Н·м. Знайти різницю сил натягу нитки T_1 і T_2 по обидві сторони блоку, якщо відомо, що блок обертається з кутовим прискоренням ε = 2,36 рад / $с^2$. Блок вважати однорідним диском.

89 Знайти момент кількості руху Землі відносно осі обертання (власний момент імпульсу) і енергію її обертання.

90 Кінетична енергія вала, що обертається з постійною швидкістю, яка відповідає частоті обертання ν = 5 об/с, становить W = 60 Дж. Знайти момент кількості руху цього

вала.

91 Платформа у вигляді диска радіусом R = 1,5 м, масою m_1 = 180 кг обертається за інерцією навколо вертикальної осі з частотою ν_1 = 10 $хв^{-1}$. У центрі платформи стоїть людина масою m_2 = 60 кг. Яку лінійну швидкість відносно підлоги буде мати людина, якщо вона перейде на край платформи?

92 Горизонтальна платформа у вигляді диска масою m = 100 кг обертається навколо вертикальної осі, що проходить через центр платформи, здійснюючи ν_1 = 10 об/хв. Людина масою m_1 = 60 кг знаходиться при цьому на краю платформи. З якою кутовою швидкістю почне обертатися платформа, якщо людина перейде від краю платформи до її центру?

93 Маховик у вигляді диска масою m = 50 кг і радіусом r = 20 см був розкручений до частоти обертання n_1 = 480 $хв^{-1}$ і потім наданий самому собі. Внаслідок тертя маховик зупинився. Знайти момент M сил тертя, вважаючи його постійним, якщо маховик зупинився через t = 50 с.

94 Маховик, що обертається рівносповільнено, в процесі гальмування змінив частоту обертання від ν_0 = 10 $с^{-1}$ до ν = 6 $с^{-1}$. Обчислити кутове прискорення ε маховика і тривалість t гальмування, якщо за час рівносповільненого руху маховик зробив N = 50 обертів.

95 Знайти радіус обертового колеса, якщо відомо, що лінійна швидкість v_1 точки, яка лежить на ободі, в 2,5 рази більше лінійної швидкості v_2 точки, що лежить на 5 см ближче до осі колеса.

96 Маховик почав обертатися рівноприскорено і за Δt = 10 с досяг частоти обертання ν = 300 $хв^{-1}$. Визначити кутове прискорення ε маховика і число обертів N, яке він зробив за цей час.

97 Велосипедне колесо обертається з частотою ν_0 = 5 Гц. Під дією сил тертя воно зупинилося через Δt = 1 хв. Знайти кутове прискорення ε і число обертів N, зроблене колесом за цей час.

98 Диск обертається з кутовим прискоренням ε = -2 рад/$с^2$. Скільки обертів N зробить диск при зміні частоти обертання від ν_1 = 240 $хв^{-1}$ до ν_2 = 90 $хв^{-1}$? Знайти час Δt, протягом

якого це станеться.

99 Вал починає обертання зі стану спокою і в перші t = 10 с здійснює N = 50 обертів. Вважаючи обертання вала рівноприскореним, визначити кутове прискорення.

100 Обертається колесо радіусом R = 0,1 м. При цьому залежність кута повороту радіуса колеса від часу має вигляд $\varphi = A + Bt + Ct^3$, де B = 2 рад/с і C = 1 рад/с^3. Для точок на ободі колеса знайти: кутову і лінійну швидкості, кутове, тангенціальне і нормальне прискорення через t = 2 с після початку руху.

КОНТРОЛЬНА РОБОТА 2

2.1 Молекулярна фізика та термодинаміка

При розв'язанні задач з розділу «Молекулярна фізики та термодинаміка» доцільно користуватися формулами, наведеними у таб.2.1-2.4

2.1.1 Молекулярно-кінетична теорія ідеальних газів

Таблиця 2.1.1 – Основні поняття і формули

№	Формула	Назва формули	Пояснення
1	2	3	4
2.1.1	$M_r = \frac{m_0}{{}^1\!/_{12}\, m_C}$	Відносно молекулярна маса	Відношення маси молекули m_0 до ${}^1\!/_{12}$ маси атома вуглецю
2.1.2	$\mu = \frac{m}{\nu}$	Молярна маса	Відношення маси речовини m до кількості молів ν в ньому
2.1.3	$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\, моль^{-1}$	Число Авогадро	Показує, що в одному молі довільної речовини міститься $6{,}02 \cdot 10^{23}$ молекул
2.1.4	$\nu = \frac{N}{N_A} = \frac{N \cdot m_{мол}}{N_A \cdot m_{мол}} = \frac{m}{\mu}$	Кількість молів речовини	N - кількість молекул речовини, m - маса речовини, $m_{мол}$ - маса молекули
2.1.5	$m_0 = \frac{\mu}{N_A}$, $m_0 = \frac{m}{N}$, $m_0 = \frac{\rho}{n}$	Маса однієї молекули	m_0 - маса молекули, m - маса речовини, N - число молекул, ρ - густина речовини

Продовження таблиці 2.1.1

1	2	3	4
2.1.6	$n = \frac{N}{V}$	Концентрація молекул	N - число молекул, V - об’єм газу
2.1.7	$T_0 = 273{,}15$ К, $P_0 = 1{,}013 \cdot 10^5$ Па $V_0 = 22{,}4$л	Нормальні умови	
2.1.8	$T(K) = t(°C) + 273$	Зв'язок між шкалами Цельсія і Кельвіна	

2.1.9	$P=\frac{F}{S}$	Тиск газу	F - сила тиску газу, S - площа поверхні посудини
2.1.10	$P=\sum_{i=1}^{k}P_i$	Закон Дальтона: загальний тиск суміші газів.	P_i - парціальний тиск, i - компоненти суміші, k - число компонентів
2.1.11	$P=\frac{1}{3}m_0 n\overline{\text{v}}$ $P=\frac{2}{3}n\overline{E}$	Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеального газу	P - тиск газу, n - концентрація молекул, $\overline{\text{v}}$ - середня швидкість молекули, $\overline{E}$ - середня кінетична енергія поступального руху молекули
2.1.12	$\overline{E}=\frac{i}{2}kT$	Середня енергія молекули	$i=i_{пост}+i_{об}+2i_{кол}$ - кількість ступенів вільності поступального, обертального та коливального рухів

Продовження таблиці 2.1.1

1	2	3	4
2.1.13	$P=\frac{2}{3}n\overline{E}=$ $=\frac{2}{3}n\frac{m\text{v}^2}{2}=nkT$	Зв'язок між тиском та середнім значенням кінетичної енергії поступального руху молекул	$k=1{,}38\cdot10^{-23}\frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ - стала Больцмана, T - термодинамічна температура газу
2.1.14		Рівняння стану ідеального газу,	$R=k\cdot N_A=8{,}31\frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$ -

	$PV = \frac{m}{\mu} RT$	(рівняння Менделєєва-Клапейрона).	універсальна газова стала
2.1.15	$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$	Об’єднаний газовий закон (рівняння Клапейрона)	P - тиск ідеального газу V - об’єм газу, T - абсолютна температура газу
2.1.16	$PV = const$	Закон Бойля-Маріотта: при постійній температурі ($T = const$)	V - об’єм газу, P - тиск газу
2.1.17	$\frac{V}{T} = const$	Закон Гей-Люссака: при постійному тиску ($P = const$)	V - об’єм газу, T - температура газу
2.1.18	$\frac{P}{T} = const$	Закон Шарля: при постійному об’ємі ($V = const$)	P - тиск газу T - температура газу
2.1.19	$\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} =$ $= \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$	Середня квадратична швидкість	$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ - стала Больцмана, m_0 - маса молекули μ - молярна маса газу

Продовження таблиці 2.1.1

2.1.20	$\langle v_{ар} \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} =$ $= \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}$	Середня арифметична швидкість	μ - молярна маса газу $R = k \cdot N_A = 8{,}31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ - універсальна газова стала
2.1.21	$\langle v_i \rangle = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} =$ $= \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$	Найбільш імовірне значення швидкості	T - абсолютна температура газу

Приклади розв'язання задач

Приклад 2.1.1. Кисень масою $m=2$ г займає об'єм $V=1$ л при температурі $t=47\ ^\circ\text{C}$. Знайти середню кінетичну енергію поступального руху однієї молекули, число молекул газу, концентрацію, тиск газу на стінки посудини та середню швидкість молекул.

Дано:

O_2

$m = 2\,\text{г} = 2\cdot 10^{-3}\,\text{кг}$

$V = 1\,\text{л} = 10^{-3}\,\text{м}^3$

$t = 47\,^\circ\text{C}, \quad T = 320\,\text{К}$

$\overline{E} - ?\ W - ?\ N - ?\ n - ?$

Розв'язання:

Середня кінетична енергія поступального руху однієї молекули

$$E = \frac{3}{2} k\,T\ ,$$

де $k = 1{,}38\cdot 10^{-23}\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$ - постійна Больцмана.

$$E = \frac{3}{2}\cdot 1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 320 = 6{,}624\cdot 10^{-21}\ \text{Дж}\ .$$

Кількість молекул N можна знайти із співвідношення

$$\frac{N}{N_A} = \frac{m}{\mu},\quad \text{звідки}\quad N = \frac{m}{\mu} N_A\ ,$$

де $\mu(O_2) = 2\cdot 16\dfrac{\text{г}}{\text{моль}} = 32\cdot 10^{-3}\ \dfrac{\text{кг}}{\text{моль}}$ – молярна маса кисню.

$$N = \frac{2\cdot 10^{-3}}{32\cdot 10^{-3}}\cdot 6{,}02\cdot 10^{23} = 3{,}76\cdot 10^{22}.$$

Сумарна кінетична енергія поступального руху всіх молекул

$$W = E\cdot N = 6{,}624\cdot 10^{-21}\cdot 3{,}763\cdot 10^{22} = 249\,\text{Дж}\ .$$

Концентрація молекул газу:

$$n = \frac{N}{V} = \frac{3{,}763\cdot 10^{22}}{10^{-3}} = 3{,}763\cdot 10^{25}\ \text{м}^{-3}\ .$$

За основним рівнянням молекулярної кінетичної теорії: $P = nkT$,

$$P = 3{,}763 \cdot 10^{25} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 320 = 1{,}66 \cdot 10^{5}\ \text{Па}$$

Середньоквадратична швидкість молекули газу

$$\langle \text{v}_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}},$$

де m_0 - маса однієї молекули;

$R = 8{,}31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ - універсальна газова стала.

$$\langle \text{v}_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3 \cdot 8{,}31 \cdot 320}{32 \cdot 10^{-3}}} = \sqrt{249300} = 499\ \text{м/с}$$

Приклад 2.1.2. Газ було стиснуто ізотермічно від об’єму $V_1 = 8$ л до об’єму $V_2 = 6$ л. Тиск при цьому збільшився на $\Delta P = 4$ кПа. Знайти початковий тиск газу.

Дано:	Розв’язання:
$T = const$ $V_1 = 8\,\text{л} = 8 \cdot 10^{-3}\,\text{м}^3$ $V_2 = 6\,\text{л} = 6 \cdot 10^{-3}\,\text{м}^3$ $\Delta P = 4\,\text{кПа} = 4 \cdot 10^{3}\,\text{Па}$ $P_1 - ?$	За умовою задачі процес ізотермічний, $T = const$. Використовуючи закон Бойля-Маріотта: $P_1 V_1 = P_2 V_2$, (2.1.1) де P_1 - початковий тиск; P_2 - тиск наприкінці процесу. Зміна тиску $\Delta P = P_2 - P_1$ (2.1.2)

Звідки $P_2 = \Delta P + P_1$

Підставимо (2.1.2) в (2.1.1) знайдемо: $P_1 V_1 = (\Delta P + P_1) V_2$,

$$P_1V_1 = \Delta P V_2 + P_1V_2,$$

$$P_1V_1 - P_1V_2 = \Delta P V_2$$

$$P_1(V_1 - V_2) = \Delta P V_2,$$

звідки
$$P_1 = \frac{\Delta P V_2}{V_1 - V_2}.$$

Підставимо числові значення

$$P_1 = \frac{4\cdot 10^3 \cdot 6\cdot 10^{-3}}{8\cdot 10^{-3} - 6\cdot 10^{-3}} = 12\cdot 10^3 = 12 \text{ кПа.}$$

Приклад 2.1.3. Чадний газ (CO) в кількості $\nu = 2$ моля адіабатично розширюється, при цьому його температура зменшується на $\Delta T = 50\ ^\circ\mathrm{C}$, а потім його тиск ізохорний збільшується і стає на 30 % більше первинного. Знайти тиск температуру і об'єм газу в кінцевому стані. Початковий тиск газу складає $P_1 = 4$ МПа і його об'єм рівний $V_1 = 2$ л.

Дано:

CO - чадний газ
$\nu = 2$ моля
$\Delta T = 50\ ^\circ\mathrm{C}$
$P_3 = 1{,}3\ P_1$
$V_2 = V_3$
$P_1 = 4$ МПа $= 4\cdot 10^{-6}$ Па
$V_1 = 2$ л $= 2\cdot 10^{-3}$ м^3

$P_3, T_3, V_3 - ?$

Розв’язання:

З рівняння Менделеєва- Клапейрону

$$PV = \frac{m}{\mu}RT = \nu RT. \qquad (2.1.3)$$

Знайдемо початкову температуру газу

$$T_1 = \frac{P_1V_1}{\nu R}.$$

Для адіабатного процесу $P_1^{1-\gamma}T_1^{\gamma} = P_2^{1-\gamma}T_2^{\gamma}$, та $P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma}$, де $\gamma = 1 + \dfrac{2}{i}$ показник адіабати;

i - число степенів вільності молекули газу.

Оскільки CO двоатомна молекула, то $i = 5$, то $\gamma = 1 + 2/5 = 1,4$.

З виразу $P_1^{1-\gamma} T_1^{\gamma} = P_2^{1-\gamma} T_2^{\gamma}$ знайдемо тиск в другому стані

$$P_2 = P_1 \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = P_1 \left(\frac{T_1}{T_1 - \Delta T} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = P_1 \left(\frac{1}{1 - \Delta T / T_1} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}.$$

$$P_2 = P_1 \left(\frac{1}{1 - \Delta T \nu R / P_1 V_1} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}.$$

$$T_1 = \frac{P_1 V_1}{\nu R} = \frac{4 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} = 481 \text{ К}, \qquad T_2 = T_1 - \Delta T = 481 - 50 = 431 \text{ К}.$$

$$P_2 = P_1 \left(\frac{1}{1 - \Delta T / T_1} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}.$$

$$P_2 == 4 \cdot 10^6 \left(\frac{1}{1 - 50/481} \right)^{-1,4/0,4} = 4 \cdot 10^6 \cdot 1,116^{-3,5} == 4 \cdot 10^6 \cdot 0,681 = 2,72 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

Другий об’єм знайдемо з виразу

$$P_1 V_1^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma}, \qquad \text{або} \qquad V_2 = V_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{1/\gamma}.$$

Підставимо числові значення

$$V_2 = 2 \cdot 10^{-3} \left(\frac{4}{2,72} \right)^{1/1,4} = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 1,47^{0,714} = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 1,317 = 2,63 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Остаточно маємо

$$V_3 = V_2 = 2{,}63 \cdot 10^{-3}\ (\text{м}^3), \qquad P_3 = 1{,}3P_1 = 1{,}3 \cdot 4 \cdot 10^6 = 5{,}2 \cdot 10^6\ \text{Па}.$$

З закону Шарля знайдемо температуру в третьому стані

$$\frac{P_2}{T_2} = \frac{P_3}{T_3},$$

тобто
$$T_3 = T_2 \frac{P_3}{P_2} = 431 \frac{5{,}2}{2{,}72} = 824\ \text{К}.$$

2.1.2 Основи термодинаміки

Таблиця 2.1.2 – Основні поняття і формули

№	Формула	Назва формули	Пояснення
1	2	3	4
2.1.2.1	$\overline{E} = i\frac{kT}{2}$	Середня кінетична енергія молекули	$i = i_{пост} + i_{об} + 2i_{кол}$ - кількість степенів вільності молекули.
2.1.2.2	$U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} RT$	Внутрішня енергія ідеального газу	μ - молярна маса газу $R = 8{,}31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ - універсальна газова стала
2.1.2.3	$\delta Q = C_{тіла} dT$	Кількість теплоти, що йде на нагрівання системи	δQ - елементарна кількість теплоти, наданої термодинамічній системі
2.1.2.4	$C_{тіла} = \frac{\delta Q}{dT}$	Теплоємність тіла	Кількість теплоти, яку треба передати тілу, щоб збільшити його температуру

			на 1 К
2.1.2.5	$c=\frac{dQ}{m\cdot dT}$	Питома теплоємність речовини	Кількість теплоти, що необхідна для нагрівання 1 кг речовини на 1 К
2.1.2.6	$C_{\mu}=\frac{dQ}{\nu\ dT}$,	Молярна теплоємність	Кількість теплоти, що необхідна для нагрівання одного моля речовини на 1 К
2.1.2.7	$c=\frac{C}{\mu}$	Співвідношення між питомою та молярною теплоємністю	μ – молярна маса речовини

Продовження таблиці 2.1.2

1	2	3	4
2.1.2.8	$C_p=C_V+R$ $C_V=\frac{i}{2}R$ $C_p=\frac{i+2}{2}R$,	Рівняння Майєра	C_P - теплоємність, при сталому тиску та при сталому об'ємі C_V . $i=i_{пост}+i_{об}+2i_{кол}$ - кількість степенів вільності молекули
2.1.2.9	$\delta Q=dU+\delta A$	Перший закон термодинаміки	δQ - кількість теплоти, що підводиться до термодинамічної системи, dU - зміна внутрішньої енергії системи, δA - робота, яка виконується системою над зовнішніми тілами
2.1.2.10	$dQ=dU=\frac{m}{\mu}C_V dT;$	Перший закон термодинаміки	μ – молярна маса речовини;

		для ізохорного процесу ($V = const$)	C_V - теплоємність, при сталому об'ємі
2.1.2.11	$\delta Q = dU + \delta A = \frac{m}{\mu} C_V dT + PdV$	Перший закон термодинаміки для ізобарного процесу ($P = const$)	
2.1.2.12	$\delta Q = PdV$	Перший закон термодинаміки для ізотермічного процесу ($T = const$)	

Продовження таблиці 2.1.2

1	2	3	4
2.1.2.13	$\delta A = 0$	Робота газу в ізохорному процесі	δA - елементарна робота
2.1.2.14	$A = \int_{V_1}^{V_2} PdV$ $A = \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1)$	Робота газу в ізобарному процесі	
2.1.2.15	$A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{P_1}{P_2}$	Робота газу в ізотермічному процесі	μ – молярна маса речовини

Приклади розв'язання задач

Приклад 2.1.4. Знайти середню кінетичну енергію обертального руху однієї молекули водню при температурі $T = 300$ К, а також сумарну кінетичну енергію обертального руху всіх молекул водню, якщо кількість речовини $\nu = 0{,}5$ моль.

Дано: | Розв'язання:

H_2 – водень $\nu = 0{,}5$ моль $T = 300$ К $E_{оберт} - ?\ E_к - ?$	за законом рівнорозподілу енергії за степенями вільності, на кожний степінь вільності молекули газу припадає енергія $$E_{оберт} = \frac{i}{2}kT,$$ де $k = 1{,}38\cdot 10^{-23}\,\frac{Дж}{К}$ - постійна Больцмана.

Оскільки молекула водню H_2- двохатомна, то вона має 5 степенів свободи: 3 ступені свободи поступального руху та 2 степені свободи обертального руху, тобто $i = 2+3 = 5$, тому середня кінетична енергія обертального руху молекули водню виражається формулою

$$E_{оберт} = \frac{2}{2}kT = kT$$

Підставимо числові значення

$$E_{оберт} = 1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 300 = 4{,}14\cdot 10^{-21}\,\text{Дж}.$$

Сумарна кінетична енергія руху всіх молекул водню

$$E_к = \frac{i}{2}\nu RT,$$

де $R = 8{,}31\,\frac{Дж}{моль\cdot К}$- універсальна газова стала, для водню $i = 5$.

Кінетична енергія

$$E_к = \frac{5}{2}\nu RT,$$

Підставимо числові значення

$$E_к = \frac{5}{2}0{,}5\cdot 8{,}31\cdot 300 = 3116{,}25\,\text{Дж} \approx 3{,}12\ \text{кДж}.$$

Приклад 2.1.5. Визначити збільшення внутрішньої енергії, кількість теплоти та роботу розширення $m = 30$ г азоту при постійному тиску, якщо його об'єм збільшився в 5 разів. Початкова температура газу $T_1 = 270$ К.

Дано:	Розв’язання:
N_2 - азот $m = 30\text{г} = 30 \cdot 10^{-3}\,\text{кг}$ $\text{T}_1 = 270\ \text{К}$ $\dfrac{V_2}{V_1} = 5$	зміна внутрішньої енергії газу виражається формулою $$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R\Delta T,$$
$\Delta U - ?\ A - ?\ \Delta Q - ?$	де $\Delta T = T_2 - T_1$, i - число степенів вільності молекули газу;

$R = 8{,}31\,\dfrac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ - універсальна газова стала;

$\mu(N_2) = 2 \cdot 14\,\dfrac{\text{г}}{\text{моль}} = 28 \cdot 10^{-3}\,\dfrac{\text{кг}}{\text{моль}}$ -молярна маса азоту.

З закону Гей-Люссака $\dfrac{V_1}{T_1} = \dfrac{V_2}{T_2}$ знайдемо температуру в другому стані

$$T_2 = \frac{V_2 \cdot T_1}{V_1},$$

звідки

$$T_2 = 5 \cdot 270 = 1350 \text{ К.}$$

Підставимо числові значення

$$\Delta U = \frac{5}{2} \cdot \frac{30 \cdot 10^{-3}}{28 \cdot 10^{-3}} 8{,}31 \cdot (1350 - 270) = 24040 = 24 \cdot 10^3 \text{ Дж.}$$

Робота газу буде визначатися процесом ізобаричного розширення газу

$$A = P\Delta V = \frac{m}{\mu} R\Delta T$$

$$A = \frac{30 \cdot 10^{-3}}{28 \cdot 10^{3}} 8,31 \cdot (1350 - 270) = 9616 \text{Дж} = 9,616 \cdot 10^{3} \text{ Дж.}$$

Відповідно до першого закону термодинаміки

$$\Delta Q = \Delta U + A.$$

Остаточно кількість теплоти

$$\Delta Q = 9,616 \cdot 10^{3} + 24,040 \cdot 10^{3} = 33,656 \cdot 10^{3} \text{ Дж.}$$

2.1.3 Другий закон термодинаміки

Таблиця 2.1.3 – Основні поняття і формули

№	Формула	Назва формули	Пояснення
2.1.3.1	$\delta Q = \frac{m}{\mu} C_V dT + PdV = 0$	Перший закон термодинаміки для адіабатного процесу	
2.1.3.2	$PV^{\gamma} = const$, $TV^{\gamma-1} = const$, $T^{\gamma} P^{1-\gamma} = const$, *або* $T\ P^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = const$,	Рівняння адіабатичного процесу (рівняння Пуассона)	$\gamma = \frac{c_p}{c_V} = \frac{i+2}{i}$ стала адіабати (коефіцієнт Пуассона)
2.1.3.3	$A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{\mu} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right) =$ $= \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right)$	Робота газу в адіабатному процесі	
2.1.3.4	$\eta = \frac{A}{Q_1}$ $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$	Коефіцієнт корисної дії (ККД)	$A = Q_1 - Q_2$ - робота –це різниця між одержаним і відданим

			системою теплом; Q_1 - кількість теплоти, яку газ отримує від нагрівача, Q_2 - кількість теплоти, яку газ віддає холодильнику
2.1.3.5	$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$	ККД циклa Карно	T_1 - температура нагрівника, T_2 - температура холодильника

Приклади розв'язання задач

Приклад 2.1.6. Теплова машина, що працює за циклом Карно, використовується для підняття в резервуарі температури до $T_2 = 250$ К при температурі навколишнього середовища $t_1 = 27$ °C. За один цикл від резервуара відводиться $Q_2 = 3{,}15$ кДж теплоти. Яка механічна робота необхідна для виконання одного циклу?

Дано:

$t_1 = 27°\text{C}$

$T_2 = 250\text{К}$

$Q_2 = 3{,}15\text{кДж} = 3{,}15 \cdot 10^3\ \text{Дж}$

A -?

Розв'язання:

термічний коефіцієнт корисної дії теплової машини

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{A}{Q_1},$$

де Q_1 - кількість теплоти, отриманої від нагрівника;

Q_2 - кількість теплоти, яка віддається холодильнику;

A - робота машини за цикл.

ККД циклу Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Зрівнявши формули, отримуємо

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad \text{звідки} \quad \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1},$$

тоді кількість теплоти нагрівника

$$Q_1 = \frac{Q_2 T_1}{T_2},$$

Робота машини

$$A = \frac{Q_2 T_1}{T_2} - Q_2 = Q_2\left(\frac{T_1}{T_2} - 1\right),$$

$T_1 = t_1 + 273 = 27 + 273 = 300$ К - температура нагрівника.
Підставимо числові значення

$$A = 3{,}15 \cdot 10^3 \left(\frac{300}{250} - 1\right) = 3{,}15 \cdot 10^3 \cdot 0{,}2 = 630 \text{ Дж.}$$

2.1.4 Явища перенесення

Таблиця 2.1.4 – Основні поняття і формули

№	Формула	Назва формули	Пояснення
2.1.4.1	$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n_0}$	Середня довжина вільного пробігу молекул газу	n_0 - концентрація молекул, d - ефективний діаметр молекули
2.1.4.2	$z = \sqrt{2}\pi d^2 n_0 \langle v \rangle$	Середнє число зіткнень однієї молекули за одиницю часу	$\langle v \rangle$ - середня швидкість молекули
2.4.3	$m = -D\frac{\Delta\rho}{\Delta x}\Delta S \Delta\tau$	Закон Фіка	$D = \frac{1}{3}\langle v \rangle \langle \lambda \rangle$ - коефіцієнт дифузії. $\frac{\Delta\rho}{\Delta x}$ - градієнт густини вздовж осі
2.1.4.4	$F = -\eta\frac{\Delta v}{\Delta x}\Delta S$	Закон Ньютона	$\eta = \frac{1}{3}\rho \langle v \rangle \langle \lambda \rangle$ - коефіцієнт динаміч-

			ної в'язкості, $\frac{\Delta v}{\Delta x}$ - градієнт швидкості течії газу в перпендикулярному до ΔS напрямі
2.1.4.5	$Q = -\chi \frac{\Delta T}{\Delta x} \Delta S \Delta \tau$	Закон Фур'є	$\chi = \frac{1}{3} \rho c_V \langle v \rangle \langle \lambda \rangle$ - коефіцієнт теплопровідності, $\frac{\Delta T}{\Delta x}$ - градієнт температури

Приклади розв'язання задач

Приклад 2.1.7. Знайти середню довжину вільного пробігу молекули водню, якщо густина речовини в момент кипіння $\rho = 7$ кг/м^3 . Ефективний діаметр молекули водну $d = 0,23$ нм. Газ вважати ідеальним.

Дано:

Водень

$\rho = 7$ кг/м^3

$d = 0,23$ нм $= 0,23 \cdot 10^{-3}$ м

$\lambda - ?$

Розв'язання:

середня довжина вільного пробігу молекули

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} \,. \qquad (2.1.4)$$

Концентрація молекул $n = \frac{\rho}{m_0}$, де $m_0 = \frac{\mu}{N_A}$ – маса однієї молекули.

Звідки
$$n = \frac{\rho N_A}{\mu}, \qquad (2.2.4)$$

де $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ - число Авогадро;

$\mu(H_2) = 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ молярна маса водню.

Підставивши (2.1.5) в (2.1.4), знайдемо довжину вільного падіння.

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 \frac{\rho N_A}{M}} = \frac{\mu}{\sqrt{2}\pi d^2 \rho N_A}$$

$$\lambda = \frac{2\cdot 10^{-3}}{\sqrt{2}\cdot 3{,}14(2{,}3\cdot 10^{-10})^2\cdot 7\cdot 6{,}02\cdot 10^{23}} = 2\cdot 10^{-9} \text{ м.}$$

Приклад 2.1.8. Знайти коефіцієнт теплопровідності вуглекислого газу (CO_2), в'язкість якого дорівнює $\eta = 14\cdot 10^{-6}$ Па $\cdot$ с.

Дано:	Розв'язання:
CO_2, $\eta = 14\cdot 10^{-6}$ Па $\cdot$ с.	коефіцієнт теплопровідності
$\chi - ?$	$$\chi = \frac{1}{3}\rho\overline{\lambda}\overline{\upsilon}\, c_v \ . \qquad (2.1.6)$$

$c_v = \dfrac{C_v}{\mu}$ -питома теплоємність речовини при постійному об'ємі,

$C_v = \dfrac{i}{2}R -$ молярна теплоємність при постійному об'ємі.

Коефіцієнт в'язкості знаходиться за формулою

$$\eta = \frac{1}{3}\rho\overline{\lambda}\,\overline{\upsilon}, \qquad (2)$$

Підставимо (2.1.7) в (2.1.8):

$$\chi = \eta c_v = \eta\cdot\frac{C_v}{\mu} = \eta\cdot\frac{\frac{i}{2}R}{\mu} = \frac{\eta\cdot iR}{2\mu},$$

де $i = 6$ - число степенів вильносты молекули вуглекислого газу;

$\mu(CO_2) = (12 + 2\cdot 16)\dfrac{\text{г}}{\text{моль}} = 44\cdot 10^{-3}\dfrac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

Підставимо числові значення

$$\chi = \frac{14 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 8{,}31}{2 \cdot 44 \cdot 10^{-3}} = \frac{698{,}04 \cdot 10^{-3}}{88} = 7{,}93 \cdot 10^{-3} \left(\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}} \right).$$

2.2 Електростатика та постійний струм

При розв’язанні задач з розділу «Електростатика та постійний струм» доцільно користуватися формулами, наведеними у таблицях 2.2.1 – 2.2.4.

2.2.1 Закон Кулона та напруженість електричного поля

Таблиця 2.2.1 – Основні поняття і формули

№	Формула	Назва формули	Пояснення
2.2.1.1	$F = k\dfrac{q_1 q_2}{r^2}$	Закон Кулона	де $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \dfrac{\text{Ф}}{\text{м}}$ - електрична стала
2.2.1.2	$\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q}$	Визначення напруженості електричного поля	
2.2.1.3	$E = k\dfrac{q}{r^2}$	Напруженість електричного поля точкового заряду	
2.2.1.4	$E = \begin{cases} k\dfrac{q}{R^3}r, & r < R \\ k\dfrac{q}{r^2}, & r \geq R \end{cases}$	Напруженість електричного поля від кулі	Куля радіусом R з рівномірно розподіленим по всьому об’єму зарядом q
2.2.1.5	$E = \begin{cases} 0, & r < R \\ k\dfrac{q}{r^2}, & r \geq R \end{cases}$	Напруженість електричного поля від сфери	Сфера радіусом R з рівномірно розподіленим по всьому об’єму зарядом q
2.2.1.6	$E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$	Напруженість електричного поля	σ - поверхнева густина заряду

		від площини	

Приклади розв’язання задач

Приклад 2.2.1. У вершинах квадрата перебувають однакові точкові заряди $q = 30$ нКл. Який негативний заряд треба помістити в центрі квадрата, щоб зазначена система зарядів перебувала в рівновазі?

Дано:

$q_1 = q_2 = q_3 = q_4 =$
$= 30$ нКл $= 30 \cdot 10^{-9}$ Кл

q_5-?

Рішення:

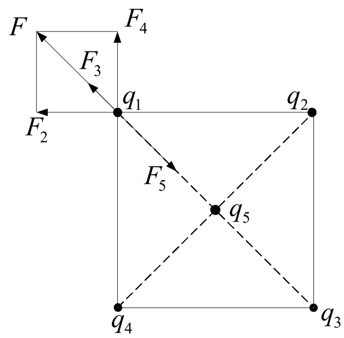


Рисунок 2.2.1

Всі заряди, розташовані у вершинах квадрата, перебувають в однакових умовах. Тому досить з'ясувати, який заряд слід помістити в центр квадрата, щоб який-небудь із чотирьох зарядів, наприклад q_1, перебував у рівновазі. Заряд q_1 буде перебувати в рівновазі, якщо векторна сума діючих на нього сил дорівнює нулю (рисунок 2.2.1).

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_5 = \vec{F} + \vec{F}_3 + \vec{F}_5 = 0, \qquad (2.2.1)$$

де $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$, $\vec{F}_5$ – сили, з якими відповідно діють на заряд q_1 заряди q_2, q_3, q_4, q_5;
$\vec{F} = \vec{F}_2 + \vec{F}_4$ – рівнодійна сил $\vec{F}_2$ та $\vec{F}_4$.

За законом Кулона, маючи на увазі, що $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = q$, одержимо

$$F_2 = F_4 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{\varepsilon a^2}\ , \qquad (2.2.2)$$

$$F_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{\varepsilon r^2}\ , \qquad (2.2.3)$$

$$F_5 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q|q_5|}{\varepsilon(r/2)^2}, \qquad (2.2.4)$$

де a – сторона квадрата;
$r = a\sqrt{2}$ – діагональ квадрата.

Як видно з рисунка 2.2.1, рівнодійна сил $\vec{F}_2$ й $\vec{F}_4$ за напрямком збігається із силою F_3 і за модулем дорівнює

$$F = \sqrt{F_2^2 + F_4^2} = F_2\sqrt{2}\,.$$

З урахуванням цього твердження векторну рівність (2.2.1) можна замінити скалярною

$$F + F_3 - F_5 = F_2\sqrt{2} + F_3 - F_5. \qquad (2.2.5)$$

Рівність (2.2.5) з урахуванням (2.2.2) – (2.2.4) матиме вигляд

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2\sqrt{2}}{\varepsilon a^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{\varepsilon 2a^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q|q_5|}{\varepsilon a^2/2} = 0.$$

Звідки

$$|q_5| = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{4}\right)q.$$

Здійснивши обчислення, одержимо

$$|q_5| = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{4}\right) 3\cdot 10^{-8}\ \text{Кл} = 2{,}87\cdot 10^{-8}\ \text{Кл}.$$

Приклад 2.2.3. Електричне поле утворюється зарядженою кулею радіусом $R_1 = 30$ см та оточуючою її концентричною сферою радіусом $R_2 = 70$ см. Заряд кулі $+q$, заряд сфери $-q$. Знайти напруженість електричного поля в точках, віддалених від загального центру на відстанях 20, 50, 120 см. Заряд $q = 7$ нКл.

Дано:	Розв'язання:
$q = 7$ нКл $= 7 \cdot 10^{-9}$ Кл $R_1 = 30$ см $= 0{,}3$ м $R_2 = 70$ см $= 0{,}7$ м $r_a = 20$ см $= 0{,}2$ м $r_b = 50$ см $= 0{,}5$ м $r_c = 120$ см $= 1{,}2$ м	напруженість електричного поля від кулі радіусом R з рівномірно розподіленим по всьому об'єму зарядом q записується формулою
$E_a, E_b, E_c - ?$	

$$E = \begin{cases} k\dfrac{q}{R^3}r, & r < R \\ k\dfrac{q}{r^2}, & r \ge R \end{cases},$$

де $k = 9 \cdot 10^9 \dfrac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$;

r - відстань між центром кулі та досліджуваною точкою.

Тоді перший вираз відповідає точкам, які знаходяться усередині кулі, другий – зовнішнім. Для зарядженої сфери з параметрами R та q відповідна формула має вигляд

$$E = \begin{cases} 0, & r < R \\ k\dfrac{q}{r^2}, & r \ge R \end{cases}.$$

Позначимо модуль заряду кулі q_1, а модуль заряду сфери як q_2. Врахуємо, що куля заряджена позитивно, це призводить до того, що вектор напруженості електричного поля від кулі $\vec{E_1}$ має радіальний напрямок від центру кулі. Напруженість електричного поля $\vec{E_2}$ від сфери направлена до центру. Таким чином, вектори $\vec{E_1}$ та $\vec{E_2}$ у кожній точці мають протилежні напрямки.

Тоді принцип суперпозиції $\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2}$, який записано у векторному вигляді, в скалярному має вигляд $E = E_1 - E_2$.

Точка «а» знаходиться усередині як кулі так і сфери і тому нам потрібно взяти перші формули у відповідних виразах

$$E_a = E_{1a} - E_{2a} = k\frac{q_1}{R_1^3}r_a - 0 = k\frac{q}{R_1^3}r_a .$$

Точка «b» знаходиться зовні кулі та усередині сфери, тому ми беремо другу формулу для кулі та першу для сфери

$$E_b = E_{1b} - E_{2b} = k\frac{q_1}{r_b^2} - 0 = k\frac{q}{r_b^2} .$$

Точка «c» знаходиться як зовні кулі так і зовні сфери, тому ми беремо другу формулу в обох випадках

$$E_c = E_{1c} - E_{2c} = k\frac{q_1}{r_c^2} - k\frac{q_2}{r_c^2} = k\frac{q_1 - q_2}{r_c^2} = k\frac{q - q}{r_c^2} = 0 .$$

$$E_a = k\frac{q}{R_1^3}r_a .$$

Напруженість в точцы «b»

$$E_b = k\frac{q}{r_b^2} .$$

Підставимо числові значення

$$E_a = 9\cdot 10^9\frac{7\cdot 10^{-9}}{0,3^3}0,2 = \frac{63}{0,135} = 467\ (\text{В/м}) .$$

$$E_b = 9\cdot 10^9\frac{7\cdot 10^{-9}}{0,5^2} = \frac{63}{0,25} = 252\ (\text{В/м}) .$$

Приклад 2.2.3. Електричне поле створюється системою з трьох нескінченно рівномірно заряджених площин. Поверхнева щільність заряду площин дорівнює $+\sigma$, - σ, $+2\sigma$, де $\sigma = 5\frac{\text{пКл}}{\text{см}^2}$. Знайти напруженість електричного поля в 1-й області (рисунок 2.2.2).

Дано:

область1

$\sigma_2 = -\sigma$

$\sigma_3 = +2\sigma$

$\sigma = 5\,\dfrac{\text{пКл}}{\text{см}^2} = 5\cdot 10^{-8}\,\dfrac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$

E_1, E_2, E_3-?

Розв’язання

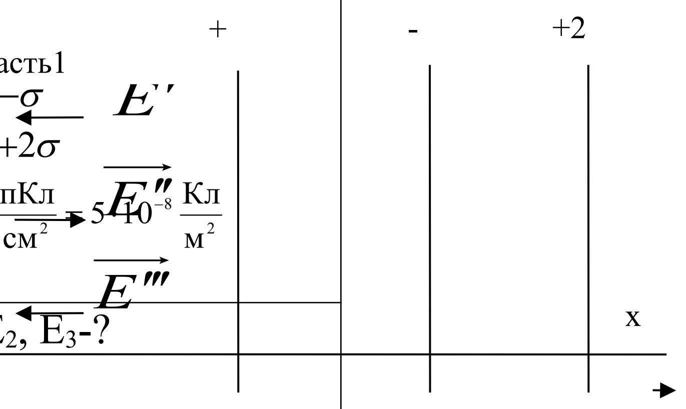


Рисунок 2.2.2

За принципом суперпозиції напруженість поля в області 1 дорівнює

$$\vec{E_1} = \vec{E}^{I} + \vec{E}^{II} + \vec{E}^{III},$$

де $\vec{E}^{I}, \vec{E}^{II}, \vec{E}^{III}$ - напруженості, які створюються в 1-й області зарядженими площинами.

В скалярній формі відносно OX

$$E_1 = -E^{I} + E^{II} - E^{III},$$

де напруженість від однієї площини знаходиться за формулою

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

Враховуючи це, запишемо формулу для E_1 у вигляді:

$$E_1 = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{2\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

Знайдемо напруженість в точці 1:

$$E_1 = \frac{5 \cdot 10^{-8}}{8,85 \cdot 10^{-12}} = 0,5649 \cdot 10^4 = 5649\ (\text{В/м})$$

2.2.2 Робота сил електростатичного поля з переміщення заряду. Потенціал, різниця потенціалів. Еквіпотенціальні поверхні

Таблиця 2.2.2 – Основні поняття і формули

№	Формула	Назва формули	Пояснення
1	2	3	4
2.2.2.1	$\varphi = A/q$	Потенціал електростатичного поля	Величина, яка чисельно дорівнює відношенню роботи сил поля для переміщення точкового позитивного заряду з даної точки поля в нескінченність, до величини цього заряду
2.2.2.2	$\varphi = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}$	Потенціал електро-статичного поля, який створюється точковим зарядом q на відстані r від заряду	
2.2.2.3	$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R}$, $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R}$ $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}$	Потенціал електричного поля, який створюється зарядженою суцільною металевою кулею радіусом R і зарядом q на відстані r від центру кулі	- в середині кулі ($r < R$) - на поверхні кулі ($r = R$) - поза кулею ($r > R$)
2.2.2.4	$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i$	Принцип суперпозиції	Потенціал електростатичного поля, яке створене системою n зарядів,

			дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів φ_1, φ_2 ,..., φ_n

Продовження таблиці 2.2.2

1	2	3	4
2.2.2.5	$W=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}q_i\varphi_i$	Енергія W взаємодії системи точкових зарядів $q_1,q_2,...,q_n$	φ_i – потенціал поля, яке створюється усіма *n-1* зарядами (за виключенням *i-го)* у точці, де розміщений заряд q_i.
2.2.2.6	$A=q(\varphi_1-\varphi_2)$	Робота електричного поля	Робота при переміщенні точкового заряду із однієї точки поля з потенціалом φ_1 в іншу з потенціалом φ_2

Приклади розв'язання задач

Приклад 2.2.4. Два точкових заряди $q_1=2$ нКл і $q_2=-1$ нКл перебувають у повітрі на відстані $d=5$ см один від одного. Визначити напруженість і потенціал електричного поля в точці, віддаленій від першого заряду на відстань $r_1=6$ см і від другого заряду на відстань $r_2=4$ см.

Дано:

$q_1 = 2$ нКл $= 2\cdot10^{-9}$ Кл

$q_2 = -1$ нКл $= -1\cdot10^{-9}$ Кл

$d = 5$ см $= 0{,}05$ м

$r_1 = 6$ см $= 0{,}6$ м

$r_2 = 4$ см $= 0{,}04$ м

$E-?\quad \varphi-?$

Розв'язання:

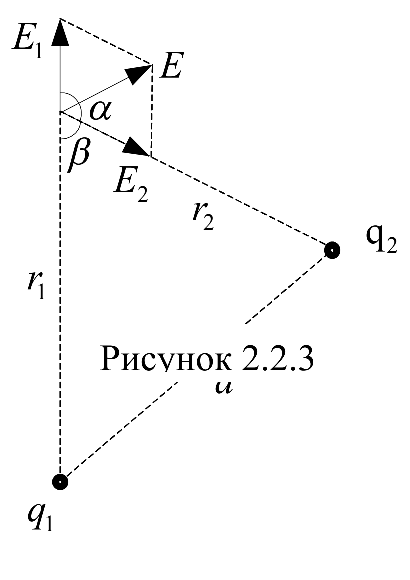


Рисунок 2.2.3

Відповідно до принципу суперпозиції електричних полів кожен заряд створює поле незалежно від наявності в просторі інших зарядів. Напруженість результуючого поля $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$.

Напруженості полів, створюваних у повітрі (ε = 1) зарядами q_1 й q_2 , визначають за формулами:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{\varepsilon r_1^2} \;, \tag{2.2.6}$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_2|}{\varepsilon r_2^2} \;. \tag{2.2.7}$$

Напрямки векторів $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$ зазначені на рисунку 2.2.3. Модуль вектора E знайдемо за теоремою косинусів

$$E = (E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2\cos\alpha)^{\frac{1}{2}}, \tag{2.2.8}$$

де α – кут між векторами $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$.

З рисунка 2.2.3. маємо, що $\cos\alpha = -\cos\beta$.

$$E = (E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\beta)^{\frac{1}{2}}. \tag{2.2.9}$$

Із трикутника зі сторонами r_1, r_2, d за теоремою косинусів знаходимо

$$cos\ \beta = (\ r_1^2 + r_2^2 - d^2) / (2r_1r_2).$$

Обчислимо $\cos\beta$ окремо

$$cos\beta = \frac{6^2 + 4^2 - 5^2}{2\cdot 6\cdot 4} = 0{,}565.$$

Зробивши обчислення за формулами (2.2.6), (2.2.7), (2.2.9), (2.2.10), одержимо

$$E_1 = 9\cdot10^9\frac{2\cdot10^{-9}}{(0{,}06)^2} = 5\cdot10^3 \text{ В/м},$$

$$E_2 = 9\cdot10^9\frac{10^{-9}}{(0{,}04)^2} = 5{,}62\cdot10^3 \text{ В/м}.$$

При обчисленні E_2 знак заряду q_2 опущений, тому що знак мінус визначає напрямок вектора $\vec{E}_2$, а напрямок $\vec{E}_2$ був врахований при його графічному зображенні (рисунок 2.2.3).

$$E = \sqrt{(5\cdot10^3)^2 + (5{,}62\cdot10^3)^2 - 2\cdot5\cdot10^3\cdot5{,}62\cdot10^3\cdot0{,}565} = 4{,}97\cdot10^3 \text{ В/м}.$$

З принципу суперпозиції потенціал результуючого поля, створюваного зарядами q_1 й q_2, дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів φ_1 та φ_2, тобто $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$ або

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{\varepsilon r_1} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{\varepsilon r_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right). \qquad (2.2.10)$$

Зробивши обчислення, одержимо

$$\varphi = 9\cdot10^9\left(\frac{2\cdot10^{-9}}{6\cdot10^{-2}} + \frac{-10^{-9}}{4\cdot10^{-2}}\right) = 75 \text{ В}.$$

2.2.3 Провідники в електричному полі

Таблиця 2.2.3 – Основні поняття і формули

№	Формула	Назва формули	Пояснення

1	2	3	4
2.2.3.1	$C = dq / d\varphi$	Електро-ємність ізольова-ного провідника	dq – заряд, переданий провіднику; $d\varphi$ – зміна потенціалу, яка викликана цим зарядом
2.2.3.2	$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R$	Електро-ємність ізольованої провідної сфери	Радіус сфери R, яка розміщена у нескін-ченному середовищі з діелектричною проникністю ε
2.2.3.3	$C = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$	Електро-ємність плоского конденса-тора	S – площа кожної з пластин; d – відстань між ними; ε – діелектрична проникність діелектрика
2.2.3.4	$C = \dfrac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1 R_2}{R_2 - R_1}$	Електро-ємність сферичного конденса-тора	Дві концентричні сфери радіусами R_1 і R_2, простір між якими заповнено діелектриком з діелектричною проникністю ε
2.2.3.5	$C = \dfrac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln(R_2 / R_1)}$	Електро=є мність циліндрич-ного конденса-тора	Два коаксіальних циліндри довжиною l і радіусами R_1 і R_2, простір між якими заповнено діелектриком з діелектричною проникністю ε

Продовження таблиці 2.2.3

1	2	3	4
2.2.3.6	$\dfrac{1}{C} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2} + \ldots + \dfrac{1}{C_n}$ $C = \dfrac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$	Електро-ємність послідовно	n – кількість конденсаторів. У випадку двох

	$C = C_1 / n$	з'єднаних конденса-торів	конденсаторів. У випадку n однакових конденсаторів
2.2.3.7	$C = C_1 + C_2 + ... + C_n$	Електро-ємність паралельно з'єднаних конденса-торів	n – кількість конденсаторів
2.2.3.8	$W = \frac{1}{2}C\varphi^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}q\varphi$	Енергія зарядже-ного провідника	q - заряд, φ - потенціал, C - ємність провідника
2.2.3.9	$W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}qU$	Енергія зарядженого конден-сатора	C – електроємність конденсатора; U – різниця потенціа-лів на його пластинах
2.2.3.10	$\omega = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon E^2$	Об'ємна густина енергії	Енергія електричного поля, що припадає на одиницю об'єму, де E – напруженість електричного поля в середовищі з діелектричною проникністю ε

Приклади розв’язання задач

Приклад 2.2.5. Сила взаємного притягування пластин плоского повітряного конденсатора $F = 50$ мН. Площа кожної пластини $S = 200$ см^2. Визначити об'ємну густину енергії поля конденсатора.

Дано:	Розв’язання:
$F = 50$ мН $= 5 \cdot 10^{-2}$ Н $S = 200$ см^2 $= 2 \cdot 10^{-2}$ м^2	об'ємна густина енергії поля конденсатора

w - ?	$$w=\frac{\varepsilon\varepsilon_o E^2}{2}, \qquad (2.2.11)$$ де $E=\sigma/\varepsilon\varepsilon_0$ – напруженість електричного поля між пластинами конденсатора; σ – поверхнева густина заряду на пластинах.

Підставимо вираз для E в формулу (2.2.11), одержимо

$$w=\frac{\sigma^2}{2\varepsilon\varepsilon_0}. \qquad (2.2.12)$$

Заряд $q=\sigma S$ однієї пластини перебуває в полі напруженістю $E_1=\sigma/2\varepsilon\varepsilon_0$, створеному зарядом іншої пластини конденсатора.

Отже, на заряд першої пластини діє сила

$$F=qE_1=\frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon\varepsilon_0}. \qquad (2.2.13)$$

Виразимо σ^2 з формули (2.2.13) і підставимо її в формулу (2.2.12), одержимо

$$w=F/S$$

Підставимо числові значення

$$w=\frac{5\cdot 10^{-2}}{2\cdot 10^{-2}}=2{,}5 \text{ Дж/м}^3$$

Приклад 2.2.6. Електричні конденсатори мають значення: $C_1=2$ мкФ, $C_2=3$ мкФ, $C_3=5$ мкФ, $C_4=4$ мкФ, $C_5=1$ мкФ.

Знайти еквівалентну емність конденсаторів. (рисунок 2.2.4).

Дано:	Розв’язання:
$C_1=2$ мкФ $C_2=3$ мкФ $C_3=5$ мкФ	

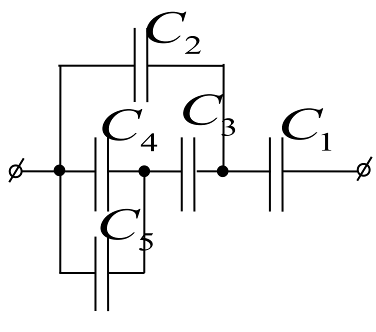


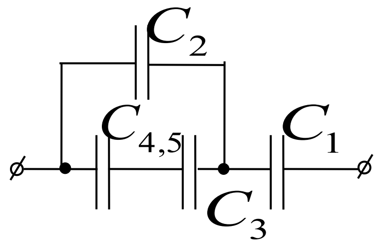
Рисунок 2.2.4

$C_4 = 4$ мкФ
$C_5 = 1$ мкФ.

$C_{екв} - ?$

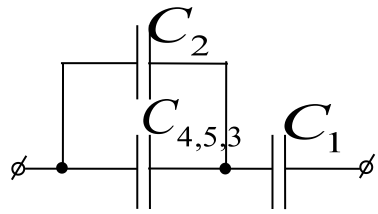
При розв’язанні цієї задачі немає необхідності переводити усі дані до SI. Достатньо того, що всі значення електричних ємностей подані в однакових одиницях. Зобразимо ряд послідовних спрощень:

а) ємність конденсатора $C_{4,5}$ дорівнює
$C_{4,5} = C_4 + C_5 = 4 + 1 = 5$ (мкФ);



б) конденсатори $C_{4,5}$ та C_3 з’єднані послідовно, тому

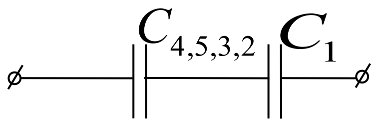
$$\frac{1}{C_{4,5,3}} = \frac{1}{C_{4,5}} + \frac{1}{C_3} = \frac{C_{4,5} + C_3}{C_{4,5} \cdot C_3},$$



таким чином,

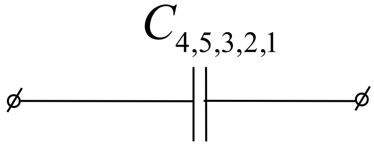
$$C_{4,5,3} = \frac{C_{4,5} \cdot C_3}{C_{4,5} + C_3}; \; C_{4,5,3} = \frac{5 \cdot 5}{5 + 5} = 2,5 \text{ (мкФ)};$$

в) ємність конденсатора $C_{4,5,3,2}$ дорівнює
$C_{4,5,3,2} = C_{4,5,3} + C_2 = 2,5 + 3 = 5,5$ мкФ, тому що $C_{4,5,3}$ та C_2 з’єднані паралельно;



г) загальна емність знаходиться за формулою

$$C_{4,5,3,2,1} = \frac{C_{4,5,3,2} \cdot C_1}{C_{4,5,3,2} + C_1} = \frac{5,5 \cdot 2}{5,5 + 2} \approx 1,47 \text{ мкФ}.$$



2.2.4 Електричний струм

Таблиця 2.2.4 – Основні поняття і формули

№	Формула	Назва формули	Пояснення
1	2	3	4
2.2.4.1	$I = q / t$	Сила постійного	q - заряд, що

		струму	пройшов через поперечний переріз провідника за час *t*.
2.2.4.2	$R = \rho \frac{l}{S}$,	Опір однорідного провідника	ρ - питомий опір речовини провідника; l - його довжина
2.2.4.3	$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t)$	Залежність питомого опору від температури	ρ і ρ_0 - питомі опори відповідно при t і $0°C$; t - температура (за шкалою Цельсія); α - температурний коефіцієнт опору
2.2.4.4	$R = \sum_{i=1}^{n} R_i$	Опір послідовно з'єднаних провідників	n - кількість провідників
2.2.4.5	$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$	Опір паралельно з'єднаних провідників	n - кількість провідників
2.2.4.6	$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + E_{12}}{R + \mathrm{r}}$	Закон Ома для неоднорідної ділянки кола	$(\varphi_1 - \varphi_2)$- різниця потенціалів на кінцях ділянки кола; $E_{1,2}$ - ЕРС джерел струму, що входять у цю ділянку; R - опір кола (ділянки кола)

Продовження таблиці 2.2.4

2.2.4.7	$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R}$	Закон Ома для однорідної ділянки кола	U - напруга на ділянці кола
2.2.4.8	$I = \frac{E}{R + r}$	Закон Ома для замкнутого кола	E - *ЕРС* усіх джерел струму

			замкнутого кола
2.2.4.9	$A = IUt$	Робота, яка виконується електростатичним полем	I - постійний струм за час t
2.2.410	$P = IU$	Потужність струму	
2.2.4.11	$Q = I^2Rt$	Закон Джоуля-Ленца	Q - кількість теплоти, що виділяється на ділянках кола за час t

Приклади розв'язання задач

Приклад 2.2.7. $R_1 = 3$ Ом, $R_2 = 4$ Ом, $R_3 = 6$ Ом, внутрішній опір ЕРС дорівнює $r = 2$ Ом. Знайти струми які протікають через опори r, R_1, R_2, R_3, напругу на цих опорах, а також потужність, яка розсіюється на них, якщо $E = 20$ В. (рисунок 2.2.5).

Дано:

$R_1 = 3$ Ом

$R_2 = 4$ Ом

$R_3 = 6$ Ом

$r = 2$ Ом

$E = 20$ В

$I_r, I_1, I_2, I_3 - ?$

$U_r, U_1, U_2, U_3 - ?$

$P_r, P_1, P_2, P_3 - ?$

Розв'язання:

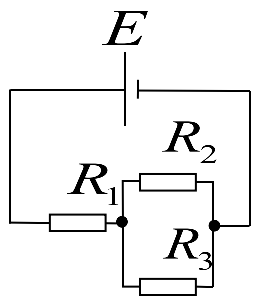


Рисунок 2.2.5

Загальний струм знайдемо за законом Ома для замкненого кола $I = \dfrac{E}{R + r}$, де R загальний зовнішній опір, який у данному випадку розраховується за формулою

$$R = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$

Підставимо числові значення

$$R = 3 + \frac{4 \cdot 6}{4+6} = 3 + 2,4 = 5,4 \text{ (Ом)}.$$

За схемою ми бачимо, що струм який проходить через опір R_1 та струм через джерело ЕРС той самий, таким чином

$$I_1 = I_r = \frac{E}{R+r}.$$

Звідки $$I_1 = I_r = \frac{20}{5,4+2} = 2,7 \text{ (А)}.$$

Знайдемо напругу на R_1 та напругу, яка втрачається на джерелі ЕРС:

$$U_1 = I_1 R_1 = 2,7 \cdot 3 = 8,1 \text{ (В)}.$$

$$U_r = I_r \cdot r = 2,7 \cdot 2 = 5,4 \text{ (В)}.$$

Так як опори R_2 та R_3 з’єднані паралельно, то $R_{2,3} = \dfrac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$.

Опір $R_{2,3} = \dfrac{4 \cdot 6}{4+6} = 2,4 \text{ (Ом)}$.

Напруга на цих опорах R_2 та R_3 однакова

$$U_2 = U_3 = I_1 \cdot R_{2,3} = 2,7 \cdot 2,4 = 6,48 \text{ (В)}.$$

Струм $I_2 = \dfrac{U_2}{R_2}$, звідки $I_2 = \dfrac{6,5}{4} = 1,63 \text{ (А)}$

$$I_3 = \frac{U_3}{R_3}, \quad \text{звідки} \quad I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \frac{6,5}{6} = 1,08 \text{ (А)}$$

Розрахуємо потужності, які розсіюються на відповідних опорах:

$$P_r = I_r^2 \cdot r = 2,7^2 \cdot 2 = 14,6 \text{ Вт}.$$

$$P_1 = I_1^2 \cdot R_1 = 2,7^2 \cdot 3 = 21,9 \text{ Вт}.$$

$$P_2 = I_2^2 \cdot R_2 = 1,63^2 \cdot 4 = 10,6 \text{ Вт}.$$

$$P_3 = I_3^2 \cdot R_3 = 1,08^2 \cdot 6 = 7 \text{ Вт}.$$

Приклад 2.2.8. Сила струму в провіднику опором $R = 20$ Ом рівномірно зростає протягом часу *2 с* від $I_1 = 0$ А до $I_2 = 4$ А. Визначити кількість теплоти, яка виділилася у провіднику за перші півтори секунди.

Дано:

$R = 20$ Ом
$I_1 = 0$ А
$I_2 = 4$ А
$t_1 = 0$
$t_2 = 2$ с
$t_3 = 1,5$ с

ΔQ - ?

Розв’язання:

Відповідно до закону Джоуля-Ленца, теплова потужність, яка виділяється на опорі R, дорівнює

$$P = I^2 R.$$

Кількість тепла dQ, що виділяється за час dt у цей момент часу t, дорівнює

$$dO = Pdt = I^2 Rt. \qquad (2.2.14)$$

За умовою задачі сила струму рівномірно наростає, тобто є лінійною функцією часу

$$I = at + b. \qquad (2.2.15)$$

У початковий момент $t_1 = 0$ струм I_1 дорівнює нулю, тому в рівнянні (2.2.15) маємо $b = 0$. Т

Таким чином,

$$I = at. \qquad (2.2.16)$$

Коефіцієнт a знайдемо з умови, що $I_2 = 4$ А при $t_2 = 2$ с.

Подамо формулу (2.2.16) у вигляді $I_2 = at_2$, звідки

$$a = \frac{I_2}{t_2} = \frac{4}{2} = 2\ \text{А/с}.$$

Підставимо вираз (2.2.16) у формулу (2.2.14) і проінтегруємо за часом від 0 до t_3, знайдемо кількість тепла, яка виділилася у провіднику

$$\Delta Q = \int_{t_1}^{t_3} I^2 R dt = a^2 R \int_{t_1}^{t_3} t^2 dt = \frac{a^2 R}{3}\left(t_3^{\,3} - t_1^{\,3}\right). \qquad (4)$$

Підставимо числові значення

$$\Delta Q = \frac{2^2 \cdot 20}{3}\left(1{,}5^3 - 0\right) = 90\ (\text{Дж}).$$

Таблиця варіантів контрольної роботи 2

Варі-ант	**Завдання**									
1	1	13	32	21	43	64	84	70	53	95
2	10	15	22	41	33	98	51	83	65	79
3	2	11	42	31	23	78	99	66	81	54
4	14	9	34	24	46	52	77	96	67	85
5	3	12	25	44	35	76	55	82	97	68
6	16	4	45	36	26	69	89	56	90	75
7	5	100	38	27	48	63	80	74	93	59
8	18	39	6	40	28	71	58	94	62	88
9	49	7	19	29	50	37	92	73	87	61
10	8	17	47	30	20	72	86	60	91	57

Завдання до контрольної роботи 2

1 Визначити кількість речовини водню, який заповнює об'єм $V = 3$ л, якщо концентрація молекул $n = 2 \cdot 10^{18}$ м$^{-3}$.

2 Визначити середню квадратичну, середню арифметичну і

найбільш імовірну швидкості молекул повітря при температурі $T = 300$ К.

3 Гелій знаходиться при температурі $T = 580$ К. При якій температурі повинен знаходитися водень, щоб середня квадратична швидкість молекул цих газів була однакова?

4 Знайти тиск вуглекислого газу, якщо у балоні об'ємом $V = 40$ л знаходиться $N = 5 \cdot 10^{24}$ молекул, а середня квадратична швидкість молекул дорівнює $v = 400$ м/с?

5 Визначити концентрацію молекул кисню в посудині при тиску $P = 0{,}2$ кПа і температурі, при якій середня квадратична швидкість молекул кисню дорівнює $v = 2{,}7\ \frac{\text{км}}{\text{с}}$?

6 Ідеальний газ при тиску $P_1 = 0{,}5$ МПа і об'ємі $V_1 = 100\ \text{см}^3$ ізобарно розширюється, при цьому його температура змінюється від $t_1 = 20\ °C$ до $t_2 = 500\ °C$. Потім його тиск ізотермічно зменшується в два рази. Знайти об'єм газу при цьому тиску. Нарисувати графік цих процесів в осях (P, V).

7 Ідеальний газ, що займає об'єм $V_1 = 3\ \text{дм}^3$ і має температуру $t_1 = 80\ °C$, ізотермічно розширюється, при цьому його тиск змінюється від $P_1 = 200$ кПа до $P_2 = 150$ кПа. Потім газ розширюється ізобарно до $V_3 = 6$ л. Знайти температуру газу при цьому об'ємі. Нарисувати графік цих процесів в осях (P, V).

8 Ідеальний газ при тиску $P_1 = 0{,}8$ МПа і температурі $t_1 = 40\ °C$ ізотермічно стискується від $V_1 = 0{,}5\ \text{м}^3$ до $V_2 = 100$ л. Потім його тиск ізохорно зменшується до $P_3 = 400$ кПа. Знайти температуру газу при цьому тиску. Нарисувати графік цих процесів в осях (P, V).

9 Ідеальний газ, що займає об'єм $V_1 = 0{,}7\ \text{дм}^3$ і має температуру $t_1 = 600\ °C$, ізохорно змінює тиск від $P_1 = 1{,}2$ МПа до $P_2 = 800$ кПа . Потім його температура ізобарно змінюється до $t_3 = 1000 °C$. Знайти об'єм газу при цій температурі. Нарисувати графік цих процесів в осях (P,T).

10 Ідеальний газ при тиску $P_1 = 300$ кПа, температурі $t_1 = 350\ °C$ і об'ємі $V_1 = 30$ л ізохорно збільшує свою температуру до $t_2 = 800\ °C$. Потім ізотермічно його об'єм збільшується до $V_1 = 70\ \text{дм}^3$. Знайти тиск газу при цій температурі. Нарисувати графік цих процесів в осях (P, V).

11 Ідеальний газ, що займає об'єм $V_1 = 8$ л і має температуру $t_1 = -10\ °C$ ізотермічно стискується, при цьому його тиск

змінюється від $P_1 = 250$ кПа до $P_2 = 0{,}4$ МПа. Потім газ розширюється ізобарно до $V_3 = 12$ дм^3. Знайти температуру газу при цьому об'ємі. Нарисувати графік цих процесів в осях (V,T).

12 Ідеальний газ при тиску $P_1 = 150$ кПа, температурі $t_1 = 20$ °С ізобарно розширюється від $V_1 = 2$ л до $V_2 = 5$ л, потім його тиск ізохорно зменшується до $P_3 = 10$ кПа. Знайти температуру газу при цьому тиску. Нарисувати графік цих процесів в осях (P, V).

13 Ідеальний газ при тиску $P_1 = 400$ кПа, температурі $t_1 = 42$ °С та об’ємі $V_1 = 50$ л ізохорно збільшує свою температуру до $t_2 = 70$ °С. Потім ізотермічно його об’єм збільшується до $V_3 = 80$ дм^3. Знайти тиск за кінцевою температурою. Нарисувати графік цих процесів в осях (P, V).

14 Повітря, що знаходиться при тиску $P_1 = 0{,}1$ МПа, було адіабатично стиснуто до тиску $P_2 = 1$ МПа. Визначити тиск P_3, при якому повітря при незмінному об'ємі охолодиться до первинної температури.

15 Ідеальний газ під тиском $P_1 = 10^6$ Па і об'ємом $V_1 = 2$ м^3 розширюється ізотермічно до об'єму $V_2 = 12$ м^3. Обчислити на скільки зміниться тиск в кінці розширення, якщо газ буде розширюватися не ізотермічно а адіабатично ($\gamma = 1{,}4$) до того ж самого об'єму.

16 Вуглекислий газ знаходиться при температурі $T_1 = 450$ К і тиску $P_1 = 500$ кПа, розширюється адіабатично до потрійного об'єму. Знайти температуру і тиск після розширення.

17 При тиску $P_1 = 500$ кПа знаходиться повітря масою $m = 50$ г і займає об'єм $V_1 = 400$ л. Після адіабатичного процесу тиск газу став рівним $P_2 = 600$ кПа. Знайти температуру газу при цьому тиску.

18 При температурі $t_1 = 120$ °С знаходиться азот масою $m = 25$ г і займає об'єм $V_1 = 30$ л. Після адіабатичного процесу об'єм газу став рівний $V_2 = 20$ л. Знайти тиск газу при цьому об'ємі.

19 Внаслідок адіабатичного розширення об’єм газу збільшується в два рази, а температура знижується в 1,32 раза. Знайти кількість ступенів вільності молекул цього

газу.

20 При адіабатичному розширенні тиск повітря масою $m = 1{,}29$ кг змінюється від $P_1 = 200$ кПа до $P_2 = 100$ кПа, а температура від $t_1 = 27$ °C до t_2. Знайти кінцевий об'єм повітря та його кінцеву температуру при розширенні.

21 Знайти зміну внутрішньої енергії та роботу двохатомного газу, який ізобарно збільшує свій об'єм в балоні від $V_1 = 5$ л до $V_2 = 10$ л при тиску $P = 50$ кПа.

22 Маса оксиду сульфура (SO_2) дорівнює $m = 150$ г та має температуру $t = 80$ °C. Знайти кінцеву температуру газу ($°C$), якщо його внутрішня енергія збільшилася на $\Delta W = 584$ Дж.

23 Водень нагрівається при сталому тиску $P = 50$ кПа. Його об'єм зростає від $V_1 = 2$ м^3 до $V_2 = 4$ м^3. Визначити зміну внутрішньої енергії кисню та роботу, яку виконує водень.

24 При адіабатному стисканні $\nu = 5$ молей одноатомного газу його температура збільшилась на $\Delta T = 20$ К. Яка робота здійснюється над газом?

25 В циліндрі під поршнем знаходиться $m = 1{,}25$ кг повітря. Для його нагрівання на $\Delta T = 4$ К при постійному тиску було витрачено $Q = 5$ кДж теплоти. Знайти зміну внутрішньої енергії повітря. Молярна маса повітря ($M_r = 29 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$).

26 Під час ізобарного нагрівання $m = 40$ г неону його температура змінилася на $\Delta t = 20$ °C. Яку кількість теплоти отримав газ? Молярна маса неону ($M_r = 20 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$).

27 Яка кількість теплоти виділиться, якщо азот масою $m = 2$ г, взятий при температурі $T = 280$ К і тиску $P_1 = 5$ кПа, ізотермічно стискають до тиску $P_2 = 8$ кПа? Молярна маса азоту ($M_r = 28 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$).

28 В циліндрі під поршнем знаходиться $m = 160$ г кисню. Для підвищення температури кисню на $\Delta T = 20$ К при сталому тиску йому було надано кількість теплоти $Q = 2{,}9$ кДж. Знайти роботу, яку виконує газ при розширенні, і зміну внутрішньої енергії.

29 Гелій при сталому тиску $P = 200$ кПа розширюється від об'єму $V_1 = 3$ дм^3 до $V_2 = 8$ дм^3. Визначити роботу розширення і зміну внутрішньої енергії.

30 Температура нагрівача $t_1 = 150$ °C, а холодильника $t_2 = 20$ °C.

Від нагрівача взято $Q = 1\text{ кДж}$ теплоти. Знайти роботу, яку виконає теплова машина.

31 У циклі Карно газ отримує від нагрівника $Q = 4{,}2\text{ кДж}$ теплоти, 20% якої пішло на виконання роботи. У скільки разів температура нагрівника вища від температури холодильника.

32 Знайти ККД теплового двигуна потужністю $N = 50\text{ кВт}$, якщо за $t = 10\text{ с}$ він передає навколишньому середовищу кількість теплоти $Q = 1\text{ МДж}$?

33 Температура нагрівача теплової машини $t_1 = 150\ °\text{C}$, а холодильника $t_2 = 25\ °\text{C}$; машина отримує від нагрівача $Q = 4\text{ кДж}$ енергії. Знайти роботу, яку виконує машина?

34 Внаслідок ізотермічного розширення в циклі Карно газ отримав від нагрівача $Q = 150\text{ Дж}$ теплоти. Визначити роботу ізотермічного стискання, якщо ККД циклу дорівнює 0,4.

35 В ідеальний тепловій машині ККД дорівнює 30 %. Яка температура нагрівача, якщо температура холодильника $t_2 = 20\ °C$?

36 Ідеальна теплова машина, ККД якої 25 %, що працює за циклом Карно, здійснює за один цикл роботу $A = 1\text{ кДж}$. Знайти кількість теплоти, яка отримується робочим тілом за один цикл від нагрівача.

37 Ідеальна теплова машина, що працює за циклом Карно, 80 % теплоти, отриманої від нагрівача, передає холодильнику. Кількість теплоти, яка отримується робочим тілом за один цикл від нагрівача $Q = 4{,}8\text{ кДж}$. Знайти роботу, виконану за один цикл.

38 В ідеальному тепловому двигуні абсолютна температура нагрівача у 4 рази більше, ніж температура холодильника. Нагрівач передав газу $Q = 40\text{ кДж}$ теплоти. Яку роботу здійснив газ?

39 Ідеальна теплова машина, яка працює за циклом Карно, $\frac{2}{5}$ теплоти, одержаної від нагрівника, передає холодильнику з температурою $t_2 = 20\ °\text{C}$. Визначити температуру нагрівника.

40 Температура нагрівача $t_1 = 150\ °\text{C}$, а холодильника $t_2 = 20\ °\text{C}$. Від нагрівача взято $Q = 1\text{ кДж}$ теплоти. Знайти роботу, яку витрачає теплова машина.

41 Знайти ККД теплового двигуна потужністю $N = 50\text{ кВт}$, якщо

за $t = 10$ с він передає навколишньому середовищу кількість теплоти $Q = 1$ МДж?

42 Температура нагрівача теплової машини $t_1 = 150\ °C$, а холодильника $t_2 = 25\ °C$; машина отримує від нагрівача $Q_1 = 4$ кДж енергії. Знайти роботу, яку виконує машина?

43 Внаслідок ізотермічного розширення в циклі Карно газ отримав від нагрівача $Q_1 = 150$ Дж теплоти. Визначити роботу ізотермічного стискання, якщо ККД циклу дорівнює 0,4.

44 В ідеальний тепловій машині ККД дорівнює 30 %. Яка температура нагрівача, якщо температура холодильника $t_2 = 20\ °C$?

45 Ідеальна теплова машина, ККД якої 25 %, що працює за циклом Карно, здійснює за один цикл роботу $A = 1$ кДж. Знайти кількість теплоти, яка отримується робочим тілом за один цикл від нагрівача.

46 В ідеальному тепловому двигуні абсолютна температура нагрівача у 4 рази більше, ніж температура холодильника. Нагрівач передав газу $Q_2 = 40$ кДж теплоти. Яку роботу здійснив газ?

47 Знайти, чому дорівнює середня довжина вільного пробігу молекул газу азоту при температурі $t = 77\ °C$ і тиску $P = 133$ Па. Ефективний діаметр молекул азоту $d = 0{,}31$ нм.

48 Повітря в кімнаті має тиск $P = 100$ кПа і температуру $t = 27\ °C$. Обчислити середню довжину вільного пробігу молекул повітря. Ефективний діаметр молекули повітря $d = 0{,}29$ нм.

49 При деяких умовах коефіцієнт дифузії і динамічної в’язкості азоту відповідно дорівнюють $D = 20{,}9\ мм^2/с$ та $\eta = 17{,}7$ мкПа·с. Розрахувати за цими даними коефіцієнт теплопровідності молекул.

50 Розрахувати коефіцієнт динамічної в’язкості водяної пари при тиску $P = 10^5$ Па та температурі $t = 17\ °C$, якщо середня довжина вільного пробігу молекул водяної пари дорівнює $\lambda = 138$ нм, а середня арифметична швидкість молекул водяної пари $v = 584$ м/с.

51 Три точкових заряди $q_1 = 2$ нКл, $q_2 = -8$ нКл, $q_3 = 15$ нКл розташовані один за іншим уздовж однієї горизонтальної прямої і віддалені один від одного відповідно на $r_1 = 10$ см і $r_2 = 12$ см. Знайти напруженість електричного поля зліва від

першого заряду, в точці, віддаленій від нього на $r_3 = 5$ см.

52 Конденсатор заряджений до напруги $U = 600$ В і відключений від джерела. Визначте різницю потенціалів між пластинами конденсатора, якщо відстань між ними зменшити на 20 %.

53 При короткому замиканні сила струму через джерело зростає в 10 разів в порівнянні із струмом, який був при навантаженні $R = 9$ Ом. Визначте внутрішній опір джерела струму.

54 Куля радіусом $R = 5$ см та зарядом $q = -10$ нКл розміщена усередині двох сфер радіусами $r_1 = 12$ см і $r_2 = 20$ см, та зарядами $q_1 = -12$ нКл, $q_2 = 18$ нКл відповідно. Знайти потенціал в точці віддаленій від їх загального центру на $l = 25$ см.

55 Напруга на конденсаторі ємністю $C_1 = 12$ мкФ складає $U_1 = 200$ В. Послідовно з ним підключили конденсатори з ємностями $C_2 = 4$ мкФ та $C_2 = 6$ мкФ. Знайти напругу на всій групі конденсаторів.

56 Куля радіусом $R = 5$ см і зарядом $q = 14$ нКл розміщена у двох сферах радіусами $r_1 = 12$ см і $r_2 = 20$ см та зарядами $q_1 = -10$ нКл і $q_2 = 8$ нКл відповідно (сфери та куля мають єдиний центр). Знайти потенціал в точці, віддаленій від їхнього центру на $l = 15$ см.

57 На три послідовно з'єднаних конденсатори з електричними ємностями $C_1 = 12$ мкФ, $C_2 = 4$ мкФ та $C_3 = 6$ мкФ подається напруга $U = 1200$ В. Знайти напругу на третьому конденсаторі.

58 Який опір треба підключити послідовно з лампою, що розрахована на напругу $U_л = 120$ В та силу струму $I_л = 2$ А, при підключенні до напруги $U = 220$ В?

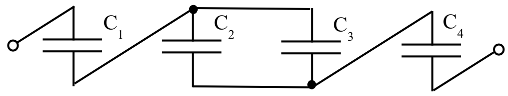
59 Чотири паралельні площини, поверхневі щільності заряду яких дорівнюють $\sigma_1 = 3$ нКл/см^2, $\sigma_2 = -5$ нКл/см^2, $\sigma_3 = 8$ нКл/см^2, $\sigma_4 = -4$ нКл/см^2, розміщені у вакуумі. Знайти напруженість електричного поля між першою та другою площинами.

60 Два конденсатори з'єднані паралельно. На конденсаторі з ємністю $C_1 = 2$ мкФ знаходиться заряд $q_1 = 600$ мкКл, а на другому конденсаторі знаходиться заряд $q_2 = 1{,}2$ мКл. Знайти ємність цієї батареї конденсаторів.

61 Знайти максимальну потужність, яка розсіюється в зовнішньому опорі джерела ЕРС $E = 20$ В, якщо струм короткого замикання дорівнює $I_{к.з} = 10$ А.

62 Електричне поле утворюється точковими зарядами $q_1 = 5$ нКл і $q_2 = -12$ нКл. Відстань між зарядами $l = 17$ см. Знайти напруженість електричного поля в точці між зарядами, де потенціал дорівнює нулю.

63 Знайти ємність батареї конденсаторів, якщо $C_1 = 4$ мкФ, $C_2 = 2$ мкФ, $C_3 = 6$ мкФ, $C_4 = 5$ мкФ.



64 Батарея акумуляторів утворена з п'яти паралельно підключених елементів з ЕРС $E = 2$ В та внутрішнім опором $r = 0{,}2$ Ом кожний. Ця батарея утворює в зовнішньому ланцюгу струм $I = 5$ А. Знайти напругу на клемах батареї.

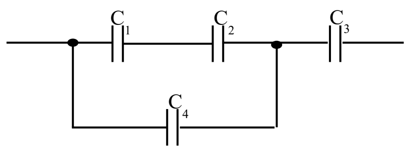
65 Електричне поле утворюється зарядженими сферами: $q_1 = 1$ мкКл, $q_2 = -0{,}5$ мкКл, $r_1 = 0{,}1$ м, $r_2 = 0{,}25$ м. Розрахуйте силу, яка діє на точковий заряд $q_0 = 10$ мкКл, що знаходиться в точці А на відстані $l = 25$ см від поверхні зовнішньої сфери.

66 Ємність конденсатора дорівнює $C_1 = 20$ мкФ, а його енергія $W = 3$ Дж. Знайти поверхневу щільність заряду на пластинах конденсатора, якщо площа пластин дорівнює $S = 10$ см^2.

67 Маємо $N = 20$ ламп, кожна розрахована на $U_л = 55$ В. Нарисувати схему підключення усіх ламп в мережу $U = 220$ В. Розрахувати загальну потужність, якщо опір кожної лампи дорівнює $R_л = 150$ Ом.

68 Використавши теорему Гаусса для напруженості електричного поля, обчислити $\vec{E}$ від зарядженої нитки, з лінійною густиною заряду $\tau = 2$ нКл/см на відстані $l = 30$ см від ниті.

69 Вкажіть конденсатор, на який припадає найменша напруга, якщо $C_1 = 2$ мкФ, $C_2 = 3$ мкФ, $C_3 = 1{,}5$ мкФ, $C_4 = 1$ мкФ.



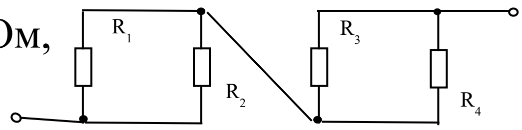
70 Якщо до джерела ЕРС підключити опір $R_1 = 8$ Ом, то в ланцюгу піде струм $I_1 = 2$ А, а якщо $R_2 = 14$ Ом, то $I_2 = 1{,}25$ А. Знайти внутрішній опір джерела.

71 Три точкових заряди $q_1 = -10$ нКл, $q_2 = 8$ нКл, $q_3 = 6$ нКл розташовані один за одним вздовж однієї прямої та віддалені один від одного на $r_1 = 4$ см та $r_2 = 12$ см відповідно. Знайти енергію цієї системи.

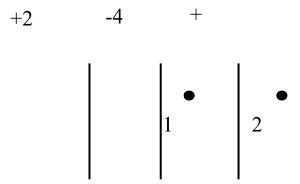
72 Максимальний струм, який може пройти через гальванометр,

дорівнює $I_г = 50$ мА. При підключенні до нього шунта на $R_ш = 10$ Ом гальванометр перетворюється в амперметр на $I = 1{,}5$ А. Знайти опір гальванометра. Зобразити схему підключення.

73 Обчислити загальний опір системи $R_1 = 120$ Ом, $R_2 = 80$ Ом, $R_3 = 220$ Ом, $R_4 = 180$ Ом.

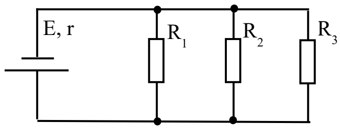


74 Знайти відношення об'ємної щільності енергії в точці 1 до щільності енергії у точці 2.

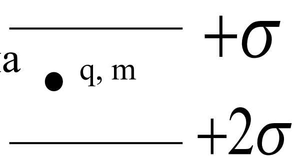


75 Яка напруга потрібна для збільшення швидкості електрона на 40 %? Початкова енергія електрона дорівнює $W = 4{,}8 \cdot 10^{-19}$ Дж.

76 Знайти потужність, яка розсіюється в R_3, якщо $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 30$ Ом, $R_3 = 60$ Ом, $E = 45$ В, $r = 5$ Ом.



77 Частинка масою $m = 0{,}15$ мг та зарядом $q_1 = 2$ нКл рухається між пластинами ($\sigma = 8{,}85$ мкКл/м^2) у полі сили тяжіння. Знайти силу, яка діє на частинку.



78 Знайти роботу, яка виконується при перенесенні заряду $q = 6$ мкКл в однорідному електричному полі ($E = 1{,}5$ кВ/м) вздовж силових ліній на $l = 5$ см.

79 Знайти ЕРС джерела, якщо при підключенні вольтметра опором $R = 1{,}5$ кОм він показує $U = 120$ В. Внутрішній опір джерела $r = 500$ Ом.

80 У вершинах квадрату ABCD зі стороною $a = 4$ см знаходяться заряди $q_a = 5$ нКл, $q_b = -4$ нКл, $q_c = 5$ нКл, $q_d = -2$ нКл Знайти напруженість електричного поля в центрі квадрату.

81 На конденсатор ємністю $C_1 = 200$ пФ підключили напругу

$U_1 = 500$ В. Після того як його відключили від мережі, до нього паралельно підключили незаряджений конденсатор ємністю $C_2 = 300$ пФ. Знайти напругу на конденсаторах.

82 Маємо два однакових джерела з ЕРС $E = 20$ В та внутрішнім опором $r = 4$ Ом, а також резистор з опором $R = 2$ Ом. Треба підключити ці елементи таким чином, щоб у зовнішньому ланцюгу розсіювалась максимальна потужність. Знайти потужність.

83 Знайти роботу, яку необхідно використати для того, щоб віддалити електрон від точкового заряду $q = 5$ мкКл на $l = 40$ см. Початкова відстань між зарядами $r = 10$ см.

84 В центр між пластинами плаского повітряного конденсатора розмістили металеву пластину товщиною $d = 1$ мм. Як зміниться ємність конденсатора, якщо спочатку відстань між пластинами була $d_1 = 5$ мм?

85 Яка кількість електрики пройде через поперечний переріз другого резистора за $t = 1$ хвилину, якщо струм $I = 4$ А, опір провідників $R_1 = 6$ Ом, $R_2 = 12$ Ом,

86 Як і в скільки разів зміниться опір, якщо чотири послідовно включених резистори підключити паралельно?

87 Два резистора $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 5$ Ом, з’єднані послідовно та підключені до джерела ЕРС з внутрішнім опором $r = 1$ Ом. Знайти ЕРС, якщо в другом опорі розсіюється потужність $P_2 = 180$ Вт.

88 У вершинах прямокутника ABCD зі сторонами AB=8 см, BC=6 см знаходяться заряди $q_a = 15$ нКл, $q_b = 12$ нКл, $q_c = -18$ нКл, $q_d = 20$ нКл. Знайти потенціал електричного поля в центрі прямокутника.

89 Три конденсатори з ємностями $C_1 = 20$ пФ, $C_2 = 15$ пФ, $C_3 = 35$ пФ підключені паралельно. На першому конденсаторі знаходиться заряд $q_1 = 23$ нКл. Знайти загальний заряд на другому та третьому конденсаторах.

90 Знайти внутрішній опір джерела, якщо $R_1 = 12$ Ом, $R_2 = 18$ Ом, $R_3 = 7$ Ом. ЕРС дорівнює $E = 80$ В, а напруга на другому резисторі складає $U_2 = 36$ В. Всі резистори підключені послідовно.

91 Електричне поле утворюється точковими зарядами $q_1 = 4$ нКл,

$q_2 = -10$ нКл та сферою радіусом $r = 8$ см з центром в точці з q_1 та зарядом $q = 20$ нКл. Знайти потенціал електричного поля в центрі між точковими зарядами, якщо відстань між ними $l = 30$ см.

92 Два резистори з’єднані паралельно та підключені до джерела ЕРС $E = 30$ В з внутрішнім опором $r = 4$ Ом. Знайти другий опір, якщо перший дорівнює $R_1 = 9$ Ом, струм в ланцюгу складає $I = 3$ А.

93 Визначити напруженість електричного поля, якщо при переміщенні заряду $q = 12$ мкКл вздовж силових ліній на відстань $l = 15$ см була витрачена робота $A = 2$ мДж.

94 Знайти внутрішній опір джерела ЕРС, якщо при підключенні вольтметра з опором $R = 5$ кОм він вказує напругу $U = 80$ В, якщо ЕРС джерела дорівнює $E = 90$ В.

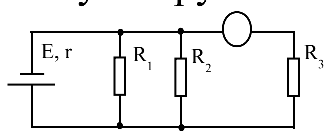
95 Електричне поле утворюється зарядженою сферою: $q = 1$ мкКл, $r = 0{,}1$ м та точковим зарядом $q_0 = 1$ мкКл, який розміщено в центр сфери. Знайти об’ємну густину енергії в точці А на відстані $l = 25$ см від поверхні сфери.

96 Поверхнева густина заряду пластин плаского повітряного конденсатора дорівнює $\sigma = 8{,}85$ мкКл/м^2. Знайти його енергію, якщо площа пластин $S = 5$ см^2, а відстань між ними $d = 2$ мм.

97 До джерела ЕРС ($E = 60$ В, $r = 4$ Ом) необхідно підключити дві лампи опором $R = 8$ Ом кожна. Як це зробити, щоб корисна потужність була максимальна? Знайдіть цю потужність.

98 Яка напруга потрібна для зменшення швидкості $\alpha -$частинки на 60 %? Початкова енергія $\alpha -$частинки дорівнює $W = 8 \cdot 10^{-19}$ Дж ($q_a = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ Кл).

99 Знайти ЕРС джерела, якщо амперметр вказує струм $I = 100$ мА. $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 15$ Ом, $R_3 = 30$ Ом, $r = 2$ Ом.



100 Послідовно з’єднані два резистори $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 6$ Ом. Знайти потужність, яка розсіюється на другому резисторі якщо на першому резисторі напруга дорівнює $U_1 = 120$ В.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1 Трофимова Т.И. Курс физики: Учеб. пособие. – 7 изд., испр. – М.: Высш. шк., 2001. – 542 с.

2 Детлаф А.А. Курс физики: Учеб. пособие для вузов. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Высш. шк., 1999. – 718 с.

3 Савельев И.В. Курс общей физики: в 3 т. – М.: Наука, 1977. – Т.1.– 233 с; 1978. – Т.2. – 233 с.

4 Сивухин Д.В. Общий курс физики: в 5 т. – М.: Наука, 1974. – Т.1. Механика – 233 с.

5 Иродов И. Е. Основные законы механики. – М.: Высш. шк., 1985. – 233 с.

6 Падалка В.Г., Гладченко, Е.Н., Глущенко, Н.И. и др. Физика. Программа, методические рекомендации и контрольные задания по физике для студентов факультета заочного образования. – Харьков «ХАИ»,2001. – Ч. I. – 151 с.

7 Чертов А.Г. Задачник по физике для втузов. – 4-е изд., испр. – М.: Интеграл – Пресс, 1988. – 544 с.

8 Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики: Учеб. пособие. – 11-е изд., перераб. – М.: Наука – Физматлит,1985. – 384 с.