МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ

В. Ш. Хісматулін, О. О. Сосунов, М. В. Ушаков

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ ОБ'ЄКТІВ АВТОМАТИЗАЦІЇ

ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ

Харків – 2026

УДК 681.5-047.58

Х 514

Рекомендовано вченою радою Українського державного університету залізничного транспорту як навчальний посібник (витяг із протоколу № 8 від 03 липня 2026 р.)

Рецензенти:
професори Є. Є. Александров (ХНАДУ),
О. В. Коломійцев (НТУ «ХПІ»)

Х 514 Хісматулін В. Ш., Сосунов О. О., Ушаков М. В. Ідентифікація та моделювання об’єктів автоматизації: лабораторний практикум. – Харків: УкрДУЗТ, 2026. – 108 с., рис. 42, табл. 10.
ISBN

Матеріал практикуму забезпечує весь цикл лабораторних робіт з освітнього компонента «Ідентифікація та моделювання» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня всіх форм здобуття освіти за спеціальністю G7 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка» освітньої програми «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка». Може бути рекомендований для підготовки бакалаврів інших напрямів підготовки.

У кожній із робіт наведені короткі відомості з теорії. Допоміжний, але необхідний матеріал, викладений у дод. 1. Усі роботи виконують на ПК за допомогою пакетів CONTROL SYSTEM і SIMULINK програмної оболонки MATLAB.

УДК 681.5-047.58

ISBN

© Український державний університет залізничного транспорту, 2026.

ЗМІСТ

Вступ…….. 4
1. Основи користування пакетом MATLAB……... 6
2. Побудова моделі двигуна постійного струму в пакеті SIMULINK.. 29
3. Розрахунок параметрів моделі двигуна постійного струму в пакеті MATLAB…….. 43
4. Дослідження двигуна постійного струму за його моделями в пакетах MATLAB і SIMULINK……... 55
5. Дослідження лінійних моделей об’єктів методом фазової площини. 62
6. Дослідження нелінійних моделей об’єктів методом фазової площини……. 76
7. Ідентифікація об’єкта за часовими характеристиками……... 85
8. Ідентифікація об’єкта за частотними характеристиками……. 95
Бібліографічний список…… 105
Додаток 1. Паспортні дані двигунів МСП……. 106

ВСТУП

У практикумі наведені завдання для лабораторних робіт з освітнього компонента «Ідентифікація та моделювання об'єктів автоматизації». Завдання для лабораторних робіт мають такі розділи:

– мета роботи;

– програма роботи;

– підготовка до роботи;

– короткі відомості з теорії;

– вказівки щодо виконання роботи;

– зміст звіту;

– контрольні запитання.

У розділі «Підготовка до роботи» вказано, який теоретичний матеріал необхідно вивчити і яке аналітичне дослідження потрібно провести перед початком досліджень у лабораторії, як підготувати бланк звіту з лабораторної роботи.

Розділ «Короткі відомості з теорії» призначений для пояснення змісту і сутності причинно-наслідкових зв’язків, що спостерігають під час досліджень, а також допомогти виконати домашнє завдання.

У розділі «Вказівки щодо виконання роботи» наведені завдання для аналітичного дослідження, схеми та методика проведення експериментальних досліджень.

Запитання для підготовки до колоквіуму наведені в розділі «Контрольні запитання».

Усі звіти з лабораторних робіт мають бути оформлені в спеціальному журналі або окремому зошиті обсягом 18…24 аркушів відповідно до розділу «Зміст звіту». Для дистанційного навчання звіт оформлюють в електронному вигляді за допомогою редактора WORD.

Залік із лабораторної роботи виставляють, якщо виконані такі вимоги:

1) за результатами колоквіуму отримано позитивну оцінку;

2) аналітичні та експериментальні дослідження виконані в повному обсязі, без помилок;

3) звіт оформлено відповідно до розділу «Зміст звіту»;

4) висновки за результатами роботи свідчать про те, що здобувач засвоїв відповідний матеріал.

1. Основи користування пакетом MATLAB

1.1. Мета роботи

Отримати і закріпити навички з основних методів користування пакетом MATLAB.

1.2. Програма роботи

1. Ознайомлення з пакетом MATLAB.
2. Виконання індивідуального завдання.

1.3. Підготовка до роботи

1. За рекомендованою літературою [1-4] і конспектом лекцій у позааудиторний час виконати такі завдання:

– вивчити мету, програму і вказівки щодо виконання роботи;

– ознайомитися з призначенням пакета MATLAB та основними методами користування пакетом.

2. Підготувати бланк звіту з лабораторної роботи.
3. Підготувати відповіді на контрольні запитання.

1.4. Ознайомлення з пакетом MATLAB

MATLAB (скорочення від **мат**рична **лаб**ораторія) – це пакет прикладних програм, які складають інтерактивне середовище для наукових та інженерних обчислень. До складу MATLAB входять основна програма (ядро) і спеціалізовані пакети прикладних програм (toolboxes), що розширюють функціональні можливості основної програми.

Зазвичай, працюючи в середовищі MATLAB, користувач взаємодіє з комп'ютером за допомогою чотирьох основних об'єктів:

1) інструкції і змінні;

2) матриці;

3) графічні зображення;

4) скрипти.

MATLAB інтерпретує і обробляє вхідні дані у вигляді одного або декількох цих об'єктів. Для отримання початкової підготовки з користування пакетом MATLAB кожен із перелічених об'єктів розглянемо окремо.

1.4.1. Інструкції та змінні

Найпростіші операції у MATLAB виконують задаванням інструкцій у командному вікні Command Window. Командний рядок вікна Command Window позначений двома стрілками, які спрямовані вправо «>>».

Інструкції мають загальний вигляд, наведений на рис. 1.1. У MATLAB використовують операцію присвоєння, так що знак рівності «=» означає, що деякій змінній присвоєно вираз праворуч від цього знака. Приклад інструкції, наведений на рис. 1.1, показує, як вводять матрицю розмірності 2×2 і їй присвоюють ім'я змінної A. Для всіх змінних використовують виключно символи латиниці.

Інструкція виконувана після повернення каретки (натиснення клавіші Enter). У всіх подальших прикладах, присвячених застосуванню MATLAB, натискання цієї клавіші розуміють за умовчанням.

Після введення інструкції, що завершується натисненням клавіші Enter, матриця A автоматично відображується на екрані. Якщо після інструкції йде крапка з комою (;), то виведення матриці A на екран не відбувається (проте присвоєння матриці імені A та введених значень

зберігається). Працюючи з MATLAB, трапляються випадки, коли проводять проміжні обчислення, виведення результатів яких на екран не є необхідним. Тому, коли бажано зменшити кількість даних, що виводять, потрібно використовувати символ крапки з комою. Це також дає змогу прискорити розв'язання задачі, оскільки виведення даних на екран потребує певного часу.

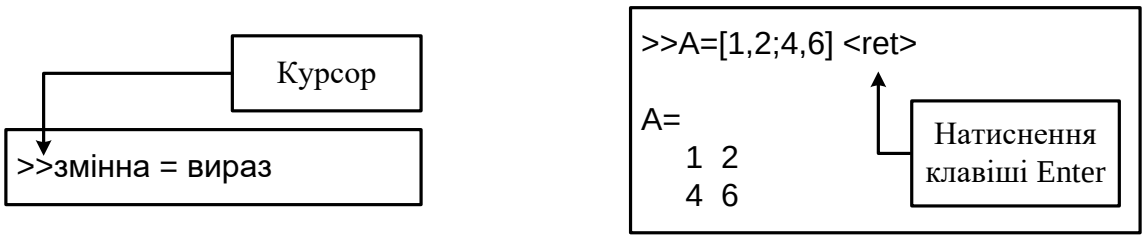


Рис. 1.1. Формат запису інструкції

У виразах можуть бути використані звичайні символи математичних операцій, наведені в табл. 1.1. Порядок виконання арифметичних дій можна змінити за допомогою дужок.

Таблиця 1.1

Символи математичних операцій

+	Додавання
-	Віднімання
*	Множення
/	Ділення
^	Піднесення до степеня

Приклад на рис. 1.2 ілюструє використання MATLAB у режимі «калькулятора». Якщо у виразі відсутні ім'я змінної і символ «=», то результату автоматично буде присвоєно ім'я ans.

```
>>12.4/6.9

ans =
    1.7971
```

Рис. 1.2. Використання змінної ans

MATLAB розрізняє верхній і нижній регістри, тому змінні *M* і *m* будуть мати різне значення, як показано на рис. 1.3.

```
>>M=[1,2]

>>m=[3,5,7]
```

Рис. 1.3. Різні значення для змінних *M* і *m*

У MATLAB доступна більшість тригонометричних і елементарних математичних функцій. Перелік функцій, що найчастіше зустрічаються, наведений в табл. 1.2 [2, 3]. Слід також зазначити, що MATLAB підтримує комплексну математику.

Імена змінних мають починатися з літери, за якою може йти будь-яка кількість літер або цифр (включаючи символ підкреслення). Усі літери мають бути набрані в латинській транскрипції. Ім'я змінної має бути обмежене 19 символами.

У MATLAB є декілька змінних із заздалегідь закріпленими за ними іменами (pi, Inf, NaN, *i*, *j*). На рис. 1.4 наведено три приклади. NaN (скорочення від Not-a-Number) використовують для позначення невизначеного (нечислового) результату операції.

Таблиця 1.2

Розповсюджені математичні функції

sin(x)	Синус	acoth(x)	Гіперболічний арккотангенс
sinh(x)	Гіперболічний синус	exp(x)	Експоненціальна функція
asin(x)	Арксинус	log(x)	Натуральний логарифм
asinh(x)	Гіперболічний арксинус	log10(x)	Десятковий логарифм
cos(x)	Косинус	log2(x)	Логарифм по основі 2
cosh(x)	Гіперболічний косинус	pow2(x)	Степінь числа 2
acos(x)	Арккосинус	sqrt(x)	Квадратний корінь
acosh(x)	Гіперболічний арккосинус	nextpow2(x)	Найближчий степінь числа 2
tan(x)	Тангенс	abs(x)	Абсолютне значення комплексного числа
tanh(x)	Гіперболічний тангенс	angle(x)	Аргумент комплексного числа
atan(x)	Арктангенс	complex(x,y)	Утворення комплексного числа за дійсною та уявною частинами
atan2(y,x)	Чотириквадрантний арктангенс	conj(x)	Комплексно-зв'язане число
atanh(x)	Гіперболічний арктангенс	imag(x)	Уявна частина комплексного числа
sec(x)	Секанс	real(x)	Дійсна частина комплексного числа
sech(x)	Гіперболічний секанс	unwrap(x)	Неперервна функція фазового кута
asec(x)	Арксеканс	isreal(x)	Істинно, якщо це масив дійсних чисел
asech(x)	Гіперболічний арксеканс	cplxpair(x)	Сортування комплексно-зв'язаних пар чисел
csc(x)	Косеканс	fix(x)	Усікання дробової частини числа
csch(x)	Гіперболічний косеканс	floor(x)	Округлення до меншого цілого
acsc(x)	Арккосеканс	ceil(x)	Округлення до більшого цілого
acsch(x)	Гіперболічний арккосеканс	round(x)	Округлення до найближчого цілого
cot(x)	Котангенс	mod(x,y)	Залишок у сенсі модульної арифметики
coth(x)	Гіперболічний котангенс	rem(x,y)	Залишок від ділення
acot(x)	Арккотангенс		

Inf відповідає нескінченності (∞), а pi − числу π. Змінні *i*, *j* позначають уявну одиницю і використовувані для арифметичних операцій із комплексними числами [1, 4]. Тому не потрібно застосовувати ці змінні.

```
>>z=3+4*I
z=
   3.0000+4.0000i

>>Inf
ans =
     Inf

>>0/0
Warning: Divide by zero
ans=
  NaN
```

Рис. 1.4. Три змінні із заздалегідь закріпленими іменами

Матриця A і змінна *ans* (на рис. 1.1 і 1.2 відповідно) автоматично запам'ятовуються в робочій області і можуть бути використані протягом усього сеансу роботи з MATLAB.

За допомогою функції who можна вивести на екран список всіх змінних, що зберігаються в робочій області, як це проілюстровано на рис. 1.5.

```
>>who
Your variables are:
A   M   ans   m   z
```

Рис. 1.5. Використання функції who

Функція whos виводить на екран список змінних у робочій області разом із додатковою інформацією про їхній тип, розмірність і займану пам'ять.

Змінні можна видалити з робочої області за допомогою функції clear. Ця функція видаляє з робочої області всі дані (змінні і функції); clear variables видаляє всі змінні; clear name1 name2... видаляє змінні name1, name2 і так далі.

Виводити числа на екран можна в різних форматах. За умовчанням нецілі числа виводяться з чотирма розрядами після десяткової точки, але за допомогою функції format можна змінити формат виведення, як показано на рис. 1.6.

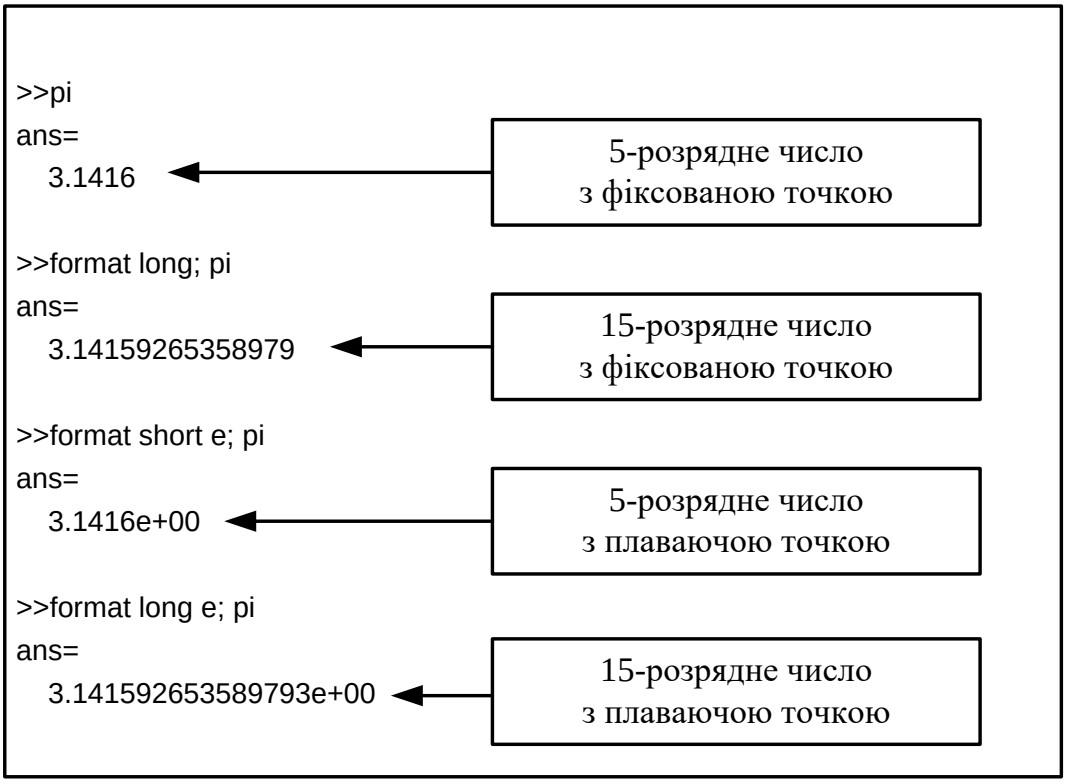


Рис. 1.6. Ілюстрація чотирьох форматів виведення чисел

Якщо задано якийсь визначений формат, то він зберігає силу, доки не буде змінений.

Зазначимо, що формат виведення не впливає на внутрішні обчислення в MATLAB, які завжди виконувані з подвійною точністю ПЕОМ.

1.4.2. Матриці

Основною обчислювальною одиницею у MATLAB є матриця. Вектори і скаляри можна розглядати як окремі випадки матриці. Матриця зазвичай записана у квадратні дужки [•]. Елементи рядка відділені пропусками або комами, а рядки розділені крапками з комою або поверненням каретки. Для введення матриць немає необхідності в спеціальних інструкціях, що вказують їхній тип або розмірність.

Елементи матриць можуть бути комплексними числами або містити тригонометричні та елементарні математичні функції.

Наприклад, нам треба ввести матриці A, B такого вигляду:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -4j & \sqrt{2} \\ \log(-1) & \sin(\pi/2) & \cos(\pi/3) \\ \text{asin}(0.8) & \text{acos}(0.8) & \exp(0.8) \end{bmatrix}; \; B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

Один із способів її введення (зовсім не єдиний) наведений на рис. 1.7.

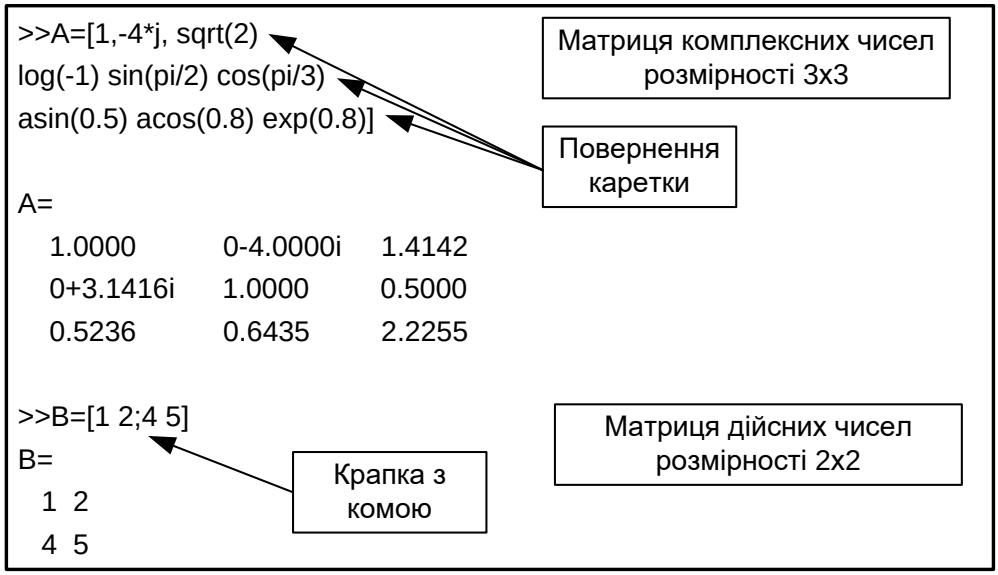


Рис. 1.7. Приклади введення матриць

До основних матричних операцій належать додавання, віднімання, транспонування, піднесення до степеня і так звані операції над масивами.

Матричні операції потребують узгодження розмірності. Це означає, що з додаванням і відніманням матриць вони повинні мати однакову розмірність. Якщо матриця A має розмірність $m \times n$, а матриця B – розмірність $p \times r$, то A ± B має сенс тільки тоді, коли $m = p$, $n = r$. Множення матриць A*B можливе лише в разі $n = p$. Особливим випадком є множення матриці на вектор. Передбачимо, що b є вектором (стовпцем) із p елементів. Множення матриці A розмірністю $n \times m$ на вектор можливе лише в разі $n = p$. У результаті буде отриманий вектор B = A*b розмірності $n \times 1$.

Приклади основних матрично-векторних операцій наведені на рис. 1.8.

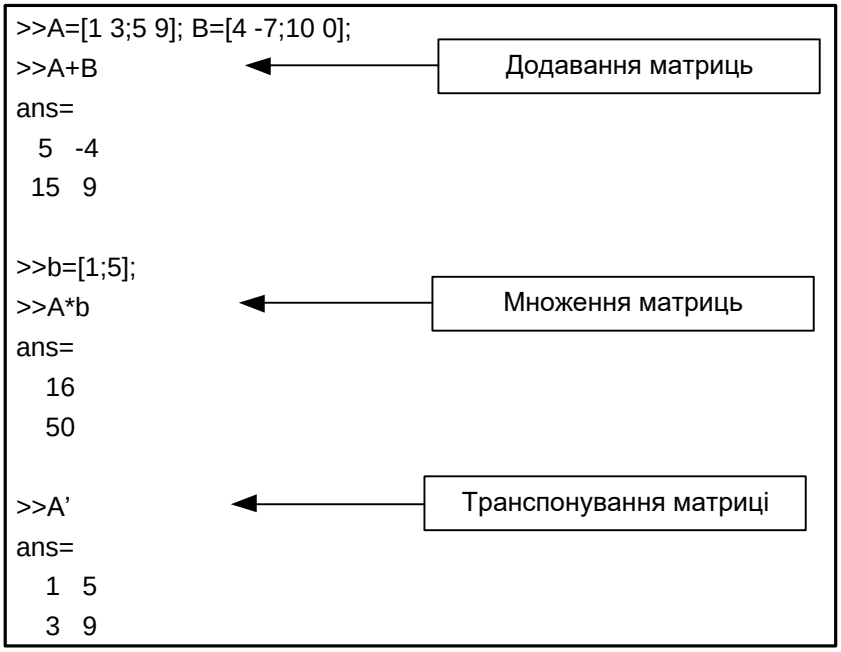


Рис. 1.8. Три основні матричні операції: додавання, віднімання і транспонування

Транспонування матриці позначають символом апострофа ('). За допомогою операцій транспонування і множення можна отримати так званий внутрішній добуток векторів. Пояснимо це на прикладі.

Передбачимо, що *w* і *v* є векторами розмірності *m* × 1. Тоді їхній внутрішній добуток (відомий також як добуток із крапкою) знаходять як *w'* * *v*. Внутрішній добуток двох векторів дає скалярну величину. Аналогічно можна обчислити зовнішній добуток двох векторів як *w* * *v'*. Зовнішній добуток двох векторів розмірності *n* × 1 дає матрицю розмірності *n* × *n*, ранг якої дорівнює одиниці. Приклади внутрішнього і зовнішнього добутків наведені на рис. 1.9.

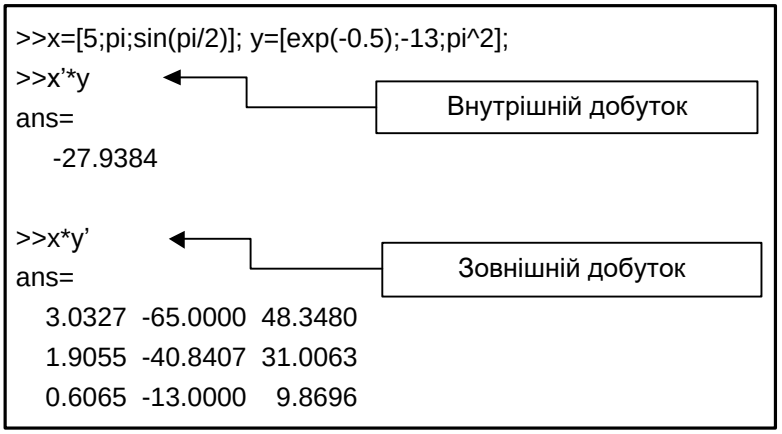


Рис. 1.9. Внутрішній і зовнішній добутки двох векторів

Основні матричні операції можна замінити поелементними діями з використанням зазначених вище операторів. Такі процедури відомі як операції над масивами. Найпростіші операції над масивами наведені в табл. 1.3. Операції додавання і віднімання є простими і не потребують вказівок щодо поелементної дії, проте для множення, ділення і піднесення матриці до степеня обов'язково потрібно вказувати крапку перед символом операції, як показано в табл. 1.3 [2-4].

Елементи добутку A.* B є добутками відповідних елементів матриць A і B. Приклади дій із двома масивами наведені на рис. 1.10.

Перш ніж переходити до важливого поняття графіки в MATLAB, необхідно зупинитися на поданні даних з використанням двокрапки.

Таблиця 1.3

Математичні оператори, що застосовують для масивів

+	Додавання
-	Віднімання
.*	Множення
./	Ділення
.^	Піднесення до степеня

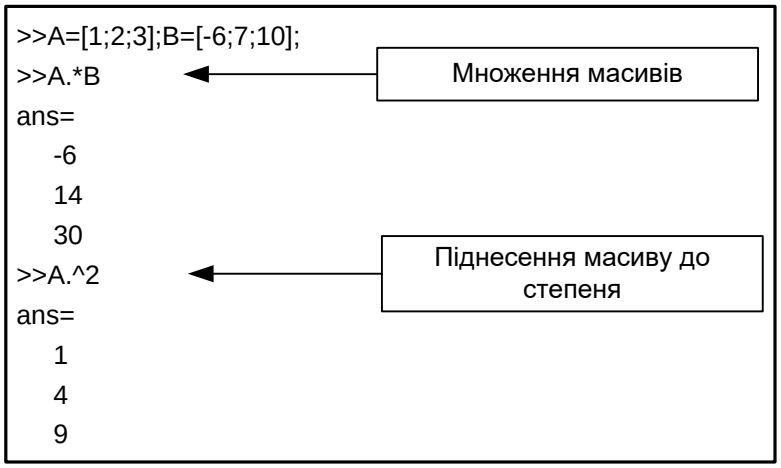


Рис. 1.10. Операції над масивами

Таке подання, опис якого наведений на рис. 1.11, дає змогу сформувати вектор, компонентами якого є числа, що починаються зі значення x_i і закінчуються значенням x_f та йдуть один за одним із заданим кроком dx. Цей прийом є корисним для побудови графіків.

Наприклад, потрібно побудувати графік функції $y = x \cdot \sin x$ для $x = 0; 0.1; 0.2; \ldots 1$. Перший крок полягає в тому, щоб отримати таблицю значень x і y. На рис. 1.11 показано, як за допомогою двокрапки можна сформувати вектор значень x, для яких мають бути обчислені значення функції y.

Вектор, відповідний шуканій функції, легко отримують за допомогою операції множення масивів. Після того як отримана таблиця значень x і y, побудова графіка функції $y = x \cdot \sin x$ не викликає проблем.

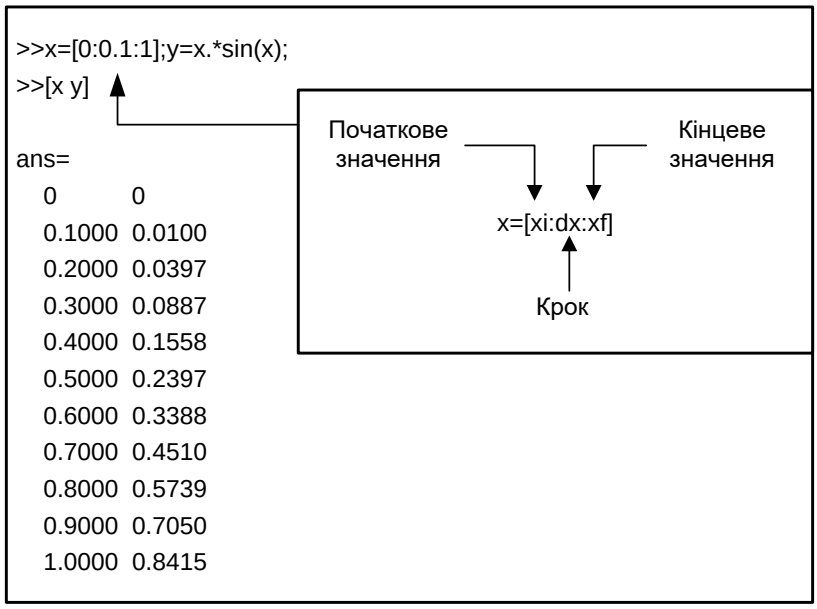


Рис. 1.11. Формування векторів за допомогою двокрапки

1.4.3. Графіка

Для подання графічних зображень MATLAB використовує графічний дисплей, що автоматично буде активізований із задаванням будь-якої функції, результатом яких має бути деякий графік (наприклад функції plot). Функція plot відкриває графічний дисплей, який має назву вікна Figure. Ви можете створити інше таке вікно за допомогою функції figure. В одному сеансі роботи з MATLAB може бути створено декілька графічних вікон. Для цього використовують функцію figure (n), яка створює *n*-не поточне вікно. Графічне зображення можна видалити з вікна за допомогою функції elf у командному рядку. Функція shg виводить на перший план поточне графічне вікно.

Існують дві основні групи графічних функцій. Перша група, що наведена в табл. 1.4, визначає тип графіка, а саме залежність між двома масивами даних (векторами) у звичайному масштабі, у напівлогарифмічному масштабі або логарифмічному масштабі по обох осях.

Таблиця 1.4

Формати графіків

plot(x,y)	Графік залежності між векторами x і y у звичайному масштабі
semilogx(x,y)	Графік залежності між векторами x і y. Масштаб по осі x логарифмічний (десяткові логарифми), масштаб по осі y лінійний
semilogy(x.y)	Графік залежності між векторами x і y. Масштаб по осі x лінійний, масштаб по осі y логарифмічний (десяткові логарифми)
loglog(x,y)	Графік залежності між векторами x і y. Масштаб по обох осях логарифмічний

Друга група функцій, наведена в табл. 1.5 [1-3], призначена для оформлення графіків через додавання заголовків і пояснювального тексту, позначення осей, зміну масштабів і розбиття графічного вікна на декілька підвікон.

Таблиця 1.5

Функції для оформлення графіків

title('text')	Поміщає над графіком заголовок 'text'
legend(st1,st2)	Поміщає на поточному графіку пояснення у вигляді заданих текстових рядків
xlabel ('text')	Позначає вісь *x* написом 'text'
ylabel ('text')	Позначає вісь *y* написом 'text'
text(p1,p2,'text')	Додає до поточного графіка напис 'text', починаючи з позиції (p1, p2), де (p1, p2) – координати точки по осях *x* і *y*
subplot	Розбиває графічне вікно на декілька підвікон
grid on	Наносить лінії сітки на поточний графік
grid off	Видаляє лінії сітки з поточного графіка
grid	Управляє виведенням сітки

Звичайні графіки будують за допомогою функції plot. На рис. 1.12 показано, як цю функцію застосовують для графічного подання залежності y від x відповідно до даних рис. 1.11. Масштаби по осях і типи ліній вибирають автоматично. Для позначення осей використовують функції xlabel і ylabel. Заголовок графіка виводять за допомогою функції title. Функція legend дає змогу розмістити на поточному графіку необхідні пояснення. За допомогою функції grid on на графік можна нанести сітку. Основний графік залежності між двома змінними будують за допомогою комбінації функцій plot, legend, xlabel, ylabel, title і grid on.

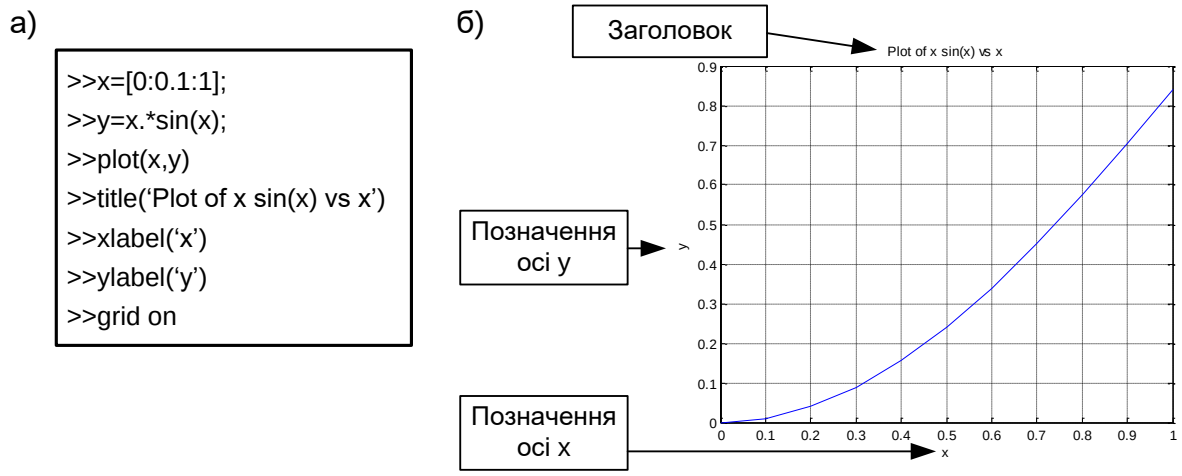


Рис. 1.12. Результат виконання функції plot:
а – команди MATLAB; б – графік функції $y = x \sin(x)$

На графіку можна побудувати декілька ліній, використовуючи функцію plot із різними аргументами, як показано на рис. 1.13. Можна також змінити тип ліній, прийнятих за умовчанням. Позначення типів ліній наведені в табл. 1.6. Типи ліній, задані користувачем, будуть вибрані автоматично.

На рис. 1.13 наведений приклад використання функції legend і зміни типу ліній.

Таблиця 1.6

Типи ліній для оформлення графіків

-	Суцільна лінія
--	Штрихова лінія
:	Пунктирна лінія
-.	Штрих-пунктирна лінія

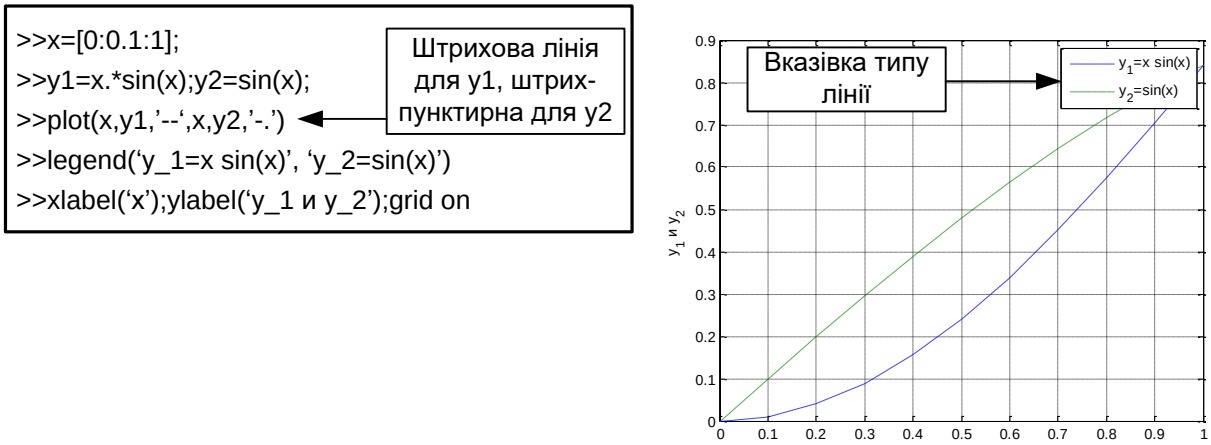


Рис. 1.13. Побудова декількох ліній на одному графіку

Графічний дисплей можна розбити на декілька підвікон меншого розміру. Функція subplot (m, n, p) ділить графічний дисплей на $m \times n$ підвікон (m – кількість «рядків», n – кількість «стовпців»), а цілий параметр p визначає номер підвікна. Нумерація йде зліва направо і зверху вниз, як показано на рис. 1.14, де основне графічне вікно розбите на два підвікна.

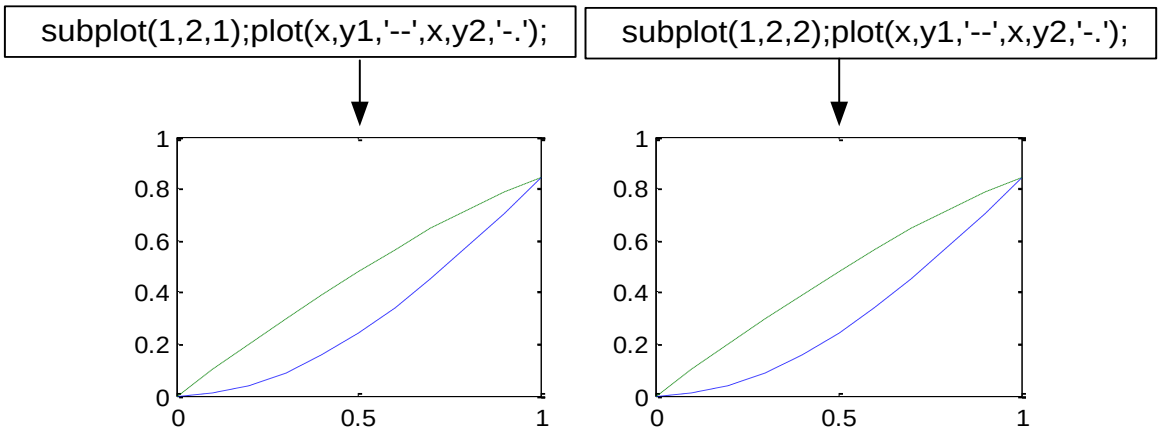


Рис. 1.14. Використання функції subplot для розбиття графічного вікна на два підвікна

1.5. Деякі функції пакета Cotrol System Toolbox програмної оболонки MATLAB

1.5.1. Задавання передаточної функції динамічної ланки

Для задавання передаточної функції

$$K(p)=\frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \ldots + b_1 p + b_0}{a_k p^k + a_{k-1} p^{k-1} + \ldots + a_1 p + a_0},\ k \ge m$$

у командному вікні (Command Window) набирають [2-4]

$$\mathrm{K=tf}\left(\left[\mathrm{b_m\ b_{m\text{-}1} \ldots\ b_1\ b_0}\right],\left[\mathrm{a_k\ a_{k\text{-}1} \ldots\ a_1\ a_0}\right]\right),$$

де b_i та a_r – коефіцієнти многочленів, що стоять у чисельнику та знаменнику передаточної функції $K(p)$, які набирають через пропуск або кому, починаючи з більших номерів.

Якщо наприкінці набору не поставлено знак ";", то після введення функції tf(·) командою Enter у командному вікні з'являється набрана передаточна функція (у пакеті MATLAB змінна Лапласа p відображена літерою s).

Приклад. Необхідно задати передаточну функцію ланки

$$K_1(p)=\frac{10}{0{,}5p+1}.$$

У командному вікні (Command Window) набираємо

```
>> k1=tf([10],[0.5 1]).
```

Після натискання на клавішу Enter отримуємо

Transfer function:

10

---------.

0.5 s + 1

1.5.2. Задавання передаточної функції з'єднань динамічних ланок

Для задавання передаточної функції з'єднань ланок необхідно спочатку задати передаточні функції окремих ланок, після чого записати вираз для з'єднань відповідно до таких правил:

– послідовне з'єднання ланок

$$K=K1*K2;$$

– паралельне з'єднання ланок

$$K=K1+K2;$$

– зустрічно паралельне з'єднання ланок

$$K=K1/(1\mp K1*K2),$$

де знак «–» записано для позитивного, а «+» для негативного зворотного зв’язку.

Крім того, для негативного зворотного зв’язку є спеціальна функція

$$K=feedback(K1,K2).$$

Вона дає кращий результат, тому що з її виконанням здійснювана мінімізація многочленів чисельника і знаменника.

Приклад. Необхідно задати передаточну функцію ланки, створеної у вигляді охоплення ланки з передаточною функцією

$$K_1(p) = \frac{10}{0,5p+1}$$

негативним зворотним зв'язком через ланку

$$K_2(p) = \frac{0,5p}{0,1p+1}.$$

У командному вікні набираємо

```
>> k1=tf([10],[0.5 1]);k2=tf([0.5 0],[0.1 1]);k=feedback(k1,k2).
```

Після натискання на клавішу Enter отримуємо

```
Transfer function:
     s + 10
----------------.
0.05 s^2 + 5.6 s + 1
```

Як бачимо, результат записаний зі скороченням загального множника $(0,5p+1)$.

1.5.3. Побудова імпульсної та перехідної характеристик динамічної системи

Для побудови імпульсної та перехідної характеристик у командному вікні набирають відповідно [1-3]

impulse(K)
step(K) ,

де K – передаточна функція, яка задана за допомогою функції tf(·).

Після введення функцій з'являється вікно Figure 1, у якому побудована задана характеристика.

Для нанесення масштабної сітки необхідно після запису відповідної функції додати в командний рядок запис grid (наприклад step(K);grid).

Якщо необхідно побудувати графік на заданому інтервалі часу, у дужках після коми вказують його значення (наприклад step(K,4)).

Для побудови декількох графіків на одному рисунку в дужках через кому записують перелік передаточних функцій.

Приклад. Розрахувати перехідні характеристики ланки

$$K_1(p) = \frac{10}{0{,}5p + 1}$$

до та після охоплення її негативним зворотним зв’язком через ланку

$$K_2(p) = \frac{0{,}5p}{0{,}1p + 1}.$$

У командному вікні набираємо

```
>> k1=tf([10],[0.5 1]);k2=tf([0.5 0],[0.1 1]);k=feedback(k1,k2);
>> step(k,k1);grid.
```

Після натискання на клавішу Enter отримуємо графік Figure 1, наведений на рис. 1.15.

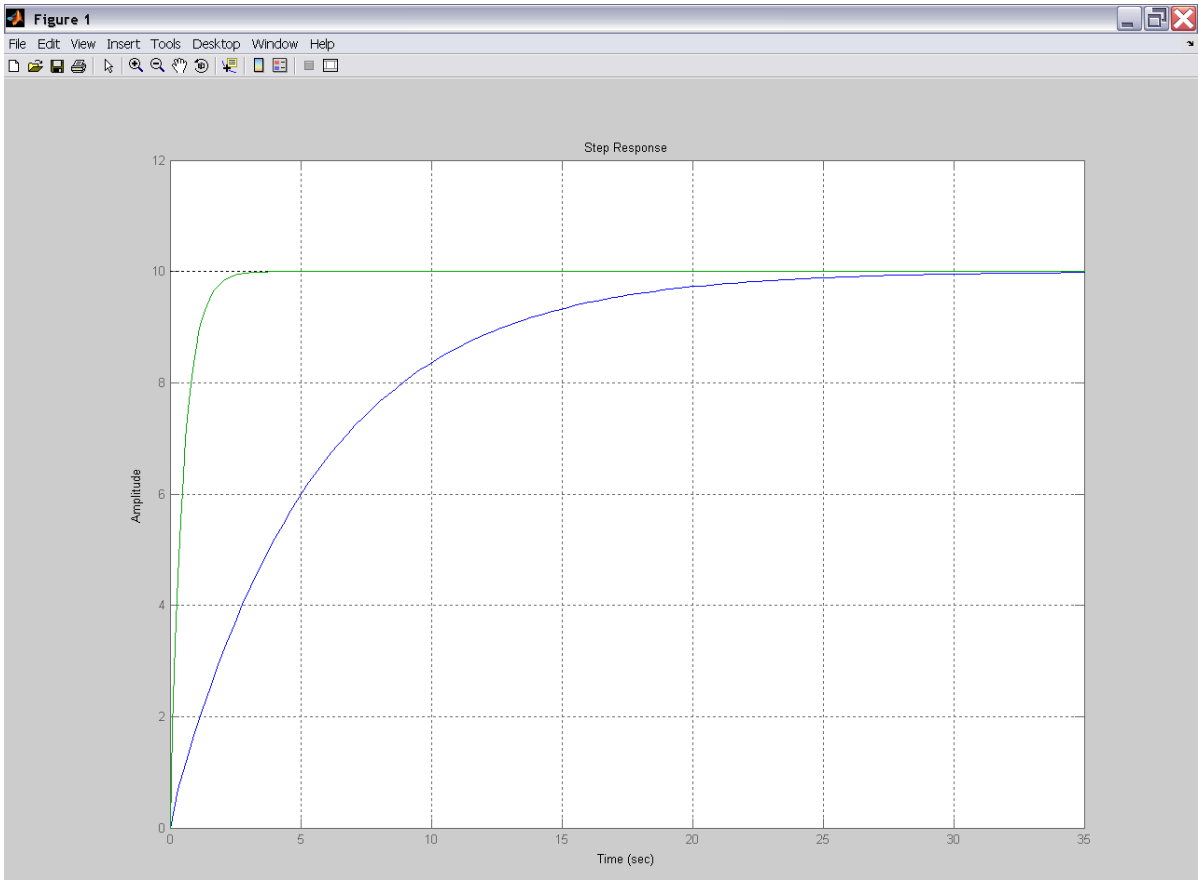


Рис. 1.15

У MATLAB можлива обробка графіка (зміна кольору, типу і ширини ліній, введення позначень, надписів та ін.) і передавання його в зовнішні об'єкти (друкування, розміщення в документах Word, Excel, Visio). Для цього застосовують кнопки командного рядка графіка.

Для перенесення отриманої характеристики в документ Word необхідно спочатку відкрити документ Word, після чого викликати вікно Figure 1. Далі в командному рядку вікна Figure 1 необхідно відкрити меню Edit і активізувати опцію Copy Figure. Тепер необхідно ввести копію у виділене місце документа Word натисканням кнопки «Вставить».

Наприклад, після визначення часу регулювання, зміни кольору, типу і ширини ліній і перенесення в документ Word графік рис. 1.15 набуває вигляду, показаного на рис. 1.16.

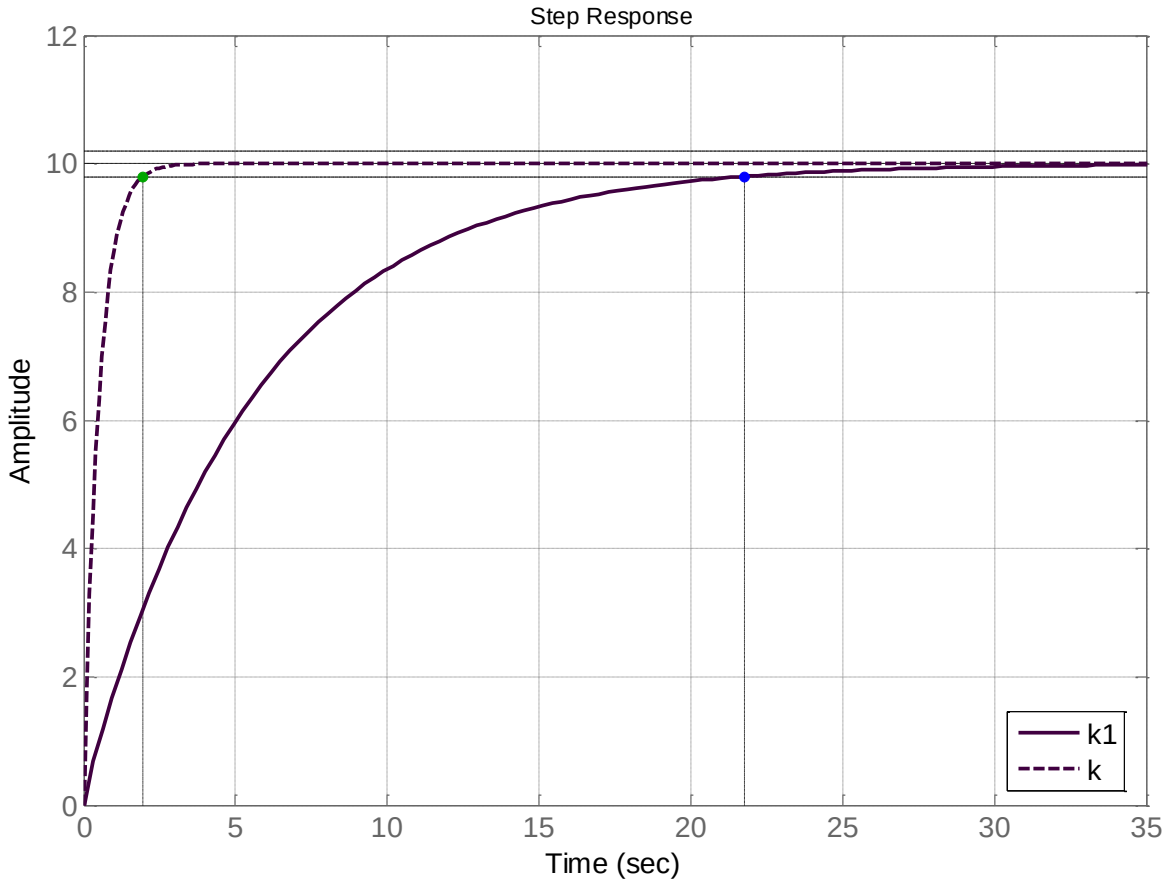


Рис. 1.16

1.6. Завдання

Виконати індивідуальні завдання відповідно до заданого варіанта. Результати подати викладачу для перевірки та оформити у звіті з лабораторної роботи.

Приклад індивідуального завдання

1. У командному рядку задайте дві матриці:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & \cos\pi \\ e^{-1} & 10 + j\sqrt{2} \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 6j & -\mathrm{tg}(\pi/4) \\ \pi & 16 \end{bmatrix}.$$

За допомогою MATLAB виконайте такі операції:

а) A';

б) $A + B$;

в) $A.*B$;

г) $A*B$.

2. Дано систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases} 5x + 6y + 10z = 4, \\ -3x + 14z = 10, \\ -7y + 21z = 0. \end{cases}$$

Запишіть ці рівняння у векторно-матричній формі та отримайте їхній розв'язок відносно *x*, *y* та *z*.

3. Сформуйте вектор (масив) x, $0 \le x \le 10$ за допомогою двокрапки з кроком 0,1.

Побудуйте графік функції $y(x) = e^{ax} \sin \pi x$ для $a = -0,25$ та $a = 0,25$:

а) в одному графічному вікні;

б) у двох графічних вікнах.

4. Схема математичної моделі системи наведена на рис. 1.17.

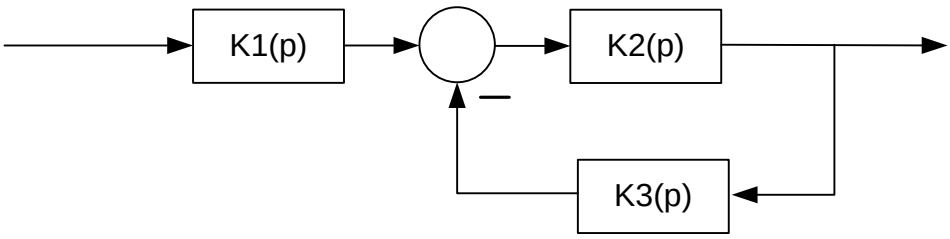


Рис. 1.17

Передаточні функції блоків:

$$K_1(p)=\frac{1}{0{,}5p+1},\ K_2(p)=\frac{5}{p^2+p},\ K_3=2.$$

Виконайте такі завдання:

1) задайте передаточні функції блоків у командному вікні;

2) розрахуйте передаточну функцію системи $K(p)$;

3) розрахуйте перехідні характеристики блока $K1(p)$ і системи $K(p)$ в одному графічному вікні.

1.7. Зміст звіту

1. Назва і мета роботи.

2. Результати виконання індивідуального завдання.

2. Побудова моделі двигуна постійного струму в пакеті SIMULINK

2.1. Мета роботи

1. Ознайомитися з пакетом моделювання SIMULINK.

2. Засвоїти методику побудови математичної моделі об’єкта в пакеті SIMULINK за відомими рівняннями «вхід-вихід».

2.2. Програма роботи

1. Ознайомлення з пакетом моделювання SIMULINK.

2. Побудова моделі двигуна постійного струму в пакеті SIMULINK.

2.3. Підготовка до роботи

1. За рекомендованою літературою [2-5] і конспектом лекцій у позааудиторний час виконати такі завдання:

– вивчити мету, програму і вказівки щодо виконання роботи;

– ознайомитися з призначенням пакета моделювання SIMULINK та основними правилами користування пакетом;

– повторити принцип дії двигуна постійного струму з незалежним збудженням.

2. Підготувати бланк звіту з лабораторної роботи. Навести логічну схему причинно-наслідкових зв'язків між діями та основні рівняння двигуна постійного струму з незалежним збудженням. За основними рівняннями двигуна визначити оператори передавання та передаточні функції відповідних блоків. Побудувати схему математичної моделі двигуна.

3. Підготувати відповіді на контрольні запитання.

2.4. Призначення та основні правила користування пакетом SIMULINK

Пакет розширення SIMULINK інтегрований у систему MATLAB, його запускають за допомогою кнопки на панелі інструментів (рис. 2.1). Із натисненням цієї кнопки відкривається вікно інтегрованого браузера бібліотек (Library Browser).

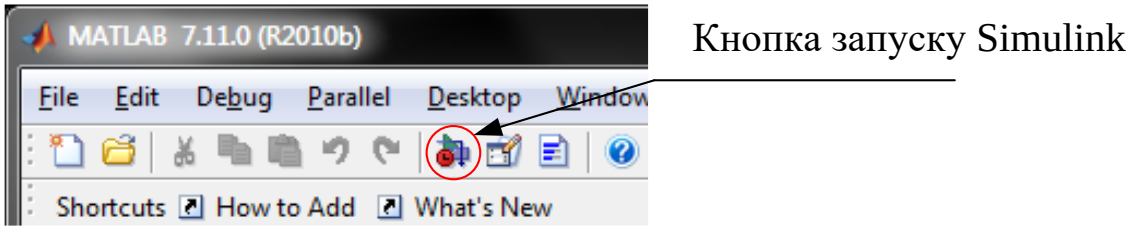


Рис. 2.1. Запуск SIMULINK

За допомогою меню браузера або кнопок на його панелі інструментів можна відкрити вікно для створення нової моделі або завантажити вже існуючу (рис. 2.2).

Для побудови блок-схеми пристроїв, що моделюють у SIMULINK, застосовують бібліотеку блочних компонентів (SIMULINK Library) і редактор блок-схем. Використовуючи набори компонентів, користувач за допомогою миші переносить потрібні блоки з наборів до вікна моделі та з'єднує лініями входи і виходи блоків. У такий спосіб створюють блок-схему системи або пристрою, тобто її математичну модель.

Блоки, що застосовують найчастіше, подані в табл. 2.1 [3, 4].

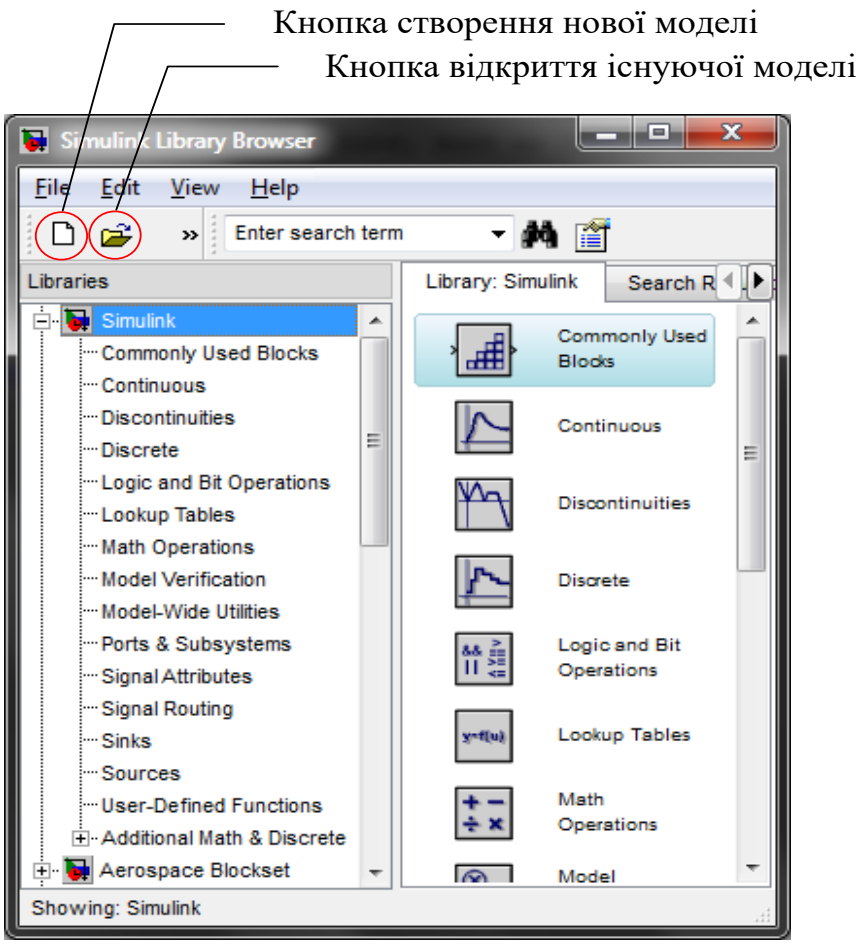
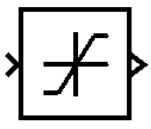
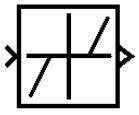


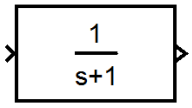
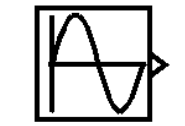
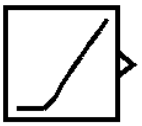
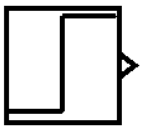
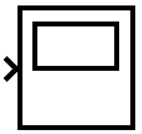
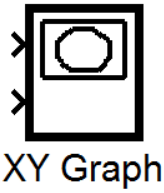
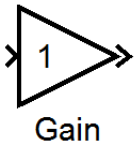
Рис. 2.2. Вікно браузера бібліотек

Таблиця 2.1

Блоки SIMULINK, що використовують найчастіше

Група блоків	Позначення	Призначення та характеристики
1	2	3
Discontinuities (нелінійні блоки)	 Saturation	Блок обмеження. Являє собою нелінійний пристрій, сигнал на вході якого дорівнює вхідному до тих пір, поки не досягне порогів обмеження: верхнього Upper limit або нижнього Lower limit
	 Dead Zone	Блок із зоною нечутливості. Вікно параметрів цього блока містить межі зони нечутливості Start of dead zone і End of dead zone

Продовження табл. 2.1

1	2	3
Continuous (блоки неперервних функцій)		Блок передаточної функції створює передаточну функцію $K(p) = b(p)/a(p)$ у вигляді відношення поліномів заданого ступеня. Коефіцієнти поліномів чисельника та знаменника задані в параметрах блока
Sources (джерела сигналів і діянь)		Джерело синусоїдальної дії. Має амплітуду (Amplitude), частоту (Frequency), фазу (Phase) та еталонний час (Sample time)
		Джерело лінійно наростаючої дії вигляду $F(t) = k \cdot t$. Параметрами джерела є кутовий коефіцієнт часової залежності k (Slope); час, починаючи з якого дія зростає (Start time), і початковий рівень дії (Initial value)
		Джерело дії у вигляді одиночного перепаду. Параметрами джерела є час появи перепаду (Step time); початкове значення діяння (до перепаду) (Initial value); кінцеве значення дії (після перепаду) (Final value) та еталонний час (Sample time)
Sinks (віртуальні регістратори)		Віртуальний осцилограф, що дає змогу подати результати моделювання у вигляді часових діаграм
		Віртуальний графопобудовник, що дає змогу будувати графіки в полярній системі координат, фазові портрети та ін.
Математичні блоки		Блок додавання. У вікні параметрів блока можна встановити кількість входів блока з операціями, що за ними виконувані
		Блок масштабування даних (множення на заданий коефіцієнт – константу)

Приклад. Скласти схему дослідження перехідної характеристики системи, математична модель якої наведена на рис. 1.17.

Передаточні функції блоків:

$$K_1(p)=\frac{1}{0,5p+1},\ K_2(p)=\frac{5}{p^2+p},\ K_3=2.$$

Передаточні функції $K_1(p)$, $K_2(p)$ модельовані блоками Transfer function (табл. 2.1). Оператор передавання K_3, який є підсилювальною ланкою, доцільно моделювати блоком Gain (рис. 2.3).

Для дослідження перехідної характеристики застосовують вхідне діяння $x(t)=1(t)$. У пакеті SIMULINK воно модельоване блоком Step. Для спостереження перехідної характеристики до виходу моделі підключають віртуальний осцилограф Scope.

Вказані блоки переносимо з наборів до вікна моделі і з'єднуємо лініями входи і виходи блоків відповідно до схеми, після чого відкриваємо блоки та встановлюємо задані параметри. У блоці Step час появи перепаду (Step time) встановлюємо рівним нулю.

Для повороту або дзеркального відображення блока потрібно натиснути на його графічному зображенні правою кнопкою миші та скористатися пунктом Format → Rotate Block або Flip Block (на рис. 2.3 блок Gain повернуто дзеркально операцією Flip Block).

Для підвищення точності моделювання необхідно в командному рядку вікна моделі відкрити закладку Simulation → Configuration Parameters і встановити задану відносну точність (Relative tolerance).

Запускають моделювання натисненням кнопки ► (Start Simulation). Результати моделювання спостерігають після двократного натиснення на блок Scope. Для автоматичного встановлення максимального масштабу спостереження необхідно натиснути кнопку «бінокль» (рис. 2.4).

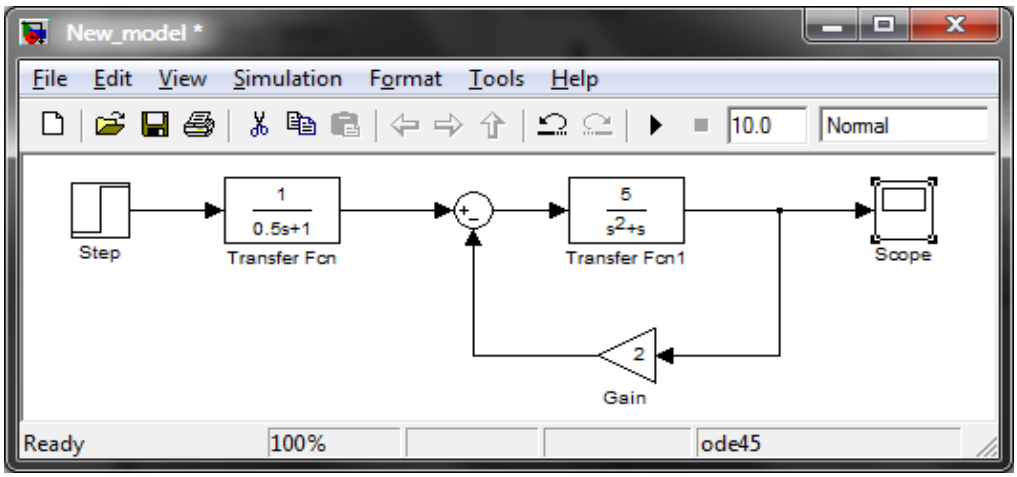


Рис. 2.3. Вікно моделі

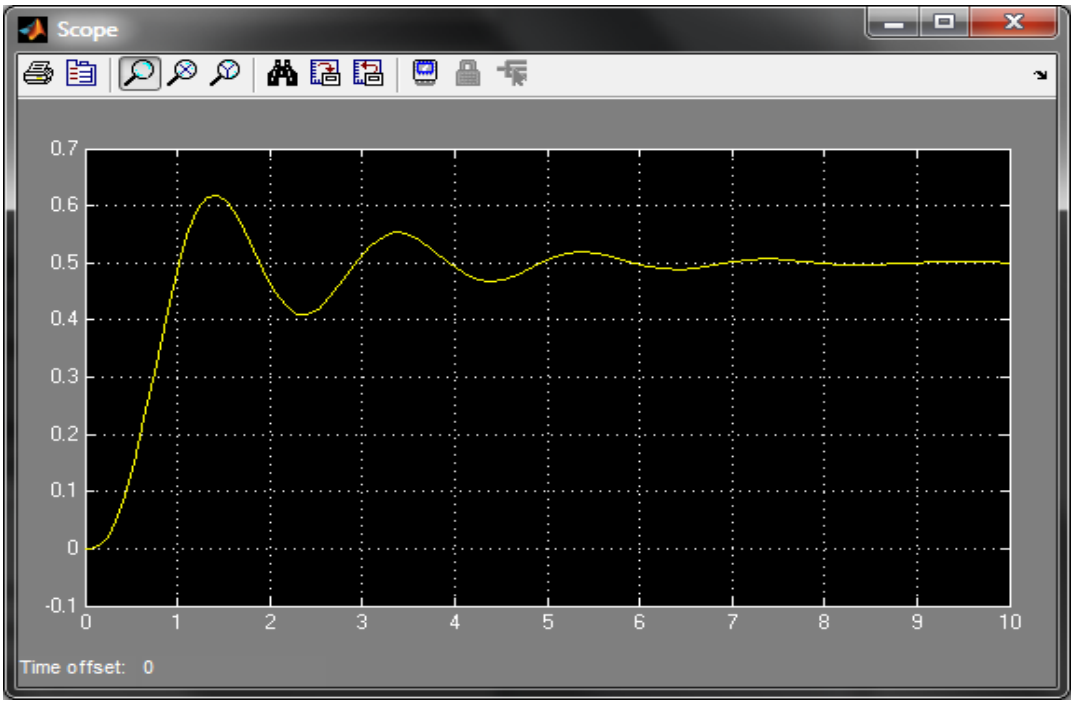


Рис. 2.4. Результат будування перехідної характеристики

2.5. Принцип дії та основні рівняння двигуна постійного струму з незалежним збудженням

Схему виконавчого двигуна постійного струму з незалежним збудженням (ВД) зображено на рис. 2.5. На статорі розташовані обмотки збудження (на рисунку не показані), які створюють постійний магнітний

потік Φ. До якірної обмотки за допомогою щітково-колекторного пристрою підведена напруга керування U. Зі взаємодією струму якоря I із магнітним потоком Φ виникають сили Ампера F, які ведуть до створення обертального моменту [5]

$$M = c_M I, \tag{2.1}$$

де c_M – постійна двигуна за моментом, Н·м/А.

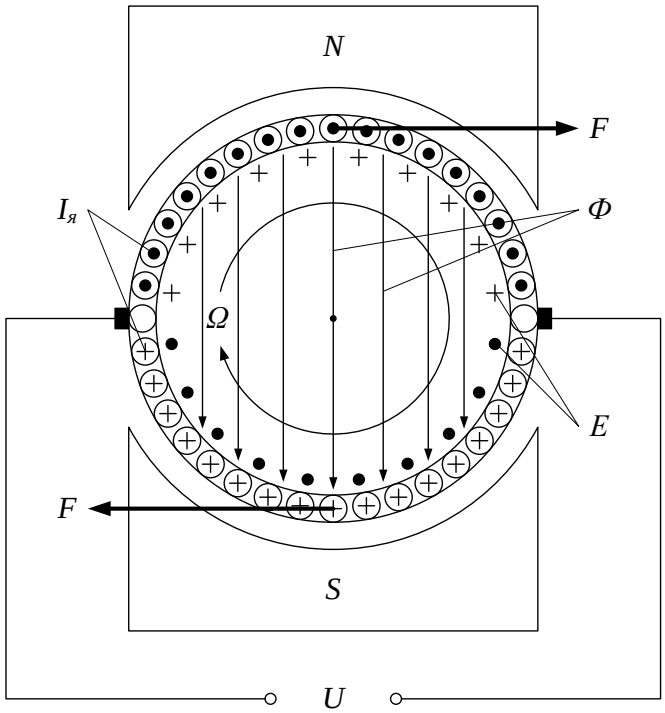


Рис. 2.5. Принцип дії двигуна постійного струму

Унаслідок цього якір починає обертатися з кутовим прискоренням

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J}\left(M - M_{\text{с}}\right), \tag{2.2}$$

де Ω – кутова швидкість обертання, рад/с;

$M_{\text{с}}$ – момент сил опору, Н·м;

J – момент інерції мас, що обертаються, кг·м^2.

З обертанням у якорі, відповідно до закону електромагнітної індукції, виникає електрорушійна сила, спрямована в напрямку, протилежному струму (проти-е.р.с.)

$$E = c_E \Omega . \tag{2.3}$$

Проти-е.р.с. пропорційна швидкості обертання якоря з коефіцієнтом пропорційності c_E, який називають постійною двигуна за проти-е.р.с., В·с/рад.

Коло живлення якоря зображено на рис. 2.6.

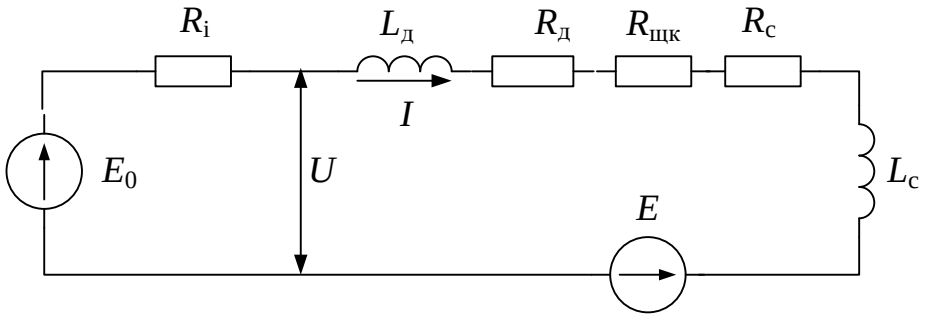


Рис. 2.6. Еквівалентна схема кола живлення якоря

Тут E_0, $R_{\text{і}}$ – е.р.с. і внутрішній активний опір джерела, $R_{\text{с}}$ і $L_{\text{с}}$ – активний опір та індуктивність секції якірного кола двигуна, $R_{\text{д}}$ і $L_{\text{д}}$ – активний опір та індуктивність додаткових обмоток, $R_{\text{щк}}$ – активний опір щітково-колекторного пристрою.

На підставі першого закону Кірхгофа маємо, що динаміка процесів у колі живлення якоря описана диференціальним рівнянням [5]

$$RI + L\frac{dI}{dt} = E_0 - E , \tag{2.4}$$

де $R = R_{\text{с}} + R_{\text{д}} + R_{\text{і}} + R_{\text{щк}}$;

$L = L_{\text{с}} + L_{\text{д}}$ – повні активний опір та індуктивність кола живлення якоря.

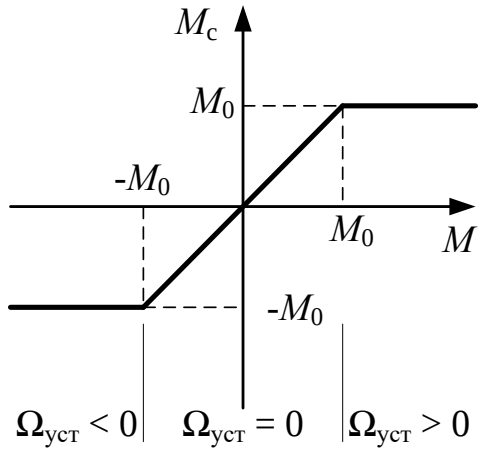
Із рис. 2.6 також можна встановити, що напруга на вхідних затискачах двигуна дорівнює

$$U = E_0 - R_{\text{і}} \cdot I \,. \tag{2.5}$$

Отже, рух двигуна постійного струму визначений рівняннями (2.1) – (2.5).

Зовнішніми діяннями є е.р.с. E_0 джерела живлення якірного кола і момент сил опору $M_{\text{с}}$. Як вихідну величину можна розглядати, залежно від мети дослідження, швидкість обертання якоря Ω, обертальний момент M, струм якоря I або напругу U на вхідних затискачах двигуна.

Момент сил опору $M_{\text{с}}$ у загальному випадку має декілька складових, обумовлених силами сухого та в'язкого тертя. Надалі обмежимося врахуванням лише сил сухого тертя. Природа сил сухого тертя така, що за малих значень обертального моменту M момент сил тертя дорівнює йому, а для $M \geq M_0$ момент сил тертя залишається постійним (рис. 2.7).



$$M_{\text{с}} = \begin{cases} M, \text{ при} \left|M\right| < M_0, \\ M_0 \cdot \text{sign}\left(M\right), \text{ при } \left|M\right| \geq M_0. \end{cases} \tag{2.6}$$

Рис. 2.7. Залежність моменту сил опору від величини обертального моменту

Із цієї причини якір двигуна залишається нерухомим до тих пір, поки величина обертального моменту не досягне значення $\pm M_0$.

Логічна схема причинно-наслідкових зв'язків між величинами, що входять до рівнянь динаміки двигуна, наведена на рис. 2.8.

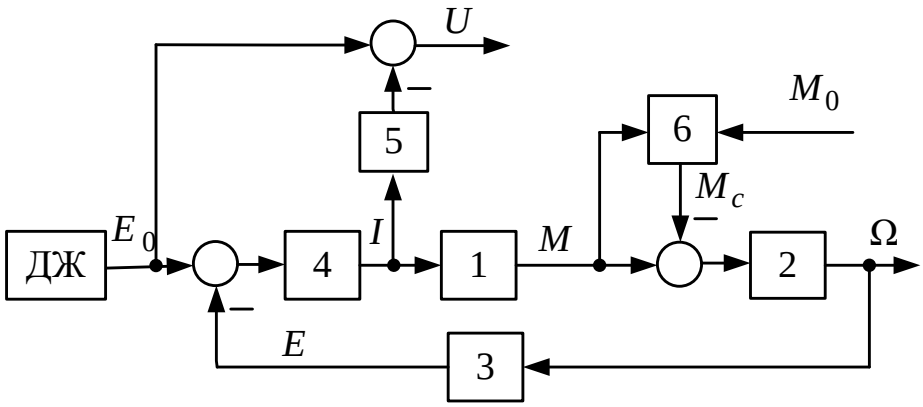


Рис. 2.8. Логічна схема причинно-наслідкових зв'язків між діяннями у двигуні постійного струму: ДЖ – джерело живлення; 1 – 6 – оператори передавання блоків

2.6. Методика визначення передаточної функції динамічного блока за рівнянням «вхід-вихід»

Процеси, що відбуваються в лінійних стаціонарних об'єктах неперервної дії, описують лінійними диференціальними рівняннями «вхід-вихід» із постійними коефіцієнтами

$$a_k \cdot y^{(k)}(t) + a_{k-1} \cdot y^{(k-1)}(t) + \ldots + a_1 \cdot y'(t) + a_0 \cdot y(t) = \\ = b_0 \cdot x(t) + b_1 \cdot x'(t) + \ldots + b_m \cdot x^{(m)}(t). \qquad (2.7)$$

Введемо в розгляд оператор (символ) диференціювання D, дія якого на довільну функцію $u(t)$ визначена за правилом [6]

$$D^i u(t) = u^{(i)}(t) = \frac{d^i u(t)}{dt^i}.$$

Запишемо рівняння «вхід-вихід» (2.7) в операторній (символьній) формі:

$$a_k \cdot D^k y(t) + a_{k-1} \cdot D^{k-1} y(t) + \ldots + a_1 \cdot Dy(t) + a_0 \cdot y(t) =$$
$$= b_0 \cdot x(t) + b_1 \cdot Dx(t) + \ldots + b_m \cdot D^m x(t).$$

Винесемо функції часу за дужки:

$$\left(\sum_{i=0}^{k} a_i \cdot D^i \right) y(t) = \left(\sum_{l=0}^{m} b_l \cdot D^l \right) x(t).$$

Якщо формально розв'язати отриманий вираз відносно вихідної величини $y(t)$, його можна записати в такому вигляді:

$$y(t) = K(D) \cdot x(t), \qquad (2.8)$$

де $K(D)$ – оператор передавання об'єкта,

$$K(D) = \sum_{l=0}^{m} b_l \cdot D^l \Big/ \sum_{i=0}^{k} a_i \cdot D^i. \qquad (2.9)$$

Запис диференціального рівняння в операторній формі (2.8) застосовують для побудови схеми математичної моделі блока в часовій області, яка зображена на рис. 2.9.

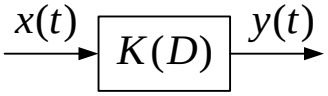


Рис. 2.9

Передаточною функцією об'єкта $K(p)$ називають перетворення Лапласа її імпульсної характеристики [6]

$$K(p) = \int_0^{\infty} k(t) \cdot e^{-pt} dt = L\{k(t)\},$$

де $L\{\cdot\}$ – оператор (символ) перетворення, за Лапласом;

$p = \sigma + j\omega$ – комплексний аргумент (змінна Лапласа).

Із властивостей перетворення Лапласа відомо, що передаточна функція об'єкта може бути знайдена за її оператором передавання формальною заміною символу диференціювання D на змінну Лапласа p:

$$K(p) = K(D)\Big|_{D=p}. \qquad (2.10)$$

2.7. Вказівки щодо виконання роботи

2.7.1. Ознайомлення з пакетом моделювання SIMULINK

Виконати індивідуальне завдання з дослідження системи в пакеті SIMULINK. Результати подати викладачу для перевірки.

2.7.2. Побудова моделі двигуна постійного струму в пакеті SIMULINK

1. Скласти схему математичної моделі двигуна (виконують під час підготовки до лабораторної роботи).

Користуючись рівняннями (2.1) – (2.6), записати відповідні їм оператори передавання і передаточні функції. Користуючись схемою

причинно-наслідкових зв’язків (рис. 2.8), навести схему математичної моделі двигуна.

2. Скласти блок-схему моделі двигуна в пакеті SIMULINK.

У командному рядку бібліотеки користувача SIMULINK Library Browser створити новий файл і назвати його (користуватися лише англійськими літерами та цифрами).

На підставі отриманих у п. 1 схеми математичної моделі двигуна постійного струму та передаточних функцій занести з бібліотеки у файл необхідні блоки та з'єднати їх між собою. Задати передаточні функції кожного з компонентів схеми. Після виконання завдання зберегти файл у папці «Мої документи».

2.8. Зміст звіту

1. Назва і мета роботи.

2. Схема причинно-наслідкових зв'язків між діями у двигуні постійного струму (рис. 2.8).

3. Аналітичні вирази рівнянь (2.1) − (2.6), що визначають роботу двигуна постійного струму, а також отриманих на підставі них операторів передавання та передаточних функцій (виконують під час самостійної роботи).

4. Схеми математичної моделі та моделі двигуна в пакеті SIMULINK.

Контрольні запитання

1. Викладіть алгоритм знаходження оператора передавання за диференціальним рівнянням «вхід-вихід».

2. Визначення передаточної функції об'єкта.

3. Як пов’язані між собою передаточна функція та диференціальний оператор передавання?

4. Диференціальне рівняння «вхід-вихід» об'єкта має вигляд

$$a_1 \cdot y'(t) + a_0 \cdot y(t) = b_0 \cdot x(t).$$

Виконати такі завдання:

1) записати диференціальний оператор передавання $K(D)$ і передаточну функцію $K(p)$;

2) скласти схему дослідження перехідної характеристики об'єкта в пакеті SIMULINK (вхідна дія – одинична функція – задати блоком Step, спостереження виходу – за допомогою віртуального осцилографа Scope).

3. Розрахунок параметрів моделі двигуна постійного струму в пакеті MATLAB

3.1. Мета роботи

1. Засвоїти методику складання скрипту в пакеті MATLAB.

2. Навчитися розраховувати параметри математичної моделі двигуна постійного струму за паспортними даними.

3.2. Програма роботи

1. Ознайомлення з методикою складання скрипту в пакеті MATLAB.

2. Розроблення скрипту для розрахунку параметрів моделі двигуна постійного струму в пакеті MATLAB.

3.3. Підготовка до роботи

1. За рекомендованою літературою [1-4] і конспектом лекцій у позааудиторний час виконати такі завдання:

– вивчити мету, програму і вказівки щодо виконання роботи;

– ознайомитися з методикою та основними правилами складання скрипту в пакеті MATLAB;

– повторити принцип дії та основні рівняння двигуна постійного струму з незалежним збудженням.

2. Підготувати бланк звіту з лабораторної роботи.

3. Підготувати відповіді на контрольні запитання.

3.4. Методика та основні правила складання скрипту в пакеті MATLAB

Користуючись пакетом MATLAB на рівні командних рядків, у вікні Command Window вводять інструкції та функції, які надалі MATLAB інтерпретує у послідовність дій і виконує їх. Такий режим зручний у тих випадках, коли сеанс роботи в середовищі MATLAB є коротким і не містить повторюваних операцій. Однак дійсна потужність MATLAB щодо аналізу і синтезу складних об'єктів і систем полягає в можливості виконання довгої послідовності команд, записаних у вигляді файлу. Такі файли називають М-файлами, тому що їхні імена мають вигляд **.m* [3, 4]. Одним із видів М-файлу є скрипт. Скрипти – це звичайні текстові файли у форматі ASCII, які створюють за допомогою текстового редактора.

Скрипт являє собою послідовність звичайних інструкцій і функцій, використовуваних на рівні командного рядка. Скрипт викликають також на рівні командного рядка введенням імені файлу або за допомогою спадного меню. Кожен скрипт може викликати також інші скрипти. У випадку виклику скрипту MATLAB відразу починає виконання інструкцій і обчислення функцій, що входять у файл, не очікуючи введення командного рядка.

Для побудови скрипту необхідно в командному рядку MATLAB викликати команду File→New M-file. У вікні редактора (Editor), що відкрилося, записують скрипт за допомогою текстового редактора. Наприклад, на рис. 3.1 скрипту присвоєно ім'я Ivanov1.m (ім'я *m*-файлу має бути набране тільки англійським шрифтом без пробілів і символів, крім цифр).

Увага!

1. Формули і значення змінних набирають за звичайними правилами MATLAB.

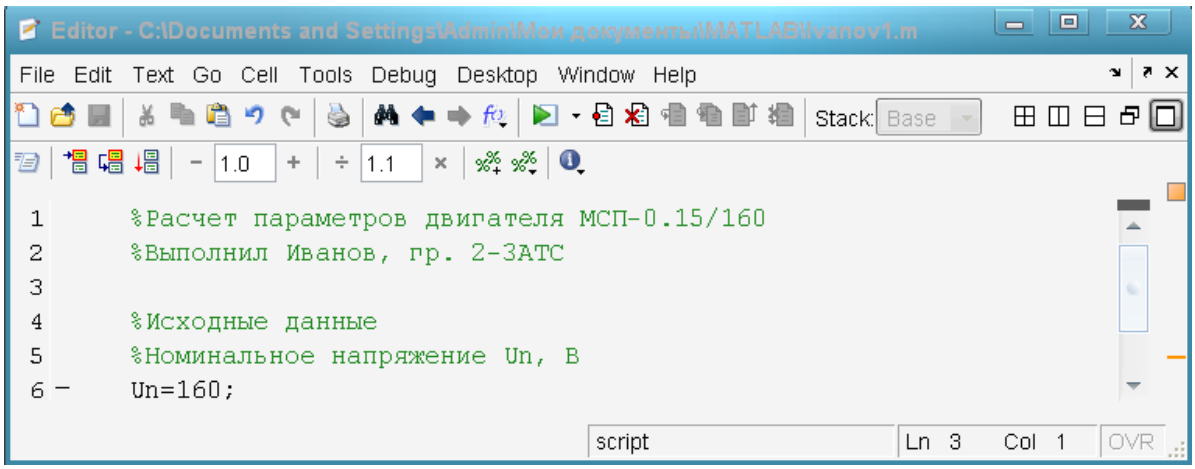


Рис. 3.1

2. Ті значення, які необхідно вивести на екран після виконання скрипту, записують без крапки з комою наприкінці оператора.

3. Якщо під час написання скрипту праворуч з’явився червоний квадрат, необхідно перевірити правильність запису.

4. Необхідно ретельно стежити за розмірністю, єдністю позначень і послідовністю задавання величин (невизначена величина не може бути застосована для розрахунків), інакше скрипт не може бути виконаний або буде давати неправильні результати.

5. Після попередньої підготовки і кожного виправлення необхідно знову зберегти скрипт.

6. Скрипт працює зі змінними, що перебувають у робочій області. При цьому скрипт використає найостанніші значення змінних із робочої області.

7. Скрипт повинен мати заставку, що містить деякі відомості про його призначення, і коментарі, що починаються із символу %. Заставка виведена на екран функцією help, як показано на рис. 3.2 [1-3].

Для запуску скрипту на виконання необхідно в командному рядку вікна Command Window набрати його ім'я (наприклад Ivanov1), що негайно призводить до виконання скрипту.

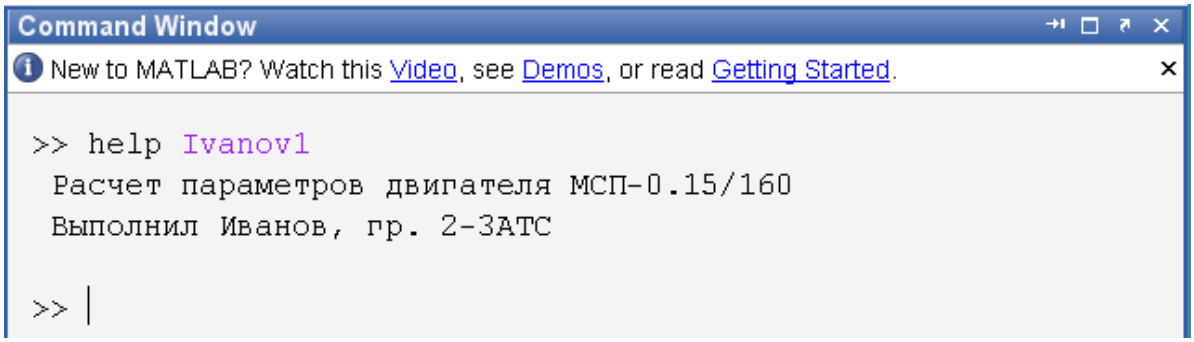


Рис. 3.2

3.5. Методика розрахунку параметрів математичної моделі двигуна за паспортними даними

Метою розрахунку є підготовка всіх даних, які необхідні для моделювання двигуна в пакеті SIMULINK (вирази (2.1) − (2.6)).

Для розрахунку параметрів математичної моделі користуються такими паспортними даними двигуна:

– номінальна напруга живлення $U_{\text{н}}$, В;

– номінальний споживаний струм $I_{\text{н}}$, А;

– швидкість обертання n, об/хв, і $\Omega_{\text{н}} = 2\pi \cdot n / 60$, рад/с;

– номінальний обертальний момент $M_{\text{н}}$, Н·м;

– опір секції обмотки якоря $R_{\text{с}}$, Ом;

– кількість пар полюсів p;

– опір додаткових обмоток $R_{\text{д}}$;

– величина сили притиснення щітки до колектора $F_{\text{щк}}$, Н.

Розрахунку підлягають:

– постійна двигуна за моментом c_M, Н·м/А;

– постійна двигуна за проти-е.р.с. c_E, В·с/рад;

– повний активний опір R, Ом, та індуктивність L, Гн, кола живлення якоря;

– повний момент інерції мас, що обертаються, J, кг·м^2;

– е.р.с. холостого ходу E_0, В, і внурішній опір R_i, Ом, джерела живлення;

– момент сил сухого тертя щіток якоря $M_{\text{т}}$;

– електромеханічна постійна часу двигуна $T_{\text{м}}$;

– електромагнітна постійна часу двигуна $T_{\text{е}}$;

– коефіцієнт демпфірування сил опору $F_{\text{д}}$.

Спочатку визначають опір якірного кола двигуна з урахуванням впливу температури обмоток [5]:

$$R_{\text{я}} = k_t(R_{\text{с}} + R_{\text{д}}) + R_{\text{щк}}, \tag{3.1}$$

де k_t – температурний коефіцієнт. Якщо відомі дані для температури 20 ˚С, то для типової температури під час роботи 60 ˚С k_t = 1,15;

$R_{\text{щк}}$ – опір щіткових контактів.

Двигуни серії МСП є двигунами з послідовним збудженням без компенсаційної обмотки, тому опір $R_{\text{д}}$ та індуктивність $L_{\text{д}}$ додаткових обмоток дорівнює опору та індуктивності обмотки збудження.

За результатами вимірювань встановлено, що напруга, яка падає на щіткових контактах, дорівнює приблизно 1,9 В. Тому орієнтовне значення опору щіткових контактів

$$R_{\text{щк}} = 1{,}9 / I_{\text{н}}. \tag{3.2}$$

Для розрахунку постійної двигуна за проти-е.р.с. користуються формулою

$$c_E = \frac{U_{\text{н}} - I_{\text{н}} \cdot R_{\text{я}}}{\Omega_{\text{н}}}. \qquad (3.3)$$

Постійна двигуна за моментом дорівнює

$$c_M = M_{\text{н}} / I_{\text{н}}. \qquad (3.4)$$

Величину індуктивності якоря розраховують за формулою [5]

$$L_{\text{я}} = \frac{\gamma \cdot U_{\text{н}}}{p \cdot \Omega_{\text{н}} \cdot I_{\text{н}}}, \qquad (3.5)$$

де γ – коефіцієнт компенсації;

p – кількість пар полюсів.

Для двигунів серії МСП $p = 1$, $\gamma = 0{,}6$.

Ряд параметрів двигуна МСП, необхідних для побудови моделі, не вказано в паспортних даних. Тому вони можуть бути визначені або за результатами експерименту, або задані орієнтовно.

Величина індуктивності $L_{\text{д}}$ обмотки збудження двигуна МСП може бути орієнтовно задана як частка індуктивності якоря. Будемо вважати, що

$$L_{\text{д}} = 0{,}2 \cdot L_{\text{я}}. \qquad (3.6)$$

Тоді загальна індуктивність кола живлення якоря дорівнює

$$L = L_{\text{я}} + L_{\text{д}}. \qquad (3.7)$$

Для подальших розрахунків необхідно ввести параметри, які враховують вплив на роботу двигуна джерела живлення та навантаження.

Джерело живлення має величину е.р.с. холостого ходу E_0, В, і внутрішній активний опір $R_{\text{і}}$, Ом (рис. 2.2).

Величина внутрішнього активного опору залежить від типу джерела живлення. Надалі для розрахунку орієнтовно прийняти

$$R_{\text{і}} = 0,2R_{\text{я}}. \tag{3.8}$$

Тоді е.р.с. холостого ходу можна визначити з виразу (2.5):

$$E_0 = U_{\text{н}} + R_{\text{і}} \cdot I_{\text{н}}. \tag{3.9}$$

Повний опір кола живлення якоря дорівнює

$$R = R_{\text{я}} + R_{\text{і}}. \tag{3.10}$$

Навантаження на валу двигуна впливає на момент сил опору $M_{\text{с}}$ і момент інерції J мас, що обертаються.

Момент сил опору $M_{\text{с}}$ у загальному випадку має декілька складових, обумовлених силами сухого та в'язкого тертя. Надалі обмежимося врахуванням лише сил сухого тертя, які впливають на роботу двигуна як у перехідному, так і сталому режимі. Відповідно до виразу (2.6) і рис. 2.3, їхній вплив на роботу двигуна є нелінійним і визначений величиною моменту зрушення M_0.

Унаслідок того, що момент сил опору є зовнішнім впливом, значення M_0 доцільно задавати в командному вікні перед початком моделювання. Наприклад, якщо моделюють роботу в режимі холостого ходу, то $M_0 = M_{\text{т}}$, де $M_{\text{т}}$ – момент сил сухого тертя щіток якоря, а якщо моделюють роботу в номінальному режимі, то $M_0 = M_{\text{н}}$. У загальному

випадку величина M_0 може бути задана в межах від $M_0 = M_т$ до $M_0 = (2...3)M_н$.

Момент сил сухого тертя щіток якоря $M_т$ визначають за виразом

$$M_т = n_щ \cdot F_{щк} \cdot d_л / 2, \tag{3.11}$$

де $F_{щк}$ – сила притиснення однієї щітки до колектора, Н;

$n_щ$ – кількість щіток;

$d_л$ – діаметр ламелі щітково-колекторного пристрою, м (для двигунів МСП $d_л$ = 0,046 м).

Загальний момент інерції мас, що обертаються, приведений до вала двигуна, дорівнює

$$J = J_я + J'_{ок}, \tag{3.12}$$

де $J_я$ – момент інерції якоря двигуна, кг·м^2;

$J'_{ок}$ – приведений до вала двигуна момент інерції навантаження, кг·м^2.

За відсутності паспортних даних для розрахунку моменту інерції якоря $J_я$ двигуна МСП можна скористатися виразом для розрахунку моменту інерції суцільного циліндра

$$J_я = m_я \cdot r_я^{\,2} / 2, \tag{3.13}$$

де $m_я$ – маса якоря;

$r_я$ – радіус якоря.

У паспортних даних вказано, що радіус якоря двигунів серії МСП $r_{я} = 0,035$ м , а маса двигунів МСП-0,1 – 20 кг, МСП-0,15/0,25 – 16 кг. Маса якоря орієнтовно може бути прийнята рівною половині маси двигуна.

Момент інерції навантаження $J_{ок}$ залежить від погонної маси $m_{п}$ гострякових рейок і їхньої довжини l . Орієнтовно можна прийняти, що

$$J_{ок} = m_{п} \cdot l^3 / 3. \tag{3.14}$$

Погонна маса рейок ОР-50 − 64,8 кг/м, ОР-65 − 83,8 кг/м, ОР-75 − 92,14 кг/м, орієнтовна довжина 10 м.

Приведений до вала двигуна момент інерції навантаження [5]

$$J'_{ок} = J_{ок} \frac{r^2_{г.в}}{q^2 \cdot l^2}, \tag{3.15}$$

де $r_{г.в}$ – радіус головного вала стрілочного привода;

q − передаточне число редуктора.

Для привода СП-6 $r_{г.в} = 0,04$ м, $q = 70$.

Загальний момент інерції мас, що обертаються, приведений до вала двигуна, дорівнює

$$J = J_{я} + J'_{ок}. \tag{3.16}$$

Для аналізу статичних і динамічних властивостей двигунів застосовують такі параметри:

− електромеханічна постійна часу двигуна

$$T_{м} = J \frac{R}{c_M c_E}; \tag{3.17}$$

− електромагнітна постійна часу

$$T_{\text{е}} = L / R; \tag{3.18}$$

− коефіцієнт підсилення двигуна

$$k_{\text{д}} = 1 / c_E; \tag{3.19}$$

− коефіцієнт демпфірування сил опору

$$F_{\text{д}} = \frac{c_M c_E}{R}. \tag{3.20}$$

3.6. Вказівки щодо виконання роботи

3.6.1. Ознайомлення з методикою складання скрипту в пакеті MATLAB

Виконати індивідуальне завдання зі складання скрипту.

3.6.2. Розроблення скрипту для розрахунку параметрів моделі двигуна постійного струму в пакеті MATLAB

Відповідно до варіанта індивідуального завдання (табл. 3.1) скласти скрипт для розрахунку параметрів моделі двигуна постійного струму в пакеті MATLAB.

Варіанти індивідуального завдання визначають за номером у класному журналі. Вихідні паспортні дані двигунів МСП наведені в дод. 1.

Таблиця 3.1

Варіанти індивідуального завдання

Номер з/п	Тип двигуна	Тип рейок	Номер з/п	Тип двигуна	Тип рейок
1	МСП-0,15/30	ОР-50	16	МСП-0,1/100	ОР-65
2	МСП-0,15/110	ОР-50	17	МСП-0,1/160	ОР-65
3	МСП-0,15/160	ОР-50	18	МСП-0,25/30	ОР-65
4	МСП-0,15/160*	ОР-50	19	МСП-0,25/100	ОР-65
5	МСП-0,1/30	ОР-50	20	МСП-0,25/160	ОР-65
6	МСП-0,1/100	ОР-50	21	МСП-0,15/30	ОР-75
7	МСП-0,1/160	ОР-50	22	МСП-0,15/110	ОР-75
8	МСП-0,25/30	ОР-50	23	МСП-0,15/160	ОР-75
9	МСП-0,25/100	ОР-50	24	МСП-0,15/160*	ОР-75
10	МСП-0,25/160	ОР-50	25	МСП-0,1/30	ОР-75
11	МСП-0,15/30	ОР-65	26	МСП-0,1/100	ОР-75
12	МСП-0,15/110	ОР-65	27	МСП-0,1/160	ОР-75
13	МСП-0,15/160	ОР-65	28	МСП-0,25/30	ОР-75
14	МСП-0,15/160*	ОР-65	29	МСП-0,25/100	ОР-75
15	МСП-0,1/30	ОР-65	30	МСП-0,25/160	ОР-75

Примітка. *До липня 1988 року.

3.7. Зміст звіту

1. Результати виконання індивідуального завдання зі складання скрипту за підрозд. 3.6.1.

2. Текст скрипту для розрахунку параметрів моделі двигуна постійного струму в пакеті MATLAB.

3. Результати виконання скрипту:

− постійна двигуна за проти-е.р.с. c_E ;

– постійна двигуна за моментом c_M;

– е.р.с. холостого ходу E_0;

– момент сил сухого тертя щіток якоря $M_{\text{т}}$;

– електромеханічна постійна часу двигуна $T_{\text{м}}$;

– електромагнітна постійна часу $T_{\text{е}}$;

– коефіцієнт підсилення двигуна $k_{\text{д}}$;

– коефіцієнт демпфірування сил опору $F_{\text{д}}$.

3.8. Контрольне завдання

Скласти скрипт для розрахунку перехідної характеристики системи, схема математичної моделі якої наведена на рис. 1.17.

4. Дослідження двигуна постійного струму за його моделями в пакетах MATLAB і SIMULINK

4.1. Мета роботи

1. Засвоїти методику визначення характеристик об'єктів за результатами моделювання в пакетах MATLAB і SIMULINK.

4.2. Програма роботи

1. Перевірка адекватності моделі у сталому режимі.

2. Дослідження процесів, що протікають у двигуні в перехідному режимі.

3. Дослідження регулювальної характеристики двигуна.

4. Дослідження механічної характеристики двигуна.

4.3. Вказівки щодо виконання роботи

4.3.1. Перевірка адекватності моделі у сталому режимі

1. Запустити скрипт для розрахунку параметрів двигуна.

Для проведення дослідження в номінальному режимі в командному вікні (Command Window) задати статичний момент опору навантаження $M_{\text{С}}$ на валу двигуна, що дорівнює паспортному значенню обертального моменту

$$M_{\text{С}} = M_{\text{Н}}.$$

2. Відкрити модель двигуна в пакеті SIMULINK.

Для проведення досліджень процесів, що протікають у двигуні в перехідному режимі, необхідно за джерело е.р.с. вибрати блок Step у закладці Sources бібліотеки. Відкрити блок Step і встановити в рядку Final Value значення, що дорівнює значенню е.р.с. E_0 живлення в номінальному режимі. У рядку Step Time встановити час подавання напруги рівним нулю.

Підключити віртуальні осцилографи (Scope) до таких контрольних точок:

– Ω – швидкість обертання вихідного вала, рад/с;

– I – струм якоря, А;

– U – напруга на вхідних затискачах двигуна, В.

Для підвищення точності моделювання відкрити в командному рядку вікна моделі закладку Simulation → Configuration Parameters і встановити відносну точність (Relative tolerance) рівною 10^{-6}.

3. Запустити моделювання. Після закінчення відкрити осцилографи, простежити отримані графіки. Якщо час моделювання надвеликий, зменшити його до значення, за якого на екрані добре спостерігають перехідні процеси. Записати у звіт отримані графіки.

4. Виміряти і записати у звіт значення в сталому режимі:

– напруги на вхідних затискачах $U_{\text{ст}}$;

– струму якоря $I_{\text{ст}}$;

– швидкості обертання $\Omega_{\text{ст}}$.

Порівняти отримані результати з паспортними даними $U_{\text{н}}$, $I_{\text{н}}$ та $\Omega_{\text{н}} = 2\pi \cdot n/60$. Якщо вони відрізняються не більш ніж на 5 %, то модель розроблена коректно, а результати моделювання можна використовувати для дослідження процесів у реальному двигуні.

Порівняти величину напруги на вхідних затискачах двигуна в сталому режимі $U_{\text{ст}}$ з е.р.с. джерела живлення E_0. Пояснити причину їхньої різниці. Зробити висновки.

4.3.2. Дослідження процесів, що протікають у двигуні в перехідному режимі

1. За графіком кривої розгону $\Omega = f_1(t)$ визначити час розгону $t_{\text{р}}$ двигуна до швидкості, що дорівнює 0,95 від сталого значення $\Omega_{\text{ст}}$. Порівняти отриману за результатами моделювання величину часу розгону з розрахунковим значенням, яке визначають за формулою [5, 6]

$$t_{\text{р}}^{\text{розр}} \approx 3\left(T_{\text{м}} + T_{\text{е}}\right),$$

де $T_{\text{е}}$, $T_{\text{м}}$ – електромагнітна та електромеханічна постійні часу двигуна, що розраховані за результатами виконання скрипту.

2. За графіком струму якоря знайти максимальне значення пускового струму $I_{\max}$ і розрахувати величину коефіцієнта перевантаження за пусковим струмом

$$k_{\text{I}} = I_{\max} / I_{\text{ст}}.$$

Пояснити причину перевищення струму якоря понад стале значення під час розгону.

3. За графіком напруги на вхідних затискачах двигуна простежити падіння («просадку») напруги з розгоном двигуна, виміряти мінімальну напругу $U_{\min}$. Пояснити причину «просадки» напруги живлення під час розгону.

Зробити висновки за результатами дослідження.

4.3.3. Дослідження регулювальної характеристики двигуна

Регулювальна характеристика (РХ) являє собою залежність сталої швидкості обертання якоря двигуна від напруги живлення за постійної величини моменту статичного навантаження на валу [5]

$$\Omega_{\text{ст}} = f(U)\Big|_{M_{\text{с}}=\text{const}}.$$

Отримати РХ для двох значень статичного моменту опору навантаження $M_{\text{с}}$ на валу двигуна (задають у командному вікні (Command Window)):

а) відповідно до паспортного значення обертального моменту на валу: $M_{\text{с}} = M_{\text{н}}$;

б) у режимі холостого ходу (визначають лише силами сухого тертя щітково-колекторного пристрою якоря): $M_{\text{с}} = M_{\text{т}}$.

Значення е.р.с. живлення задавати у блоці Step – Final Value, починаючи від паспортних даних $E = E_0$, поступово зменшуючи до е.р.с. рушання $E = E_{\text{р}}$ – е.р.с., за якої двигун починає обертатися.

Результати вимірювань напруги та швидкості обертання у сталому режимі записати в табл. 4.1 (обов'язково виміряти напругу рушання $U_{\text{р}}$!).

Таблиця 4.1

Дані для побудови РХ

Напруга живлення U, В							
Швидкість обертання $\Omega_{\text{ст}}$, с^{-1}, для $M_{\text{с}} = M_{\text{н}}$							
Швидкість обертання $\Omega_{\text{ст}}$, с^{-1}, для $M_{\text{с}} = M_{\text{т}}$							

Побудувати сімейство регулювальних характеристик.

Примітка. Для побудови двох графіків в одному вікні за даними експерименту необхідно в командному вікні MATLAB набрати

$$U0=\left[U_{10},U_{20},...,U_{p0}\right];\ W0=\left[W_{10},W_{20},...,W_{p0}\right];$$
$$U1=\left[U_{11},U_{21},...,U_{p1}\right];W1=\left[W_{11},W_{21},...,W_{p1}\right];$$
$$\text{plot}\left(U0,W0,U1,W1\right);\text{grid}$$

де U0, W0, U1, W1 – масиви даних із таблиці.

Проаналізувати отримані РХ:

– звернути увагу на наявність зони нечутливості на початковій ділянці РХ, пояснити причину. Встановити характер залежності напруги рушання $U_{\text{р}}$ від моменту сил сухого тертя;

– проаналізувати хід графіка РХ на робочій ділянці. Розрахувати значення крутизни РХ

$$k_{\text{д}} = \left.\frac{d\Omega_{\text{ст}}}{dU}\right|_{M_{\text{с}}=\text{const}}.$$

Порівняти отриманий результат з величиною $1/c_{\text{E}}$, оберненою до паспортного значення постійної двигуна за проти-е.р.с., отриманого за результатами виконання скрипту.

Зробити висновки за результатами досліджень РХ.

4.3.4. Дослідження механічної характеристики двигуна

Механічна характеристика (МХ) є залежністю сталої швидкості обертання якоря двигуна від моменту статичного навантаження на валу для постійної величини напруги живлення [5]

$$\Omega_{\text{ст}} = \left. f(M_{\text{с}})\right|_{U=\text{const}}.$$

Значення е.р.с. живлення задати у блоці Step – Final Value рівним паспортному значенню $E = E_0$ і надалі не коректувати.

Величину моменту сил опору задавати в командному вікні, починаючи від режиму холостого ходу $M_{\text{с}} = M_{\text{т}}$ до значення, за якого струм якоря приблизно в 1,5…2 рази перевищить номінальне значення. Результати записати в табл. 4.2.

Побудувати механічну і струмову характеристики (графік залежності струму якоря від моменту сил опору).

Таблиця 4.2

Дані для побудови МХ і СХ

Момент сил опору $M_{\text{с}}$, Н·м							
Швидкість обертання $\Omega_{\text{ст}}$, с^{-1}							
Струм якоря I, А							

Використовуючи механічну характеристику, розрахувати значення коефіцієнта демпфірування двигуна

$$F_{\text{д.експ}} = \left.\frac{dM_{\text{с}}}{d\Omega_{\text{ст}}}\right|_{U=\text{const}}.$$

Порівняти отриманий результат із розрахунковою величиною $F_{\text{д}}$, отриманою за результатами виконання скрипту.

Зробити висновки за результатами досліджень МХ.

Проаналізувати характер зв’язку між моментом сил опору і струмом якоря. За графіком струмової характеристики розрахувати експериментальне значення її крутизни

$$k_I = \left.\frac{dI}{dM_{\text{с}}}\right|_{U=\text{const}}.$$

Порівняти отриманий результат з величиною $1/c_{\text{м}}$, оберненою значенню постійної двигуна за моментом, отриманим за результатами виконання скрипту.

4.4. Зміст звіту

1. Графіки процесів, що протікають у двигуні в перехідному режимі:

– швидкість Ω обертання вихідного вала;

– струм якоря I, А;

– напруга на вхідних затискачах двигуна U, В.

2. Результати досліджень двигуна у сталому режимі.

3. Результати досліджень двигуна в перехідному режимі.

4. Табл. 4.1, графіки регулювальних характеристик і результати досліджень.

5. Табл. 4.2, графіки механічної і струмової характеристик і результати їх досліджень.

6. Висновки з роботи.

5. Дослідження лінійних моделей об’єктів методом фазової площини

5.1. Мета роботи

1. Закріпити знання методу фазової площини для дослідження процесів в об’єктах другого порядку.

2. Вивчити види фазових траєкторій лінійних систем.

5.2. Програма роботи

1. Дослідження всіх видів фазових траєкторій лінійних систем.

5.3. Підготовка до роботи

1. За рекомендованою літературою [5-7] і конспектом лекцій у позааудиторний час виконати такі завдання:

– вивчити мету, програму і вказівки щодо виконання роботи;

– повторити теоретичний матеріал за темою роботи.

2. Підготувати бланк звіту з лабораторної роботи.

3. Підготувати відповіді на контрольні запитання.

5.4. Короткі відомості з теорії

Метод фазової площини є одним із точних методів дослідження процесів у лінійних і нелінійних об’єктах. Він застосовуваний для систем, які описують диференціальним рівнянням другого порядку вигляду

$$x'' = f(x, x'), \tag{5.1}$$

де x, x', x'' – змінна, що характеризує деяку координату об'єкта, її перша та друга похідні;

$f(x, x')$ – лінійна або нелінійна функція.

Запишемо рівняння (5.1) у вигляді двох рівнянь першого порядку. Для цього введемо дві змінні – x і $y = x'(t)$. Тоді отримаємо

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= f(x, y); \\ \frac{dx}{dt} &= y. \end{aligned} \tag{5.2}$$

Далі розглядають стаціонарні системи, для яких функція $f(x, y)$ у рівняннях (5.2) не залежить явно від часу.

Величини x та y можна розглядати як координати точки на площині з осями ox, oy, яка отримала назву ***фазової площини***. Зі зміною стану системи з часом координати цієї точки переміщуються за траєкторією, яку називають ***фазовою траєкторією***. Сукупність фазових траєкторій для множини початкових умов називають ***фазовим портретом*** об'єкта [5].

Вирази (5.2) є рівняннями фазових траєкторій у параметричній формі (параметр t). Після ділення першого рівняння на друге отримаємо диференціальне рівняння ***інтегральних кривих***

$$\frac{dy}{dx} = \frac{f(x, y)}{y}. \tag{5.3}$$

Інтегральні криві, побудовані за розв'язком диференціального рівняння (5.3), лише в найпростіших випадках збігаються з фазовими траєкторіями. У загальному випадку одній інтегральній кривій може відповідати одразу декілька фазових траєкторій.

Рівняння (5.3) визначає тангенс кута нахилу дотичної до інтегральної кривої. Якщо виконувана теорема Коші про єдиний розв'язок рівняння (5.1), тоді для кожного x та y значення dy/dx, за винятком точок, у яких одночасно $f(x,y)=0$ і $y=0$, є єдиним. Отже, через кожну точку фазової площини, за винятком точок, у яких $f(x,y)=0$ і $y=0$, може проходити тільки одна інтегральна крива. Через точки, у яких одночасно $f(x,y)=0$ і $y=0$, може проходити або декілька інтегральних кривих, або не проходити жодної кривої. У цих точках фазові траєкторії можуть перетинатися. Точки такого типу називають ***особливими*** [5].

Фізичний зміст особливих точок полягає в тому, що вони відображають стани рівноваги (спокою) динамічної системи. Дійсно, лише у стані спокою швидкість $y=dx/dt$ і прискорення $dy/dt=f(x,y)$ точки одночасно дорівнюють нулю.

Виокремимо деякі загальні властивості поведінки фазових траєкторій.

По-перше, якщо швидкість $y=dx/dt>0$, то фазова координата x зростає і, навпаки, для $y=dx/dt<0$ фазова координата x зменшується. Тому у верхній півплощині всі фазові траєкторії з часом проходять зліва направо, а в нижній – справа наліво. Напрямок ходу фазових траєкторій відображають стрілками.

По-друге, якщо $y=dx/dt=0$, то $x=\text{const}$, а $dy/dx=\pm\infty$. Отже, з урахуванням першої властивості фазова траєкторія (за винятком особливих точок) перетинає вісь ox під прямим кутом знизу вгору або зверху вниз у правій чи лівій півплощині.

Дослідження динамічних властивостей об'єктів, які описані диференціальним рівнянням другого порядку, може бути зведено до дослідження траєкторій руху точок на фазовій площині.

Розглянемо можливі варіанти фазових траєкторій лінійних систем другого порядку.

Запишемо диференціальне рівняння вільного руху лінійної системи другого порядку в такому вигляді:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\xi\omega_0 \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0, \qquad (5.4)$$

де $x = x(t)$ – вихідна величина;

ξ, ω_0 – постійні коефіцієнти.

Загальний розв'язок рівняння (5.4) має такий вигляд:

$$x(t) = C_1 \cdot e^{p_1 t} + C_2 \cdot e^{p_2 t}, \qquad (5.5)$$

де C_1, C_2 – константи, які визначені початковими умовами;

p_1, p_2 – корені характеристичного рівняння.

$$p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2 = 0, \quad p_{1,2} = -\omega_0(\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1}). \qquad (5.6)$$

Отже, характер вільного руху лінійної системи визначений лише видом коренів характеристичного рівняння [5].

Розглянемо ряд випадків, які відповідають різним значенням коренів.

1. $\xi = 0$.

Для $\xi = 0$ корені чисто уявні: $p_{1,2} = \pm j\omega_0$. Розв'язання рівняння (5.4) для $\xi = 0$ має вигляд

$$x(t) = X_m \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi),$$

де X_m і φ – постійні величини, що визначені початковими умовами.

У системі існують гармонічні незгасаючі коливання з амплітудою X_m. Відповідно до критеріїв стійкості система перебуває на межі стійкості. Таку систему називають консервативною, оскільки в ній сума кінетичної та потенціальної енергій із часом залишається постійною.

Побудуємо для цієї системи фазові траєкторії. Рівняння для першої похідної

$$y(t) = dx/dt = X_m\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi).$$

Із виразів для $x(t)$, $y(t)$ після нескладних перетворень отримуємо рівняння фазових траєкторій у такому вигляді:

$$\frac{x^2}{X_m^2} + \frac{y^2}{\left(X_m\omega_0\right)^2} = 1.$$

Отримане рівняння є параметричним рівнянням еліпса з півосями X_m і $X_m\omega_0$, що визначають максимальні значення величини $x(t)$ і її похідної. Зображуюча точка рухається еліпсом за годинниковою стрілкою. Увесь еліпс зображуюча точка проходить за один період $T = 2\pi/\omega_0$.

Періодичним коливанням вихідної величини відповідають замкнені траєкторії на фазовій площині (рис. 5.1).

Отже, фазовий портрет консервативної системи є сукупністю еліпсів із півосями X_m і $X_m\omega_0$. Зокрема, для $X_m = 0$ зображуюча точка потрапляє до початку координат і залишається там весь час. Це відповідає стану рівноваги системи.

Особливу точку, біля якої інтегральні криві є замкненими та охоплюють цю особливу точку, називають ***центром***.

а) б)

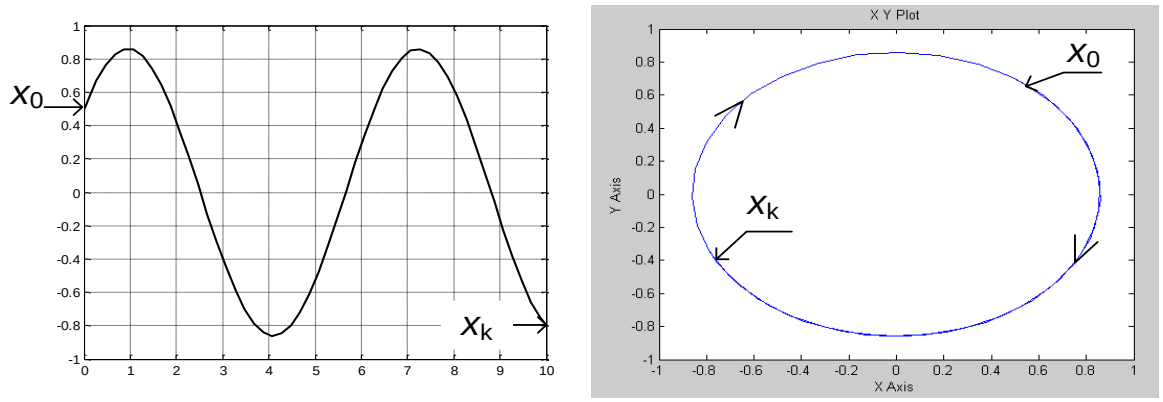


Рис. 5.1. Вихідна величина і фазова траєкторія для $\omega_0 > 0,\ \xi > 1$:

а – вихідна величина; б – фазова траєкторія

2. $\omega_0 > 0,\ 0 < \xi < 1.$

У цьому випадку корені $p_{1,2}$ комплексно спряжені та мають від'ємну дійсну частину $-\xi\omega_0$, що характерно для коливальної ланки. Вільні коливання з часом згасають, система є стійкою. Ступінь коливання визначає величина відносного коефіцієнта згасання ξ.

Фазова траєкторія є логарифмічною спіраллю, що асимптотично наближається для $t \to \infty$ до початку координат фазової площини. Фазовий портрет складається із множини таких спіралей, «вкладених» одна в одну з асимптотичною точкою рівноваги на початку координат фазової площини, куди прагнуть усі ці спіралі.

Особливу точку такого типу називають ***стійким фокусом.***

3. $\omega_0 < 0,\ 0 < \xi < 1.$

Корені $p_{1,2}$ комплексно спряжені та мають додатні дійсні частини. Система нестійка. Фазовий портрет системи складається із сімейства логарифмічних спіралей, що розкручуються з початку координат.

Особливу точку, що розташована на початку координат фазової площини, називають ***нестійким фокусом.***

4. $\omega_0 > 0,\ \xi > 1$.

Корені $p_{1,2}$ дійсні від'ємні. Система в цьому випадку є стійкою.

Розв'язання рівняння (5.4) для $\omega_0 > 0,\ \xi > 1$ має вигляд

$$x(t) = C_1 \cdot e^{p_1 t} + C_2 \cdot e^{p_2 t},$$

де C_1, C_2 – постійні величини, що визначені початковими умовами.

Тоді

$$y(t) = C_1 p_1 \cdot e^{p_1 t} + C_2 p_2 \cdot e^{p_2 t}.$$

Параметричний нахил інтегральних кривих визначено виразом

$$k(t) = \frac{y(t)}{x(t)} = \frac{C_1 p_1 \cdot e^{p_1 t} + C_2 p_2 \cdot e^{p_2 t}}{C_1 \cdot e^{p_1 t} + C_2 \cdot e^{p_2 t}}.$$

Нехай $|p_1| > |p_2|$. Тоді для $t \to -\infty$ $\left|e^{p_1 t}\right| < \left|e^{p_2 t}\right|$, і $k(t) \to p_1$. Отже, усі фазові траєкторії на початковій ділянці мають від'ємний нахил, що дорівнює

$$p_1 = -\omega_0(\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}) < 0. \qquad (5.7)$$

Навпаки, для $t \to \infty$ $\left|e^{p_1 t}\right| > \left|e^{p_2 t}\right|$, і $k(t) \to p_2$. Отже, усі фазові траєкторії на кінцевій ділянці прагнуть до загальної інтегральної кривої, що має від'ємний нахил, що дорівнює

$$p_2 = -\omega_0(\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}) < 0. \qquad (5.8)$$

Лінії з асимптотичними нахилами p_1, p_2 називають ***ізоклінами*** (рис. 5.2, пунктир).

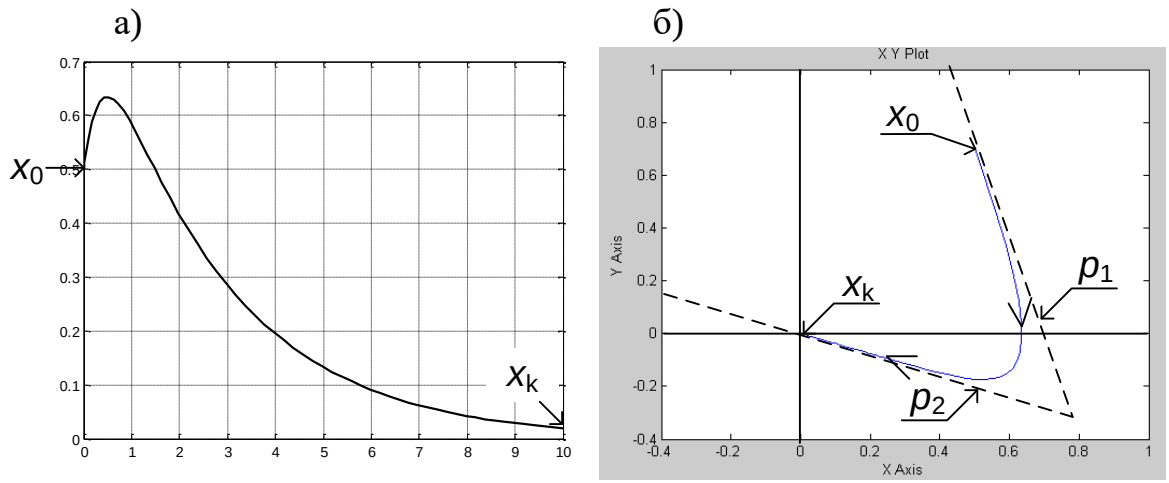


Рис. 5.2. Графіки для $\omega_0 > 0,\ \xi > 1$:

а – вихідна величина; б – фазова траєкторія

Особливу точку, через яку проходять усі інтегральні криві, називають ***вузлом***. Оскільки у випадку, що розглядають, особлива точка відповідає стійкому стану рівноваги системи, то вона є ***стійким вузлом***.

5. $\omega_0 < 0,\ \xi > 1$.

Корені $p_{1,2}$ дійсні додатні. Система нестійка. Із рухом системи зображуюча точка віддаляється від початку координат фазової площини.

Рівняння ізоклін визначають виразами $(p_1 > p_2)$:

– для $t \to -\infty$

$$p_2 = -\omega_0(\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}) > 0; \tag{5.9}$$

$-t \to \infty$

$$p_1 = -\omega_0(\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}) > 0. \tag{5.10}$$

Особливу точку такого типу називають ***нестійким вузлом***.

6. $\omega_0{}^2 < 0,\ \xi = 0$.

У цьому випадку корені характеристичного рівняння дійсні і мають різні знаки:

$$p_1 = -|\omega_0|,\ p_2 = |\omega_0|. \tag{5.11}$$

Система нестійка. Де б не була розташована зображуюча точка в початковий момент, вона завжди врешті-решт почне асимптотично віддалятися від початку координат (рис. 5.3). Нахили асимптот (сепаратрис) визначені значеннями коренів $p_{1,2}$.

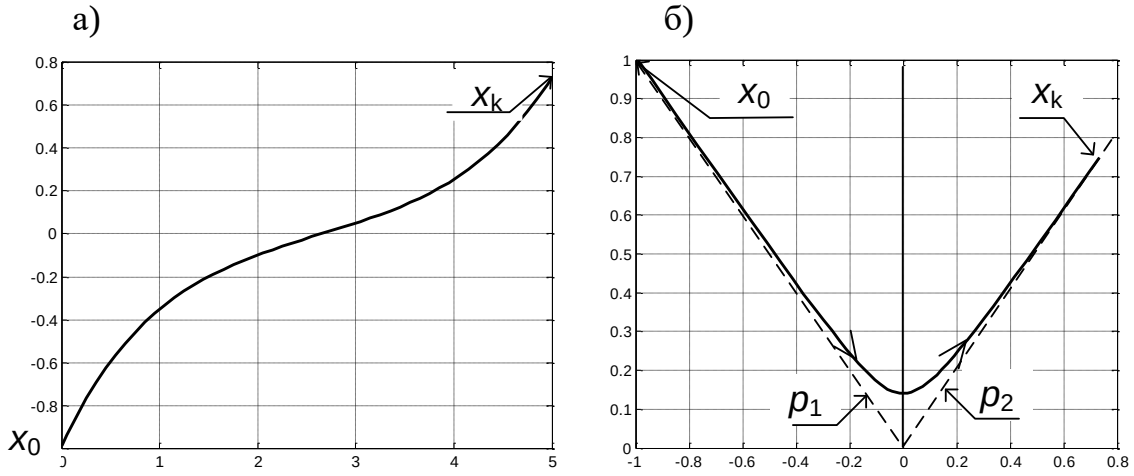


Рис. 5.3. Вихідна величина і фазова траєкторія для $\omega_0{}^2 < 0$:

а – вихідна величина; б – фазова траєкторія

Оскільки для $x = 0, y = 0$ фазова швидкість дорівнює нулю, то система принципово може перебувати в стані рівноваги. Однак стан рівноваги, який відповідає цій особливій точці, є нестійким.

Особливу точку такого типу називають ***сідлом***.

5.5. Дослідження фазових траєкторій лінійних систем

5.5.1. Опис моделі

Дослідження проводять у середовищі MATLAB на моделі системи в пакеті SIMULINK. Подамо диференціальне рівняння другого порядку (5.4) у вигляді, що визначений виразом (5.2),

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= -a_1 y - a_0 x; \\ \frac{dx}{dt} &= y, \end{aligned} \tag{5.12}$$

де $a_1 = 2\xi\omega_0$, $a_0 = \omega_0^2$.

Модель системи в пакеті SIMULINK, що відповідає системі диференціальних рівнянь (5.12), подана на рис. 5.4. Вона складається з двох інтеграторів, двох блоків із коефіцієнтами підсилення $a_1 = 2\xi\omega_0$, $a_0 = \omega_0^2$, суматора та інвертора (Unary Minus).

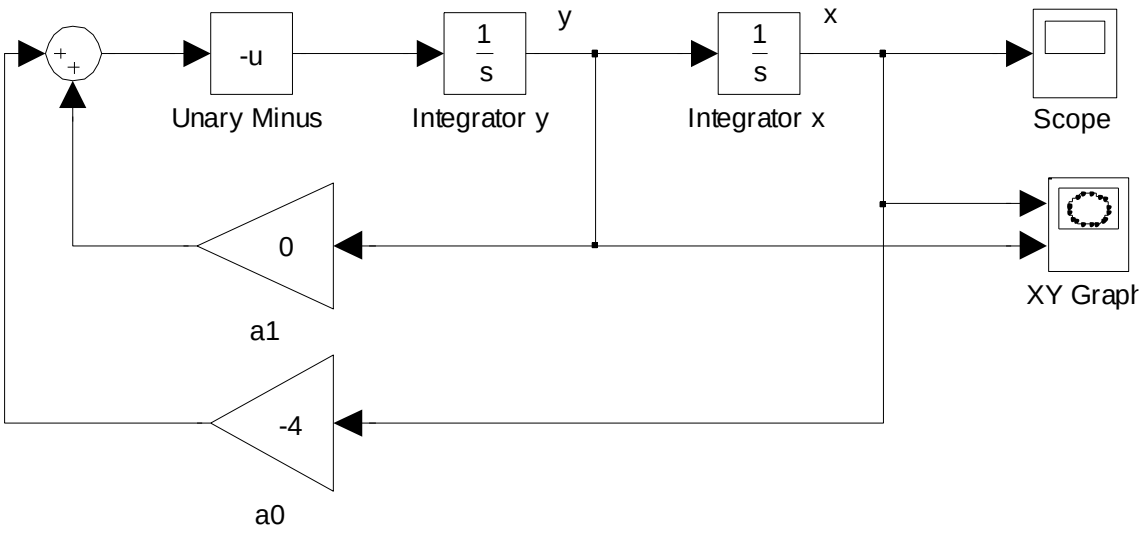


Рис. 5.4. Модель системи в пакеті SIMULINK

Початкові умови x_0, y_0 інтеграторів задають у вікні Function Block Parameters, що відкривається подвійним натисненням лівою кнопкою миші на відповідний інтегратор у рядку Initial Condition.

Спостерігають графік вихідної величини $x(t)$ за допомогою віртуального осцилографа Scope, фазову траєкторію – за допомогою блока XY Graph (по осі *X* відкладають вихідну величину *x*, а по осі *Y* – її похідну $y = x'$).

Примітки:

1. Для підвищення точності моделювання в командному рядку натиснути кнопку Simulation, відкрити вікно Configuration Parameters і встановити відносну точність Relative Tolerance рівною $1e^{-6}$.

2. У випадках, коли вихідна величина $x(t)$ необмежено зростає, необхідно зменшити час моделювання так, щоб її кінцеве значення задовольняло умову $|x_k| < 2\ldots3$.

3. Блок XY Graph не має опції «Бінокль». Тому для забезпечення спостереження в максимальному масштабі необхідно відкрити блок XY Graph, вибрати опцію Mask parameters, після чого вручну встановити межі відображення фазової площини $x_{\min}, y_{\min}, x_{\max}, y_{\max}$ відповідно до початкового x_0, y_0 і кінцевого x_k, y_k станів об'єкта і результатів спостереження графіка вихідної величини $x(t)$ на екрані віртуального осцилографа Scope.

5.5.2. Завдання та порядок його виконання

Завдання 1. Дослідити фазові траєкторії та графіки вихідної величини системи для $\xi = 0, \omega_0 = 1/\sqrt{2}$ $(a_1 = 0, a_0 = 0{,}5)$ за таких початкових умов:

а) $y_0 = 0;\ x_0 = 1;$

б) $y_0 = 0;\ x_0 = 0{,}5;$

в) $y_0 = 0{,}5;\ x_0 = 0{,}5.$

Вказати на фазових портретах:

– координати початкового x_0 і кінцевого x_k значень вихідної величини;

– точки максимальних значень X_m, Y_m;

– напрямок руху точки по траєкторії.

Порівняти графіки фазових траєкторій і графіки вихідної величини.

Зробити висновок про характер особливої точки та фазових траєкторій.

Завдання 2. Дослідити фазові траєкторії та графіки вихідної величини системи для $\xi = 0,25,\ 0,5,\ 1$ і $\omega_0 = 2$ ($a_1 = 1, 2, 4$; $a_0 = 4$) за початкових умов $y_0 = 1;\ x_0 = 0,5$.

Порівняти графіки фазових траєкторій і графіки вихідної величини.

За графіками визначити кількість повних коливань *N* на інтервалі часу встановлення (до досягнення умови $|x(t)| \le 0,05x_0$).

Зробити висновки про характер особливої точки та фазових траєкторій, а також про вплив параметра ξ на ступінь коливальності перехідного процесу.

Завдання 3. Дослідити фазові траєкторії та графіки вихідної величини системи для $\xi = 0,25,\ 0,5,\ 1$ і $\omega_0 = -2$ ($a_1 = -1, -2, -4$; $a_0 = 4$) за початкових умов $y_0 = 0,01;\ x_0 = 0$.

Зробити висновки про характер особливої точки фазових траєкторій.

Завдання 4. Отримати і накреслити фазові траєкторії та графіки вихідної величини системи для $\xi = 1,25, \omega_0 = 1$ ($a_1 = 2,5, a_0 = 1$) за таких початкових умов:

а) $y_0 = 1;\ x_0 = -1;$

б) $y_0 = 1;\ x_0 = 0,5;$

в) $y_0 = -1;\ x_0 = -0,5;$

г) $y_0 = -1;\ x_0 = 1.$

Розрахувати за виразами (5.7), (5.8) значення коренів p_1, p_2 і побудувати графіки ізоклін.

Порівняти графіки фазових траєкторій і графіки ізоклін. Зробити висновки про характер особливої точки та фазових траєкторій.

Завдання 5. Дослідити фазові траєкторії та графіки вихідної величини системи для $\xi = 1{,}25,\ \omega_0 = -1$ $(a_1 = -2{,}5,\ a_0 = 1)$ за таких початкових умов:

а) $y_0 = -0{,}0499;\ x_0 = -0{,}1;$

б) $y_0 = 0{,}0499;\ x_0 = 0{,}1;$

в) $y_0 = -0{,}0501;\ x_0 = -0{,}1;$

г) $y_0 = 0{,}0501;\ x_0 = 0{,}1.$

Розрахувати за виразами (5.9), (5.10) значення коренів $p_1,\ p_2$ і побудувати графіки ізоклін. Порівняти графіки фазових траєкторій і графіки ізоклін.

Зробити висновки про характер особливої точки та фазових траєкторій.

Завдання 6. Дослідити фазові траєкторії та графіки вихідної величини системи для $\xi = 0,\ \omega_0^2 = -1$ $(a_1 = 0,\ a_0 = -1)$ за таких початкових умов:

а) $y_0 = 1;\ x_0 = -0{,}99;$

б) $y_0 = 1;\ x_0 = -1{,}01;$

в) $y_0 = -1;\ x_0 = 1{,}01;$

г) $y_0 = -1;\ x_0 = 0{,}99.$

Вказати на фазових портретах координати початкового стану системи. Розрахувати за виразами (5.11) значення коренів $p_1,\ p_2$ і побудувати графіки сепаратрис.

Порівняти графіки фазових траєкторій і графіки ізоклін.

Зробити висновки про характер особливої точки та фазових траєкторій.

5.6. Зміст звіту

1. Рівняння (5.2), (5.12) і схема математичної моделі системи в пакеті SIMULINK.

2. Результати виконання завдань 1 – 6, графіки та висновки.

Контрольні запитання

1. Дайте визначення фазової площини, фазової траєкторії та фазового портрета.

2. Які точки називають особливими? Поясніть їхній фізичний зміст.

3. Загальні властивості поведінки фазових траєкторій.

4. Від чого залежить характер вільного руху лінійної системи?

5. Наведіть фазові траєкторії з особливими точками:

– центр;

– стійкий фокус;

– нестійкий фокус;

– стійкий вузол;

– нестійкий вузол;

– сідло.

6. Дослідження нелінійних моделей об’єктів методом фазової площини

6.1. Мета роботи

Вивчити особливості процесів і види фазових траєкторій нелінійних систем.

6.2. Програма роботи

Дослідження фазових траєкторій нелінійних систем.

6.3. Підготовка до роботи

1. За рекомендованою літературою [5-7] і конспектом лекцій у позааудиторний час виконати таке:

– вивчити мету, програму і вказівки щодо виконання роботи;

– повторити теоретичний матеріал за темою роботи.

2. Підготувати бланк звіту з лабораторної роботи.

3. Підготувати відповіді на контрольні запитання.

6.4. Короткі відомості з теорії

Основні властивості нелінійних систем випливають із того, що в них не виконуваний принцип суперпозиції. Унаслідок цього до нелінійних систем не можуть бути застосовані перетворення Лапласа і Фур'є. У зв’язку з цим втрачають свою силу всі прийоми дослідження лінійних систем керування, які ґрунтовані на використанні передаточних функцій і частотних характеристик [5].

До нелінійних систем не може бути застосована властивість комутативності. Властивості лінійної системи не змінюються з перестановкою місцями динамічних блоків. У нелінійних системах не можна міняти місцями нелінійні елементи, а також нелінійні та лінійні елементи.

Нарешті, процеси в нелінійних системах набагато більш різноманітні та складніші, ніж процеси в лінійних системах. Більш того, у нелінійних системах виникають режими, що неможливі в лінійних системах.

У замкнених нелінійних системах можливе виникнення коливань певної амплітуди і частоти, що називають ***автоколиваннями*** [5]. Енергію, що необхідна для підтримання цих незгасаючих коливальних процесів, споживає система із зовнішніх джерел живлення.

Реакція нелінійної системи не тільки кількісно, але і якісно залежить від величини вхідного сигналу, що прикладена до її входу. Зміна величини вхідного сигналу, наприклад, ступінчатого, для деяких нелінійних систем може призвести до перетворення стійкого перехідного процесу в нестійкий і навпаки.

На відміну від лінійних систем, сам характер власних рухів (автоколивання, згасаючі коливання, розбіжні коливання, аперіодичний процес) залежить від початкових умов. Одна і та сама система за різних початкових умов може здійснювати різні за своїм характером рухи.

Для лінійних систем характер особливої точки повністю визначає її фазовий портрет. Для нелінійних систем можливі рухи залежать від характеру ***особливих траєкторій.***

Розрізняють три типи особливих траєкторій.

Перший тип особливих траєкторій – це власне ***особливі точки***. Рух нелінійної системи поблизу особливої точки аналогічний руху лінійної системи. Однак при цьому йдеться лише про характер руху поблизу особливої точки, тобто про рух у «малому».

Другий тип особливих траєкторій – це ізольовані замкнені фазові траєкторії, що отримали назву ***граничних циклів***.

Як відомо, замкненій траєкторії на фазовій площині відповідає періодичний рух системи.

Граничні цикли можуть бути стійкими, нестійкими та напівстійкими.

Для стійкого граничного циклу характерне те, що всі фазові траєкторії з часом як зсередини, та і ззовні переходять на нього. У реальній системі стійкому граничному циклу відповідають стійкі періодичні рухи – автоколивання. Тут система нестійка ані в «малому», ані у «великому».

Нестійкий граничний цикл – із рухом зображуючої точки граничним циклом достатньо будь-якому малому збуренню змістити зображуючу точку з граничного циклу, щоб вона, зійшовши з нього, більше вже не поверталася до нього, а рухалася відповідною траєкторією до початку координат або у нескінченність. Тому рух за нестійким граничним циклом фізично не може бути реалізований. Тут граничний цикл розділяє всю фазову площину на область нестійких рухів. При цьому стійкість або нестійкість залежить від розмірів збурень (початкових умов). У цьому випадку система стійка в «малому» і нестійка у «великому».

Напівстійкий граничний цикл – із відхиленням зображуючої точки від траєкторії граничного циклу в один бік вона знову повертається до граничного циклу; із відхиленням в інший бік більше до нього не повертається.

Можливі два варіанти напівстійкого граничного циклу:

– фазові траєкторії для початкових станів, що знаходяться всередині циклу, переходять із часом на траєкторію граничного циклу, а з неї в нескінченність. Така система нестійка ані в «малому», ані у «великому»;

– фазові траєкторії для початкових станів, розміщених поза циклом, переходять із часом на траєкторію граничного циклу, а з неї ідуть до початку координат. Тут система стійка в «малому» та нестійка у «великому».

Третій тип особливих траєкторій – ***сепаратриси***. Сепаратрисами називають «вуса» сідел. Вони розділяють фазову площину на області з різними типами рухів.

6.5. Дослідження фазових траєкторій нелінійних систем

6.5.1. Опис моделі

Дослідження проводять у середовищі MATLAB на моделі системи в пакеті SIMULINK. Модель системи в пакеті SIMULINK наведена на рис. 6.1.

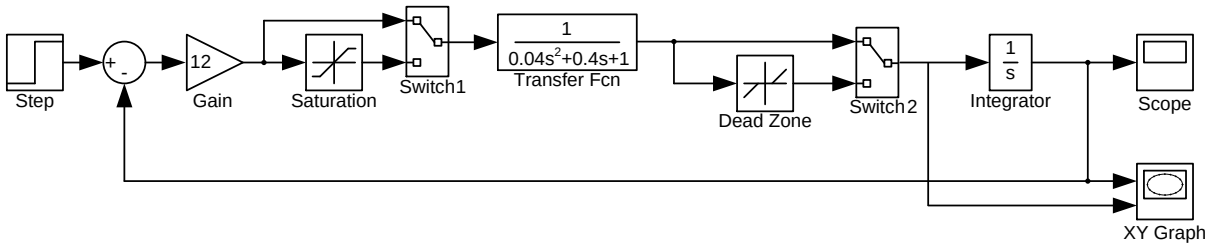


Рис. 6.1. Модель системи в пакеті SIMULINK

Склад системи:

Step – датчик ступінчатої вхідної дії;

+/– – вузол віднімання;

Gain – підсилювач із коефіцієнтом підсилення k_1;

Transfer Fcn – блок другого порядку з передаточною функцією

$$K(p) = \frac{k_2}{a_2 p^2 + a_1 p + 1};$$

Integrator – інтегратор;

Saturation – обмежувач;

Dead Zone – зона нечутливості;

Switch 1, Switch 2 – перемикачі;

Scope, XY Graph – осцилограф і графопобудовник.

Зі встановленням перемикачів Switch 1, Switch 2 у верхнє положення нелінійні блоки виключені зі схеми, і отримана схема є класичною лінійною САК із передаточною функцією розімкненої системи

$$R(p) = k_1 \cdot K(p) \cdot \frac{1}{p} = \frac{K}{p(a_2 p^2 + a_1 p + 1)}, \qquad (6.1)$$

де $K = k_1 \cdot k_2$ – коефіцієнт підсилення розімкненої системи.

Характеристичний многочлен замкненої лінійної системи

$$C(p) = K + p + a_1 p^2 + a_2 p^3. \qquad (6.2)$$

Із критерію стійкості Гурвіца випливає, що лінійна система стійка, якщо коефіцієнт підсилення задовольняє умову $K < a_1 / a_2$.

У роботі дослідження проводять для параметрів $K = 12$, $a_2 = 0,04$, $a_1 = 0,4$. Оскільки $a_1 / a_2 = 10$, то лінійна система буде нестійкою.

Графік $x(t)$ вихідної величини спостерігають за допомогою віртуального осцилографа Scope. Фазову траєкторію спостерігають за допомогою блока XY Graph (по осі X відкладена вихідна величина x, а по осі Y – її похідна $y = x'$).

Початкову умову x_0 інтегратора задають у рядку Initial Condition вікна Function Block Parameters, що відкривається подвійним натисненням лівою кнопкою миші на інтегратор.

Примітки:

1. Для підвищення точності моделювання в командному рядку натиснути кнопку Simulation, відкрити вікно Configuration Parameters і встановити відносну точність Relative Tolerance $1e^{-6}$.

2. У випадках, коли вихідна величина $x(t)$ необмежено зростає, необхідно зменшити час моделювання так, щоб її кінцеве значення $|x_k|$ не перевищувало значень 2…3.

3. Блок XY Graph не має опції «Бінокль». Тому для забезпечення спостереження в максимальному масштабі необхідно відкрити блок XY Graph, вибрати опцію Mask parameters, після чого вручну встановити межі відображення фазової площини $x_{\min}, y_{\min}, x_{\max}, y_{\max}$ відповідно до початкового x_0 і кінцевого x_k станів об'єкта і результатів спостереження графіка вихідної величини $x(t)$ на екрані віртуального осцилографа Scope.

6.5.2. Завдання та порядок його виконання

Завдання 1. Дослідити фазові траєкторії та графіки вихідної величини лінійної системи для таких умов:

$k_1 = 12,\ k_2 = 1,\ x_0 = 0$.

Встановити перемикачі Switch 1, Switch 2 у верхнє положення (нелінійності відключені).

Задати величину задавальної дії Step: Final value: 0,5.

Для спостереження повного фазового портрета натиснути правою кнопкою миші на блок XY Graph, у вікні, що відкрилося, вибрати опцію Mask parameters, після чого задати границі відображення.

Виконати моделювання. Підібрати вручну межі відображення фазової площини $x_{\min}, y_{\min}, x_{\max}, y_{\max}$ для спостереження фазової траєкторії в максимальному масштабі (підказка: у цьому експерименті $x_{\min} = -3,\ x_{\max} = 3,\ y_{\min} = -10,\ y_{\max} = 10$).

Накреслити графіки фазових траєкторій і вихідної величини системи.

Вказати на фазових портретах:

– координати початкового та кінцевого значень вихідної величини;

– напрямок руху точки по траєкторії.

Зробити висновки про стійкість лінійної системи, характер особливої точки і фазових траєкторій.

Завдання 2. Дослідити фазові траєкторії та графіки вихідної величини нелінійної системи з обмеженням для таких умов:

1) $k_1 = 1, k_2 = 12, x_0 = 0$;

2) $k_1 = 1, k_2 = 12, x_0 = -3$.

Встановити перемикач Switch 1 у нижнє положення (нелінійність «обмеження»), а Switch 2 у верхнє положення. Відкрити блок Saturation і задати границі обмеження рівними ± 1.

Виконати моделювання, після чого накреслити графіки фазових траєкторій і вихідної величини системи.

Вказати на фазових портретах:

– координати початкового та кінцевого значень вихідної величини;

– напрямок руху точки по траєкторії.

Виміряти амплітуду автоколивань. Порівняти отриманий результат із результатом для лінійної системи.

Зробити висновок про характер особливої траєкторії.

Завдання 3. Дослідити фазові траєкторії та графіки вихідної величини нелінійної системи з обмеженням для таких умов:

1) $k_1 = 12, k_2 = 1, x_0 = 0$;

2) $k_1 = 12, k_2 = 1, x_0 = 0{,}55$.

Виконати моделювання, після чого накреслити графіки фазових траєкторій і вихідної величини системи.

Вказати на фазових портретах:

– координати початкового та кінцевого значень вихідної величини;

– напрямок руху точки по траєкторії.

Виміряти амплітуду автоколивань. Порівняти отриманий результат із результатом завдання 2, пояснити причину зменшення амплітуди.

Завдання 4. Дослідити фазові траєкторії та графіки вихідної величини нелінійної системи із зоною нечутливості для таких умов:

1) $k_1 = 12,\ k_2 = 1,\ x_0 = 1{,}145$;

2) $k_1 = 12,\ k_2 = 1,\ x_0 = 1{,}17$.

Встановити перемикач Switch 1 у верхнє положення, а Switch 2 у нижнє положення (нелінійність «зона нечутливості»). Відкрити блок Dead Zone, задати границі зони нечутливості рівними ±0,5.

Виконати моделювання, після чого накреслити графіки фазових траєкторій і вихідної величини системи.

Вказати на фазових портретах:

– координати початкового та кінцевого значень вихідної величини;

– напрямок руху точки по траєкторії.

Порівняти результати, отримані для різних початкових умов x_0. Зробити висновок про залежність характеру процесів у нелінійній системі від початкових умов.

Зробити висновок про характер особливої траєкторії.

Завдання 5. Дослідити фазові траєкторії та графіки вихідної величини нелінійної системи з обмеженням та зоною нечутливості для таких умов:

1) $k_1 = 12,\ k_2 = 1,\ x_0 = 0$;

2) $k_1 = 12,\ k_2 = 1,\ x_0 = 1$;

3) $k_1 = 12,\ k_2 = 1,\ x_0 = 2$.

Встановити перемикачі Switch 1, Switch 2 у нижнє положення. Відкрити блок Saturation і задати границі обмеження рівними ±1. Відкрити блок Dead Zone, задати границі зони нечутливості рівними ±0,5.

Виконати моделювання, після чого накреслити графіки фазових траєкторій і вихідної величини системи.

Вказати на фазових портретах:

– координати початкового та кінцевого значень вихідної величини;

– напрямок руху точки по траєкторії.

Порівняти отримані результати з усіма попередніми. Зробити висновки про стійкість нелінійної системи та характер фазових траєкторій.

Виміряти тривалість перехідного режиму $t_{\text{р}}$ (час регулювання).

Виміряти стале значення вихідної величини x_k після завершення перехідного процесу. Розрахувати величину сталої помилки

$$\varepsilon = g - x_k ,$$

якщо задавальня дія $g = 0{,}5$.

Зробити висновок про можливість використання нелінійної системи з метою досягнення максимальної швидкодії без коливань у перехідному режимі.

6.6. Зміст звіту

1. Рівняння (6.1), (6.2) і схема математичної моделі системи в пакеті SIMULINK.

2. Результати виконань завдань 1 – 5, графіки та висновки.

Контрольні запитання

1. Чому для дослідження нелінійних систем не можуть бути застосовані перетворення Лапласа і Фур'є?

2. Вкажіть види особливих точок.

3. Наведіть фазовий портрет системи з граничними циклами:

– стійким;

– нестійким;

– напівстійким (два варіанти).

7. Ідентифікація об’єкта за часовими характеристиками

7.1. Мета роботи

Закріпити знання методу Орманса ідентифікації об’єкта за його кривою розгону.

7.2. Програма роботи

1. Ідентифікація об’єкта за кривою розгону, що є монотонною функцією часу.

2. Ідентифікація об’єкта за кривою розгону, що має коливання, які згасають із часом.

7.3. Підготовка до роботи

1. За рекомендованою літературою [5, 6, 8, 9] і конспектом лекцій у позааудиторний час виконати такі завдання:

– вивчити мету, програму і вказівки щодо виконання роботи;

– повторити теоретичний матеріал за темою роботи.

2. Підготувати бланк звіту з лабораторної роботи.

3. Підготувати відповіді на контрольні запитання.

7.4. Короткі відомості з теорії

7.4.1. Крива розгону. Види типових передаточних функцій, що використовують для ідентифікації лінійних об’єктів за кривою розгону

Кривою розгону називають графік зміни вихідної величини об'єкта за ступінчатої зміни вхідної дії

$$\Delta y(t) = y(t) - y_0\Big|_{x(t)=x_0+\Delta x\cdot 1(t-t_0)}.$$

Тут (x_0, y_0) − початкове положення робочої точки, що відповідає усталеному режиму роботи об'єкта в момент t_0 прикладання стрибка; Δx − величина стрибка вхідної дії; $y(t)$ та $\Delta y(t)$ – вихідна величина та її прирощення.

Інформація про динамічні властивості об'єкта міститься у прирощенні $\Delta y(t)$.

Знявши криву розгону, спочатку підбирають приблизний вигляд передаточної функції об’єкта, після чого визначають її параметри. Далі оцінюють точність результату.

Криву розгону знімають для об’єктів, у яких реакція на ступінчату вхідну дію обмежена за величиною. Такі об’єкти є стійкими і не містять у своєму складі інтегруючі ланки. Найчастіше для ідентифікації лінійних об’єктів за кривою розгону як типові застосовують такі види передаточних функцій [8, 9]:

– інерційна ланка

$$K(p) = \frac{k}{Tp+1}; \tag{7.1}$$

– інерційна ланка другого прядку

$$K(p) = \frac{k}{(T_1 p+1)(T_2 p+1)}; \tag{7.2}$$

– коливальна ланка

$$K(p) = \frac{k}{T_0^2 p^2 + 2\xi T_0 p + 1}. \tag{7.3}$$

Тут k, T, T_1, T_2, T_0 – коефіцієнт підсилення та постійні часу, які мають бути визначені за результатами експерименту.

Інерційну ланку та інерційну ланку другого порядку вибирають у тих випадках, коли графік перехідної характеристики є монотонно наростаючою функцією часу, що прямує до постійної величини.

Коливальну ланку вибирають у тих випадках, коли графік перехідної характеристики є функцією часу, що прагне до постійної величини із згасаючими за амплітудою коливаннями.

7.4.2. Метод Орманса

Визначати вид і параметри передаточної функції об'єкта за кривою розгону можна різними методами. Розглянемо найбільш поширений метод Орманса [8].

Обробляють результати експерименту за нормованою кривою розгону

$$h(\tilde{t}) = \Delta y(t - t_0) / \Delta y_{\text{уст}}. \tag{7.4}$$

Усталене значення нормованої кривої розгону $h_{\text{уст}} = h(\infty) = 1$. Графік нормованої кривої розгону починається в момент часу $\tilde{t}_0 = t - t_0 = 0$, де t_0 – момент подавання вхідного стрибка, t – поточний час. У подальшому для спрощення позначень замість $\tilde{t}$ будемо користуватися звичайним символом t.

Для оцінювання точності ідентифікації за вибраною передаточною функцією розраховують графік апроксимаційної кривої розгону $h_{\text{a}}(t)$. У декількох характерних точках t_i визначають величини $h(t_i)$ і $h_{\text{a}}(t_i)$, після чого розраховують відносні похибки:

$$\delta_i = \frac{h(t_i) - h_{\text{a}}(t_i)}{h(t_i)} \cdot 100\,\%. \tag{7.5}$$

Якщо точність не відповідає встановленим вимогам, то повторно розв'язують задачу ідентифікації з використанням іншої моделі або більш точної апроксимації.

Розглянемо деякі варіанти ідентифікації, що часто зустрічаються в інженерній практиці.

Примітка .У зв'язку з тим, що за нормованою кривою розгону неможливо визначити фактичне значення коефіцієнта підсилення, надалі у виразах (7.1) − (7.3) вважати, що $k = 1$.

1. Крива розгону є монотонно наростаючою функцією часу

У цьому випадку передаточна функція блока, що досліджують, апроксимована виразом вигляду (7.1) або (7.2).

Для визначення постійних часу за нормованим графіком $h(t)$ визначають моменти часу t_1 і t_2, у яких $h(t_1) = 0,33$ і $h(t_2) = 0,7$.

Далі визначають момент часу $t_3 = t_2 / 3$ і за графіком знаходять значення $h_3 = h(t_3)$.

Якщо $h_3 \geq 0,33$, то для апроксимації беруть передаточну функцію (7.1). Постійну часу T розраховують за формулою

$$T = 1,25(t_2 - t_1).$$

У цьому випадку для перевірки точності апроксимації знаходять ординати $h(t_4)$ і $h(t_5)$ нормованої кривої розгону в точках $t_4 = 0,8T$, $t_5 = 2T$ і порівнюють їхні значення з відповідними значеннями апроксимаційної кривої $h_{a4} = 0,551$, $h_{a5} = 0,865$. Якість апроксимації вважають задовільною, якщо похибка, що розрахована за виразом (7.5), не перевищує 5 %.

Якщо $h_3 < 0,33$, тоді для апроксимації беруть передаточну функцію (7.2). Для знаходження постійних часу T_1, T_2 за значенням h_3,

користуючись номограмою, що наведена на рис. 7.1, знаходять допоміжний коефіцієнт z. Постійні часу розраховують за формулами

$$T_1 = t_2(1+\sqrt{z})/2,4, \quad T_2 = t_2(1-\sqrt{z})/2,4. \tag{7.6}$$

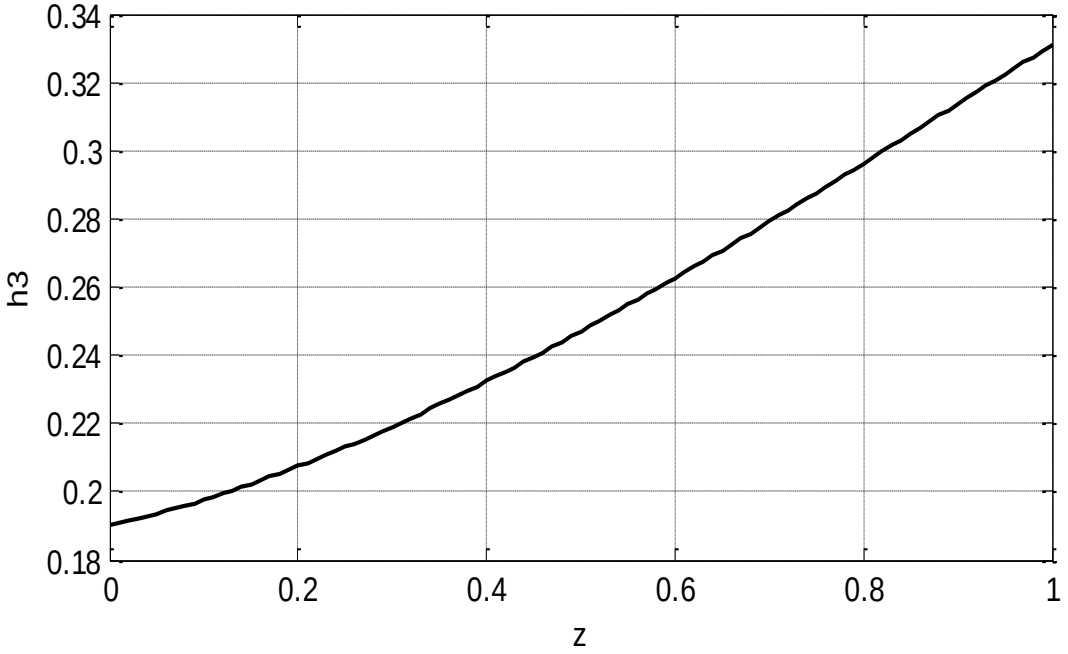


Рис. 7.1. Номограма для визначення коефіцієнта z

Для перевірки точності апроксимації визначають моменти часу $t_4 = 2t_2/3, \quad t_5 = 5t_2/3$, у яких визначають значення кривої розгону $h_4 = h(t_4), \quad h_5 = h(t_5)$. Ці значення порівнюють зі значеннями h_{a4}, h_{a5} апроксимаційної кривої, які отримують із рис. 7.2, 7.3 у точці, що відповідає коефіцієнту z.

Із застосуванням пакета MATLAB перевірку можна провести, порівнюючи криву розгону з перехідною характеристикою $h_a(t)$ для системи з розрахованими параметрами T_1, T_2 у контрольних точках. Алгоритм розрахунку:

```
>> ka=tf([1],[T1*T2,T1+T2,1]);step(ka);grid ,
```

де T1, T2 – постійні часу, що знайдені за результатами ідентифікації.

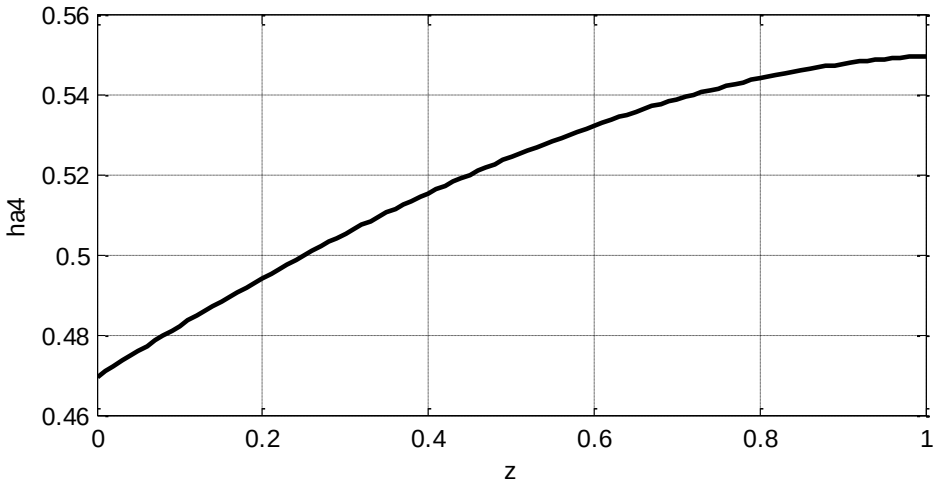


Рис. 7.2. Графік $h_{\mathrm{a}4}(z)$

Якість апроксимації вважають задовільною, якщо похибка, що розрахована за виразом (7.5), не перевищує 5 %.

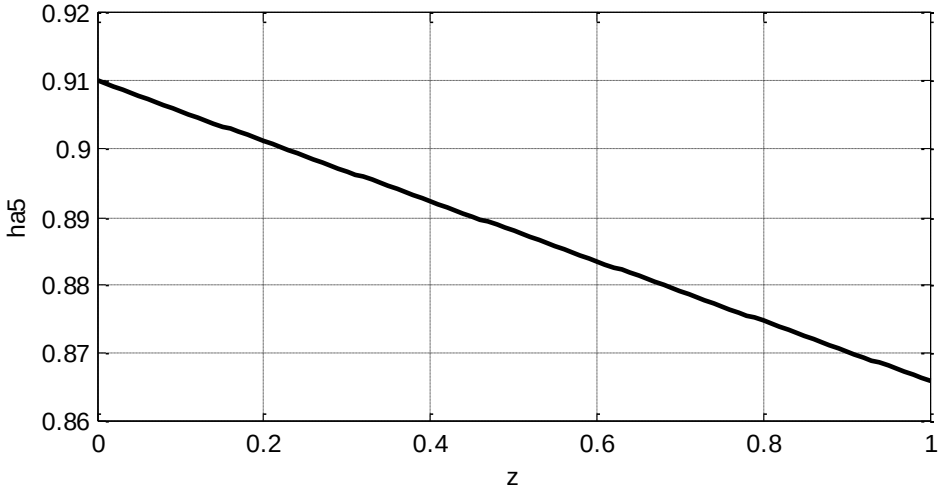


Рис. 7.3. Графік $h_{\mathrm{a}5}(z)$

2. ***Крива розгону має коливання, що згасають із часом***

У цьому випадку передаточна функція блока, що досліджують, апроксимована виразом вигляду (7.3)

$$K(p)=\frac{k}{T_0^2 p^2+2\xi T_0 p+1}=\frac{k\omega_0^2}{p^2+2\xi\omega_0 p+\omega_0^2}, \qquad (7.7)$$

де $0<\xi<1$ – відносний коефіцієнт згасання;

$\omega_0=1/T_0$ – частота власних незгасаючих коливань.

За нормованою кривою розгону визначають моменти часу першого та другого погодження t_1, t_2, а також її максимальне значення $h_{\max}$ (рис. 7.4).

Користуючись максимальним значенням $h_{\max}$, підраховують максимальний відносний викид:

$$\sigma=(h_{\max}-1)\times 100\,\%. \qquad (7.8)$$

Для розрахунку відносного коефіцієнта згасання ξ можна скористатися графіком залежності $\sigma=f(\xi)$, наведеним на рис. 7.5 [6].

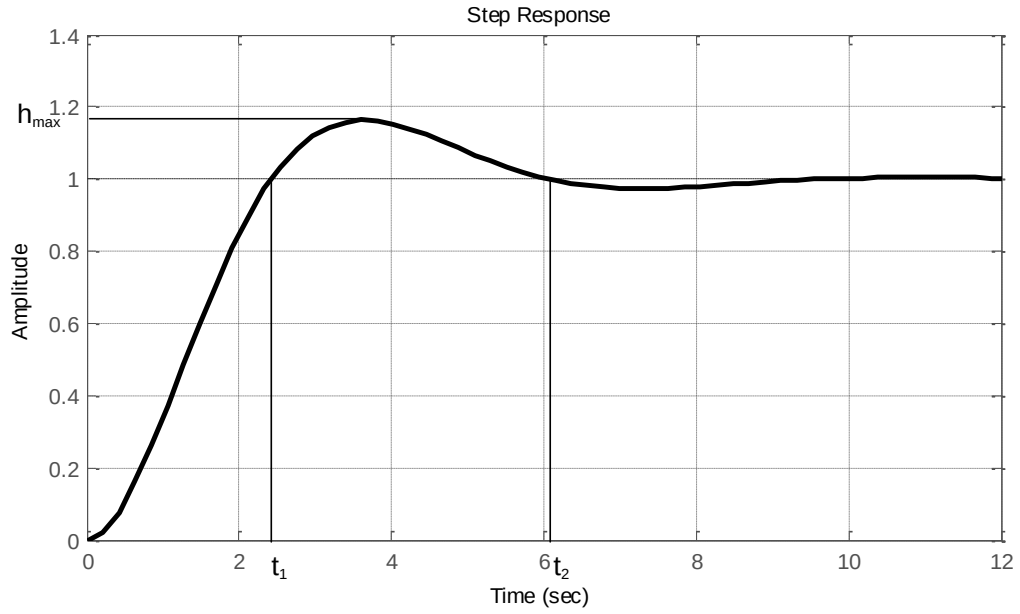


Рис. 7.4. Нормована крива розгону за наявності коливань

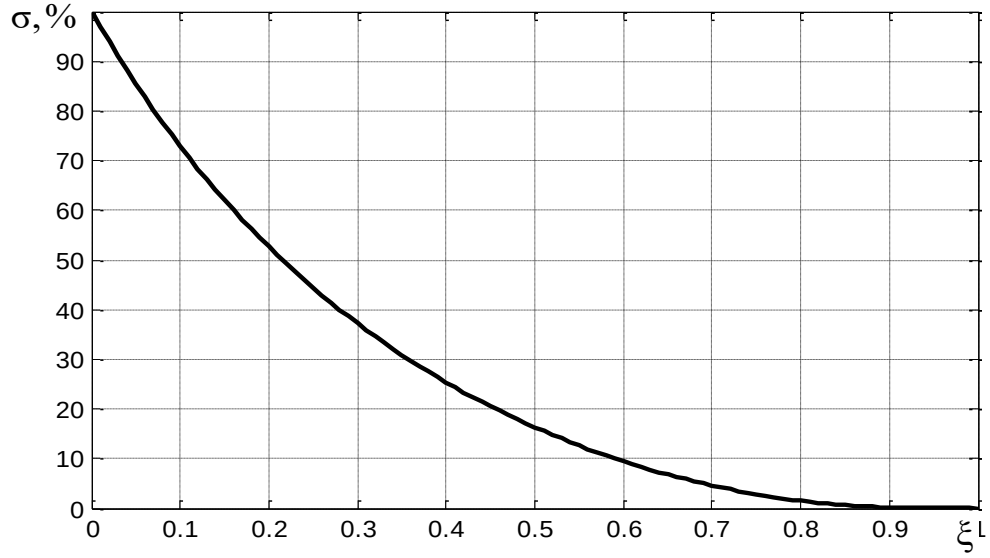


Рис. 7.5. Графік залежності $\sigma(\xi)$

Частоту власних незгасаючих коливань ω_0 визначають як

$$\omega_0 = \frac{\pi}{(t_2 - t_1)\sqrt{1-\xi^2}}. \qquad (7.9).$$

Якщо час другого погодження t_2 не спостерігають або важко зафіксувати його момент, що буває за значень $\xi > 0,7$, то величина ω_0 може бути розрахована за формулою

$$\omega_0 = \frac{\pi - \arcsin\sqrt{1-\xi^2}}{t_1\sqrt{1-\xi^2}}. \qquad (7.10)$$

Точність оцінюють порівнянням кривої розгону з графіком перехідної характеристики коливальної ланки $h_a(t)$ для отриманих значень ξ, $T_0 = 1/\omega_0$. Цей графік може бути розрахований у пакеті MATLAB за стандартним алгоритмом.

За графіком перехідної характеристики коливальної ланки $h_{\text{a}}(t)$ визначають величини $h_{\text{a}}(t_1)$, $h_{\text{a}}(t_2)$ у моменти часу t_1, t_2, а також максимальне значення $h_{\text{a max}}$, після чого за виразом (7.5) розраховують похибки δ_i. Якість ідентифікації вважають задовільною, якщо похибки не перевищують 5 %.

Точність оцінюють порівнянням кривої розгону з графіком апроксимаційної перехідної характеристики коливальної ланки $h_{\text{a}}(t)$ для отриманих значень ξ, $T_0 = 1/\omega_0$. Цей графік може бути розрахований у пакеті MATLAB за звичайним алгоритмом.

За цим графіком і експериментальною нормованою кривою розгону визначають похибки δ_i у моменти часу t_1, t_2 , а також у $t_3 = 0,5t_1$, $t_4 = 2t_1$ (моменти часу визначають за експериментальною кривою розгону).

7.5. Завдання

1. Ідентифікувати передаточні функції об'єктів за нормованими кривими розгону.

2. Користуючись знайденими передаточними функціями, побудувати в пакеті MATLAB перехідні характеристики моделей.

3. Порівняти отримані результати з вихідними даними. Оцінити точність ідентифікації.

7.6. Зміст звіту

1. Методика та результати розрахунків моделей.

2. Перехідні характеристики моделей.

3. Результати оцінювання точності ідентифікації.

Контрольні запитання

1. Дайте визначення кривої розгону.

2. Які види передаточних функцій застосовують як типові для ідентифікації лінійних об’єктів за кривою розгону?

3. У яких випадках для ідентифікації вибирають інерційну ланку та інерційну ланку другого порядку із запізненням?

4. У яких випадках для ідентифікації вибирають коливальну ланку із запізненням?

5. Як проводять нормування кривої розгону?

6. Запишіть програму розрахунку перехідної характеристики об’єкта за заданою передаточною функцією.

7. Як оцінюють точність ідентифікації?

8. Ідентифікація об’єкта за частотними характеристиками

8.1. Мета роботи

Закріпити знання методики ідентифікації об'єкта за логарифмічними частотними характеристиками (ЛАЧХ).

8.2. Програма роботи

1. Ідентифікація об’єкта, високочастотна асимптота ЛАЧХ якого має нахил –20 дБ/дек.

2. Ідентифікація об’єкта, високочастотна асимптота ЛАЧХ якого має нахил –40 дБ/дек.

8.3. Підготовка до роботи

1. За рекомендованою літературою [5, 6, 8, 9] і конспектом лекцій у позааудиторний час виконати такі завдання:

– вивчити мету, програму і вказівки щодо виконання роботи;

– повторити теоретичний матеріал за темою роботи.

2. Підготувати бланк звіту з лабораторної роботи.

3. Підготувати відповіді на контрольні запитання.

8.4. Короткі відомості з теорії

Для експериментального визначення частотних характеристик на вхід об’єкта подано гармонічний сигнал

$$x(t) = X_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_0),$$

де X_m – амплітуда;

ω – частота;

φ_0 – початкова фаза сигналу.

Вихідний сигнал лінійного об'єкта $y(t)$ також буде гармонічним коливанням, але з іншою амплітудою $Y_m(\omega)$ і фазою $\varphi_y(\omega)$:

$$y(t) = Y_m(\omega) \cdot \sin\left(\omega t + \varphi_y(\omega)\right).$$

Амплітудно-частотна характеристика (АЧХ) $K(\omega)$ є залежністю від частоти відношення амплітуди $Y_m(\omega)$ вихідного гармонічного сигналу до амплітуди вхідного:

$$K(\omega) = Y_m(\omega) / X_m.$$

Фазочастотна характеристика (ФЧХ) $\varphi(\omega)$ є залежністю від частоти величини фазового зсуву між вихідним і вхідним гармонічними сигналами:

$$\varphi(\omega) = \varphi_y(\omega) - \varphi_0.$$

Для ідентифікації користуються графіками частотних характеристик із частотним діапазоном від 2 до 5 дек, тому найбільш зручно користуватися логарифмічними частотними характеристиками − ЛАЧХ і ЛФЧХ.

Розглянемо це питання для задачі ідентифікації лінійних об’єктів із самовирівнюванням, моделі яких подані такими видами передаточних функцій:

– інерційна ланка

$$K(p) = \frac{k}{Tp + 1}; \qquad (8.1)$$

– інерційна ланка другого порядку

$$K(p)=\frac{k}{(T_1 p+1)(T_2 p+1)}; \tag{8.2}$$

– коливальна ланка

$$K(p)=\frac{k}{T_0^2 p^2+2\xi T_0 p+1}. \tag{8.3}$$

Тут k, T, T_1, T_2, T_0, ξ – коефіцієнт підсилення, постійні часу та відносний коефіцієнт згасання, що визначають за результатами експерименту.

Спочатку будують низькочастотну (НЧ) асимптоту ЛАЧХ $L_{\text{нч}}(\omega)=\lim\limits_{\omega\to 0} L(\omega)=L_0$.

У розглянутих моделях вона йде паралельно осі абсцис на рівні $L_0=20\lg k$. За результатами побудови визначають величину ординати L_0 у децибелах, після чого розраховують коефіцієнт підсилення об’єкта за формулою

$$k=10^{L_0/20}. \tag{8.4}$$

Далі будують високочастотну (ВЧ) асимптоту $L_{\text{вч}}(\omega)=\lim\limits_{\omega\to\infty} L(\omega)$.

У розглянутих моделях вона має нахил –20 дБ/дек для інерційної ланки і –40 дБ/дек для інерційної ланки другого порядку та коливальної ланки.

Після побудови низькочастотної та високочастотної асимптот визначають частоту їх спряження ω_c. На частоті спряження вимірюють значення експериментальної ЛАЧХ об’єкта $L(\omega_c)$, після чого розраховують величину різниці

$$\Delta L(\omega_c) = L(\omega_c) - L_0 . \qquad (8.5)$$

Залежно від отриманих результатів інші параметри моделей визначають певним чином.

1. ВЧ асимптота ЛАЧХ має нахил –20 дБ/дек.

У цьому випадку модель об'єкта визначена інерційною ланкою (8.1).

За значенням частоти спряження ω_c низькочастотної та високочастотної асимптот розраховують постійну часу T інерційної ланки [5, 6]:

$$T = 1/\omega_c . \qquad (8.6)$$

Перевірку точності апроксимації виконують за величиною різниці між значеннями експериментальної ЛАЧХ об'єкта і побудованої асимптотичної ЛАЧХ на частоті спряження: якщо модель підібрана правильно, тоді $\Delta L(\omega_c) = -3$ дБ.

Більш точну перевірку можна провести за допомогою графіка залежності $\Delta L(\omega/\omega_c)$, наведеного на рис. 8.1.

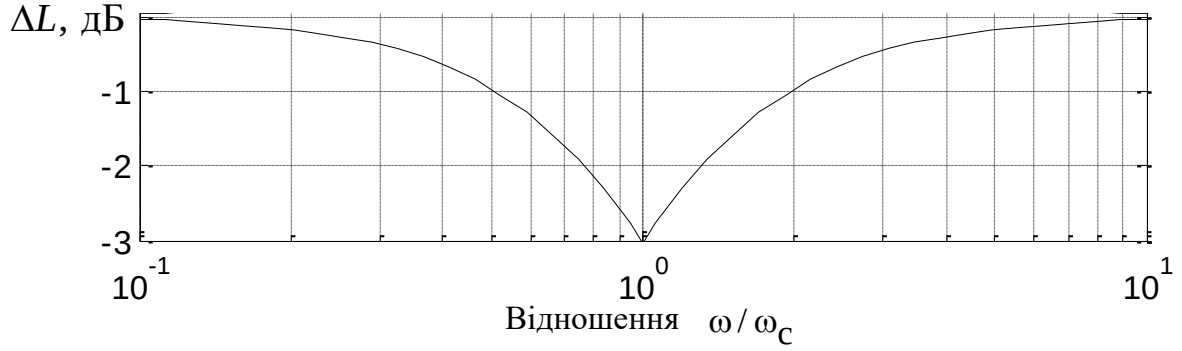


Рис. 8.1. Графік залежності $\Delta L(\omega/\omega_c)$ для інерційної ланки

2. ВЧ асимптота ЛАЧХ має нахил –40 дБ/дек, а величина $\Delta L(\omega_c)$ менше –11 дБ.

У цьому випадку модель об'єкта подана як інерційна ланка другого порядку (8.2), причому постійні часу T_1, T_2 відрізняються більш ніж у 10 разів [8, 9].

Між побудованими низькочастотною та високочастотною асимптотами ЛАЧХ будують ще одну – середньочастотну асимптоту інерційної ланки другого порядку $L_{\text{сч}}(\omega)$, що має нахил –20 дБ/дек. Можливі два варіанти побудови середньочастотної асимптоти.

Перший варіант. На осі частот підбирають такі частоти ω_1, ω_2, на яких відстань між дійсною ЛАЧХ $L(\omega)$ і її НЧ і ВЧ асимптотами дорівнює –3 дБ:

$$\begin{aligned} \Delta L(\omega_1) &= L(\omega_1) - L_{\text{нч}}(\omega_1) = -3 \text{ дБ}; \\ \Delta L(\omega_2) &= L(\omega_2) - L_{\text{вч}}(\omega_2) = -3 \text{ дБ}. \end{aligned} \tag{8.7}$$

Знайдені частоти ω_1, ω_2 є частотами спряження НЧ і ВЧ асимптот із середньочастотною асимптотою. Тому для її побудови точки $L_{\text{нч}}(\omega_1)$, $L_{\text{вч}}(\omega_2)$ з'єднують відрізком прямої.

Постійні часу T_1, T_2 визначають за значеннями частот спряження ω_1, ω_2:

$$T_1 = 1/\omega_1, \qquad T_2 = 1/\omega_2. \tag{8.8}$$

Правильність побудови перевіряють розрахунком нахилу побудованої середньочастотної асимптоти $L_{\text{сч}}(\omega)$, який має дорівнювати –20 дБ/дек.

Другий варіант. Через точку $L(\omega_c)$ на графіку експериментальної ЛАЧХ проводять лінію з нахилом –20 дБ/дек, яка і є шуканою середньочастотною асимптотою $L_{сч}(\omega)$.

За результатами побудови визначають частоти ω_1, ω_2 спряження побудованої середньочастотної асимптоти з НЧ і ВЧ асимптотами, після чого розраховують постійні часу T_1, T_2 за виразом (8.8).

Правильність побудови перевіряють визначенням відстаней між дійсною ЛАЧХ і її НЧ і ВЧ асимптотами в точках ω_1, ω_2, які мають задовольняти умову (8.7).

Правильність визначення постійних часу T_1, T_2 перевіряють також розрахунком середньої геометричної частоти

$$\omega_{12} = \sqrt{\omega_1 \omega_2}\,.$$

Вона має дорівнювати частоті спряження ω_c НЧ і ВЧ асимптот. Апроксимацію вважають задовільною, якщо виконувана умова

$$\delta\omega = \left| \frac{\omega_c - \omega_{12}}{\omega_c} \right| \le 0{,}05\,.$$

3. ВЧ асимптота ЛАЧХ має нахил –40 дБ/дек, а величина $\Delta L(\omega_c)$ перебуває в межах від –6 до –11 дБ.

У цьому випадку модель об’єкта подана як інерційна ланка другого порядку (8.2), причому постійні часу T_1, T_2 відрізняються менш ніж у 10 разів [8, 9].

За значенням $\Delta L(\omega_c)$ із рис. 8.2 знаходять відношення $m = T_1 / T_2$. Далі, використовуючи формули

$$T_1 = \frac{\sqrt{m}}{\omega_c},\ T_2 = \frac{1}{\omega_c \sqrt{m}}, \tag{8.9}$$

розраховують постійні часу T_1, T_2 а також відповідні їм частоти спряження $\omega_1 = 1/T_1$, $\omega_2 = 1/T_2$ [8, 9].

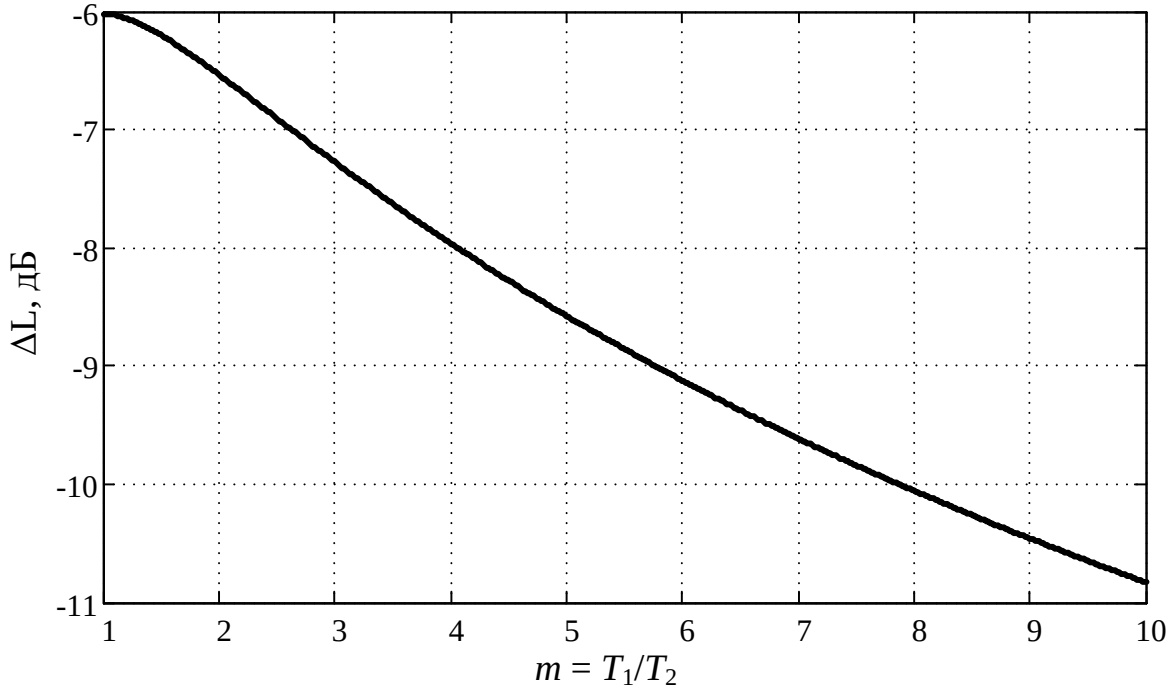


Рис. 8.2. Графік залежності $\Delta L(m)$

Для перевірки точності апроксимації на частотах ω_1, ω_2 знаходять точки $L_{\text{нч}}(\omega_1)$, $L_{\text{вч}}(\omega_2)$ на НЧ і ВЧ асимптотах. Через точки $L_{\text{нч}}(\omega_1)$, $L_{\text{вч}}(\omega_2)$ проводять пряму, яка є середньочастотною асимптотою $L_{\text{сч}}(\omega)$, і визначають її нахил. Коефіцієнт нахилу середньочастотної асимптоти має дорівнювати –20 дБ/дек.

4. ВЧ асимптота ЛАЧХ має нахил –40 дБ/дек, а величина $\Delta L(\omega_c)$ більше –6 дБ.

У цьому випадку для моделі об’єкта вибирають коливальну ланку (8.3).

За значенням частоти спряження ω_c розраховують постійну часу T_0 коливальної ланки [6]:

$$T_0 = 1/\omega_c . \qquad (8.10)$$

Величину відносного коефіцієнта згасання ξ визначають із рис. 8.3 за різницею $\Delta L(\omega_c)$ між дійсною та асимптотичною ЛАЧХ на частоті спряження.

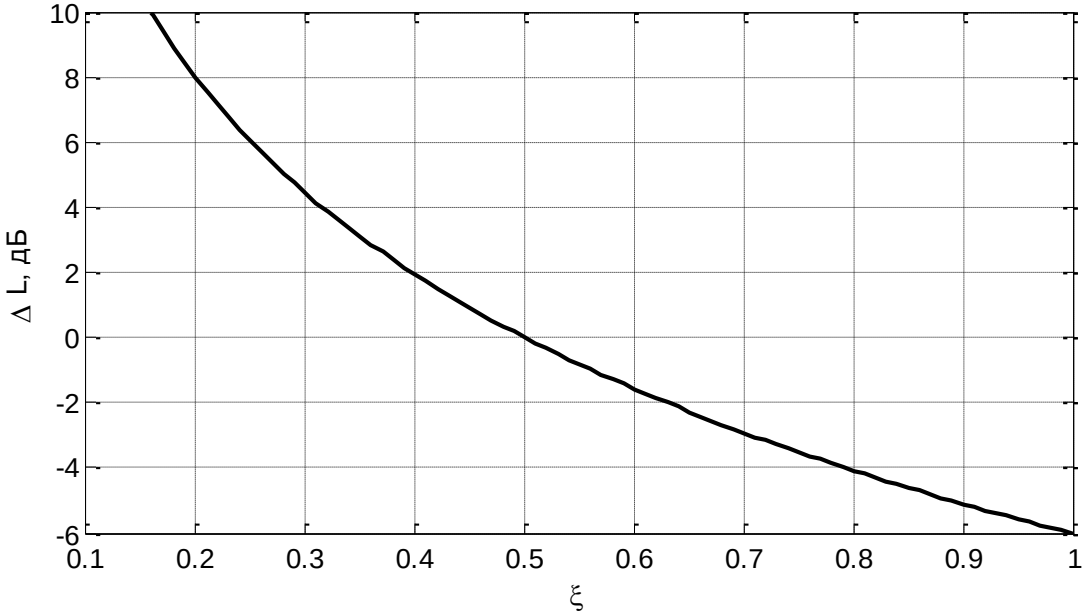


Рис. 8.3. Графік залежності $\Delta L(\xi)$

Для $\xi < 0,707$ спостерігають резонансні властивості коливальної ланки: на графіку ЛАЧХ є область частот, у якій коефіцієнт підсилення перевищує номінальний (область резонансу). Параметри точки резонансу – резонансна частота ω_p і максимальне перевищення ЛАЧХ над низькочастотною асимптотою $\Delta L_{\max} = L_{\max} - L_0$. Ці параметри можуть бути використані для ідентифікації об'єкта з вираженими резонансними властивостями або для перевірки точності отриманих результатів.

Вимірявши величину $\Delta L_{\max}$, спочатку визначають величину відносного коефіцієнта згасання ξ за графіком, що поданий на рис. 8.4. Далі за значеннями ω_p і ξ розраховують частоту ω_0 за формулою [5, 6]

$$\omega_0 = \frac{\omega_p}{\sqrt{1-2\cdot\xi^2}}. \tag{8.11}$$

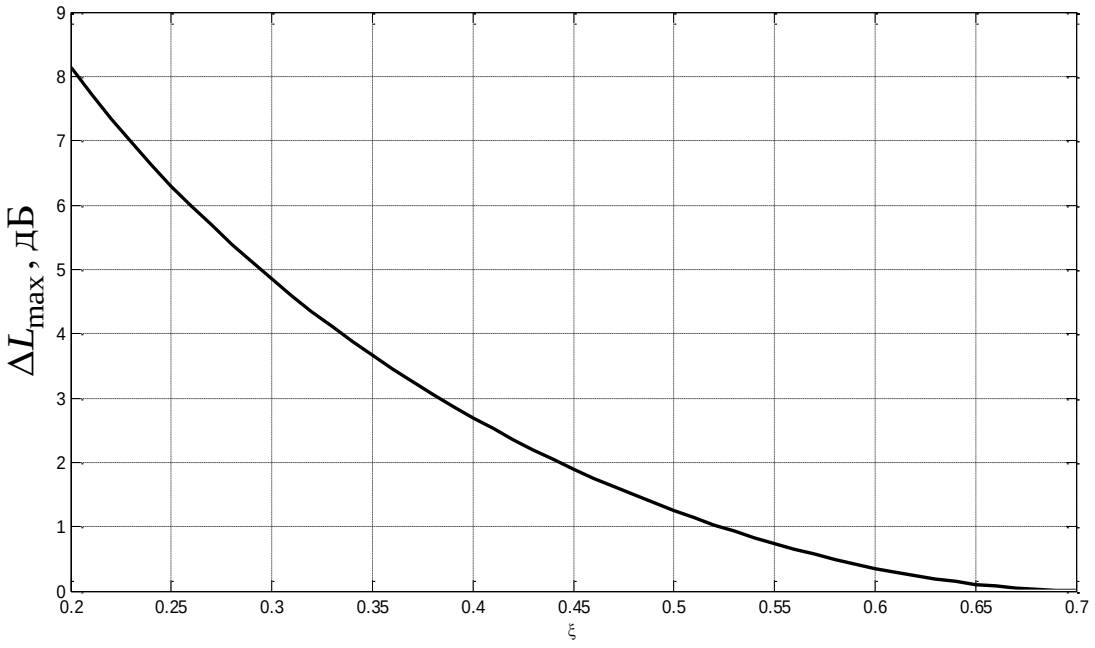


Рис. 8.4. Графік залежності $\Delta L_{\max}(\xi)$

Апроксимацію вважають вдалою, якщо отримані обома способами значення відносного коефіцієнта згасання ξ, а також частоти ω_0 відрізняються не більш ніж на 5 %.

8.5. Завдання

1. За експериментальними графіками ЛАЧХ визначити передаточні функції досліджуваних об’єктів.

2. Користуючись знайденими передаточними функціями, побудувати в пакеті MATLAB ЛАЧХ моделей об'єктів.

3. Порівняти отримані результати з вихідними даними. Оцінити точність ідентифікації.

8.6. Зміст звіту

1. Методика та результати розрахунків моделей.

2. ЛАЧХ моделей.

3. Результати оцінювання точності ідентифікації.

8.7. Контрольні запитання

1. Дайте визначення амплітудно-частотної та фазочастотної характеристик об'єкта.

2. Які види передаточних функцій застосовують як типові для ідентифікації лінійних об’єктів за графіком ЛАЧХ?

3. У яких випадках для ідентифікації вибирають інерційну ланку?

4. У яких випадках для ідентифікації вибирають інерційну ланку другого порядку?

5. У яких випадках для ідентифікації вибирають коливальну ланку?

6. Як будують НЧ і ВЧ асимптот?

7. Як розраховують коефіцієнт підсилення об’єкта?

8. Наведіть алгоритм розрахунку логарифмічних частотних характеристик за заданою передаточною функцією.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Моделювання систем у середовищі MATLAB / С. С. Забара, О. О. Гагарін, І. М. Кузьменко, Ю. Д. Щербашин. Київ, 2011. 137 с.

2. Paluszek M. Practical MATLAB. Deep learning. S. Thomas. Apress, 2020. 252 p.

3. Гурко О. Г., Єрьоменко І. Ф. Аналіз і синтез систем автоматичного керування в MATLAB: навч. посіб. Харків: ХНАДУ, 2011. 286 с.

4. Гоблик Н. М., Гоблик В. В. MATLAB в інженерних розрахунках. Комп'ютерний практикум. Львів: Львівська політехніка, 2020. 192 с.

5. Александров Є. Є., Козлов Є. П., Кузнєцов Б. І. Теорія автоматичного керування. Т. 1. Автоматичне керування рухомими об'єктами і технологічними процесами. Харків: НТУ «ХПІ», 2002. 490 с.

6. Хісматулін В. Ш., Панченко С. В. Теорія автоматичного керування. Ч. І. Теорія лінійних неперервних систем автоматичного керування: підруч. для вузів. Харків: УкрДАЗТ, 2008. 239 с.

7. Boscain U., Piccoli B. Optimal synthesis for control systems on 2-D manifolds. Springer-Verlag, 2004. 262 p.

8. Остапенко Ю. А. Ідентифікація та моделювання технологічних об'єктів керування. Київ: Задруга, 1999. 424 с.

9. Мокін Б. І., Мокін В. Б., Мокін О. Б. Математичні методи ідентифікації динамічних систем. Вінниця: ВНТУ, 2010. 260 с.

Додаток 1

Паспортні дані двигунів МСП

Таблиця Д.1.1

Електричні параметри двигуна МСП-0,1

Параметр	Значення за номінальної напруги, В		
	30	100	160
Номінальна потужність, кВт	0,1	0,1	0,1
Споживаний струм, А, не більше	10,0	2,5	1,8
Номінальна частота обертання, об/хв	1300,0	1500,0	1500,0

Таблиця Д.1.2

Механічні параметри двигуна МСП-0,1

Обертальний момент на валу, Н·м (кгс·см)	0,985 (10)
Маса двигуна, кг	20
Радіус якоря, мм	35
Діаметр ламелі, мм	46
Натиснення кожної щітки на колектор, Н (гс)	3,92 – 5,88 (400 – 600)

Таблиця Д.1.3

Обмотувальні дані двигуна МСП-0,1

Параметр	Значення за номінальної напруги, В		
	30	100	160
Опір секції обмотки якоря за температури 20 °С, Ом	0,65±10 %	6,6±10 %	17,8±10 %
Опір обмотки збудження за температури 20 °С, Ом	0,47±10 %	4,16±10 %	10,5±10 %

Таблиця Д.1.4

Електричні параметри двигуна МСП-0,15

Параметр	Значення за номінальної напруги, В		
	30	110	160
Номінальна потужність, кВт	0,15	0,15	0,15
Споживаний струм, А, не більше	7,7	2,2	1,5
Номінальна частота обертання, об/хв	950±15%	950±15%	950±15%*

Примітка. *До липня 1988 року 850±10 %.

Таблиця Д.1.5

Механічні параметри двигуна МСП-0,15

Обертальний момент на валу, Н·м (кгс·см)	1,67 (17)
Маса двигуна, кг	16
Радіус якоря, мм	35
Діаметр ламелі, мм	46
Натиснення кожної щітки на колектор, Н (гс) Зі зносом щітки на 50 % натиснення має бути не менше, Н (гс)	2,45 – 2,94 (250 – 300) 1,96 (200)

Таблиця Д.1.6

Обмотувальні дані двигуна МСП-0,15

Параметр	Значення за номінальної напруги, В		
	30	110	160
Опір секції обмотки якоря за температури 20 °С, Ом	0,54 – 0,66	6,48 – 7,92	13,14 – 16
Опір обмотки збудження за температури 20 °С, Ом	0,605±10 %	4,52±10 %	11,0±10 %

Таблиця Д.1.7

Електричні параметри двигуна МСП-0,25

Параметр	Значення за номінальної напруги, В		
	30	100	160
Номінальна потужність, кВт	0,25	0,25	0,25
Споживаний струм, А, не більше	12,5	3,6	2,5
Номінальна частота обертання, об/хв	1460±15 %	1700±15 %	1700±15 %

Таблиця Д.1.8

Механічні параметри двигуна МСП-0,25

Обертальний момент на валу, Н·м (кгс·см)	1,47 (15)
Маса двигуна, кг	16
Радіус якоря, мм	35
Діаметр ламелі, мм	46
Натиснення кожної щітки на колектор, Н (гс)	2,45 – 2,94 (250 – 300)

Таблиця Д.1.9

Обмотувальні дані двигуна МСП-0,25

Параметр	Значення за номінальної напруги, В		
	30	100	160
Опір секції обмотки якоря за температури 20 °С, Ом	0,25±10 %	2,7±10 %	7,0±10 %
Опір обмотки збудження за температури 20°С, Ом	0,22±10 %	1,4±10 %	3,85±10 %

Лабораторний практикум

Хісматулін Володимир Шайдуллович,

Сосунов Олександр Олексійович,

Ушаков Михайло Віталійович

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ ОБ'ЄКТІВ АВТОМАТИЗАЦІЇ

Відповідальний за випуск Сосунов О. О.

Редактор Ібрагімова Н. В.

Підписано до друку 19.06.2026 р.
Умовн.-друк.арк. 6,25. Тираж . Замовлення № .

Видавець і виготовлювач Український державний університет
залізничного транспорту,
61050, Харків-50, майдан Феєрбаха, 7.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 6100 від 21.03.2018 р.