

УДК 629.423:[62-83:620.9]

А. С. МАСЛІЙ^{1*}, Р. М. АНТОНЕНКО², В. А. ГЕВРАСЬОВ³, Я. В. ЯКУБОВСЬКИЙ⁴

^{1*}Каф. «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», Український державний університет залізничного транспорту, май. Фейєрбаха, 7, Харків, Україна, 61050, тел. +38 (097) 413 79 70, ел. пошта a.masliy@ukr.net, ORCID 0000-0002-0554-8150

²Каф. «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», Український державний університет залізничного транспорту, май. Фейєрбаха, 7, Харків, Україна, 61050, тел. +38 (063) 225 72 18, ел. пошта antonenko_phd@kart.edu.ua, ORCID 0009-0001-9241-5857

³Каф. «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», Український державний університет залізничного транспорту, май. Фейєрбаха, 7, Харків, Україна, 61050, тел. +38 (093) 256 36 60, ел. пошта gevrassov_phd@kart.edu.ua, ORCID 0009-0000-8910-5172

⁴Каф. «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», Український державний університет залізничного транспорту, май. Фейєрбаха, 7, Харків, Україна, 61050, тел. +38 (097) 446 00 52, ел. пошта lili@i.ua, ORCID 0009-0003-7833-6604

Оптимізація енергоспоживання електропоїзда з багатодвигунним тяговим електроприводом з можливістю адаптивного вибору кількості активних тягових електродвигунів

Мета. Метою роботи є розробка методу оптимального керування рухом електропоїзда з багатодвигунним тяговим електроприводом, який забезпечує мінімізацію енергоспоживання при фіксованому часі проходження ділянки з урахуванням реальних тягово-гальмівних характеристик, профілю колії та змінної кількості працюючих тягових електродвигунів. **Методика.** Задачу сформульовано як ізопериметричну задачу оптимального керування з обмеженням на сумарний час руху. Для її розв'язання застосовано метод динамічного програмування у дискретному просторі станів «шлях–швидкість». Обмеження на час враховано шляхом введення множника Лагранжа, оптимальне значення якого визначається ітераційно методом бісекції. У моделі враховано нелінійні тягові та гальмівні характеристики рухомого складу, обмеження швидкості вздовж колії, сили опору руху та вплив профілю шляху. Особливу увагу приділено коректному опису режимів гальмування, включаючи перехід від електричного до механічного на малих швидкостях. Додатково розроблено підхід до оптимізації кількості активних тягових електродвигунів, що дозволяє узгодити режим навантаження двигунів із їх енергетичною ефективністю. **Результати.** Запропонований алгоритм забезпечує побудову енергооптимальних профілів швидкості руху при заданих часових обмеженнях. Встановлено, що використання методу динамічного програмування дозволяє формувати раціональні режими тяги, вибігу та гальмування з урахуванням усіх обмежень. Врахування оптимальної кількості працюючих тягових двигунів забезпечує додаткове зниження енергоспоживання порівняно з режимами з фіксованою конфігурацією. За результатами чисельного експерименту досягнуто зменшення витрат енергії до 30–35 % відносно неоптимального (агресивного) режиму при збереженні заданого часу руху. **Наукова новизна.** Запропоновано узагальнений підхід до оптимального керування рухом поїзда, який поєднує динамічне програмування, адаптивний підбір множника Лагранжа та оптимальний вибір кількості активних тягових електродвигунів вздовж руху електропоїзда. Удосконалено модель руху за рахунок введення кінцевої швидкісної зони та коректного врахування режимів гальмування, що підвищує стійкість та адекватність чисельного розв'язання. **Практична значимість.** Отримані результати можуть бути використані при створенні систем автоматизованого ведення поїздів, оптимізації графіків руху та підвищенні енергоефективності експлуатації тягового електрорухомого складу.

Ключові слова: динамічне програмування; електропоїзд з багатодвигунним тяговим електроприводом; енергоефективність; оптимальне керування; тягові електродвигуни; режим руху; оптимізація енергоспоживання; ізопериметрична задача

Вступ

Сучасний розвиток залізничного транспорту характеризується підвищенням вимог до енергоефективності експлуатації рухомого складу

[12], що обумовлено як економічними, так і екологічними чинниками. Значна частка експлуатаційних витрат електропоїздів припадає саме на споживання електричної енергії, тому

РУХОМИЙ СКЛАД І ТЯГА ПОЇЗДІВ

питання оптимізації режимів ведення поїзда набуває особливої актуальності. У зв'язку з цим одним із пріоритетних напрямів досліджень є розробка методів керування рухом, які забезпечують мінімальні енергетичні витрати при дотриманні заданого графіка руху [9, 13, 14].

Класичні підходи до розв'язання задачі ведення поїзда базуються на використанні аналітичних або евристичних методів, які, як правило, передбачають поділ процесу руху на окремі режими (розгін, вибіг, гальмування) та не враховують у повній мірі нелінійність тягово-гальмівних характеристик і змінність умов руху. Такі підходи не забезпечують глобальної оптимальності рішення та можуть призводити до перевитрати енергії.

У сучасних дослідженнях дедалі ширше застосовуються методи оптимального керування, зокрема динамічне програмування [3, 5], яке дозволяє враховувати складну структуру обмежень і нелінійний характер процесу руху поїзда. Відомі роботи в цьому напрямі демонструють ефективність динамічного програмування для задач мінімізації енергоспоживання, проте значна частина з них розглядає або спрощені моделі руху, або задачі без жорсткого обмеження на час проходження ділянки [10]. Водночас більшість існуючих підходів не враховує або не повністю розкриває [11] змінність структури тягового приводу, зокрема можливість регулювання кількості працюючих тягових електродвигунів. Це призводить до роботи двигунів у режимах часткового навантаження з пониженим коефіцієнтом корисної дії, що обмежує потенціал зниження енергоспоживання.

Важливою особливістю реальних умов експлуатації є необхідність забезпечення заданого часу руху між зупинками, що перетворює задачу мінімізації енергоспоживання на ізопериметричну задачу оптимального керування. Її розв'язання потребує застосування спеціальних методів, зокрема введення множника Лагранжа, який дозволяє врахувати часові обмеження в цільовій функції. При цьому ефективність такого підходу значною мірою визначається вибором алгоритму підбору множника та чисельною стійкістю розв'язання.

Окремим, недостатньо дослідженим аспектом, є оптимізація режимів роботи тягових еле-

ктродвигунів. У більшості існуючих моделей передбачається фіксована кількість працюючих двигунів, що не дозволяє врахувати зміну їх енергетичної ефективності залежно від рівня навантаження [1, 5, 7, 17] або в нештатних режимах роботи [6]. Разом з тим, регулювання кількості активних тягових двигунів відкриває додаткові можливості для зниження енергоспоживання, особливо в режимах часткового навантаження.

Таким чином, актуальною є задача розробки узагальненого методу оптимального керування рухом поїзда, який поєднує: урахування реальних тягово-гальмівних характеристик, обмежень швидкості та профілю колії, забезпечення заданого часу руху, а також оптимізацію кількості працюючих тягових електродвигунів.

Мета

Метою дослідження є створення узагальненого алгоритмічного підходу до визначення раціональних режимів ведення електропоїзда на заданій ділянці шляху, який забезпечує зниження витрат електричної енергії при дотриманні регламентованих часових параметрів руху. Особливістю поставленої задачі є необхідність узгодження вимог до енергоефективності з обмеженнями графіка руху, що обумовлює доцільність формування швидкісного профілю з урахуванням як динамічних властивостей рухомого складу, так і умов експлуатації.

У роботі передбачено поєднання задачі вибору оптимального режиму руху з керуванням структурою тягового приводу, що дозволяє врахувати вплив кількості працюючих тягових електродвигунів на енергетичні показники. Такий підхід забезпечує можливість адаптації режимів роботи тягового обладнання до поточних умов руху та рівня навантаження, що є важливим фактором підвищення ефективності використання електричної енергії.

Методика

Рух електропоїзда на заданій ділянці шляху розглядається як процес зміни швидкості вздовж координати шляху з урахуванням дії тягових і гальмівних сил, сил опору руху та обмежень швидкості. Для опису динаміки вико-

РУХОМИЙ СКЛАД І ТЯГА ПОЇЗДІВ

ристовується рівняння руху в уздовжній площині, яке у диференціальній формі може бути записане як:

$$m \frac{dv}{dt} = F_{tr}(v, u) - F_{res}(v) - F_{grad}(s), \quad (1)$$

де m – маса потяга; v – швидкість руху; t – час; s – координата шляху, м; $F_{tr}(v, u)$ – результуюча тягово-гальмівна сила, яка залежить від швидкості та керуючого впливу u ; $F_{res}(v)$ – сили основного опору руху; $F_{grad}(s)$ – складова сили, обумовлена профілем колії.

Для подальшого розв'язання задача переходить до координати шляху s , що дозволяє уникнути прямої залежності від часу. Використовуючи співвідношення:

$$\frac{dv}{dt} = v \frac{dv}{ds}, \quad (2)$$

отримуємо рівняння руху у формі:

$$mv \frac{dv}{ds} = F_{tr}(v, u) - F_{res}(v) - F_{grad}(s). \quad (3)$$

Дискретизація по координаті шляху з кроком Δs приводить до різницевого рівняння:

$$\frac{m(v_{k+1}^2 - v_k^2)}{2} = \Delta s (F_{tr,k} - F_{res,k} - F_{grad,k}), \quad (4)$$

де k – номер дискретного кроку; $v_k, v_{(k+1)}$ – швидкість на початку та в кінці інтервалу; $F_{tr,k}, F_{res,k}, F_{grad,k}$ – відповідні сили на кроці k .

Час проходження елементарної ділянки визначається як:

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v_k}, \quad (5)$$

а сумарний час руху по ділянці:

$$T = \sum_{k=1}^N \Delta t, \quad (6)$$

де N – кількість дискретних інтервалів.

Енергетичні витрати на ділянці визначаються роботою тягових сил:

$$E = \sum_{k=1}^N F_{tr,k} \Delta s. \quad (7)$$

При цьому для режимів гальмування враховується можливість рекуперації енергії з урахуванням відповідного коефіцієнта ефективності.

Таким чином, задача оптимального керування формулюється як задача мінімізації функціоналу енергетичних витрат за умови обмежень на час руху, швидкість та тягово-гальмівні характеристики рухомого складу:

$$E \rightarrow \min, \quad (8)$$

при виконанні умови:

$$\begin{cases} T = T_{target} \\ 0 \leq v_k \leq v_{lim}(s_k) \\ F_{br,max}(v_k) \leq F_{tr,k} \leq F_{tr,max}(v_k) \end{cases}, \quad (9)$$

де T_{target} – заданий час проходження ділянки; $v_{lim}(s_k)$ – обмеження швидкості; $F_{tr,max}(v_k), F_{br,max}(v_k)$ – граничні тягові та гальмівні характеристики рухомого складу.

Таким чином, задача оптимізації зводиться до знаходження такого керування u_k , яке визначає силу тяги або гальмування на кожному кроці, що забезпечує мінімальні енергетичні витрати при виконанні заданого часу руху та всіх експлуатаційних обмежень. Така задача мінімізації енергоспоживання при фіксованому часі руху належить до класу задач оптимального керування з обмеженням рівності. Наявність умови $T = T_{target}$ ускладнює безпосереднє застосування стандартних методів оптимізації, оскільки час руху залежить від керування на всій ділянці шляху. Для подолання цієї складності використовується підхід, заснований на введенні множника Лагранжа, що дозволяє перейти від задачі з обмеженням до безумовної задачі мінімізації [3, 15, 17].

З цією метою вводиться узагальнений функціонал, який поєднує енергетичні витрати та час руху:

$$J = \sum_{k=1}^N F_{tr,k} \Delta s + \lambda \Delta t, \quad (10)$$

де λ – параметр, що визначає відносну вагу часової складової.

З урахуванням виразів для енергії та часу на елементарному кроці функціонал може бути записаний у вигляді:

$$J = \sum_{k=1}^N F_{tr,k} \Delta s + \lambda \frac{\Delta s}{v_k}. \quad (11)$$

Таким чином, задача мінімізації енергоспоживання при заданому часі руху зводиться до задачі мінімізації функціоналу J без явного накладання обмеження на час. При цьому значення множника Лагранжа визначає компроміс між швидкістю руху та енергетичними витратами. Зокрема, при малих значеннях λ пріоритет надається зниженню енергії, що призводить до використання режимів вибігу та помірних прискорень, тоді як при великих значеннях λ формується профіль руху, орієнтований на мінімізацію часу за рахунок інтенсивної тяги. Важливою властивістю є те, що функція $T(\lambda)$ є монотонною, що дозволяє визначити таке значення λ , при якому виконується умова $T = T_{target}$.

Для чисельного розв'язання отриманої задачі використовується метод динамічного програмування, який дозволяє врахувати складну структуру обмежень і нелінійний характер динаміки руху [3, 5, 8, 10]. Стан системи на кожному кроці характеризується координатою та швидкістю:

$$x_k = (s_k, v_k). \quad (12)$$

При цьому керуючий вплив задається через вибір тягово-гальмівної сили:

$$u_k = F_{tr,k}. \quad (13)$$

Допустимі значення керування, а також обмеження швидкості вздовж шляху визначаються рівняннями 3 та 2 відповідно системи (9).

Застосування методу динамічного програмування базується на використанні рекурентного співвідношення Беллмана, відповідно до якого функція вартості на кроці k визначається як мінімальне значення суми миттєвих витрат і оптимальної вартості на наступному кроці:

$$J_k(v_k) = \min_{u_k} \left[\Delta E_k + \lambda \frac{\Delta s}{v_k} + J_{k+1}(v_{k+1}) \right], \quad (14)$$

де ΔE_k – зміна енергії на кроці k , яка визначається відповідно виразу (7).

При цьому перехід між станами визначається дискретним рівнянням руху (4).

Таким чином, задача зводиться до послідовного пошуку оптимальних керувань на кожному кроці, починаючи з кінцевого стану та рухаючись у зворотному напрямку. Для забезпечення коректності розв'язання задаються початкові та кінцеві умови руху, зокрема нульова швидкість на початку ділянки та обмеження на швидкість у кінцевій точці. З метою підвищення чисельної стійкості вводиться кінцева зона швидкості, що дозволяє уникнути вироджених режимів при малих значеннях швидкості.

Розв'язання задачі здійснюється ітераційно. На внутрішньому рівні для фіксованого значення множника Лагранжа визначається оптимальна траєкторія руху за допомогою методу динамічного програмування. На зовнішньому рівні виконується підбір параметра λ методом бісекції з метою забезпечення відповідності отриманого часу руху заданому значенню. Такий підхід дозволяє поєднати переваги динамічного програмування, яке гарантує глобальну оптимальність у дискретному просторі, із можливістю точного дотримання часових обмежень. У результаті формується енергооптимальний профіль руху поїзда, який враховує всі основні фактори, що впливають на процес руху, та може бути використаний як база для подальшого вдосконалення, зокрема для інтеграції задачі керування структурою тягового приводу.

Розглянутий підхід є достатнім для опису динаміки руху, однак не враховує внутрішню структуру тягового приводу. У реальних умовах експлуатації електропоїзда тягове зусилля формується сукупністю тягових електродвигунів, кількість яких може змінюватися залежно від режиму роботи. Це відкриває можливість додаткової оптимізації за рахунок узгодження навантаження двигунів з їх енергетичною ефективністю. Такий підхід узгоджується з сучасними дослідженнями у сфері енергоефективного керування тяговими системами [4, 5, 17].

Нехай загальна кількість встановлених тягових двигунів дорівнює N_{max} , а на кроці k у роботі задіяно N_k двигунів, де:

$$N_k \in \{N_{min}, \dots, N_{max}\}. \quad (15)$$

Тоді результуюча сила тяги визначається як сума сил, що розвиваються окремими двигунами:

РУХОМИЙ СКЛАД І ТЯГА ПОЇЗДІВ

$$F_{tr,k} = N_k F_{mot}(v_k, \xi_k), \quad (16)$$

де $F_{mot}(v_k, \xi_k)$ – сила, що розвивається одним двигуном; ξ_k – узагальнений параметр керування двигуном (ступінь завантаження або режим роботи).

Введення змінної N_k дозволяє розділити задачу керування на два взаємопов'язані рівні: вибір режиму руху (тяга, вибіг, гальмування) та вибір кількості активних двигунів.

Енергоспоживання тягового приводу визначається електричною потужністю, що споживається двигунами. Для одного двигуна ця потужність може бути записана як:

$$P_k = \frac{F_{mot} v}{\eta_{mot}(\xi)}, \quad (17)$$

де $\eta_{mot}(\xi)$ – коефіцієнт корисної дії двигуна, який залежить від режиму навантаження.

З урахуванням кількості двигунів на кроці k маємо:

$$P_k = N_k \frac{F_{mot}(v_k, \xi_k) v_k}{\eta_{mot}(\xi_k)}. \quad (18)$$

Тоді енергетичні витрати на елементарному інтервалі можна записати як:

$$\Delta E_k = P_k \Delta t_k. \quad (19)$$

З урахуванням зв'язку між силою та швидкістю отримуємо:

$$\Delta E_k = \frac{F_{tr,k} v_k}{\eta_{eq,k}} \Delta t_k, \quad (20)$$

де $\eta_{eq,k}$ – еквівалентний коефіцієнт корисної дії двигуна.

Враховуючи вираз (5), остаточно маємо:

$$\Delta E_k = \frac{F_{tr,k} \Delta s}{\eta_{eq,k}}. \quad (21)$$

Таким чином, на відміну від базової моделі, у якій енергетичні витрати визначалися лише роботою сили, у даному випадку додатково враховується ефективність перетворення енергії, що залежить від режиму роботи двигунів.

Коефіцієнт корисної дії $\eta_{eq,k}$ визначається на основі характеристики ефективності двигуна, яка залежить від відносного навантаження.

Для цього вводиться відносний коефіцієнт завантаження:

$$\mu_k = \frac{F_{tr,k}}{N_k F_{nom}(v_k)}, \quad (22)$$

де $F_{nom}(v_k)$ – номінальна сила тяги одного двигуна.

Значення $\eta_{eq,k}$ визначається як функція μ_k :

$$\eta_{eq,k} = f(\mu_k). \quad (23)$$

Функція $f(\mu_k)$ задається на основі експлуатаційних характеристик двигуна. В якості прикладу таку залежність можна представити рис. 1.

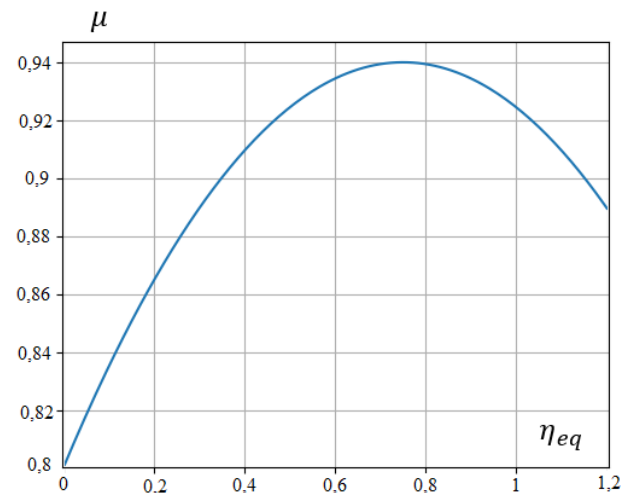


Рис. 1. Залежність еквівалентного коефіцієнта корисної дії тягового двигуна від його відносного навантаження

Fig. 1. Dependence of the equivalent efficiency of a traction motor on its relative load

Характер зміни еквівалентного коефіцієнта корисної дії тягового приводу залежно від відносного навантаження має виражений максимум у зоні раціонального навантаження при $\mu \approx (0,7-0,8)$. При недовантаженні або перевантаженні спостерігається зниження ККД, що обумовлює доцільність вибору кількості працюючих тягових електродвигунів таким чином, щоб забезпечити їх роботу поблизу області максимального ККД.

Таким чином, задача оптимізації набуває розширеного вигляду: на кожному кроці необхідно визначити не лише значення тягово-гальмівної сили, але й кількість працюючих

РУХОМИЙ СКЛАД І ТЯГА ПОЇЗДІВ

двигунів N_k , що забезпечує мінімальне значення функціоналу. У рамках методу динамічного програмування це реалізується шляхом розширення множини керувань:

$$u_k = \{F_{tr,k}, N_k\} \quad (24)$$

При цьому для кожного допустимого значення сили розглядається множина можливих конфігурацій двигунів, що задовольняють обмеженням по силі та швидкості. Вибір оптимальної комбінації здійснюється на основі мінімізації функції вартості з урахуванням енергетичної ефективності.

Зазначений підхід дозволяє врахувати, що при часткових навантаженнях робота меншої кількості двигунів у більш ефективному режимі може бути енергетично вигіднішою, ніж використання повної кількості двигунів із низьким коефіцієнтом корисної дії. Таким чином, оптимізація кількості працюючих тягових двигунів є важливим фактором підвищення енергоефективності руху поїзда.

Розв'язання поставленої задачі реалізовано у вигляді послідовної обчислювальної процедури, в якій поєднуються визначення раціонального швидкісного режиму руху та узгодження його з часовими вимогами. Основою підходу є поетапний аналіз можливих станів системи на дискретизованій ділянці шляху з урахуванням допустимих режимів руху та експлуатаційних обмежень.

На кожному кроці розглядаються альтернативні варіанти зміни швидкості, що відповідають різним режимам роботи рухомого складу. Одночасно враховується можливість зміни кількості активних тягових електродвигунів, що дозволяє адаптувати структуру тягового приводу до поточних умов руху. Для кожного варіанта оцінюються витрати енергії та тривалість проходження елементарної ділянки, після чого формується узагальнена оцінка ефективності.

У результаті обробки всіх допустимих переходів формується набір рішень, серед яких обирається той, що забезпечує найкраще співвідношення між енергетичними витратами та швидкістю руху. Отримані локальні рішення узгоджуються між собою вздовж усієї ділянки, що дозволяє сформувати цілісний профіль руху поїзда.

Оскільки часові параметри руху не задаються безпосередньо на кожному кроці, їх відповідність заданому значенню забезпечується шляхом послідовного уточнення параметра, що визначає вагомість часової складової в оцінці ефективності. Значення цього параметра коригується залежно від отриманого часу проходження ділянки до досягнення необхідної точності.

Таким чином, сформована процедура дозволяє отримати узгоджений режим ведення поїзда, який враховує динамічні властивості рухомого складу, обмеження інфраструктури та особливості роботи тягового приводу.

Чисельна реалізація запропонованого підходу була виконана у середовищі MATLAB, що забезпечує ефективну реалізацію алгоритмів оптимізації та обробки результатів моделювання. Це дозволило провести обчислювальні експерименти та отримати кількісні оцінки ефективності сформованих режимів ведення поїзда.

Результати

Чисельне дослідження ефективності запропонованого підходу виконано для електропоїзда змінного струму типу ЕПЛ9Т масою 480 т. та з використанням узагальнених експлуатаційних параметрів рухомого складу. Як тестову ділянку обрано реальний профіль руху на напрямку Харків–Златопіль, для якого враховано обмеження швидкості профіль колії та зупинки по станціям. Час руху між станціями приймався з урахуванням середньої швидкості руху електропоїзда в межах 50–60 км/год.

У розрахунках використовувалися тягово-гальмівні характеристики поїзда, обмеження сили тяги та гальмування, а також залежність опору руху від швидкості. Додатково передбачалася можливість зміни кількості працюючих тягових електродвигунів з метою можливої подальшої оцінки впливу цього фактору на енергетичні показники.

Обрання неоптимального, а саме агресивного режиму як базового варіанту обумовлено тим, що він відповідає практично реалізованій стратегії ведення поїзда, орієнтованій на забезпечення мінімального часу руху без урахування енергетичної складової. Це дозволяє використовувати його як репрезентативний еталон для оцінки ефективності запропонованого підходу.

РУХОМИЙ СКЛАД І ТЯГА ПОЇЗДІВ

На рис. 2 наведено результати моделювання режимів руху електропоїзда для трьох варіантів керування: неоптимального, оптимального при

фіксованій кількості тягових двигунів та оптимального з урахуванням вибору кількості працюючих тягових електродвигунів.

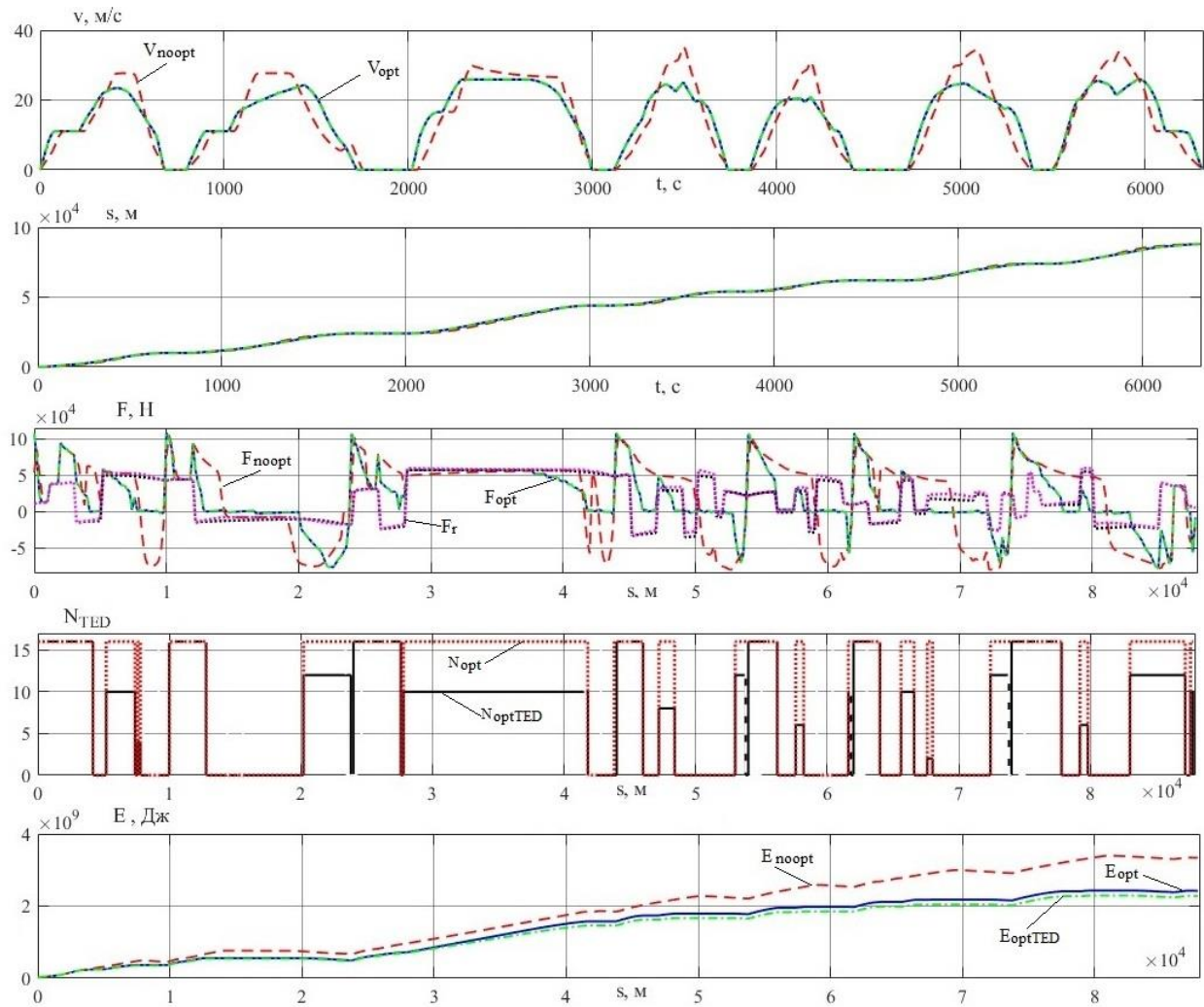


Рис. 2. Порівняння режимів руху електропоїзда при оптимальних та неоптимальному керуванні:

F_{noopt} – сила тяги та гальмування при неоптимальному режимі; F_{opt} – сила тяги та гальмування при оптимальному режимі; F_r – сила опору руху поїзда; V_{noopt} – швидкість руху електропоїзда при неоптимальному режимі; V_{opt} – швидкість руху електропоїзда при оптимальному режимі; S – пройдений електропоїздом шлях; E_{noopt} – енергетичні витрати електропоїзда при неоптимальному режимі; E_{opt} – енергетичні витрати електропоїзда при оптимальному режимі; E_{optTED} – енергетичні витрати електропоїзда при оптимальному режимі з урахуванням оптимізації кількості тягових електродвигунів;

N_{opt} – кількість працюючих двигунів при оптимальному режимі з фіксованою структурою приводу;

N_{optTED} – кількість працюючих двигунів при оптимальному режимі з можливістю їх перемикання

Fig. 2. Comparison of electric train operating modes under optimal and suboptimal control:

F_{noopt} – traction and braking force under suboptimal conditions; F_{opt} – traction and braking force under optimal conditions; F_r – train resistance; V_{noopt} – electric train speed under suboptimal conditions; V_{opt} – electric train speed under optimal conditions; S – distance traveled by the electric train; E_{noopt} – multiple unit electric train energy consumption under non-optimal operating conditions; E_{opt} – multiple unit electric train energy consumption under optimal operating conditions; E_{optTED} – multiple unit electric train energy consumption in optimal mode, taking into account the optimization of the number of traction motors;

N_{opt} – number of operating motors in optimal mode with a fixed drive configuration;

N_{optTED} – number of operating motors in optimal mode with the ability to switch them

РУХОМИЙ СКЛАД І ТЯГА ПОЇЗДІВ

Аналіз залежностей, наведених на рис. 2, свідчить про суттєві відмінності між неоптимальним та оптимальними режимами ведення поїзда. Неоптимальний режим характеризується частими реалізаціями максимальних значень тягової та гальмівної сили, що відповідає агресивному керуванню з інтенсивними розгонами та гальмуваннями. В оптимальному режимі спостерігається більш рівномірний характер зміни тягового зусилля з наявністю ділянок вибігу, що забезпечує ефективніше використання накопиченої кінетичної енергії.

Профілі швидкості підтверджують, що оптимальне керування формує згладжений режим руху без різких змін швидкості, при цьому всі розглянуті варіанти забезпечують однаковий час проходження ділянки, що дозволяє виконувати коректне порівняння енергетичних показників.

Аналіз накопиченого енергоспоживання показує, що застосування оптимального керування дозволяє зменшити витрати енергії на 28,7 % порівняно з неоптимальним режимом. Додаткове врахування можливості зміни кількості працюючих тягових електродвигунів забезпечує подальше зниження енергоспоживання ще на 5,8 %, що в сумі дає до 35 % економії відносно базового неоптимального режиму, що узгоджується з результатами сучасних досліджень [2, 15, 16].

Зміна кількості активних тягових електродвигунів уздовж шляху дозволяє адаптувати режим роботи приводу до поточних умов руху. При невеликих навантаженнях використовується менша кількість двигунів, що забезпечує їх роботу в області більш високого ККД, тоді як при підвищених навантаженнях залучається більша кількість двигунів для реалізації необхідного тягового зусилля.

Наукова новизна та практична значимість

Розроблено комплексний метод енергооптимального керування поїздом, що базується на поєднанні динамічного програмування з адаптивним вибором множників Лагранжа. Відмін-

ністю підходу є можливість оперативного регулювання кількості працюючих тягових двигунів на різних ділянках маршруту.

Удосконалено розрахункову модель руху через введення граничної зони швидкостей та уточнення алгоритмів гальмування. Це дозволило стабілізувати чисельні розв'язки та підвищити їхню відповідність реальним режимам експлуатації електропоїзда.

Висновки

Розроблено підхід до визначення раціональних режимів ведення електропоїзда, який забезпечує мінімізацію енергоспоживання при дотриманні заданого часу руху та враховує реальні експлуатаційні обмеження.

Запропоновано інтеграцію задачі формування швидкісного профілю з керуванням структурою тягового приводу, що дозволяє адаптувати кількість працюючих тягових електродвигунів до умов руху та підвищити ефективність їх використання.

За результатами чисельного моделювання для ділянки Харків–Златопіль встановлено, що застосування розробленого підходу дозволяє зменшити енергоспоживання на 28,7 % порівняно з агресивним режимом ведення поїзда, а врахування оптимальної кількості працюючих тягових електродвигунів забезпечує додаткове зниження витрат енергії ще на 5,8 %.

Отримані результати підтверджують доцільність використання запропонованого підходу в задачах автоматизованого ведення поїздів та підвищення енергоефективності експлуатації електрорухомого складу.

Подяка, джерело фінансування дослідження

Стаття підготовлена при виконанні науково-дослідної роботи «Енергетичний менеджмент у plug-in гібридних тягових системах рейкового рухомого складу, обладнаного багатодвигунним тяговим електроприводом», що фінансується МОН України (№ д/р 0125U001619).

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Рябов Є. С., Овер'янова Л. В., Якунін Д. І., Білоконь І., Гулак С. Застосування маневрових електропотягів для передатної та вивізної роботи. *Транспортні системи і технології*. 2022. Вип. 40. С. 47–62. DOI: <https://doi.org/10.32703/2617-9040-2022-40-5>
2. Bulakh M. Evaluation and reduction of energy consumption of railway train movement on a straight track section with reduced freight wagon mass. *Energies*. 2025. Vol. 18, Iss. 2. Art. 280. DOI: <https://doi.org/10.3390/en18020280>
3. Byun Y. S., Jeong R. G. Optimization of driving speed of electric train using dynamic programming based on multi-weighted cost function. *Applied Sciences*. 2022. Vol. 12, Iss. 24. Art. 12857. DOI: <https://doi.org/10.3390/app122412857>
4. Fu C., Sun P., Wang Q., Feng X. Energy-efficient control optimization of subway train with bidirectional converter substations. *IET Intelligent Transport Systems*. 2025. Vol. 19, Iss. 1. DOI: <https://doi.org/10.1049/itr2.70065>
5. Fu C., Sun P., Zhang J., Yan K., Wang Q., Feng X. An energy-efficient train control approach with dynamic efficiency of the traction system. *IET Intelligent Transport Systems*. 2023. Vol. 17, Iss. 6. P. 1182–1199. DOI: <https://doi.org/10.1049/itr2.12351>
6. Goolak S., Liubarskyi B., Riabov I., Chepurna N., Pohosov O. Simulation of a direct torque control system in the presence of winding asymmetry in induction motor. *Engineering Research Express*. 2023. Vol. 5, Iss. 2. Art. 025070. DOI: <https://doi.org/10.1088/2631-8695/acde46>
7. Goolak S., Sapronova S., Tkachenko V., Riabov Ie., Overianova L., Yeritsyan B. Mathematical model of mechanical subsystem of traction electric drive of an electric locomotive. *Scientific News of Dahl University*. 2021. № 21. DOI: <https://doi.org/10.33216/2222-3428-2021-21-12>
8. Lian D., Chen Z., Mo P., Gao Z., D'Ariano A., Yang L. Energy-efficient multi-curve optimization in urban rail transit: Stability enhancement under operational uncertainties and curve adjustments. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2025. Vol. 176. Art. 105148. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.trc.2025.105148>
9. Liu R., Golovitcher I. M. Energy-efficient operation of rail vehicles. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*. 2003. Vol. 37, Iss. 10. P. 917–932. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tra.2003.07.001>
10. Nold M., Corman F. Increasing realism in modelling energy losses in railway vehicles and their impact to energy-efficient train control. *Railway Engineering Science*. 2024. Vol. 32, Iss. 3. P. 257–285. DOI: <https://doi.org/10.1007/s40534-023-00322-4>
11. Riabov I., Goolak S., Neduzha L. An Estimation of the Energy Savings of a Mainline Diesel Locomotive Equipped with an Energy Storage Device. *Vehicles*. 2024. Vol. 6, Iss. 2. P. 611–631. DOI: <https://doi.org/10.3390/vehicles6020028>
12. Riabov I., Overianova L., Iakunin D., Neshcheret V., Ivanov K. Equipping suburban diesel-electric multiple unit with a hybrid power unit. *e-Prime – Advances in Electrical Engineering, Electronics and Energy*. 2025. Vol. 11. Art. 100949. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.prime.2025.100949>
13. Wang P., Goverde R. M. P. Multi-train trajectory optimization for energy efficiency and delay recovery on single-track railway lines. *Transportation Research Part B: Methodological*. 2017. Vol. 105. P. 340–361. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.trb.2017.09.012>
14. Wang X., Tang T., Su S., Yin J., Gao Z., Lv N. An integrated energy-efficient train operation approach based on the space-time-speed network methodology. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*. 2021. Vol. 150. Art. 102323. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tre.2021.102323>
15. Xu Q., Liu W., Zhang X., Tian Z., Geng H. Energy-efficient multi-train scheduling considering dynamic passenger flows and station-side utilization of regenerative energy. *Energy*. 2025. Vol. 340. Art. 139301. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2025.139301>
16. Zhang Z., Zhao H., Yao X., Xing Z., Liu X. Metro timetable optimization for improving regenerative braking energy utilization efficiency. *Journal of Cleaner Production*. 2024. Vol. 450. Art. 141970. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2024.141970>
17. Zhong L., Xu G., Liu W. Energy-efficient and demand-driven train timetable optimization with a flexible train composition mode. *Energy*. 2024. Vol. 305. Art. 132183. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2024.132183>

A. S. MASLII^{1*}, R. M. ANTONENKO², V. A. GEVRASOV³, I. V. IAKUBOVSKIY⁴

^{1*}Dep. «Electrical Power Engineering, Electrical Engineering and Electromechanics», Ukrainian State University of Railway Transport, Feuerbach Sq., 7, Kharkiv, Ukraine, 61050, tel. +38 (097) 413 79 70, e-mail a.masliy@ukr.net, ORCID 0000-0002-0554-8150

²Dep. «Electrical Power Engineering, Electrical Engineering and Electromechanics», Ukrainian State University of Railway Transport, Feuerbach Sq., 7, Kharkiv, Ukraine, 61050, tel. +38 (063) 225 72 18, e-mail antonenko_phd@kart.edu.ua, ORCID 0009-0001-9241-5857

³Dep. «Electrical Power Engineering, Electrical Engineering and Electromechanics», Ukrainian State University of Railway Transport, Feuerbach Sq., 7, Kharkiv, Ukraine, 61050, tel. +38 (093) 256 36 60, e-mail gevasov_phd@kart.edu.ua, ORCID 0009-0000-8910-5172

⁴Dep. «Electrical Power Engineering, Electrical Engineering and Electromechanics», Ukrainian State University of Railway Transport, Feuerbach Sq., 7, Kharkiv, Ukraine, 61050, tel. +38 (097) 446 00 52, e-mail i1i1i@i.ua, ORCID 0009-0003-7833-6604

Energy Consumption Optimization of a Multiple Unit Electric Train with a Multi-Motor Traction Drive System and Adaptive Selection of Active Traction Motors

Purpose. The objective of this work is to develop a method for the optimal control of multiple unit electric train with a multi-motor traction electric drive motion that minimizes energy consumption while maintaining a fixed travel time over a given section, taking into account actual traction and braking characteristics, track profile, and the variable number of traction motors in operation. **Methodology.** The problem is formulated as an isoperimetric optimal control problem with a constraint on the total travel time. To solve it, the dynamic programming method is applied in the discrete “path–speed” state space. The time constraint is accounted for by introducing a Lagrange multiplier, whose optimal value is determined iteratively using the bisection method. The model accounts for the nonlinear traction and braking characteristics of the rolling stock, speed limits along the track, resistance forces, and the influence of the track profile. Particular attention is paid to the correct description of braking modes, including the transition from electric to mechanical braking at low speeds. Additionally, an approach has been developed to optimize the number of active traction motors, which allows the motor load mode to be aligned with their energy efficiency. **Findings.** The proposed algorithm enables the generation of energy-optimized speed profiles within specified time constraints. It has been established that the use of the dynamic programming method allows for the generation of optimal traction, coasting, and braking modes while accounting for all constraints. Taking into account the optimal number of operating traction motors provides an additional reduction in energy consumption compared to modes with a fixed configuration. According to the results of the numerical experiment, energy consumption was reduced by 30–35 % relative to the suboptimal (aggressive) mode while maintaining the specified travel time. **Originality.** A generalized approach to optimal train motion control is proposed, combining dynamic programming, adaptive selection of the Lagrange multiplier, and optimal selection of the number of active traction motors along the route of multiple unit electric train. The motion model has been improved by introducing a terminal speed zone and correctly accounting for braking modes, which increases the stability and accuracy of the numerical solution. **Practical value.** The results obtained can be used in the development of automated train control systems, the optimization of schedules, and the improvement of energy efficiency in the operation of electric traction rolling stock.

Keywords: dynamic programming; multiple unit electric train with a multi-motor traction electric drive; energy efficiency; optimal control; traction motors; operating mode; energy consumption optimization; isoperimetric problem

REFERENCES

1. Riabov, I., Overianova, L., Iakunin, D., Bilokon, I., & Goolak, S. (2022). Application of maneuvering electric locomotives for transfer and freight work. *Transport Systems and Technologies*, (40), 47-62. DOI: <https://doi.org/10.32703/2617-9040-2022-40-5> (in Ukrainian)
2. Bulakh, M. (2025). Evaluation and reduction of energy consumption of railway train movement on a straight track section with reduced freight wagon mass. *Energies*, 18(2), 280. DOI: <https://doi.org/10.3390/en18020280> (in English)

РУХОМИЙ СКЛАД І ТЯГА ПОЇЗДІВ

3. Byun, Y. S., & Jeong, R. G. (2022). Optimization of driving speed of electric train using dynamic programming based on multi-weighted cost function. *Applied Sciences*, 12(24), 12857. DOI: <https://doi.org/10.3390/app122412857> (in English)
4. Fu, C., Sun, P., Wang, Q., & Feng, X. (2025). Energy-efficient control optimization of subway train with bidirectional converter substations. *IET Intelligent Transport Systems*, 19(1). DOI: <https://doi.org/10.1049/itr2.70065> (in English)
5. Fu, C., Sun, P., Zhang, J., Yan, K., Wang, Q., & Feng, X. (2023). An energy-efficient train control approach with dynamic efficiency of the traction system. *IET Intelligent Transport Systems*, 17(6), 1182-1199. DOI: <https://doi.org/10.1049/itr2.12351> (in English)
6. Goolak, S., Liubarskyi, B., Riabov, I., Chepurna, N., & Pohosov, O. (2023). Simulation of a direct torque control system in the presence of winding asymmetry in induction motor. *Engineering Research Express*, 5(2), 025070. DOI: <https://doi.org/10.1088/2631-8695/acde46> (in English)
7. Goolak, S., Sapronova, S., Tkachenko, V., Riabov, I., Overianova, L., & Yeritsyan, B. (2021). Mathematical model of mechanical subsystem of traction electric drive of an electric locomotive. *Scientific News of Dahl University*, (21). DOI: <https://doi.org/10.33216/2222-3428-2021-21-12> (in English)
8. Lian, D., Chen, Z., Mo, P., Gao, Z., D'Ariano, A., & Yang, L. (2025). Energy-efficient multi-curve optimization in urban rail transit: Stability enhancement under operational uncertainties and curve adjustments. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 176, 105148. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.trc.2025.105148> (in English)
9. Liu, R., & Golovitcher, I. M. (2003). Energy-efficient operation of rail vehicles. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 37(10), 917-932. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tra.2003.07.001> (in English)
10. Nold, M., & Corman, F. (2024). Increasing realism in modelling energy losses in railway vehicles and their impact to energy-efficient train control. *Railway Engineering Science*, 32(3), 257-285. DOI: <https://doi.org/10.1007/s40534-023-00322-4> (in English)
11. Riabov, I., Goolak, S., & Neduzha, L. (2024). An Estimation of the Energy Savings of a Mainline Diesel Locomotive Equipped with an Energy Storage Device. *Vehicles*, 6(2), 611-631. DOI: <https://doi.org/10.3390/vehicles6020028> (in English)
12. Riabov, I., Overianova, L., Iakunin, D., Neshcheret, V., & Ivanov, K. (2025). Equipping suburban diesel-electric multiple unit with a hybrid power unit. *e-Prime – Advances in Electrical Engineering, Electronics and Energy*, 11, 100949. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.prime.2025.100949> (in English)
13. Wang, P., & Goverde, R. M. P. (2017). Multi-train trajectory optimization for energy efficiency and delay recovery on single-track railway lines. *Transportation Research Part B: Methodological*, 105, 340-361. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.trb.2017.09.012> (in English)
14. Wang, X., Tang, T., Su, S., Yin, J., Gao, Z., & Lv, N. (2021). An integrated energy-efficient train operation approach based on the space-time-speed network methodology. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 150, 102323. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tre.2021.102323> (in English)
15. Xu, Q., Liu, W., Zhang, X., Tian, Z., & Geng, H. (2025). Energy-efficient multi-train scheduling considering dynamic passenger flows and station-side utilization of regenerative energy. *Energy*, 340, 139301. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2025.139301> (in English)
16. Zhang, Z., Zhao, H., Yao, X., Xing, Z., & Liu, X. (2024). Metro timetable optimization for improving regenerative braking energy utilization efficiency. *Journal of Cleaner Production*, 450, 141970. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2024.141970> (in English)
17. Zhong, L., Xu, G., & Liu, W. (2024). Energy-efficient and demand-driven train timetable optimization with a flexible train composition mode. *Energy*, 305, 132183. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2024.132183> (in English)

Надійшла до редколегії: 19.02.2026

Рекомендовано до публікації: 25.03.2026

Дата публікації: 29.06.2026