

**УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ**

МЕХАНІКО-ЕНЕРГЕТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра електроенергетики, електротехніки та електромеханіки

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
для виконання контрольної роботи**

**з освітнього компонента
*«ДІАГНОСТИКА ПРИСТРОЇВ
ТА СИСТЕМ ЕЛЕКТРОПОСТАЧАННЯ»***

**для здобувачів спеціальності G3 «Електрична інженерія»
всіх форм здобуття вищої освіти**

Харків – 2026

Методичні вказівки розглянуто і рекомендовано до друку на засіданні кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки 20 квітня 2026 р. протокол №14.

Рекомендовано для виконання контрольної роботи здобувачам спеціальності G3 «Електрична інженерія» освітньої програми «Електропостачання та ресурсозберігаючі технології» всіх форм здобуття освіти.

Укладачі:

доценти Ю. О. Семененко,
О. І. Семененко

Рецензент

доц. О. Є. Зінченко

ЗМІСТ

Вимоги до оформлення контрольної роботи	4
1 Теоретичний матеріал освітнього компонента	5
1.1 Методи та засоби діагностування	5
1.2 Засоби та методи контролю стану обладнання	11
2 Завдання 1	15
3 Завдання 2	16
Список літератури	29

ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

Контрольну роботу належить оформити у вигляді пояснювальної записки на аркушах паперу формату А4 відповідно до вимог державних стандартів України. На титульному аркуші вказують назву міністерства, вищого навчального закладу та кафедри, назву контрольної роботи, ініціали і прізвище здобувача та викладача, який буде перевіряти роботу, дату виконання.

Пояснювальну записку з контрольної роботи виконують за допомогою комп'ютерної техніки. Рекомендовано використовувати текстовий редактор Microsoft Word. У роботі, вирішуючи задачі, необхідно вказувати найменування кожної розрахункової операції. Після цього записують розрахункову формулу в загальному вигляді та підставляють чисельні значення величин і визначений результат. За потреби зробіть пояснення до виконаних розрахунків або графіків, сформулюйте їх коротко і самостійно. Точність розрахунків має бути не нижче 0,1 %, тобто округлення необхідно виконувати до трьох значущих цифр.

Виконану контрольну роботу після її зарахування зберігають до іспиту. Для складання іспиту кожен здобувач повинен бути готовим відповісти на будь-яке із перерахованих нижче питань з освітнього компонента.

1 ТЕОРЕТИЧНИЙ МАТЕРІАЛ ОСВІТНЬОГО КОМПОНЕНТА

Виконання контрольної роботи, що включає завдання 1 та завдання 2, має закріпити у магістрантів отримані на заняттях теоретичні знання як результат засвоєння матеріалу освітнього компонента «Діагностика пристроїв та систем електропостачання» [1-10].

1.1 Методи та засоби діагностування

Високовольтне електроенергетичне обладнання посідає особливе місце серед складних технічних об'єктів, які потребують діагностування в процесі роботи. На нього, як на жодне інше, одночасно діють потужні електричні, електромагнітні й теплові поля та значні електродинамічні зусилля. Саме тому таке обладнання схильне до виникнення дефектів, несправностей і відмов, що вимагає запровадження системи діагностичного контролю.

Головними завданнями технічного діагностування є:

- встановлення фактичного технічного стану електрообладнання з урахуванням змінних експлуатаційних впливів;
- раннє виявлення дефектів та оцінювання ступеня їхньої небезпеки;
- визначення потреби й обсягів ремонту, строків заміни змінних елементів і вузлів;
- контроль стабільності налаштувань;
- прогнозування залишкового ресурсу або строку служби.

Планове діагностування здійснюють згідно з чинними нормами. Під час планових перевірок фіксують параметри, які описують технічний стан агрегату й дають змогу оцінити залишковий ресурс вузлів та деталей, котрі обмежують можливість подальшої експлуатації після відпрацювання нормативного строку. Позапланове діагностування проводять, коли

виявлено відхилення від нормального технічного стану [1, 3, 7]. Якщо діагностування виконують безпосередньо під час роботи обладнання, його називають функціональним.

Виокремлюють чотири можливі стани обладнання:

- справний (будь-які пошкодження відсутні);
- працездатний (наявні дефекти на цей момент не заважають виконанню функцій);
- непрацездатний (обладнання виведене з експлуатації, однак після технічного обслуговування може знову опинитися в одному з попередніх станів);
- граничний (ухвалюють рішення або про можливість подальшої роботи після ремонту, або про списання).

Причини переходів між цими станами проілюстровано на рисунку 1.1: із справного або працездатного стану в непрацездатний чи граничний можна потрапити через пошкодження, відмову або некероване старіння, тоді як відновлення й ремонт повертають обладнання до працездатного або справного стану. Практично на кожному етапі роботи має виконуватися уточнена оцінка технічного стану з висновком щодо можливості подальшого використання.

Технічний стан будь-якого об'єкта можна встановлювати шляхом разового або багаторазового діагностування. Одноразове обстеження високовольтного обладнання, що складається з великої кількості елементів, дає низьку ймовірність об'єктивної оцінки – випадкові (стохастичні) дефекти можна знайти лише за збігом обставин. Натомість імовірність достовірної оцінки зростає зі збільшенням кількості актів контролю, тому запроваджують багаторазове діагностування з визначеною періодичністю – тобто моніторинг діагностичних параметрів.

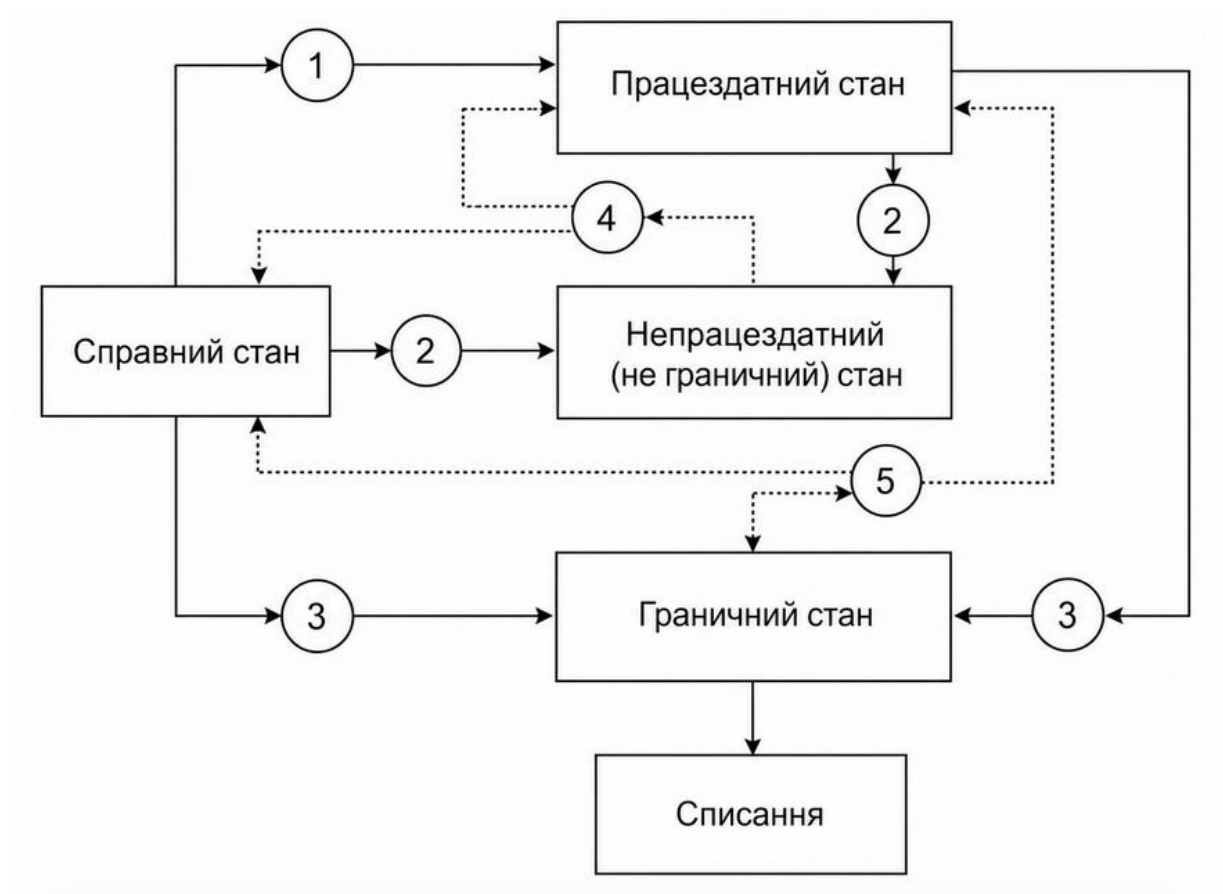


Рисунок 1.1 – Причини зміни стану електрообладнання:

- 1 – пошкодження; 2 – відмова; 3 – перехід у граничний стан через непереборний дефект, моральне старіння та інші чинники;
4 – відновлення; 5 – ремонт

Залежно від складності й вивченості обладнання результати діагностування (висновки та рекомендації) отримують або автоматично, або після експертного аналізу зібраних даних. Технічне обслуговування та ремонт у такому разі зводяться до усунення пошкоджень і дефектів, зазначених у діагностичному висновку, або до пошуку місця відмови. Про виконані роботи роблять відповідні записи в документації підприємства, а результати діагностування можуть вносити до баз даних і передавати іншим суб'єктам системи діагностики.

Система технічного діагностування (СД) – це сукупність об'єкта й засобів, потрібних для проведення контролю за правилами, викладеними в нормативно-технічній документації. Перехід від жорсткого планування ремонтів до обслуговування за станом, використання електронного документообігу й баз даних з історії експлуатації та випробувань створюють передумови для впровадження автоматизованих систем контролю технічного стану електрообладнання на електростанціях та підстанціях. Наявність оперативно керованих баз даних забезпечує швидкий доступ до параметрів, аналітичну оцінку стану під час поточної експлуатації та дає змогу залучати експертів різного профілю для пошуку найраціональнішого використання ресурсів.

Структурно система технічної діагностики є інформаційно-вимірювальною системою, до складу якої входять датчики контрольованих параметрів, лінії зв'язку з блоком збирання даних, блок оброблення, блоки виведення та відображення інформації, виконавчі пристрої, а також пристрої спряження з іншими інформаційно-вимірювальними й керувальними системами (зокрема з протиаварійною автоматикою, куди надходить сигнал у разі виходу параметрів за встановлені межі). Така система може бути як самостійною, так і функціонувати як підсистема в межах наявної інформаційно-вимірювальної системи підприємства.

Достовірність діагностичних вимірювань. Важливим моментом є періодичність реєстрації параметрів [1, 3, 7]. Вона має залежати від швидкості можливого зародження й розвитку дефекту в будь-якому контрольованому вузлі чи деталі. За нормальної роботи процеси старіння вкрай повільні, строк служби встановлюють, виходячи зі старіння найкритичніших вузлів. Якщо прийняти строк служби 40 років, то для виявлення ступеня старіння було б досить періодичності приблизно у три місяці. Однак із появою дефектів старіння різко пришвидшується. Серед найшвидше прогресуючих дефектів – електричні розряди (часткові

розряди). Дослідження цих процесів у маслонаповнених вводах 220 кВ і вимірювальних трансформаторах струму 500 кВ свідчать, що мінімально допустима періодичність реєстрації параметрів стану ізоляції може становити 2 години.

Кількість вимірюваних діагностичних параметрів залежить від типу обладнання та рівня розвитку методів діагностування. Наприклад, для силових трансформаторів і шунтувальних реакторів вона може сягати 38, для масляних вимикачів – 29, елегазових – 25, обмежувачів перенапруг і розрядників – 10, роз'єднувачів із приводом – 14, маслонаповнених вимірювальних трансформаторів і конденсаторів зв'язку – 9. Для об'єктивнішої оцінки стану бажано використовувати комплекс параметрів, однак його повнота залежить передусім від класу напруги об'єкта та потужності силового обладнання (автотрансформаторів, реакторів). Якщо для обладнання 500–750 кВ такий комплекс цілком прийнятний, то для 110 кВ він може виявитися надлишковим з техніко-економічних міркувань.

Апаратура для контролю має забезпечувати надійне визначення вимірюваних параметрів. Нагляд за засобами діагностування покладається на метрологічні служби відповідних рівнів, які діють згідно з положенням про метрологічну службу. Перелік необхідних засобів, приладів та апаратів установлюють залежно від типу діагностованої електроустановки.

Послідовність вимірювань та експертних оцінювань за всім комплексом параметрів для конкретної електроустановки описують у діагностичній карті, зміст якої визначається типом установки. Під час виконання діагностичних операцій необхідно дотримуватися вимог ПУЕ, міжгалузевих правил охорони праці під час експлуатації електроустановок, інших галузевих документів, а також державних стандартів з діагностування й надійності. Конкретні посилання наводять у робочих документах.

Дефекти та їхній вплив на працездатність. Електрообладнання в кожен момент часу перебуває в одному з двох станів – справному або

несправному. Справне задовольняє всі вимоги документації, несправне – не відповідає хоча б одній вимозі, тобто містить один або кілька дефектів. Кожну невідповідність установленим вимогам називають дефектом. Якщо дефектів декілька, часто найяскравіше проявляється один, а решта лишаються непоміченими на його тлі. Після усунення першого дефекту та отримання інформації про наявність інших переходять до їх пошуку. Дефекти поділяють на явні (ті, що виявляються передбаченими документацією методами й засобами контролю) і приховані (решта, для виявлення яких потрібні засоби, не обумовлені документацією).

Якщо наявність дефекту унеможливує використання обладнання за призначенням, його називають критичним. Значні дефекти обмежують використання або впливають на довговічність. Малозначні дефекти не перешкоджають застосуванню обладнання. Отже, наявність дефектів не завжди впливає на здатність виконувати функції, тому, як зазначалося, додатково введено поняття працездатного та непрацездатного станів. Працездатне обладнання здатне виконувати задані функції, зберігаючи контрольовані параметри в установлених межах. Не кожне працездатне обладнання є справним, але справне – завжди працездатне.

Зі справного в несправний стан обладнання переходить унаслідок події, яку називають пошкодженням. Несуттєве пошкодження не позначається на працездатності, а суттєве призводить до відмови – порушення працездатності. Отже, відмова може бути наслідком дефектів, але не кожен дефект спричиняє відмову.

За наслідками та причинами розрізняють часткові й повні, систематичні й випадкові відмови [1, 3, 7]. Часткова відмова обмежує ефективність використання, повна – унеможливує його. Систематичні відмови спричинені порушеннями технологічних процесів виготовлення, монтажу, налагодження, експлуатації або ремонту – їхні причини можна встановити й усунути. Випадкові відмови є природним явищем, імовірність

якого визначається показниками надійності елементів та обладнання загалом й характерна для будь-якого технічного об'єкта.

Ознаки, що дають змогу зафіксувати факт порушення працездатності та віднести стан до одного з відомих, називають критеріями відмови або дефекту. Їх задають у документації у вигляді переліку параметрів із допустимими межами зміни – допусками. Вихід параметра за допуск є критерієм непрацездатності. Конкретні зміни в обладнанні (обрив проводу, неправильне з'єднання, замикання струмоведучих частин тощо) називають характером відмови або дефекту й поділяють на електричні та неелектричні.

Після того як за критеріями та характером відмови встановлено факт існування дефекту, починають його пошук. Пошук дефектів можна представити як сукупність певних перевірок, зокрема різноманітних вимірювань і розрахунків, що виконують у визначеній послідовності. Перевірки поділяють на непрямі (дають змогу знайти дефект без вимірювання параметрів, за ознаками, побічно пов'язаними зі станом обладнання) і прямі (виявляють дефект після вимірювання параметрів або визначення характеристик).

1.2 Засоби та методи контролю стану обладнання

Важко назвати фізичне явище або процес, які б не знайшли застосування в діагностиці. Нижче розглянуто найпоширеніші в електроенергетиці підходи.

Фізико-хімічні методи [1-3, 7]. Енергетичні впливи на ізоляцію електричних апаратів спричиняють у ній зміни на молекулярному рівні. Це відбувається незалежно від типу ізоляції та супроводжується хімічними реакціями, внаслідок яких утворюються нові сполуки; під дією електромагнітного поля, температури й вібрації одночасно перебігають процеси розпаду та синтезу.

Перевагою фізико-хімічних методів діагностування є висока точність і незалежність від електричних, магнітних та електромагнітних полів, а також від інших енергетичних впливів, адже дослідження виконують у лабораторних умовах. Недоліками є відносна дорожнеча й запізнення результатів відносно поточного моменту, тобто неоперативність контролю.

Хроматографічний контроль маслonaповненого обладнання. Метод ґрунтується на хроматографічному аналізі газів, що виділяються з масла та ізоляції за наявності внутрішніх дефектів. Алгоритми виявлення дефектів на ранній стадії, побудовані на аналізі складу й концентрації газів, є поширеними та добре опрацьованими для маслonaповненого електрообладнання. Оцінювання стану такого обладнання базується на контролі:

- граничних концентрацій газів;
- швидкості наростання концентрацій;
- співвідношень концентрацій окремих газів.

Метод вимірювання діелектричних характеристик ізоляції. Він полягає у визначенні таких параметрів, як струми витоку, ємність, тангенс кута діелектричних втрат ($\text{tg } \delta$) тощо. Абсолютні значення $\text{tg } \delta$, виміряні за напруг, близьких до робочої, а також їхні прирости за зміни випробувальної напруги, частоти й температури характеризують якість і ступінь старіння ізоляції [1, 3, 7]. Для вимірювання $\text{tg } \delta$ і ємності застосовують мости змінного струму (мости Шеринга). Метод використовують для контролю високовольтних вимірювальних трансформаторів і конденсаторів зв'язку.

Інфрачервона термографія. Втрати електричної енергії на нагрівання елементів і вузлів під час роботи залежать від їхнього технічного стану. Реєструючи інфрачервоне випромінювання, зумовлене нагрівом, можна робити висновки про стан обладнання. Невидиме інфрачервоне випромінювання за допомогою тепловізорів перетворюється на видимий сигнал. Цей метод – дистанційний, чутливий, здатний фіксувати зміни

температури в частках градуса. Водночас його показання сильно залежать від впливових чинників: відбивної здатності об'єкта, температури й стану довкілля (запиленість і вологість поглинають інфрачервоне випромінювання) тощо.

Технічний стан вузлів під навантаженням оцінюють або порівнянням температури однотипних елементів (їхнє випромінювання має бути приблизно однаковим), або за перевищенням допустимої температури для конкретного елемента. В останньому випадку тепловізори повинні мати вбудовані засоби корекції впливу температури та параметрів середовища на результат. Періодичність обов'язкового тепловізійного обстеження розподільних установок: а) для напруги 330–750 кВ – щороку; б) для 110–220 кВ – раз на два роки; в) для 35 кВ і нижче – раз на три роки.

Дефекти, які виявляють під час тепловізійної діагностики [1, 3, 7]:

- генератори: міжлистові замикання статора, погіршення паянь обмоток, тепловий стан щіткового апарату, порушення роботи систем охолодження, перевірка елементів системи збудження;
- трансформатори: осередки магнітних полів розсіювання, застійні зони в баках через шламоутворення, розбухання або зміщення ізоляції обмоток, несправності маслосистеми, дефекти вводів, ефективність систем охолодження;
- комутаційна апаратура: перегрів контактів струмоведучих шин, робочих і дугогасних камер, стан внутрішньобакової ізоляції, дефекти вводів, ділильних конденсаторів, тріщини опорно-стрижневих ізоляторів;
- маслонаповнені трансформатори струму: перегріви зовнішніх і внутрішніх контактних з'єднань, погіршення внутрішньої ізоляції обмоток;
- вентильні розрядники та обмежувачі перенапруг: порушення герметизації, обрив шунтувальних опорів, неправильна комплектація елементів;
- конденсатори: пробій секцій;

- лінійні високочастотні загороджувачі: перегрів контактних з'єднань;
- КРУ, КРУН, струмопроводи: перегрів контактів вимикачів, роз'єднувачів, трансформаторів струму, кабелів, струмоведучих шин тощо;
- кабельне господарство електростанцій: перегрів силових кабелів, оцінювання пожежної небезпеки;
- повітряні ЛЕП: перегрів контактних з'єднань проводів.

Вібродіагностика. Для контролю механічних вузлів використовують зв'язок параметрів об'єкта (маси, жорсткості конструкції) зі спектром частот власної та вимушеної вібрації. Будь-яка зміна параметрів під час експлуатації, зокрема зниження жорсткості через утому та старіння, спричиняє зміну спектра. Чутливість методу зростає з підвищенням інформативних частот; оцінювання за зміщенням низькочастотних складових менш ефективне.

Методи контролю часткових розрядів в ізоляції [1-3, 7]. Виникнення та розвиток дефектів ізоляції, незалежно від матеріалу, супроводжуються появою електричних (часткових) розрядів, які, своєю чергою, породжують електромагнітні (у радіо- та оптичному діапазонах) і звукові хвилі. Інтенсивність розрядів залежить від температури, вологості повітря та наявності атмосферних опадів. Така залежність діагностичної інформації від погодних умов вимагає обов'язкового контролю температури й вологості довкілля під час оцінювання інтенсивності розрядів у підвісній ізоляції ЛЕП.

Для контролю широко застосовують усі види та діапазони випромінювання. *Метод акустичної емісії* працює в звуковому діапазоні. Відомий *спосіб реєстрації оптичного випромінювання часткових розрядів* [1, 3] за допомогою *електронно-оптичного дефектоскопа* – він ґрунтується на фіксації просторово-часового розподілу яскравості світіння та визначенні дефектних ізоляторів за його характером.

Ультразвукове зондування [1, 3, 7]. Швидкість поширення ультразвуку в опромінюваному об'єкті залежить від його стану (наявності дефектів, тріщин, корозії). Цю властивість використовують для діагностики бетону, деревини та металу, які широко застосовуються в енергетиці, наприклад, як матеріал опор.

2 ЗАВДАННЯ 1

Перелік теоретичних тем для виконання першого завдання контрольної роботи

- 1 Діагностика трансформаторного обладнання під робочою напругою.
- 2 Діагностика стану у вигляді вимірювання характеристик масла.
- 3 Випробування ізоляції підвищеною напругою частоти 50 Гц.
- 4 Вимірювання опору короткого замикання обмоток у силових трансформаторах.
- 5 Вимір опору обмоток постійного струму в трансформаторах струму.
- 6 Вимір опору обмоток постійному струму в трансформаторах напруги.
- 7 Застосування тонкошарової хроматографії щодо мікрокількостей фуранових похідних в ізоляційному маслі.
- 8 Імпульсне дефектографування.
- 9 Визначення вмісту вологи ізоляції.
- 10 Діагностика магнітопроводів трансформаторного устаткування.
- 11 Вимірювання опору короткого замикання обмоток у автотрансформаторах.
- 12 Вимірювання опору короткого замикання обмоток у масляних реакторах.
- 13 Тангенс кута діелектричних втрат трансформаторного масла.

- 14 Пробивна напруга трансформаторного масла.
- 15 Тепловізійна діагностика струмопровідних частин електрообладнання із використанням коефіцієнта дефектності.
- 16 Тепловізійна діагностика електрообладнання.
- 17 Тепловізійна діагностика контактів і контактних з'єднань.
- 18 Технічні засоби проведення тепловізійного контролю обладнання.
- 19 Критерії оцінки стану ізоляції.
- 20 Контроль стану ізоляції електрообладнання за результатами вимірювань струмів небалансу.

3 ЗАВДАННЯ 2

Індивідуальний варіант завдання 2 видається викладачем, методичні рекомендації щодо його виконання наведені нижче.

Розглянемо основні формули додавання і множення ймовірностей. Формула повної ймовірності та Формула Байеса у вигляді теорем [11, 12].

Теорема 1. Ймовірність суми двох *довільних подій* дорівнює сумі їх ймовірностей без ймовірності їх сумісної появи

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B). \quad (3.1)$$

Теорема 2. Ймовірність суми двох *несумісних подій* дорівнює сумі їх ймовірностей:

$$P(A + B) = P(A) + P(B). \quad (3.2)$$

Оскільки несумісні події не можуть відбуватись одночасно, то $P(A \cdot B) = 0$. Отже, теорема 2 є частинним випадком теореми 1.

Теорема 3. Якщо події $A_1, A_2, \dots, A_n$ попарно несумісні, то ймовірність появи хоча б однієї з них дорівнює сумі їх ймовірностей:

$$P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n).$$

Наслідок 1. Сума ймовірностей подій, які утворюють повну групу попарно несумісних подій, дорівнює одиниці:

$$P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) = 1.$$

Наслідок 2. Ймовірність події $\bar{A}$, протилежної до події A , визначають за формулою

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A). \quad (3.3)$$

Цю формулу використовують у тих випадках, коли ймовірність протилежної події $\bar{A}$ знайти легше, ніж ймовірність події A .

Події A і B називаються *незалежними*, якщо ймовірність появи однієї з них не залежить від появи іншої. Якщо ж ймовірність появи однієї події залежить від появи іншої, то такі події називаються *залежними*. Для залежних подій вводять поняття умовної ймовірності.

Ймовірність події B за умови, що подія A вже відбулася, називають *умовною ймовірністю* події B та позначають $P_A(B)$ або $P(B/A)$. Аналогічно розглядають *умовну ймовірність* події A , яку позначають $P_B(A)$ або $P(A/B)$.

Якщо події A і B незалежні, то $P_A(B) = P(B)$, $P_B(A) = P(A)$.

Теорема 4. Ймовірність добутку двох довільних подій A і B дорівнює добутку однієї з цих подій на умовну ймовірність іншої за умови, що перша подія відбулася:

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P_A(B) = P(B) \cdot P_B(A). \quad (3.4)$$

Теорема 5. Якщо події A і B незалежні, то ймовірність їх добутку дорівнює добутку їх ймовірностей

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B). \quad (3.5)$$

Теорема 6. Якщо події $A_1, A_2, \dots, A_n$ незалежні в сукупності, то ймовірність їх добутку дорівнює добутку їх ймовірностей

$$P(A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \dots \cdot P(A_n). \quad (3.6)$$

Ймовірність появи хоча б однієї із подій $A_1, A_2, \dots, A_n$ визначається за формулою

$$P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = 1 - P(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \dots \cdot \overline{A_n}). \quad (3.7)$$

Зокрема, якщо події $A_1, A_2, \dots, A_n$ незалежні в сукупності і мають однакову ймовірність p , то $P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = 1 - q^n, q = 1 - p$.

Формула повної ймовірності. Формула Байєса [11, 12]

Нехай подія A може відбутись тільки за умови появи однієї з подій $H_1, H_2, \dots, H_n$, які утворюють повну групу попарно несумісних подій. Зауважимо, що наперед невідомо, за умови якої з подій $H_1, H_2, \dots, H_n$ відбудеться подія A . Тому кожену із цих подій H_i називають *гіпотезою*, а $P(H_i)$ – ймовірність гіпотези H_i , при цьому $P_{H_i}(A)$ – умовна ймовірність події A за умови появи гіпотези H_i . Тоді ймовірність події A обчислюється за формулою повної ймовірності:

$$\begin{aligned} P(A) &= P(H_1) \cdot P_{H_1}(A) + P(H_2) \cdot P_{H_2}(A) + \dots + P(H_n) \cdot P_{H_n}(A) = \\ &= \sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot P_{H_i}(A). \end{aligned} \quad (3.8)$$

Зазначимо, що сума ймовірностей гіпотез завжди дорівнює одиниці:

$$\sum_{i=1}^n P(H_i) = 1.$$

Якщо в результаті проведеного випробування подія A відбулась, то умовна ймовірність $P_A(H_k)$ може не співпадати з ймовірністю $P(H_k)$. Для визначення умовної ймовірності $P_A(H_k)$ після того, як подія A відбулася, застосовують формулу Байєса:

$$P_A(H_k) = \frac{P(H_k) \cdot P_{H_k}(A)}{P(A)} = \frac{P(H_k) \cdot P_{H_k}(A)}{\sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot P_{H_i}(A)}. \quad (3.9)$$

Приклад. У заводському цеху виготовляють деталі, які перевіряють на стандартність два контролери. Перший контролер перевіряє 60 % деталей, а другий – решту. Ймовірність того, що перший контролер правильно визначить стандартність деталі, дорівнює 0,94, а другий – 0,98. Виявилось, що перевірена деталь визнана стандартною правильно. Знайти ймовірності того, що деталь перевіряв перший контролер, другий контролер.

Розв'язання. Позначимо події: A – деталь визнана стандартною правильно; H_1 – деталь перевіряв перший контролер; H_2 – деталь перевіряв другий контролер. Тоді за умовою маємо

$$P(H_1) = \frac{60}{100} = 0,6; P(H_2) = \frac{40}{100} = 0,4; P_{H_1}(A) = 0,94; P_{H_2}(A) = 0,98.$$

Спочатку знайдемо ймовірність того, що перевірена деталь визнана стандартною правильно. За формулою повної ймовірності маємо

$$P(A) = P(H_1) \cdot P_{H_1}(A) + P(H_2) \cdot P_{H_2}(A) = 0,6 \cdot 0,94 + 0,4 \cdot 0,98 = 0,956.$$

Оскільки подія A відбулася, то за формулою Байєса знаходимо ймовірності того, що деталь перевіряв перший контролер і другий контролер:

$$P_A(H_1) = \frac{P(H_1) \cdot P_{H_1}(A)}{P(H_1) \cdot P_{H_1}(A) + P(H_2) \cdot P_{H_2}(A)} = \frac{0,6 \cdot 0,94}{0,956} = 0,59,$$

$$P_A(H_2) = \frac{P(H_2) \cdot P_{H_2}(A)}{P(H_1) \cdot P_{H_1}(A) + P(H_2) \cdot P_{H_2}(A)} = \frac{0,4 \cdot 0,98}{0,956} = 0,41.$$

Зазначимо, що ймовірність $P_A(H_2)$ можна знайти простіше, а саме:

$$P_A(H_2) = 1 - P_A(H_1) = 1 - 0,59 = 0,41.$$

Дискретна випадкова величина, її числові характеристики та основні закони розподілу [11, 12]

Випадковою називають величину, пов'язану з деяким випадковим експериментом, яка в результаті його проведення набуває певного значення, причому наперед невідомо якого. Випадкові величини позначають великими латинськими літерами $X, Y, Z, \dots$. Розглядають *дискретні* і *неперервні* випадкові величини.

Дискретною випадковою величиною (ДВВ) називають таку величину, множина значень якої є скінченною або зліченною. ДВВ може набувати дискретних (ізолюваних) значень з відповідними ймовірностями. Дискретну випадкову величину можна задати її законом розподілу. Нехай випадкова величина X має скінченну множину значень.

Законом (рядом) розподілу дискретної випадкової величини X називають відповідність між можливими значеннями x_i цієї величини та їх ймовірностями $p_i = P(X = x_i), i = \overline{1, n}$. Закон розподілу дискретної випадкової величини X зручно записувати у вигляді таблиці 3.1:

Таблиця 3.1 – Закон розподілу дискретної випадкової величини X

X	x_1	x_2	$\dots$	x_n
p_i	p_1	p_2	$\dots$	p_n

Для закону розподілу завжди виконується умова

$$\sum_{i=1}^n p_i = p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1. \quad (3.10)$$

Зауважимо, що набуття величиною X певного значення x_i є випадковою подією ($X = x_i$). Оскільки в законі розподілу вказано всі можливі значення випадкової величини, то події ($X = x_i$), $i = \overline{1, n}$, утворюють повну групу попарно несумісних подій. Тому сума ймовірностей цих подій дорівнює одиниці, звідки й випливає умова (1). Якщо величина X має зліченну множину значень ($x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$), то її закон розподілу визначається рівністю $p_i = P(X = x_i)$, $i = 1, 2, \dots$, при цьому

$$\sum_{i=1}^{\infty} p_i = 1.$$

Графічне зображення закону розподілу, тобто ламану з вершинами в точках $(x_i; p_i)$ називають *багатокутником розподілу* ймовірностей випадкової величини X (рисунок 3.1).

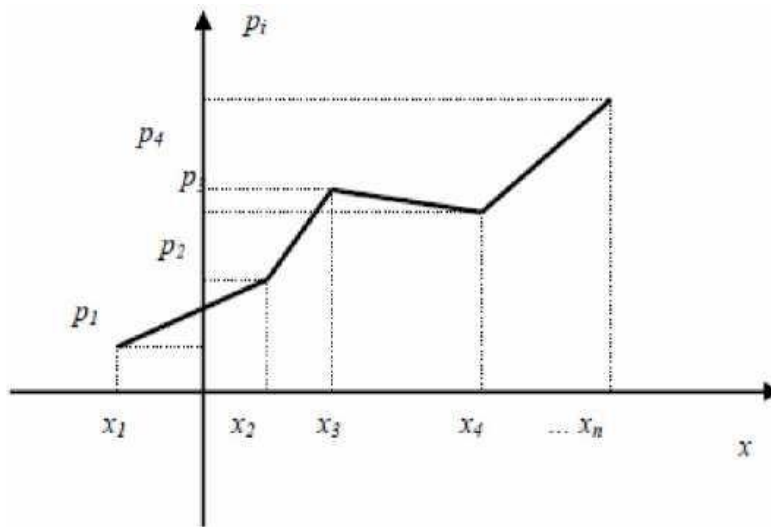


Рисунок 3.1 – Багатокутник розподілу ймовірностей випадкової величини X

Дискретну випадкову величину можна задавати не тільки законом розподілу, а й за допомогою функції розподілу.

Функцією розподілу випадкової величини називають функцію $F(x)$, яка визначає ймовірність того, що величина X набуває значень, менших за x , тобто $F(x) = P(X < x)$, $x \in R$.

Функція розподілу $F(x)$ має такі властивості:

- 1) $0 \leq F(x) \leq 1$, при чому $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1$;
- 2) $F(x)$ є неспадна функція на $(-\infty, +\infty)$;
- 3) $F(x)$ є неперервною зліва на $(-\infty, +\infty)$.

Для дискретної випадкової величини функція розподілу визначається так:

$$F(x) = P(X < x) = \sum_{x_i < x} p_i, \quad (3.11)$$

тобто $F(x)$ дорівнює сумі ймовірностей тих значень x_i , для яких виконується умова $x_i < x$.

Геометричну рівність (3.11) можна тлумачити так: функція розподілу $F(x)$ – це ймовірність того, що випадкова величина X набуде значення, що зображується точкою, яка лежить зліва від точки x .

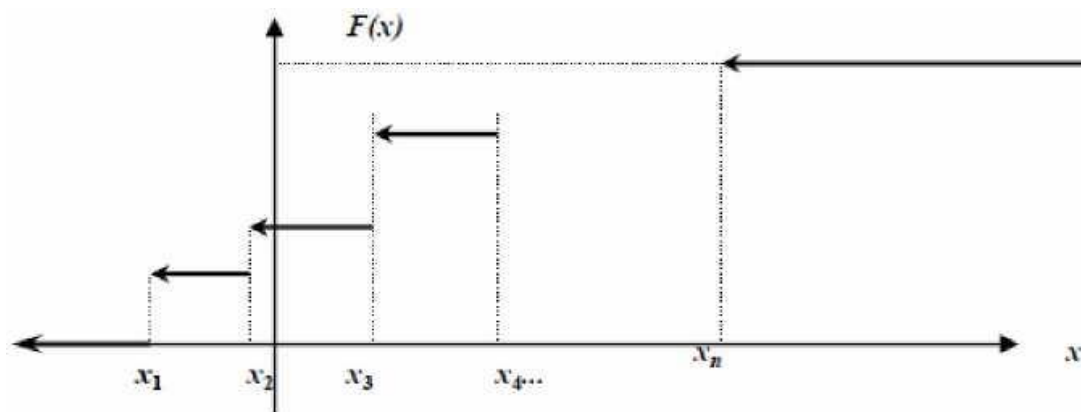


Рисунок 3.2 – Функція розподілу ймовірностей випадкової величини X

Зауважимо, що функція розподілу дискретної випадкової величини є стрибковою функцією, точками розриву якої є значення цієї величини, тобто точки x_i .

Числові характеристики дискретної випадкової величини [11, 12]

Розглянемо основні *числові характеристики* випадкової величини: *математичне сподівання, дисперсію, середнє квадратичне відхилення.*

Математичним сподіванням дискретної випадкової величини X , яка набуває значень x_i з ймовірностями p_i , називається *число*

$$M(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i. \quad (3.12)$$

Математичне сподівання $M(X)$ називають також *середнім значенням* або *центром розсіювання* величини X . Очевидно, що $M(X)$ вимірюється в тих самих одиницях, що й випадкова величина.

Зауважимо, що формула (3.12) має місце для випадкової величини, множина значень якої скінченна. Якщо ж множина значень величини X зліченна, то $M(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i$ за умови існування скінченної суми $\sum_{i=1}^{\infty} |x_i p_i|$.

Розглянемо основні *властивості математичного сподівання:*

- 1) $M(C) = C$, де $C = \text{const}$;
- 2) $M(CX) = CM(X)$, де $C = \text{const}$;
- 3) $M(X + Y) = M(X) + M(Y)$;
- 4) $M(XY) = M(X)M(Y)$, якщо X і Y – незалежні величини.

Дисперсією випадкової величини X називають математичне сподівання квадрата відхилення цієї величини від її математичного сподівання, тобто

$$D(X) = M\left((X - M(X))^2\right). \quad (3.13)$$

Для зручності обчислень можна вивести іншу формулу для дисперсії. Скориставшись властивостями математичного сподівання, дістанемо

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2. \quad (3.14)$$

Зауважимо, що дисперсія $D(X)$ випадкової величини характеризує *міру розсіювання* цієї величини відносно її центра розсіювання $M(X)$.

Для дискретної випадкової величини дисперсію визначають за формулами

$$D(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - M(X))^2 p_i, \quad (3.15)$$

або

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 p_i - M(X)^2. \quad (3.16)$$

Зауважимо, що формули (3.15) і (3.16) мають місце для випадкової величини зі скінченною множиною значень. Якщо ж множина значень величини X зліченна, то $D(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - M(X))^2 p_i$ за умови існування скінченної суми $\sum_{i=1}^{\infty} (x_i - M(X))^2 p_i$.

Розглянемо основні *властивості дисперсії випадкової величини*:

- 1) $D(X) \geq 0$ – для будь-якої випадкової величини X ;
- 2) $D(C) = 0$, де $C = \text{const}$;

- 3) $D(CX) = C^2 D(X)$, де $C = \text{const}$;
- 4) $D(X + Y) = D(X) + D(Y)$, якщо X і Y – незалежні величини;
- 5) $D(X - Y) = D(X) + D(Y)$, якщо X і Y – незалежні величини.

Оскільки дисперсія $D(X)$ характеризує квадрат відхилення величини від її середнього значення, то одиниця її вимірювання дорівнює квадрату одиниці вимірювання випадкової величини X . Тому необхідно розглянути ще одну числову характеристику – середнє квадратичне відхилення.

Середнім квадратичним відхиленням величини X називають число

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}. \quad (3.17)$$

Очевидно, що $\sigma(X)$ характеризує відхилення випадкової величини X від її середнього значення і вимірюється в одиницях цієї величини.

Основні закони розподілу дискретної випадкової величини [11, 12]

Рівномірний закон розподілу. Якщо випадкова величина X набуває n різних значень з однаковими ймовірностями $p(X = x_i) = \frac{1}{n}$, то вона має *рівномірний закон розподілу*. Наприклад, при однократному підкиданні грального кубика ймовірність випадання будь-якої кількості очок від 1 до 6 однакова і дорівнює $\frac{1}{6}$. У цьому випадку величина X (кількість очок, що випали) має рівномірний розподіл.

Якщо випадкова величина X набуває значень $1, 2, \dots, n$ з ймовірностями $p(X = m) = \frac{1}{n}, m = \overline{1, n}$, то її числові характеристики можна обчислити так:

$$M(X) = \frac{n+1}{2}, D(X) = \frac{n^2-1}{12}.$$

Біноміальний закон розподілу. Нехай проводиться n незалежних випробувань, у кожному з яких ймовірність появи події A дорівнює p (схема Бернуллі). Розглянемо випадкову величину X , яка визначає *число появ події* (число успіхів) у цій серії випробувань. Отже, величина X може набувати значень $0, 1, 2, \dots, n$ з ймовірностями, які обчислюють за *формулою Бернуллі*

$$P(X = m) = C_n^m p^m q^{n-m}, q = 1 - p, m = 0, 1, 2, \dots, n. \quad (3.18)$$

У цьому випадку величина X має *біноміальний закон розподілу*, який характеризується двома параметрами n і p .

Для випадкової величини, яка має біноміальний закон розподілу, числові характеристики визначають за формулами:

$$M(X) = np, D(X) = npq, \sigma(X) = \sqrt{npq}. \quad (3.19)$$

Закон розподілу Пуассона (закон рідкісних подій). Розглянемо схему Бернуллі. в якій кількість випробувань n є великим числом, а ймовірність p події A є дуже малим числом ($p < 0,1$). Тоді випадкова величина (*число появ події A*) набуває значень $0, 1, 2, \dots, n$ з ймовірностями, які обчислюють за *формулою Пуассона*

$$P(X = m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}, \lambda = np, m = 0, 1, 2, \dots, n. \quad (3.20)$$

У цьому випадку величина X має *розподіл Пуассона* (з параметром $\lambda = np$), для якого числові характеристики визначаються так:

$$M(X) = D(X) = \lambda, \sigma(X) = \sqrt{\lambda}. \quad (3.21)$$

Цей розподіл використовують у задачах статистичного контролю якості виробів, теорії надійності, теорії масового обслуговування, страховій справі.

Зокрема, ймовірність того, що подія A відбудеться m разів за час t , визначають за формулою $P(X = m) = \frac{(\lambda t)^m}{m!} e^{-\lambda}$, де $\lambda = np$ – середнє число появи події A за одиницю часу. За цією формулою можна обчислювати ймовірність кількості телефонних дзвінків за час t , ймовірність числа лампочок, що перегорять за час t , тощо.

Геометричний розподіл. Нехай проводиться серія незалежних випробувань, у кожному з яких ймовірність появи події A дорівнює p , при цьому $q = p(\bar{A}) = 1 - p$. Розглянемо випадкову величину X , яка дорівнює кількості випробувань до першої появи події A . Отже, величина X може набувати значень $1, 2, \dots$ з ймовірностями:

$$P(X = m) = pq^{m-1}, m = 1, 2, \dots \quad (3.22)$$

У цьому випадку випадкова величина має *геометричний закон розподілу*, а числові характеристики обчислюють за формулами:

$$M(X) = \frac{1}{p}, D(X) = \frac{q}{p^2}, \sigma(X) = \frac{\sqrt{q}}{p}. \quad (3.23)$$

Зауважимо, що в цьому розподілі множина значень випадкової величини може бути як скінченною, так і нескінченною. Якщо є певні обмеження для величини X , то вона має скінченну множину значень $1, 2, \dots, n$. Тоді, обчислюючи ймовірність $P(X = n)$, враховують можливість того, що подія A так і не відбудеться.

Гіпергеометричний розподіл. Розглянемо множину, яка містить N елементів, серед яких M елементів володіють певною властивістю. Із цієї

множини намання вибирають n елементів. Тоді випадкова величина X (кількість вибраних елементів із вказаною властивістю) може набувати значень $0, 1, 2, \dots, n$ з ймовірностями

$$P(X = m) = \frac{C_M^m C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n}, m = 0, 1, \dots, n. \quad (3.24)$$

Така випадкова величина має *гіпергеометричний розподіл*, причому числові характеристики обчислюють за формулами:

$$M(X) = \frac{Mn}{N}, D(X) = \frac{Mn(N-M)}{N^2} \cdot \frac{N-n}{N-1}. \quad (3.25)$$

Приклад. Два виробника незалежно один від одного постачають продукцію. Ймовірність вчасної поставки для першого виробника становить 0,8, а для іншого – 0,9. Записати закон розподілу випадкової величини X – кількості виробників, які вчасно поставили продукцію у магазин, та знайти її числові характеристики.

Розв’язання. У результаті цього випробування можуть бути такі випадки: жоден з виробників не поставив вчасно продукцію, тільки один зробив поставку вчасно, обидва поставили вчасно продукцію до виробництва. Отже, випадкова величина X може набувати значень: 0, 1, 2. Розглянемо події $A = \{\text{перший виробник вчасно зробив поставку}\}$, $B = \{\text{другий виробник вчасно зробив поставку}\}$, тоді за умовою $p(A) = 0,8, p(B) = 0,9$. Користуючись теоремами додавання і множення ймовірностей, обчислимо ймовірності величини X :

$$\begin{aligned} P(X = 0) &= p(\bar{A}) \cdot p(\bar{B}) = (1 - p(A)) \cdot (1 - p(B)) = \\ &= (1 - 0,8) \cdot (1 - 0,9) = 0,02; \end{aligned}$$

$$P(X = 1) = p(A) \cdot p(\bar{B}) + p(\bar{A}) \cdot p(B) = 0,8 \cdot 0,1 + 0,2 \cdot 0,9 = 0,26;$$

$$P(X = 2) = p(A) \cdot p(B) = 0,8 \cdot 0,9 = 0,72.$$

Закон розподілу цієї випадкової величини наведено в таблиці 3.2.

Таблиця 3.2 – Закон розподілу випадкової величини X

x_i	0	1	2
p_i	0,02	0,26	0,72

Знайдемо числові характеристики величини X :

$$M(X) = 0 \cdot 0,02 + 1 \cdot 0,26 + 2 \cdot 0,72 = 0,26 + 1,44 = 1,7;$$

$$D(X) = 0^2 \cdot 0,02 + 1^2 \cdot 0,26 + 2^2 \cdot 0,72 - (1,7)^2 = 3,14 - 2,89 = 0,25;$$

$$\sigma(X) = \sqrt{0,25} = 0,5.$$

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1 Лут М. Т., Наливайко В. А., Радько І. П. Діагностування енергетичного обладнання. Київ: ТОВ «Аграр Медіа Груп», 2014. 590 с.

2 Техніка і електрофізика високих напруг: навч. посіб. / за ред. В. О. Бржезицького та В. М. Михайлова. Харків: НТУ «ХП» – Торнадо, 2005. 930 с.

3 Матвійчук В. А., Рубаненко О. Є., Гунько І. О. Діагностування електрообладнання: навч. посіб. Вінниця : ВНАУ, 2020. 138 с.

4 Абрамов В. Б., Бржезицький В. О., Проценко О. Р. Приймальні та експлуатаційні випробування електроустаткування: навч. посіб. Київ: НТУУ «КП», 2015. 235 с.

5 Семененко Ю. О., Семененко О. І. Методичні вказівки до виконання контрольної роботи з дисципліни «Ізоляція електроустановок та захист від перенапруг». Харків: УкрДУЗТ, 2026. 32 с.

6 Проектування систем електропостачання залізниць: навч. посіб. / М. М. Бабаєв, В. С. Блиндюк, О. Д. Супрун, О. І. Семененко, Ю. О. Семененко. Харків: УкрДУЗТ, 2019. 274 с.

7 Проценко О. Р. Діагностика стану електротехнічного обладнання: Курс лекцій: навч. посіб. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. 162 с.

8 Методичні вказівки до виконання контрольної роботи з дисципліни «Стійкість систем електропостачання в перехідних та аварійних режимах» / Ю. О. Семененко, О. І. Семененко, О. Д. Супрун, М. М. Одєгов. Харків: УкрДУЗТ, 2019. 30 с.

9 Ковалевський С. В., Ковалевська О. С. Діагностика технологічних систем і виробів машинобудування (з використанням нейромережевого підходу): монографія. Краматорськ: ДДМА, 2017. 74 с.

10 Бедерак Я. С., Тарадай В. І. Забезпечення надійної роботи електроустановок споживачів. Харків: Вид-во «Форт», 2020. 170 с.

11 Веригіна І. В., Островська О. В., Сугакова О. В. Теорія ймовірностей та математична статистика. Лекції і практикум: навч. посіб. Електронне мережне навчальне видання. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. 254 с.

12 Железнякова Е. Ю., Лебедева І. Л., Лебедев С. С. Теорія ймовірностей та математична статистика: метод. рекомендації до самостійної роботи з теми «Емпіричні та логічні основи теорії ймовірностей. Основні теореми теорії ймовірностей». Харків: ХНЕУ, 2024.

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
для виконання контрольної роботи

з освітнього компонента
*«ДІАГНОСТИКА ПРИСТРОЇВ
ТА СИСТЕМ ЕЛЕКТРОПОСТАЧАННЯ»*

для здобувачів спеціальності G3 «Електрична інженерія»
всіх форм здобуття вищої освіти

Відповідальний за випуск Семененко О. І.

Редактор Ібрагімова Н. В.

Підписано до друку 03.07.2026 р.
Умовн. друк. арк. 1,75. Тираж . Замовлення № .
Видавець та виготовлювач Український державний університет
залізничного транспорту,
61050, Харків-50, майдан Фейєрбаха, 7.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 6100 від 21.03.2018 р.