

**УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ**

**БУДІВЕЛЬНИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

**Кафедра будівельних, колійних та  
вантажно–розвантажувальних машин**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

**до практичних занять та самостійної роботи  
з дисципліни**

***«УПРАВЛІННЯ ВИРОБНИЦТВОМ ТА ОСНОВИ  
ЛОГІСТИКИ»***

**Частина 3**

**Харків 2020**

Методичні вказівки розглянуто та рекомендовано до друку на засіданні кафедри будівельних, колійних та вантажно-розвантажувальних машин 16 грудня 2019 р., протокол № 6.

Наведено алгоритми і приклади розв'язання з графічною інтерпретацією семи практичних задач, що передбачені робочою програмою навчальної дисципліни «Управління виробництвом та основи логістики».

Методичні вказівки призначено для студентів першого (бакалаврського) освітнього рівня спеціальностей 131 «Прикладна механіка» та 133 «Галузеве машинобудування» усіх форм і строків навчання.

Укладачі:

доценти Л. М. Козар,  
Є. В. Романович

Рецензент

доц. А. В. Євтушенко

## ЗМІСТ

Вступ .....	4
1 Виділення номенклатурних груп А, В, С запасних частин БКВРМ .....	4
2 Визначення часових параметрів мережевого графіка ....	11
3 Визначення оптимального розміру закупівельної партії .....	18
4 Побудування графічної моделі системи управління запасами .....	22
5 Побудування епюри вантажопотоків .....	27
6 Вибір вантажоперевізника за рейтингом .....	34
7 Транспортна задача лінійного програмування .....	39
7.1 Постановка задачі .....	39
7.2 Побудування математичної моделі транспортної задачі .....	40
7.3 Перетворення задачі .....	41
7.4 Побудування планів перевезень і перевірка їх на оптимальність .....	44
Список літератури .....	50

## **ВСТУП**

Третя частина методичних вказівок є логічним доповненням попередніх частин і призначена для розв'язання студентами задач під час аудиторних занять, а також для полегшення самостійного набуття практичних навичок з дисципліни «Управління виробництвом та основи логістики».

Наведено алгоритми і приклади розв'язання з графічною інтерпретацією задач, що стосуються таких змістових модулів, як «Підготовка виробництва» та «Організація обслуговування виробництва».

Кожна задача містить таблицю індивідуальних даних для тридцяти варіантів. Варіант студент вибирає за порядковим номером у списку академічної групи за узгодженням з викладачем.

Додатковою перевагою є розв'язання задач з використанням комп'ютерного програмного забезпечення, наприклад табличного процесора Microsoft Excel.

### **1 Виділення номенклатурних груп А, В, С запасних частин БКВРМ**

Метод А, В, С дає змогу класифікувати ресурси за ступенем їх важливості. Цей аналіз є одним з методів раціоналізації і може застосовуватися у сфері діяльності будь-якого підприємства. У його основі лежить принцип Парето, який у нашому випадку можна сформулювати так: «Надійний контроль 20 % позицій дає змогу на 80 % контролювати систему запасів запасних частин для будівельних, колійних та вантажно-розвантажувальних машин (БКВРМ)».

Запаси умовно можна поділити на три категорії:

- група А – найбільш цінні запчастини, які становлять 20 % номенклатури, але на них припадає близько 80 % річних витрат;
- група В – запаси проміжної цінності, 30 % номенклатури, 15 % витрат;
- група С – найменш цінні, 50 % номенклатури, 5 % витрат.

Вихідними даними є:

- номенклатура запасних частин для БКВРМ;
- фактична річна потреба у запчастині кожного найменування  $n_i$ , одиниць (од.);
- вартість запчастини кожного найменування  $C_i$ , грн.

**У задачі необхідно** розподілити всю відому номенклатуру запасних частин на групи за ступенем важливості для оптимізації складських витрат на підприємстві.

Річні витрати на запасні частини кожного найменування, грн,

$$\Sigma C_i = C_i n_i, \quad (1.1)$$

де  $C_i$  – вартість однієї запасної частини  $i$ -го найменування, грн;  
 $n_i$  – річна потреба в запасних частинах  $i$ -го найменування, од.

Питома річна вартість запасних частин  $i$ -го найменування, %:

$$q_i = \frac{\Sigma C_i}{C_\Sigma} \cdot 100, \quad (1.2)$$

де  $C_\Sigma$  – загальні річні витрати на запасні частини усіх найменувань, грн.

Розв'язати задачу можна аналітичним або графічним способами. Скористаємося графічним способом.

Розглянемо **приклад** розв'язання задачі.

Складаємо таблицю 1.1 у такому порядку:

- 1) у графі 1–3 заносимо вихідні дані;
- 2) у графі 4 і 5 заносимо результати розрахунків за формулами (1.1) і (1.2);

3) у графі 6 запчастинам присвоюємо номери від 1 до 20 за порядком зменшення питомої вартості  $q_i$ . Наприклад, номер 1 присвоюємо запчастині ЗЧ16, бо у неї  $q_{i \max} = 20,656 \%$ , а номер 20 присвоюємо ЗЧ16, бо у неї  $q_{i \min} = 1,469 \%$ .

Таблиця 1.1 – Розрахунок питомих вартостей і присвоєння порядкових номерів запасних частин (приклад)

Умовне найменування запасної частини	Річна потреба $n_i$ , од.	Ціна одиниці $C_i$ , грн	Річні витрати $\sum C_i$ , грн	Питома вартість $q_i$ , %	Присвоєний порядковий номер
1	2	3	4	5	6
ЗЧ1	7	20,1	140,7	16,146	2
ЗЧ2	18	1,9	34,2	3,925	11
ЗЧ3	10	4,1	41,0	4,705	5
ЗЧ4	26	0,8	20,8	2,387	15
ЗЧ5	17	1,9	32,3	3,707	12
ЗЧ6	8	1,7	13,6	1,561	18
ЗЧ7	16	0,8	12,8	1,469	20
ЗЧ8	23	1,6	36,8	4,223	7
ЗЧ9	17	2,1	35,7	4,097	9
ЗЧ10	19	1	19,0	2,180	17
ЗЧ11	22	1,6	35,2	4,039	10
ЗЧ12	28	0,7	19,6	2,249	16
ЗЧ13	20	1,3	26,0	2,984	13
ЗЧ14	26	1,9	49,4	5,669	4
ЗЧ15	27	0,8	21,6	2,479	14
ЗЧ16	8	22,5	180,0	20,656	1
ЗЧ17	16	2,5	40,0	4,590	6
ЗЧ18	14	4,5	63,0	7,230	3
ЗЧ19	17	0,8	13,6	1,561	19
ЗЧ20	19	1,9	36,1	4,143	8
РАЗОМ			$C_{\Sigma}=871,4$	100	–

Складаємо таблицю 1.2 і заповнюємо її в такому порядку:

1) у графі 2–4 заносимо дані з таблиці 1.1, розмістивши їх відповідно до порядкових номерів від 1 до 20;

2) у графі 5 підраховуємо питоми вартості накопичувальним підсумком;

3) за графами 3 і 5 будуюмо графік визначення номенклатурних груп А, В, С (рисунок 1.1), попередньо визначивши ціну поділки, наприклад, для осі абсцис – в одному сантиметрі 2 порядкових номери, для осі ординат – в одному сантиметрі 10 %;

4) на графіку будуюмо відрізок ОС і проводимо дотичну до кривої паралельно відрізку ОС. З точки дотику А опускаємо вертикаль на вісь абсцис і отримуємо точку  $N_A$ ;

5) будуємо відрізок AC і проводимо дотичну до кривої паралельно відрізку AC. З точки дотику В опускаємо вертикаль на вісь абсцис і отримуємо точку N<sub>B</sub>;

б) запчастини з порядковими номерами, що розміщені ліворуч від точки N<sub>A</sub>, належать до групи А, між точками N<sub>A</sub> і N<sub>B</sub> – до групи В, праворуч від точки N<sub>B</sub> – до групи С;

7) згідно з графіком у графі 1 фігурними дужками виділяємо номенклатурні групи А, В, С орієнтуючись на порядкові номери у графі 3.

Таблиця 1.2 – Виділення номенклатурних груп запасних частин (приклад)

Номенклатурні групи запчастин	Умовне найменування запчастини	Присвоєний порядковий номер	Питома вартість q <sub>i</sub> , %	
			у порядку зменшення	накопичувальним підсумком
1	2	3	4	5
А	ЗЧ16	1	20,656	20,656
	ЗЧ1	2	16,146	36,803
	ЗЧ18	3	7,230	44,033
	ЗЧ14	4	5,669	49,702
В	ЗЧ3	5	4,705	54,407
	ЗЧ17	6	4,590	58,997
	ЗЧ8	7	4,223	63,220
	ЗЧ20	8	4,143	67,363
	ЗЧ9	9	4,097	71,460
	ЗЧ11	10	4,039	75,499
	ЗЧ2	11	3,925	79,424
	ЗЧ5	12	3,707	83,131
С	ЗЧ13	13	2,984	86,114
	ЗЧ15	14	2,479	88,593
	ЗЧ4	15	2,387	90,980
	ЗЧ12	16	2,249	93,229
	ЗЧ10	17	2,180	95,410
	ЗЧ6	18	1,561	96,970
	ЗЧ19	19	1,561	98,531
	ЗЧ7	20	1,469	100,000
РАЗОМ			100,000	–

Задача розв'язана.

Вихідні дані до задачі за варіантами наведені у таблиці 1.3.

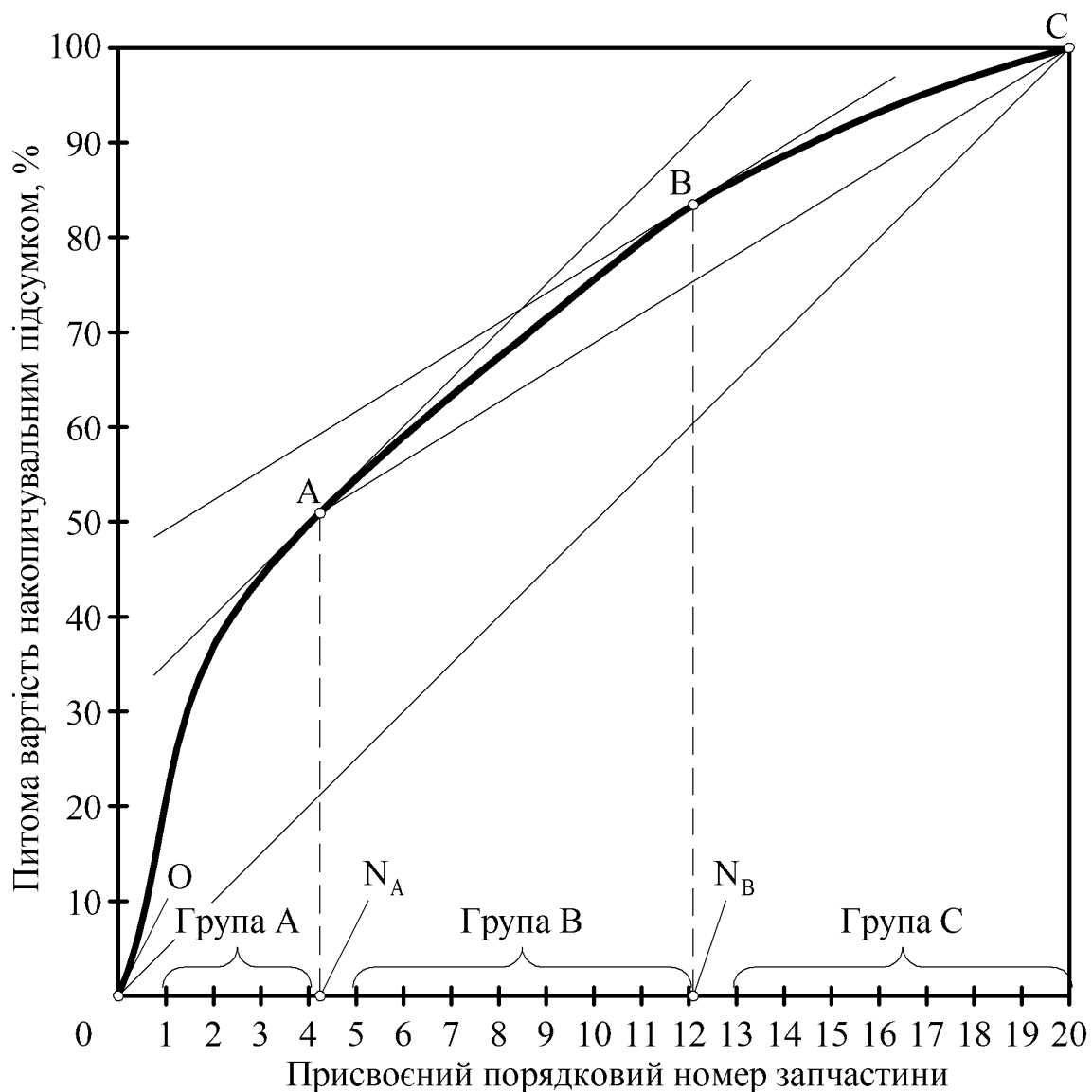


Рисунок 1.1 – Графік визначення номенклатурних груп А, В, С (приклад)

Таблиця 1.3 – Вихідні дані до виділення номенклатурних груп запасних частин А, В, С

Найменування	Варіант 1		Варіант 2		Варіант 3		Варіант 4		Варіант 5		Варіант 6	
	$n_i$ , од.	$C_i$ , тис. грн	$n_i$ , шт.	$C_i$ , тис. грн	$n_i$ , шт.	$C_i$ , тис. грн	$n_i$ , шт.	$C_i$ , тис. грн	$n_i$ , шт.	$C_i$ , тис. грн	$n_i$ , шт.	$C_i$ , тис. грн
ЗЧ1	20	0,7	21	0,8	22	1,2	18	1,7	26	1	28	1,1
ЗЧ2	25	0,25	27	0,3	41	0,5	32	0,7	33	0,4	36	0,4
ЗЧ3	12	0,6	13	0,7	20	1	15	1,4	16	0,8	17	1
ЗЧ4	17	0,9	18	1,0	27	1,4	11	2	23	1,2	24	1,3



Продовження таблиці 1.3

Найменування	Варіант 1		Варіант 2		Варіант 3		Варіант 4		Варіант 5		Варіант 6	
	п <sub>i</sub> , шт.	С <sub>i</sub> , тис. грн	п <sub>i</sub> , шт.	С <sub>i</sub> , тис. грн	п <sub>i</sub> , шт.	С <sub>i</sub> , тис. грн	п <sub>i</sub> , шт.	С <sub>i</sub> , тис. грн	п <sub>i</sub> , шт.	С <sub>i</sub> , тис. грн	п <sub>i</sub> , шт.	С <sub>i</sub> , тис. грн
ЗЧ5	24	0,3	26	0,4	39	0,6	19	0,9	32	0,4	34	0,6
ЗЧ6	3	10	4	11	6	15,4	8	21,6	4	13	6	14,3
ЗЧ7	9	0,9	10	1	15	1,4	14	2	12	1,2	13	1,3
ЗЧ8	20	2	21	2,2	12	3,1	8	4,4	16	2,6	28	2,9
ЗЧ9	10	0,3	11	0,4	17	0,6	16	0,9	12	0,4	15	0,6
ЗЧ10	11	0,9	12	1	18	1,4	7	2	5	1,2	16	1,3
ЗЧ11	22	0,8	24	0,9	16	1,3	14	1,9	19	1,1	32	1,2
ЗЧ12	27	0,3	29	0,4	24	0,6	16	0,9	36	0,4	38	0,6
ЗЧ13	14	0,7	15	0,8	12	1,2	15	1,7	19	1,0	20	1,1
ЗЧ14	19	1	20	1,1	10	1,6	5	2,3	11	1,3	26	1,5
ЗЧ15	26	0,4	28	0,5	22	0,7	23	1	34	0,6	37	0,7
ЗЧ16	5	10,1	6	1,1	9	15,7	4	22	7	13,2	8	14,6
ЗЧ17	11	1,1	12	1,3	18	1,9	17	2,7	15	1,5	16	1,7
ЗЧ18	23	2,1	9	2,4	8	3,4	7	4,8	10	2,8	10	3,2
ЗЧ19	12	0,3	12	0,4	20	0,6	30	0,9	16	0,4	17	0,6
ЗЧ20	13	0,9	14	1	11	1,4	12	2	8	1,2	9	1,3
	Варіант 7		Варіант 8		Варіант 9		Варіант 10		Варіант 11		Варіант 12	
ЗЧ1	12	1,6	12	2,3	19	0,7	20	0,8	30	1,2	15	1,7
ЗЧ2	24	0,7	31	1	24	0,3	26	0,3	38	0,5	27	0,7
ЗЧ3	16	1,3	29	1,9	12	0,6	12	0,7	19	1	28	1,4
ЗЧ4	12	1,9	14	2,6	17	0,9	17	1	26	1,4	18	1,9
ЗЧ5	21	0,8	17	1,2	23	0,3	24	0,5	36	0,6	34	0,9
ЗЧ6	8	20,1	5	28,1	3	9,1	5	10,1	6	14,1	9	19,7
ЗЧ7	20	1,9	10	2,6	9	0,9	10	1	14	1,4	21	1,9
ЗЧ8	9	4,1	11	5,8	19	1,9	20	2,1	30	2,9	15	4,1
ЗЧ9	23	0,8	24	1,2	10	0,3	11	0,5	17	0,6	24	0,9
ЗЧ10	14	1,9	16	2,6	11	0,9	12	1	17	1,4	16	1,9
ЗЧ11	7	1,7	11	2,5	21	0,8	23	0,9	33	1,2	20	1,8
ЗЧ12	18	0,8	16	1,2	26	0,3	27	0,5	31	0,6	31	0,9
ЗЧ13	20	1,6	26	2,3	14	0,7	14	0,8	21	1,2	23	1,7
ЗЧ14	19	2,1	19	3	18	1	19	1,1	28	1,5	22	2,1
ЗЧ15	35	1	22	1,3	24	0,5	26	0,5	39	0,7	28	1
ЗЧ16	8	20,5	9	28,6	5	9,3	6	10,3	9	14,4	4	20,1
ЗЧ17	24	2,5	6	3,6	11	1,1	12	1,2	17	1,8	16	2,6
ЗЧ18	15	4,5	7	6,3	21	2	24	2,3	15	3,2	12	4,5
ЗЧ19	26	0,8	29	1,2	12	0,3	12	0,5	19	0,6	28	0,9
ЗЧ20	18	1,9	12	2,6	12	0,9	14	1	20	1,4	10	1,9

Продовження таблиці 1.3

Найменування	Варіант 13		Варіант 14		Варіант 15		Варіант 16		Варіант 17		Варіант 18	
	п <sub>i</sub> , шт.	С <sub>i</sub> , тис. грн	п <sub>i</sub> , шт.	С <sub>i</sub> , тис. грн	п <sub>i</sub> , шт.	С <sub>i</sub> , тис. грн	п <sub>i</sub> , шт.	С <sub>i</sub> , тис. грн	п <sub>i</sub> , шт.	С <sub>i</sub> , тис. грн	п <sub>i</sub> , шт.	С <sub>i</sub> , тис. грн
ЗЧ1	18	1,4	40	1,6	6	2,4	90	3,4	88	3,3	92	3,7
ЗЧ2	28	0,6	52	0,6	16	1	114	1,4	111	1,4	120	1,4
ЗЧ3	14	1,2	24	1,4	8	2	56	2,8	56	2,8	56	3,3
ЗЧ4	12	1,8	34	2	12	2,8	76	3,8	79	4,2	79	4,6
ЗЧ5	36	0,6	28	1	22	1,2	108	1,8	106	1,4	111	2,3
ЗЧ6	6	18,2	10	20,2	7	28,2	18	39,4	14	41,9	23	46,5
ЗЧ7	8	1,8	20	2	18	2,8	42	3,8	42	4,2	46	4,6
ЗЧ8	11	3,8	8	4,2	11	5,8	90	8,2	88	8,8	92	9,7
ЗЧ9	20	0,6	12	1	14	1,2	48	1,8	46	1,4	51	2,3
ЗЧ10	22	1,8	14	2	9	2,8	52	3,8	51	4,2	56	4,6
ЗЧ11	12	1,6	6	1,8	8	2,4	100	3,6	97	3,7	106	4,2
ЗЧ12	32	0,6	14	1	22	1,2	122	1,8	120	1,4	125	2,3
ЗЧ13	18	1,4	8	1,6	12	2,4	66	3,4	65	3,3	65	3,7
ЗЧ14	36	2	9	2,2	16	3	84	4,2	83	4,6	88	5,1
ЗЧ15	28	1	12	1	18	1,4	116	2	111	2,3	120	2,3
ЗЧ16	10	18,6	5	20,6	7	28,8	28	40,2	23	42,8	28	47,4
ЗЧ17	22	2,2	14	2,4	10	3,6	52	5,2	51	5,1	56	5,6
ЗЧ18	12	4	8	4,6	8	6,4	106	9	97	9,2	111	10,6
ЗЧ19	24	0,6	24	1	18	1,2	56	18	56	1,4	56	2,3
ЗЧ20	14	1,8	18	2	7	2,8	60	38	56	4,2	65	4,6
	Варіант 19		Варіант 20		Варіант 21		Варіант 22		Варіант 23		Варіант 24	
ЗЧ1	12	5,6	7	7,9	12	8,3	7	9,3	5	14	8	19,8
ЗЧ2	5	2,3	12	3,3	17	3,5	12	3,5	8	5,8	10	8,3
ЗЧ3	8	4,6	12	6,5	5	7	10	8,3	7	11,5	3	16,3
ЗЧ4	6	6,5	5	8,8	6	10,5	8	11,5	6	16,3	4	22
ЗЧ5	16	2,8	4	4,2	16	3,5	7	5,8	8	7	6	10,5
ЗЧ6	4	64,9	3	90,7	5	10,4	8	11,6	4	16,2	5	22,6
ЗЧ7	15	6,5	7	8,8	10	10,5	5	11,5	5	16,3	9	22
ЗЧ8	8	13,4	6	18,9	4	22	6	24,3	4	33,5	4	47,3
ЗЧ9	9	2,8	11	4,2	11	3,5	12	5,8	11	7	7	10,5
ЗЧ10	4	6,5	12	8,8	8	10,5	9	11,5	8	16,3	3	22
ЗЧ11	12	5,6	3	8,3	4	9,3	11	10,5	6	14	5	20,8
ЗЧ12	10	2,8	9	4,2	23	3,5	12	5,8	7	7	12	10,5
ЗЧ13	9	5,6	15	7,9	5	8,3	8	9,3	4	14	11	19,8
ЗЧ14	12	6,9	8	9,7	8	11,5	10	12,8	3	17,3	8	24,3
ЗЧ15	18	3,3	17	4,6	7	5,8	6	5,8	40	8,3	8	11,5

Продовження таблиці 1.3

Найменування	Варіант 19		Варіант 20		Варіант 21		Варіант 22		Варіант 23		Варіант 24	
	п <sub>i</sub> , шт.	С <sub>i</sub> , тис. грн	п <sub>i</sub> , шт.	С <sub>i</sub> , тис. грн	п <sub>i</sub> , шт.	С <sub>i</sub> , тис. грн	п <sub>i</sub> , шт.	С <sub>i</sub> , тис. грн	п <sub>i</sub> , шт.	С <sub>i</sub> , тис. грн	п <sub>i</sub> , шт.	С <sub>i</sub> , тис. грн
ЗЧ16	4	66,3	5	92,5	5	10,7	10	11,8	10	16,5	6	23,1
ЗЧ17	9	8,3	12	12	8	12,8	10	14	8	20,8	5	30
ЗЧ18	8	14,8	4	20,7	4	23	4	26,5	6	37	6	51,8
ЗЧ19	18	2,8	12	4,2	14	3,5	14	5,8	12	7	10	10,5
ЗЧ20	12	6,5	10	8,8	6	10,5	10	11,5	11	16,3	3	22
	Варіант 25		Варіант 26		Варіант 27		Варіант 28		Варіант 29		Варіант 30	
ЗЧ1	3	0,9	12	15,4	6	21,6	9	13	29	0,8	8	21,1
ЗЧ2	9	0,4	24	1,4	4	2	19	1,2	36	2	17	2
ЗЧ3	20	0,8	19	3,1	12	4,4	17	2,6	9	4,2	11	4,2
ЗЧ4	10	1,1	15	0,6	20	0,9	23	1,4	25	2,3	25	0,8
ЗЧ5	11	0,5	20	1,4	22	2	10	1,2	14	2,4	16	1,8
ЗЧ6	12	11,2	28	1,3	9	1,9	22	1,1	7	4,7	8	1,9
ЗЧ7	7	1,3	16	0,6	18	0,9	27	0,4	10	5,8	15	0,7
ЗЧ8	9	2,4	12	1,2	18	1,7	28	1	20	3	22	1,4
ЗЧ9	19	0,8	25	1,6	10	2,3	9	1,8	16	3,9	18	1,9
ЗЧ10	26	1	15	0,7	21	1	20	0,6	7	5,5	19	1
ЗЧ11	15	0,8	21	1,2	11	1,7	26	1	26	1,1	21	1,5
ЗЧ12	11	1,2	27	0,5	31	0,7	32	1,5	23	0,4	27	0,6
ЗЧ13	23	1,7	11	1	20	1,4	30	0,8	16	1	20	1,2
ЗЧ14	12	1	18	1,4	27	2	21	1,2	23	1,3	25	1,8
ЗЧ15	14	0,4	26	0,6	19	0,9	29	1,4	22	0,6	26	0,7
ЗЧ16	12	11	4	15,7	6	22	9	13,2	4	14,6	9	20,5
ЗЧ17	25	1	10	1,9	15	2,7	12	1,5	12	1,7	16	2,3
ЗЧ18	12	2,2	9	3,4	12	4,8	8	2,8	16	3,2	14	4,2
ЗЧ19	17	1	11	0,6	17	0,9	16	1,4	13	0,6	17	0,8
ЗЧ20	24	1	12	1,4	18	2	27	1,2	15	1,3	19	1,9

## 2 Визначення часових параметрів мережевого графіка

Відомий перелік та тривалість робіт з проектування і виготовлення вантажозахоплювального пристрою (таблиця 2.1).

**У задачі необхідно:**

- побудувати мережевий графік виконання робіт за зразком, що наведений на рисунку 2.1;

Таблиця 2.1 – Перелік подій і робіт з проектування та виготовлення вантажозахоплювального пристрою (приклад)

Подія	Код події	Робота	Код роботи	Тривалість роботи, днів
Технічне завдання (ТЗ) на проектування і виготовлення пристрою отримано	0	Розробка технічних умов (ТУ) на пристрій	0,1	5
ТУ на пристрій розроблені	1	Загальне компонування пристрою	1,2	15
		Підготовка ТЗ на розробку робочої документації з експлуатації пристрою	1,7	3
Загальне компонування пристрою виконане	2	Проектування та розробка робочої документації на механічну частину пристрою	2,3	8
		Проектування та розробка робочої документації на гідросистему пристрою	2,4	6
		Оформлення і розміщення замовлень на комплектувальні вироби гідросистеми	2,5	10
Проектування механічної частини пристрою виконане	3	Виготовлення і монтаж вузлів механічної частини пристрою	3,6	25
Проектування гідросистеми виконане	4	Виготовлення і монтаж вузлів гідросистеми пристрою	4,6	18
Замовлення на комплектувальні вироби розміщені	5	Виконання замовлень на комплектувальні вироби	5,6	15

Продовження таблиці 2.1

Подія	Код події	Робота	Код роботи	Тривалість роботи, днів
Усі вузли пристрою виготовлені, комплектувальні вироби отримані	6	Інформація для розробки робочої документації з експлуатації пристрою	6,7	0
		Розробка програми випробувань	6,8	12
ТЗ на розробку робочої документації з експлуатації пристрою отримано	7	Розробка робочої документації з експлуатації пристрою	7,8	10
Пристрій складено, документація з експлуатації розроблена, програма випробувань отримана	8	Випробування пристрою	8,9	10
Випробування пройдені, пристрій готовий до експлуатації	9			

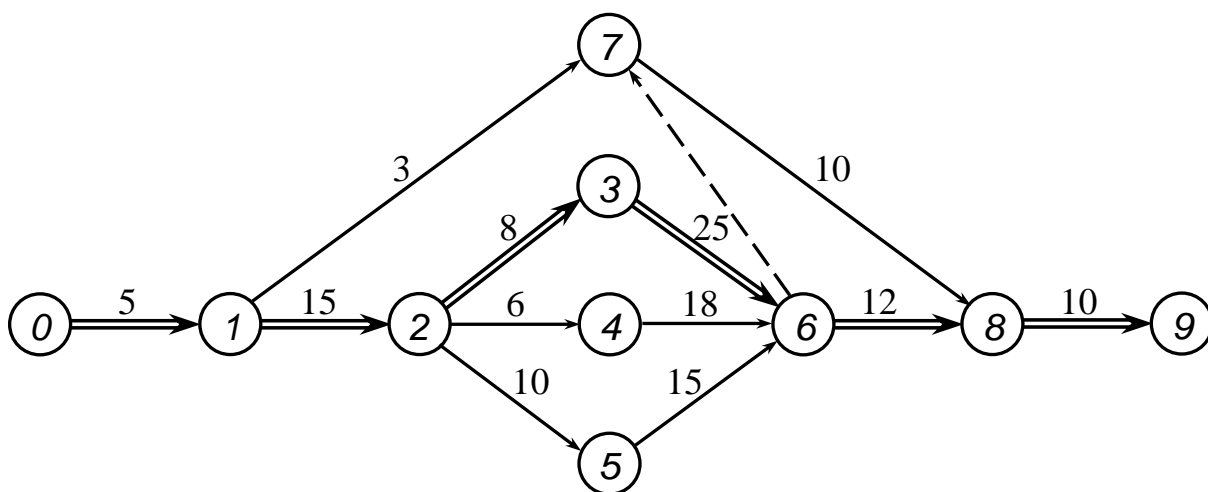


Рисунок 2.1 – Мережевий графік робіт з проектування і виготовлення пристрою (приклад)

- визначити часові параметри мережевого графіка: критичний шлях, резерви часу подій та резерви часу робіт;
- оформити результати розрахунків за зразком таблиці 2.2.

Будь-яка послідовність робіт у мережевому графіку, у якій кінцева подія однієї роботи збігається з початковою подією наступної роботи, називається **шляхом**.

Шлях між вихідною і завершальною подіями графіка, що має найбільшу тривалість, називається **критичним шляхом**  $L_{кр}$  (виділяється подвійними стрілками). Наприклад, для графіка, що зображений на рисунку 2.1, критичний шлях проходить через події 0-1-2-3-6-8-9, його тривалість  $L_{кр}=5+15+8+25+12+10=75$  дн.

До основних параметрів мережевого графіка належать критичний шлях, резерви часу подій та резерви часу робіт. Ці параметри є вихідними для аналізу та оптимізації мережі.

**Резерв часу події** – це такий проміжок часу, на який можна відстрочити настання цієї події без порушення строків виконання усього комплексу робіт. Резерв часу  $i$ -ї події

$$R_i = T_{пi} - T_{рi}, \quad (2.1)$$

де  $T_{пi}$ ,  $T_{рi}$  – відповідно пізній і ранній строки настання події, дн.

**Пізній строк настання події**  $T_{пi}$  – це такий строк, перевищення якого спричиняє аналогічну затримку завершальної події. Він визначається як різниця між тривалістю критичного шляху  $L_{кр}$  і максимального з наступних за цією подією шляхів.

**Ранній строк настання події**  $T_{рi}$  – це строк, що необхідний для виконання всіх робіт, що йдуть попереду. Він дорівнює тривалості максимального із усіх шляхів, що передують події.

За відомими ранніми і пізніми строками настання подій можна для будь-якої роботи  $t_{i,j}$  визначити строки виконання робіт.

**Ранній строк початку роботи**

$$T_{р.п.i,j} = T_{р.i}. \quad (2.2)$$

### **Пізній строк початку роботи**

$$T_{п.п.i,j} = T_{п.j} - t_{i,j}. \quad (2.3)$$

### **Ранній строк закінчення роботи**

$$T_{р.з.i,j} = T_{р.п.i,j} + t_{i,j}. \quad (2.4)$$

### **Пізній строк закінчення роботи**

$$T_{р.з.i,j} = T_{р.з.i,j} + t_{i,j}. \quad (2.5)$$

Роботи, що лежать на некритичних шляхах, як і події, мають резерви часу.

**Повний резерв часу роботи**  $R_{i,j}$  – це максимальна кількість часу, на який можна збільшити тривалість роботи, не змінюючи терміну виконання всього комплексу робіт (тривалості критичного шляху)

$$R_{i,j} = T_{п.j} - T_{р.i} - t_{i,j}. \quad (2.6)$$

Важливою властивістю повного резерву часу роботи є те, що з його частковим або повним використанням для збільшення тривалості будь-якої роботи відповідно зменшується резерв решти всіх робіт, що лежать на цьому шляху.

**Вільний резерв часу роботи**  $r_{i,j}$  – це максимальна кількість часу, на який можна збільшити тривалість роботи або відстрочити її початок, не змінюючи при цьому ранніх строків наступних робіт за умови, що початкова подія цієї роботи настає у свій ранній строк,

$$r_{i,j} = T_{р.j} - T_{р.i} - t_{i,j}. \quad (2.7)$$

Резерви часу робіт дають змогу оптимізувати мережу – маневрувати строками початку і закінчення робіт, їх тривалістю за рахунок перерозподілу техніки і людей – зняття їх з робіт, що мають значні резерви часу, і переведення на виконання робіт, що лежать на критичному шляху.

Вихідні дані та результати розрахунків параметрів мережевого графіка (рисунок 2.1) за формулами (2.1)–(2.7) наведені у таблиці 2.2.

Таблиця 2.2 – Розрахунок часових параметрів мережевого графіка в днях (приклад)

Вихідні дані			Результати розрахунків, днів					
Код		$t_{i,j}$	$T_{p,j}^{1)}$	$T_{п,j}^{2)}$	$R_j^{3)}$	$T_{p,i}^{4)}$	$R_{i,j}^{5)}$	$r_{i,j}^{6)}$
$i$	$j$							
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	5	5	5	0	0	0	0
1	2	15	20	20	0	5	0	0
1	7	3	53	55	2	5	47	45
2	3	8	28	28	0	20	0	0
2	4	6	26	35	9	20	9	0
2	5	10	30	38	8	20	8	0
3	6	25	53	53	0	28	0	0
4	6	18	53	53	0	26	9	9
5	6	15	53	53	0	30	8	8
6	7	0	53	55	2	53	2	0
6	8	12	65	65	0	53	0	0
7	8	10	65	65	0	53	2	2
8	9	10	75	75	0	65	0	0

1) Визначається за графіком, як максимальна тривалість серед усіх шляхів від початкової події з кодом 0 до події з кодом  $j$ .

2) Від  $L_{кр}$  віднімається максимальна тривалість серед усіх шляхів від події з кодом  $j$  до завершальної події з кодом 9.

3) Від числа у графі 5 віднімається число з графі 4.

4) Визначається за графіком, як максимальна тривалість серед усіх шляхів від початкової події з кодом 0 до події з кодом  $i$ .

5) Від числа у графі 5 віднімаються числа з граф 7 та 3.

6) Від числа у графі 4 віднімаються числа з граф 7 та 3

Вихідні дані до задачі за варіантами наведені у таблиці 2.3.



Таблиця 2.3 – Вихідні дані до визначення часових параметрів мережевого графіка

Робота		Тривалість роботи $t_{i,j}$ за варіантами в днях														
i	j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	1	5	7	8	9	10	5	7	8	9	10	5	7	8	9	10
1	2	15	14	8	10	9	15	14	8	10	9	15	14	8	10	9
1	7	3	7	9	11	6	3	7	9	11	6	3	7	9	11	6
2	3	8	5	5	7	4	6	9	8	5	5	7	4	6	8	5
2	4	6	8	7	9	10	11	12	6	8	7	9	10	11	6	8
2	5	10	12	8	7	9	11	11	9	10	12	8	7	9	11	11
3	6	25	24	23	22	21	19	23	26	22	25	24	23	22	21	19
4	6	18	21	25	24	23	22	21	19	23	26	22	26	22	25	24
5	6	15	26	14	16	17	18	19	20	15	26	14	16	17	18	19
6	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	8	12	14	15	16	12	14	15	16	19	17	11	12	14	15	16
7	8	10	8	16	12	14	15	16	19	17	11	12	16	12	14	15
8	9	10	12	12	14	15	16	19	17	11	12	16	12	14	15	16
i	j	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
0	1	5	7	8	9	10	5	7	8	9	10	5	7	8	9	10
1	2	15	14	8	10	9	15	14	8	10	9	15	14	8	10	9
1	7	3	7	9	11	6	3	7	9	11	6	3	7	9	11	6
2	3	5	7	4	6	9	8	5	5	7	4	6	9	7	8	9
2	4	7	9	10	11	12	6	8	7	9	10	11	12	6	7	10
2	5	9	10	12	8	7	9	11	11	9	8	7	9	11	9	11
3	6	23	26	22	25	24	23	22	21	19	23	26	22	23	22	21
4	6	23	22	21	19	26	22	25	24	23	22	21	19	26	22	19
5	6	20	15	26	14	16	17	18	19	20	14	16	17	18	19	20
6	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	8	12	14	15	16	19	17	11	14	15	16	12	14	15	16	18
7	8	16	19	17	11	12	16	12	14	15	16	19	17	11	12	14
8	9	12	14	15	16	19	17	11	12	16	12	14	15	16	10	11

### 3 Визначення оптимального розміру закупівельної партії

У логістиці виділяють дві основні системи управління запасами – з фіксованим розміром замовлення і фіксованим інтервалом часу між замовленнями. Інші системи є різновидами цих двох.

Перша система є класичною. У ній розмір замовлення є величиною постійною, і повторне замовлення подається, коли наявні запаси наближаються до критичного рівня – точки замовлення.

Ця система базується на виборі оптимального розміру закупівельної партії, що мінімізує загальні витрати на управління запасами, які складаються з двох видів витрат:

- на виконання замовлень – накладні витрати, що пов'язані з реалізацією замовлень (оформлення, перевезення, складування та ін.);

- на зберігання запасів – витрати, пов'язані з фізичним утриманням запасів на складі (орендна плата або поточні та капітальні витрати на утримання власних складів, податки та ін.).

Річні витрати на виконання замовлень, грн,

$$C_v = \frac{C_0 \cdot S}{q}, \quad (3.1)$$

де  $C_0$  – витрати на виконання одного замовлення, грн;

$S$  – річне споживання продукції, кількість одиниць (од.);

$q$  – кількість продукції в закупівельній партії, од.

Річні витрати на зберігання запасів за умови постійної інтенсивності збуту визначаються середнім рівнем запасів:

$$C_x = \frac{C_1 \cdot i \cdot q}{2}, \quad (3.2)$$

де  $C_1$  – ціна одиниці продукції, грн;

$i$  – річні витрати на зберігання одиниці продукції (частка від  $C_1$ ).

Загальні річні витрати на управління запасами

$$C = C_v + C_x. \quad (3.3)$$

Оптимальним розміром закупівельної партії буде той, що забезпечує мінімальні загальні річні витрати на управління запасами. Його можна визначити з графіка  $C=f(q)$  або за формулою Уілсона:

$$q_0 = \sqrt{\frac{2C_0 \cdot S}{C_1 \cdot i}} \quad (3.4)$$

**У задачі необхідно:**

- визначити оптимальний розмір закупівельної партії аналітичним способом за формулою Уілсона (3.4);
- в одній системі координат побудувати графіки  $C_v=f(q)$ ;  $C_x=f(q)$ ;  $C=f(q)$  і визначити оптимальний розмір закупівельної партії  $q_0$  графічним способом;
- зробити висновок щодо відповідності результатів знаходження  $q_0$  двома способами.

Розглянемо **приклад** розв'язання задачі:

- 1) складаємо таблицю 3.1 і заносимо вихідні дані у графи 1–5;
- 2) визначаємо  $q_0$  за формулою (3.4) і заносимо у графу 6;
- 3) приймаємо вісім значень  $q$  (графа 7), виконуємо розрахунки за формулами (3.1) – (3.3) і заповнюємо графи 8–10;
- 4) за графами 7–10 таблиці 3.1 будуємо криві  $C_v$ ,  $C_x$ ,  $C$  (рисунок 3.1), попередньо визначивши ціну поділки, наприклад, для осі абсцис – в одному сантиметрі 2000 од. виробів, а для осі ординат – в одному сантиметрі 50 тис. грн;
- 5) з точки перетину кривих  $C_v$  і  $C_x$  опускаємо вертикаль на вісь абсцис і отримуємо оптимальний розмір закупівельної партії  $q_0$ . Абсцисі  $q_0$  відповідає мінімум функції  $C=f(q)$ .

**Висновок:** результати, отримані аналітичним і графічним способами, збігаються. Оптимальний розмір закупівельної партії  $q_0=17588$  од.

Вихідні дані до задачі за варіантами наведені у таблиці 3.2.

Таблиця 3.1 – визначення оптимального розміру закупівельної партії (приклад)

Вихідні дані					Результати розрахунків				
Варіант	$C_0$ , тис. грн	$S$ , од.	$C_1$ , тис. грн	$i$	$Q_0$ , од.	$q$ , од.	$C_v$ , тис. грн	$C_x$ , тис. грн	$C$ , тис. грн
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
31	14,5	160000	0,15	0,1	17588	4000	580	30	610
						8000	290	60	350
						12000	193	90	283
						16000	145	120	265
						20000	116	150	266
						24000	97	180	277
						28000	83	210	293
						32000	73	240	313

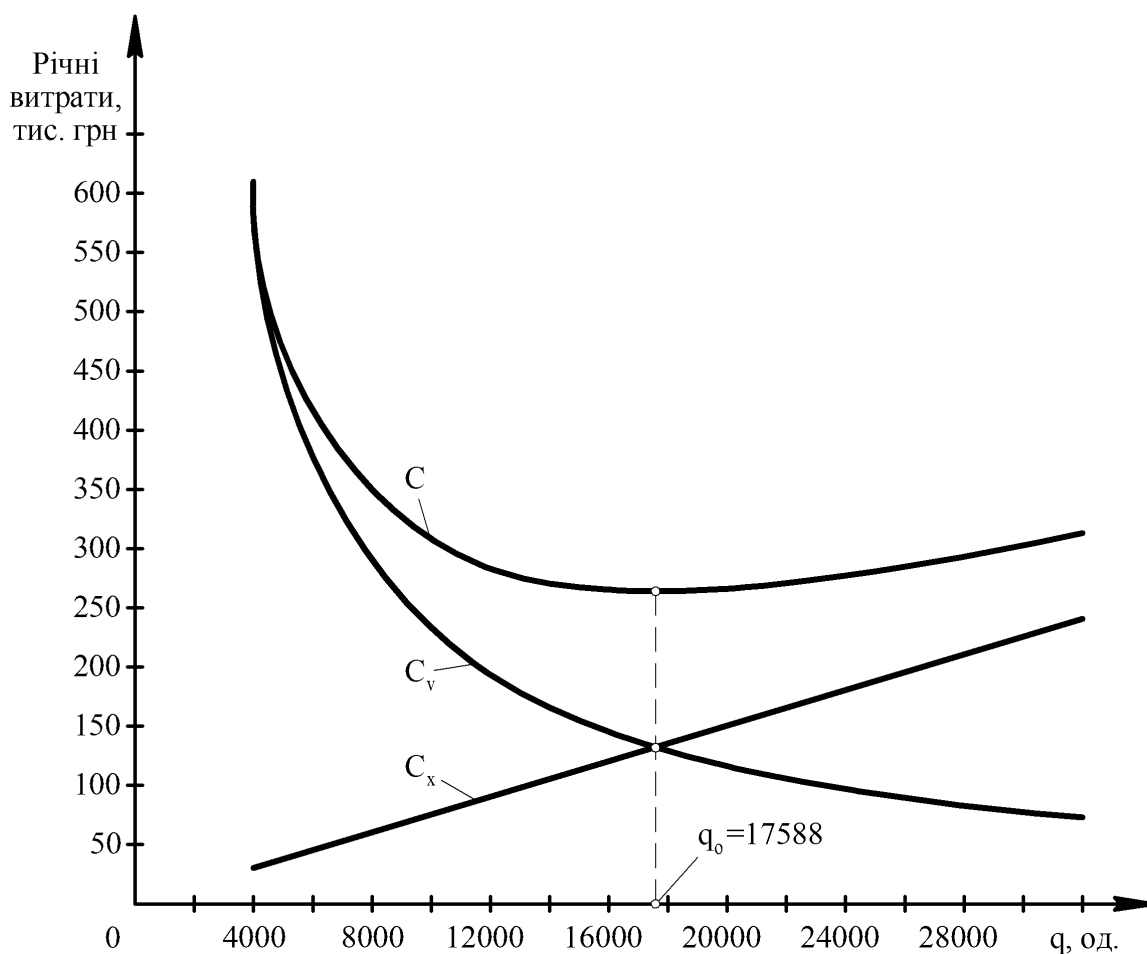


Рисунок 3.1 – Графічне визначення оптимального розміру закупівельної партії (приклад)

Таблиця 3.2 – Вихідні дані до визначення оптимального розміру закупівельної партії

Варіант	$C_0$ , тис.грн	$S$ , од.	$C_1$ , тис.грн	$i$
<b>1</b>	9	200000	0,08	0,1
<b>2</b>	9,5	190000	0,09	0,11
<b>3</b>	10	180000	0,10	0,12
<b>4</b>	11	170000	0,11	0,14
<b>5</b>	12	160000	0,12	0,15
<b>6</b>	12,5	150000	0,14	0,16
<b>7</b>	13	140000	0,16	0,18
<b>8</b>	13,5	130000	0,18	0,20
<b>9</b>	14	120000	0,19	0,10
<b>10</b>	15	110000	0,2	0,11
<b>11</b>	9	100000	0,08	0,12
<b>12</b>	9,5	90000	0,09	0,14
<b>13</b>	10	80000	0,1	0,12
<b>14</b>	11	70000	0,08	0,1
<b>15</b>	12	60000	0,11	0,12
<b>16</b>	12,5	190000	0,12	0,12
<b>17</b>	13	180000	0,14	0,14
<b>18</b>	13,5	170000	0,16	0,15
<b>19</b>	14	160000	0,18	0,1
<b>20</b>	15	150000	0,19	0,11
<b>21</b>	9	140000	0,08	0,20
<b>22</b>	9,5	130000	0,1	0,12
<b>23</b>	10	120000	0,12	0,14
<b>24</b>	11	110000	0,14	0,11
<b>25</b>	12	100000	0,15	0,12
<b>26</b>	12,5	120000	0,09	0,14
<b>27</b>	13	90000	0,1	0,14
<b>28</b>	13,5	80000	0,12	0,12
<b>29</b>	14	70000	0,11	0,1
<b>30</b>	15	80000	0,14	0,12

#### 4 Побудування графічної моделі системи управління запасами

Розглядається система управління запасами з фіксованим розміром замовлення без збоїв у постачанні.

Очікуване добове споживання матеріальних ресурсів в одиницях виробів за добу (од/доб):

$$N_{\text{доб}} = \frac{N_p}{D_p}; \quad (4.1)$$

де  $N_p$  – річна потреба в матеріальних ресурсах, од.;

$D_p$  – кількість робочих днів на рік,  $D_p=250$  діб.

Термін витрачання замовлення, доб,

$$T_{\text{вз}} = \frac{q_o}{N_{\text{доб}}}, \quad (4.2)$$

де  $q_o$  – оптимальний розмір закупівельної партії, од.

Плановане споживання матеріальних ресурсів за період доставки замовленої партії, од.,

$$N_{\text{ос}} = T_{\text{п}} \cdot N_{\text{доб}}, \quad (4.3)$$

де  $T_{\text{п}}$  – тривалість поставки замовленої партії, доб.

Максимально можливе споживання матеріальних ресурсів за період поставки замовленої партії, од.,

$$N_{\text{осз}} = (T_{\text{п}} + T_{\text{з}}) \cdot N_{\text{доб}}, \quad (4.4)$$

де  $T_{\text{з}}$  – можливий час затримки поставки замовленої партії, доб.

Рівень гарантійного запасу визначається, зважаючи на умову, що матеріальних ресурсів має вистачити на випадок максимально можливої затримки поставки, од.,

$$Z_{\text{г}} = N_{\text{осз}} - N_{\text{ос}}. \quad (4.5)$$

Рівень граничного запасу, од.,

$$Z_{\text{гран}} = Z_{\text{г}} + N_{\text{ос}}. \quad (4.6)$$

Рівень максимального бажаного запасу, од.

$$Z_{\text{мах}} = Z_{\text{г}} + q_0. \quad (4.7)$$

Термін витрачання запасу до граничного рівня є необхідною складовою для визначення моменту, коли треба здійснювати нове замовлення, доб,

$$T_{\text{гран}} = \frac{(Z_{\text{мах}} - Z_{\text{гран}})}{N_{\text{доб}}}. \quad (4.8)$$

**У задачі необхідно:**

- визначити параметри системи управління запасами за формулами (4.1)–(4.8);

- побудувати графічну модель системи управління запасами.

Розглянемо **приклад** розв'язання задачі за вихідними даними, наведеними у таблиці 4.1.

Таблиця 4.1 – Вихідні дані (приклад)

Варіант	$N_p$ , од.	$q_0$ , од.	$T_{\text{п}}$ , доб	$T_{\text{з}}$ , доб	$D_p$ , доб
<b>31</b>	3000	300	5	2	250

Визначаємо параметри системи управління запасами за формулами (4.1) – (4.8):

$$N_{\text{доб}} = \frac{3000}{250} = 12 \text{ од/доб};$$

$$T_{\text{вз}} = \frac{300}{12} = 25 \text{ доб};$$

$$N_{\text{ос}} = 5 \cdot 12 = 60 \text{ од.};$$

$$N_{\text{ocz}} = (5 + 2) \cdot 12 = 84 \text{ од.};$$

$$Z_r = 84 - 60 = 24 \text{ од.};$$

$$Z_{\text{гран}} = 24 + 60 = 84 \text{ од.};$$

$$Z_{\text{max}} = 24 + 300 = 324 \text{ од.};$$

$$T_{\text{гран}} = \frac{(324 - 84)}{12} = 20 \text{ діб.}$$

Графічну модель (з ілюстрацією можливої затримки поставки) будемо у такому порядку (рисунок 4.1):

1) будемо осі координат, попередньо вибравши ціну поділки, наприклад, для осі абсцис – в одному сантиметрі 10 діб, для осі ординат – в одному сантиметрі 50 од/доб;

2) проводимо горизонталі, що відповідають ординатам  $Z_r$ ,  $Z_{\text{гран}}$ ,  $Z_{\text{max}}$ ;

3) на горизонталі  $Z_{\text{гран}}$  відкладаємо абсцису  $T_{\text{гран}}$  і отримуємо точку 2;

4) з точки 1 через точку 2 проводимо відрізок до перетину з горизонталлю  $Z_r$  (точка 3);

5) з точки 3 проводимо вертикаль до перетину з горизонталлю  $Z_{\text{max}}$  і отримуємо точку 4;

6) від точки 2 по горизонталі відкладаємо відстань  $(T_{\text{п}} + T_{\text{гран}})$  і отримуємо точку 5;

6) з точки 4 через точку 5 проводимо відрізок до перетину з віссю абсцис (точка 6);

7) з точки 6 відкладаємо ординату  $q_0$  і отримуємо точку 7;

8) від точки 5 по горизонталі відкладаємо відстань  $(T_{\text{п}} + T_{\text{гран}})$  і отримуємо точку 8;

9) з точки 7 через точку 8 проводимо відрізок до перетину з горизонталлю  $Z_r$  (точка 9);

10) з точки 9 проводимо вертикаль до перетину з горизонталлю  $Z_{\text{max}}$  і отримуємо точку 10;

11) від точки 8 по горизонталі відкладаємо відстань  $(T_{\text{п}} + T_{\text{гран}})$  і отримуємо точку 11;

12) з точки 10 через точку 11 проводимо відрізок до перетину з горизонталлю  $Z_r$  (точка 12);

13) позначаємо усі параметри на графіку.



Задача розв'язана.

На прикладі графіка руху запасів у системі управління запасами з фіксованим розміром замовлення (рисунок 4.1) розглянемо принцип роботи цієї системи.

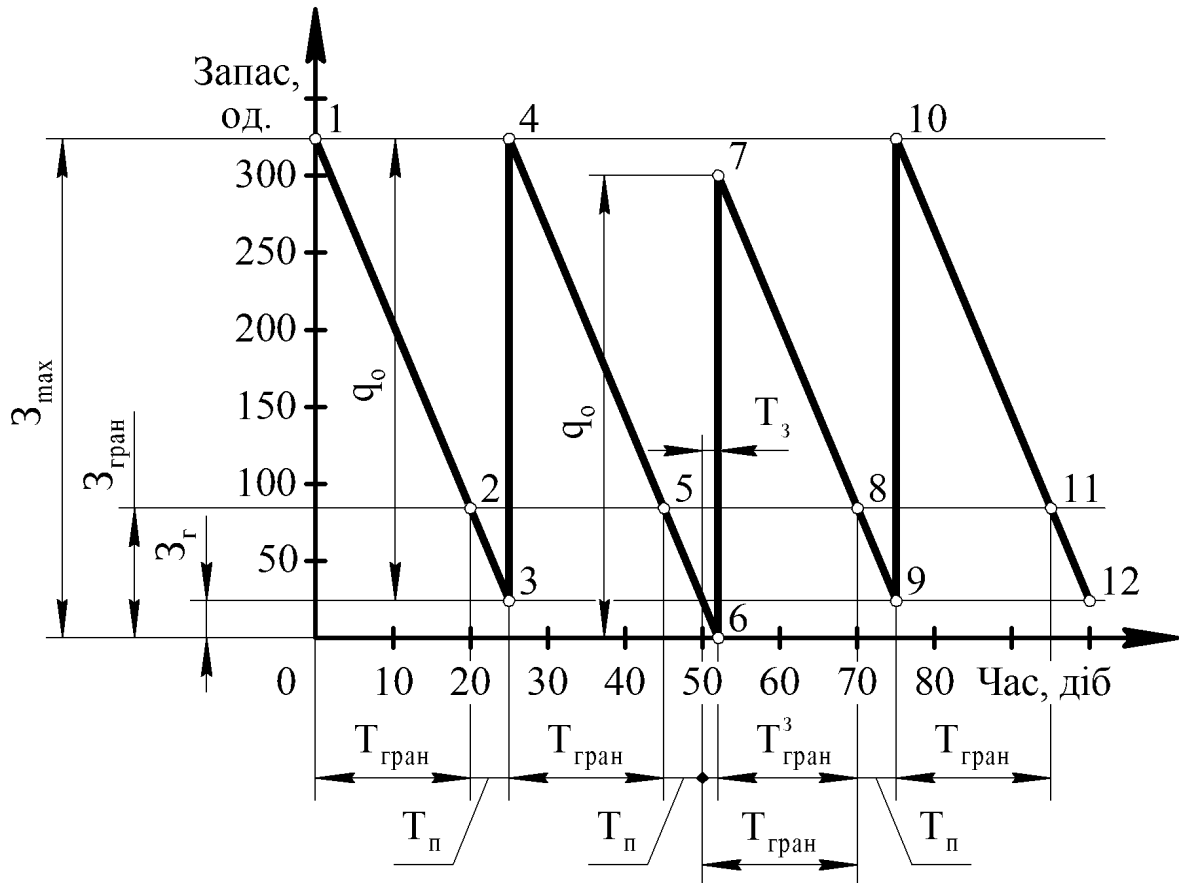


Рисунок 4.1 – Графік руху запасів (приклад)

Для спрощення будемо вважати, що поповнення запасів на складі відбувається миттєво.

Через певний інтервал часу, тобто через термін витрачання запасу до граничного рівня  $T_{гран}$ , рівень запасів матеріальних ресурсів досягне граничного рівня  $Z_{гран}$ . У цей час здійснюється наступне замовлення, розмір якого є незмінним і дорівнює оптимальному розміру закупівельної партії  $q_0$ .

Якщо постачальник матеріальних ресурсів сумлінно виконує свої зобов'язання перед споживачем, то замовлена партія матеріальних ресурсів прибуде на склад споживача через обумовлений у договорі час постачання  $T_{п}$  (точка 2). За цей час рівень запасів на складі досягне гарантійного рівня  $Z_{г}$  (точка 3).

Якщо матеріальні ресурси придуть на склад із затримкою, тривалість якої не перевищує її максимального значення  $T_3$ , то рівень запасів на складі в цей час буде нульовим, тобто на складі гарантійний запас  $Z_T$  буде вичерпано (точка б). У такому випадку для подачі наступного замовлення необхідно прийняти перерахований менший термін витрачання запасу до граничного рівня  $T_{гран}^3 = T_{гран} - T_3$ , що дасть змогу відновити рівень запасів на складі до максимального бажаного рівня  $Z_{max}$  (точка 10) за умови відсутності наступної затримки поставки матеріальних ресурсів. Отже, параметром, який постійно перераховується при використанні системи управління запасами з фіксованим розміром замовлення, є термін витрачання запасу до граничного рівня  $T_{гран}$ .

Якщо матеріальні ресурси придуть на склад із затримкою, тривалість якої перевищує її максимальне значення  $T_3$ , то підприємство-споживач буде відчувати дефіцит матеріальних ресурсів, що може спричинити зупинку виробничого процесу. У цьому випадку може виявитись доцільною зміна постачальника матеріальних ресурсів.

Вихідні дані до задачі за варіантами наведені у таблиці 4.2.

Таблиця 4.2 – Вихідні дані до розрахунку параметрів системи управління запасами

Варіант	$N_p$ , од.	$q_o$ , од.	$T_p$ , доб	$T_3$ , доб
<b>1</b>	2500	350	7	2
<b>2</b>	2750	330	6	2
<b>3</b>	3000	420	5	2
<b>4</b>	3250	325	5	3
<b>5</b>	4000	320	5	2
<b>6</b>	4250	340	6	3
<b>7</b>	4750	380	5	2
<b>8</b>	5000	400	8	2
<b>9</b>	5250	420	6	2
<b>10</b>	5500	440	6	2
<b>11</b>	2500	300	8	2
<b>12</b>	2750	220	6	2

Продовження таблиці 4.2

Варіант	$N_p$ , од.	$q_o$ , од.	$T_{п}$ , доб	$T_{з}$ , доб
13	3000	360	8	3
14	3250	455	8	3
15	3500	420	8	3
16	3750	450	8	3
17	4000	480	8	2
18	4250	510	8	2
19	4500	450	6	2
20	4750	570	6	2
21	5000	500	8	3
22	5250	525	8	2
23	5500	550	8	2
24	5750	575	8	2
25	2500	250	6	2
26	2750	275	6	2
27	3000	240	6	2
28	3250	260	6	2
29	3500	350	6	2
30	3750	375	6	2

**Примітка** – Кількість робочих днів на рік для всіх варіантів  $D_p = 250$  діб.

## 5 Побудування епюри вантажопотоків

Епюра є графічним зображенням вантажопотоку на певній ділянці траси. За допомогою епюри створюється наочна схема переміщення вантажів між пунктами відправлення та призначення, визначається транспортна робота, встановлюється найбільш вигідне розташування стоянок транспорту. Особливе значення епюра вантажопотоку має для розробки маршрутів роботи транспорту, забезпечуючи найбільшу продуктивність транспортних засобів і зниження вартості перевезень.

Шахові (косі) таблиці відображають кореспонденцію між вантажовідправниками і вантажоодержувачами. Зазначаються

пункти і вантажопотоки між ними (дивись приклад розрахунку, де за вихідними таблиці 5.1 складена таблиця 5.2).

Епюру будують, відкладаючи по осі абсцис відстань між пунктами у кілометрах, а по осі ординат – вантажопотік у тоннах за добу відповідно до вибраного масштабу (дивись приклад розрахунку, рисунок 5.1).

Сумарний вантажопотік у напрямку A-D, т/доб,

$$\Sigma Q_{A-D} = Q_{AB} + Q_{AC} + Q_{AD} + Q_{BC} + Q_{BD} + Q_{CD}, \quad (5.1)$$

де  $Q_{AB}, Q_{AC}, \dots, Q_{CD}$  – вантажопотік між відповідними пунктами, т/доб.

Відповідно сумарний вантажопотік у напрямку D-A, т/доб,

$$\Sigma Q_{D-A} = Q_{BA} + Q_{CA} + Q_{DA} + Q_{CB} + Q_{DB} + Q_{DC}. \quad (5.2)$$

Загальний обсяг перевезень, т/доб,

$$\Sigma Q = \Sigma Q_{A-D} + \Sigma Q_{D-A}. \quad (5.3)$$

Коефіцієнт нерівномірності вантажопотоків за напрямками

$$\eta = \frac{\Sigma Q_{\text{пр}}}{\Sigma Q_{\text{зв}}}, \quad (5.4)$$

де  $\Sigma Q_{\text{пр}}, \Sigma Q_{\text{зв}}$  – відповідно вантажопотоки в прямому і зворотному напрямках.

За **прямий напрямок** приймається той, у якому сумарний вантажопотік більший, тобто

$$\Sigma Q_{A-D} \geq \Sigma Q_{D-A} \Rightarrow \Sigma Q_{\text{пр}} = \Sigma Q_{A-D} \Rightarrow \Sigma Q_{\text{зв}} = \Sigma Q_{D-A}; \quad (5.5)$$

$$\Sigma Q_{A-D} < \Sigma Q_{D-A} \Rightarrow \Sigma Q_{\text{пр}} = \Sigma Q_{D-A} \Rightarrow \Sigma Q_{\text{зв}} = \Sigma Q_{A-D}.$$

Транспортна робота у напрямку A-D, ткм/доб,

$$\Sigma T_{A-D} = Q_{AB} \cdot AB + Q_{AC} \cdot (AB + BC) + Q_{AD} \cdot (AB + BC + CD) + Q_{BC} \cdot BC + Q_{BD} \cdot (BC + CD) + Q_{CD} \cdot CD, \quad (5.6)$$

де АВ, АС, ..., CD – відстань між відповідними пунктами, км.

Таблиця 5.1 – Вихідні дані (приклад)

Варіант	Відстань між пунктами, км			Вантажопотік між пунктами, т/доб											
	АВ	BC	CD	Q <sub>AB</sub>	Q <sub>AC</sub>	Q <sub>AD</sub>	Q <sub>BC</sub>	Q <sub>BD</sub>	Q <sub>CD</sub>	Q <sub>BA</sub>	Q <sub>CA</sub>	Q <sub>DA</sub>	Q <sub>CB</sub>	Q <sub>DB</sub>	Q <sub>DC</sub>
<b>31</b>	40	25	35	100	250	0	300	350	0	250	300	100	350	0	150

Транспортна робота у напрямку D-A, ткм/доб,

$$\Sigma T_{D-A} = Q_{BA} \cdot AB + Q_{CA} \cdot (AB + BC) + Q_{DA} \cdot (AB + BC + CD) + Q_{CB} \cdot BC + Q_{DB} \cdot (BC + CD) + Q_{DC} \cdot CD. \quad (5.7)$$

Загальна транспортна робота, ткм/доб,

$$\Sigma T = \Sigma T_{A-D} + \Sigma T_{D-A}. \quad (5.8)$$

Середня відстань перевезень, км,

$$L_{\text{сер}} = \frac{\Sigma T}{\Sigma Q}. \quad (5.9)$$

**У задачі необхідно:**

- 1) скласти шахову таблицю вантажопотоків між пунктами;
- 2) визначити показники:
  - загальний обсяг перевезень;
  - коефіцієнт нерівномірності вантажопотоків за напрямками;
  - загальну транспортну роботу;
  - середню відстань перевезення;

- 3) побудувати епюру вантажопотоків;  
 4) за допомогою побудованої епюри зробити висновок щодо величини вантажопотоків на ділянках АВ, ВС і CD.

Розглянемо **приклад** розв'язання задачі за вихідними даними, наведеними у таблиці 5.1.

Складаємо шахову таблицю вантажопотоків (таблиця 5.2).

Таблиця 5.2 – Вантажопотоки між пунктами (приклад)

У тоннах за добу

Пункт відправлення	Пункт призначення				Разом відправлено (вивезено)
	A	B	C	D	
A		100	250	0	350
B	250		300	350	900
C	300	350		0	650
D	100	0	150		250
Разом отримано (ввезено)	650	450	700	350	2150

**Примітка.** Для зручності заповнення таблиці 5.2 можна скористатися таблицею 5.3.

Таблиця 5.3 – Занесення вантажопотоків між пунктами з вихідних даних

Пункт відправлення	Пункт призначення			
	A	B	C	D
A		$Q_{AB}$	$Q_{AC}$	$Q_{AD}$
B	$Q_{BA}$		$Q_{BC}$	$Q_{BD}$
C	$Q_{CA}$	$Q_{CB}$		$Q_{CD}$
D	$Q_{DA}$	$Q_{DB}$	$Q_{DC}$	

Сумарний вантажопотік у напрямку А-D за формулою (5.1):

$$\Sigma Q_{A-D} = 100 + 250 + 300 + 350 = 1000 \text{ т/доб.}$$

Сумарний вантажопотік у напрямку D-A за формулою (5.2):

$$\Sigma Q_{D-A} = 250 + 300 + 100 + 350 + 150 = 1150 \text{ т/доб.}$$

Загальний обсяг перевезень за формулою (5.3):

$$\Sigma Q = 1000 + 1150 = 2150 \text{ т/доб.}$$

$\Sigma Q_{A-D} < \Sigma Q_{D-A}$ , отже за прямий напрямок приймаємо D-A, у якому сумарний вантажопотік більший. Згідно з умовою (5.5),

$$\Sigma Q_{\text{пр}} = \Sigma Q_{D-A} = 1150 \text{ т/доб.};$$

$$\Sigma Q_{\text{зв}} = \Sigma Q_{A-D} = 1000 \text{ т/доб.}$$

Коефіцієнт нерівномірності вантажопотоків за напрямками за формулою (5.4)

$$\eta = \frac{1150}{1000} = 1,15.$$

Транспортна робота у напрямку A-D за формулою (5.6)

$$\Sigma T_{A-D} = 100 \cdot 40 + 250 \cdot (40 + 25) + 300 \cdot 25 + 350 \cdot (25 + 35) = 48750 \text{ ткм/доб.}$$

Транспортна робота у напрямку D-A за формулою (5.7)

$$\Sigma T_{D-A} = 250 \cdot 40 + 300 \cdot (40 + 25) + 100 \cdot (40 + 25 + 35) + 350 \cdot 25 + 150 \cdot 35 = 53500 \text{ ткм/доб.}$$

Загальна транспортна робота за формулою (5.8)

$$\Sigma T = 48750 + 53500 = 102250 \text{ ткм/доб.}$$

Середня відстань перевезень за формулою (5.9)

$$L_{\text{ср}} = \frac{102250}{2150} = 47,56 \text{ км.}$$

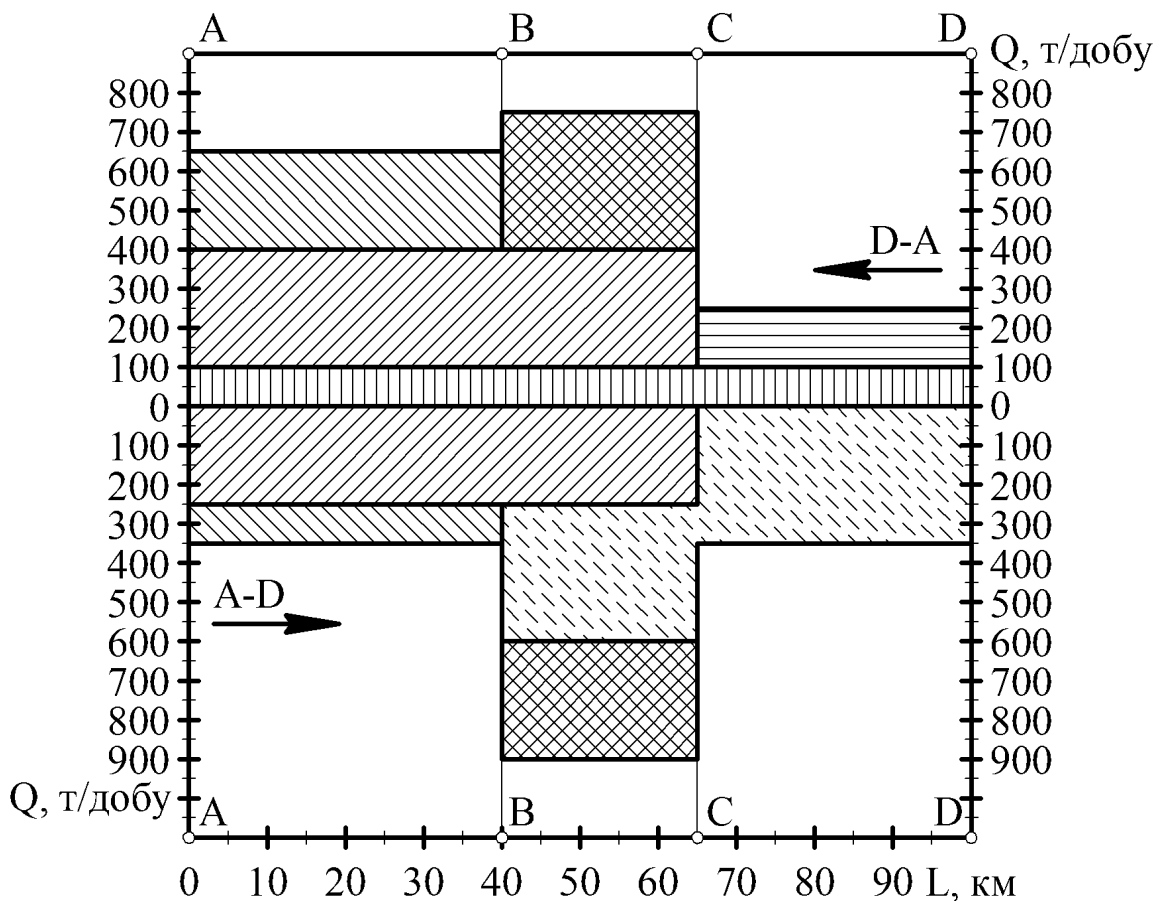


Рисунок 5.1 – Епюра вантажопотоків

Епюру вантажопотоків будемо в такому порядку (рисунок 5.1):

1) будемо осі координат, попередньо вибравши ціну поділки, наприклад, для осі абсцис – в одному сантиметрі 10 км, для осі ординат – в одному сантиметрі 200 т/доб;

2) на осі абсцис позначаємо точки А, В, С, В згідно із заданими відстанями АВ, ВС, CD і проводимо через них вертикалі;

3) починаємо побудову епюри з вантажопотоку у прямому напрямку, за який раніше вибрали напрямок D-A. Вибираємо потік, що йде з найвіддаленішого пункту, тобто з D до А. На рівні ординати  $Q_{DA}=100$  т/доб (над віссю абсцис) проводимо горизонталь і заштриховуємо одержаний прямокутник;

4) другою за довжиною є ділянка СА. Від раніше проведеної горизонталі відкладаємо ординату  $Q_{CA}=300$  т/доб і проводимо горизонталь між відповідними вертикалями. Одержаний прямокутник заштриховуємо в іншому стилі;



- 5) аналогічно будуємо епюри для решти ділянок: АВ, ВС, CD;  
 6) нижня частина епюри (зворотний напрямок А-D) будується дзеркально відносно нульової ординати.

**Примітки:**

1 Стиль штрихування має бути однаковим для тих самих ділянок для прямого і зворотного напрямків.

2 Епюра повинна бути без «білих плям». Якщо прямокутники перекриваються (у нашому прикладі ділянки АС і ВD, то один з прямокутників розділяємо, закривши «білу пляму».

**Висновок:** з епюри видно, що вантажопотоки на ділянках становлять: АВ – у прямому напрямку: 650 т/доб, у зворотному: 350 т/доб; ВС – у прямому: 750 т/доб, у зворотному: 900 т/доб; CD – у прямому: 250 т/доб, у зворотному: 350 т/доб.

Вихідні дані за варіантами подані у таблиці 5.4.

Таблиця 5.4 – Вихідні дані для побудови епюри вантажопотоків

Варіант	Відстань між пунктами, км			Вантажопотік між пунктами, т/доб											
	АВ	ВС	CD	Q <sub>AB</sub>	Q <sub>AC</sub>	Q <sub>AD</sub>	Q <sub>BC</sub>	Q <sub>BD</sub>	Q <sub>CD</sub>	Q <sub>BA</sub>	Q <sub>CA</sub>	Q <sub>DA</sub>	Q <sub>CB</sub>	Q <sub>DB</sub>	Q <sub>DC</sub>
1	20	30	40	250	0	450	100	200	300	0	450	500	150	0	400
2	30	20	45	350	300	150	0	250	200	500	0	200	0	150	300
3	40	35	25	150	0	350	200	150	100	0	400	250	300	200	0
4	25	20	45	500	0	300	150	0	300	400	200	0	100	150	350
5	20	25	45	0	100	500	300	150	400	250	0	400	350	0	250
6	45	25	30	150	200	0	250	400	0	200	300	150	350	0	250
7	15	35	40	400	300	200	150	0	100	0	450	0	250	100	150
8	40	15	35	450	0	400	150	200	100	0	400	450	0	250	100
9	35	15	20	0	500	200	250	150	0	350	450	300	150	0	200
10	25	35	30	250	400	150	0	200	100	300	500	0	250	0	200
11	40	50	30	450	100	250	0	300	200	400	0	300	150	0	250
12	35	45	20	100	0	200	150	300	400	0	200	300	250	450	0
13	45	25	35	400	0	300	150	0	250	450	100	0	250	350	200
14	15	45	20	0	250	500	200	150	100	300	0	400	100	0	200
15	45	40	25	250	300	0	400	200	0	350	250	300	400	0	100
16	15	30	25	150	0	350	100	150	200	0	350	400	100	0	300

Продовження таблиці 5.4

Варіант	Відстань між пунктами, км			Вантажопотік між пунктами, т/доб											
	AB	BC	CD	Q <sub>AB</sub>	Q <sub>AC</sub>	Q <sub>AD</sub>	Q <sub>BC</sub>	Q <sub>BD</sub>	Q <sub>CD</sub>	Q <sub>BA</sub>	Q <sub>CA</sub>	Q <sub>DA</sub>	Q <sub>CB</sub>	Q <sub>DB</sub>	Q <sub>DC</sub>
17	30	40	35	300	250	150	0	200	150	450	0	150	0	150	250
18	50	35	15	150	0	300	150	150	100	0	350	200	250	150	0
19	40	20	15	450	0	250	150	0	250	350	150	0	100	150	300
20	50	30	35	0	100	450	250	150	350	200	0	350	300	0	200
21	60	20	25	150	150	0	200	350	0	150	250	150	300	0	200
22	55	30	40	350	250	150	150	0	100	0	400	0	200	100	150
23	50	40	35	400	0	350	150	150	100	0	350	400	0	200	100
24	35	25	45	0	450	150	200	150	0	300	400	250	150	0	150
25	60	20	15	200	350	150	0	150	100	250	450	0	200	0	150
26	35	45	40	400	100	200	0	250	150	350	0	250	150	0	200
27	35	15	60	100	0	150	150	250	350	0	150	250	200	400	0
28	55	40	30	350	0	250	150	0	200	400	100	0	200	300	150
29	20	35	50	0	200	450	150	150	100	250	0	350	100	0	150
30	55	25	40	200	250	0	350	150	0	300	200	250	350	0	100

### 6 Вибір вантажоперевізника за рейтингом

Оберемо критерії для визначення рейтингу кожного з вантажоперевізників: вартість перевезення, ступінь збереження вантажу та дотримання графіка поставок.

Загальні додаткові можливі витрати, грн,

$$V = V_{\Pi} + V_3 + V_{\Pi}, \quad (6.1)$$

де  $V_{\Pi}$  – можливі додаткові витрати, пов'язані з пошкодженням вантажу під час перевезення, віднесені до одиниці вантажу, грн;

$V_3$  – можливі додаткові витрати, пов'язані зі зривами термінів поставок, віднесені до одиниці вантажу, грн;

$V_{\Pi}$  – можливі додаткові витрати, пов'язані з вартістю перевезення, віднесені до одиниці вантажу, грн.

Одержувач вантажу повинен заздалегідь збільшувати розмір партії необхідного йому вантажу з урахуванням відсотка товару, пошкодженого під час перевезення. Отже, можливі додаткові витрати, пов'язані з пошкодженням вантажу, грн,

$$B_{\text{п}} = \frac{B \cdot C_{\text{бал}}}{100}, \quad (6.2)$$

де  $B$  – відсоток пошкодження вантажу при перевезенні у партії поставки;

$C_{\text{бал}}$  – балансова вартість одиниці вантажу для вантажоодержувача, грн.

Балансова вартість одиниці вантажу для вантажоодержувача може складатись із вартості одиниці вантажу, вартості перевезення одиниці вантажу за заданим маршрутом і вартості збереження одиниці вантажу як на власному складі, так і на проміжних складах інших фірм, грн,

$$C_{\text{бал}} = C_{\text{тр}} + C_{\text{зб}} + C, \quad (6.3)$$

де  $C_{\text{тр}}$  – вартість перевезення одиниці вантажу за заданим маршрутом даним вантажоперевізником, грн;

$C_{\text{зб}}$  – загальна вартість збереження одиниці вантажу як на власному складі, так і на проміжних складах інших фірм, грн;

$C$  – вартість одиниці вантажу, грн.

Вантажоодержувач повинен заздалегідь збільшувати розмір партії поставки з урахуванням можливих зривів строків. Можливі додаткові витрати, пов'язані зі зривами строків поставок вантажу, грн,

$$B_{\text{з}} = \frac{D}{D_{\text{р}}} C_{\text{бал}}, \quad (6.4)$$

де  $D$  – загальна тривалість запізнь поставок за розрахунковий період (рік), доб;

$D_{\text{р}}$  – загальна тривалість робочого часу фірми-вантажодержувача за розрахунковий період, приймаємо  $D_{\text{р}} = 365$  діб.

Економічний сенс додаткових витрат, пов'язаних із вартістю перевезення вантажу, можна розуміти як різницю між балансовою вартістю одиниці вантажу у випадку перевезення за заданим маршрутом конкретним вантажоперевізником та найменшою балансовою вартістю одиниці вантажу, яка утворилася на ринку транспортних послуг на час проведення розрахунків, грн,

$$V_{ц} = C_{\text{бал (i)}} - C_{\text{бал (min)}}, \quad (6.5)$$

де  $C_{\text{бал (i)}}$  – балансова вартість одиниці вантажу у випадку перевезення його даним вантажоперевізником, грн;

$C_{\text{бал (min)}}$  – мінімальна балансова вартість одиниці вантажу серед пропонувананих вантажоперевізників, грн.

**У задачі необхідно** вибрати одного з трьох запропонувананих вантажоперевізників з урахуванням загальних можливих додаткових витрат, що понесе фірма – споживач транспортних послуг.

Розглянемо **приклад** розв'язання задачі.

Вихідні дані та результати розрахунків рейтингів вантажоперевізників за формулами (6.1)–(6.5) зручно подати у формі таблиці 6.1.

Перевагу слід віддати вантажоперевізнику, використання послуг якого споживачем матиме найменші сумарні додаткові витрати  $V$ . Для прикладу, що наведений у таблиці 6.1, це вантажоперевізник А, для якого  $V_{(\text{min})} = 0,931$  грн.

Таблиця 6.1 – Розрахунок рейтингів вантажоперевізників (приклад)

Показник	Значення показника для перевізника		
	А	В	С
1	2	3	4
1 Вартість перевезення одиниці вантажу $C_{\text{гр}}$ , грн	7	6,1	6,0
2 Вартість збереження одиниці вантажу $C_{\text{зб}}$ , грн	1	1	1,4

Продовження таблиці 6.1

1	2	3	4
3 Вартість одиниці вантажу С, грн	3	3,6	3,8
4 Відсоток пошкоджень при перевезенні вантажу Б, %	3	5	3,1
5 Загальна тривалість запізнень поставок за розрахунковий період Д, доб	10	14	12
6 Загальна тривалість робочого часу фірми-вантажоодержувача за розрахунковий період Д <sub>р</sub> , доб	365		
7 Балансова вартість одиниці вантажу С <sub>бал</sub> , грн	11	10,7	11,2
8 Мінімальна балансова вартість одиниці вантажу С <sub>бал(мін)</sub> , грн	10,7		
9 Додаткові витрати, пов'язані з вартістю перевезення одиниці вантажу В <sub>ц</sub> , грн	0,3	0	0,5
10 Додаткові витрати, пов'язані з пошкодженням, віднесені до одиниці вантажу В <sub>п</sub> , грн	0,33	0,535	0,347
11 Додаткові витрати, пов'язані зі зривами термінів поставок, віднесені до одиниці вантажу В <sub>з</sub> , грн	0,301	0,41	0,368
Разом: додаткові витрати фірми-споживача транспортних послуг на перевезення одиниці вантажу за заданим маршрутом В, грн	0,931	0,945	1,215

Вихідні дані для розрахунків за варіантами наведені у таблиці 6.2.

Таблиця 6.2 – Вихідні дані до визначення рейтингів постачальників

Варіант	С <sub>тр</sub> , грн			С <sub>зб</sub> , грн			С, грн			Б, %			Д, доб		
	А	В	С	А	В	С	А	В	С	А	В	С	А	В	С
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
<b>1</b>	10	9,5	9	1,2	1,4	1,5	4	4,3	4,3	2	4	3,5	9	11	12
<b>2</b>	9	10	9,5	1,4	1,6	1,8	5,2	4,5	5	3	5	4	10	12	11
<b>3</b>	12	9	12	1,8	2	1,9	5,5	6	5	2,5	3,5	5	12	10	14

Продовження таблиці 6.2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
4	14	16	12	2,5	2,2	2	7	8	8	3,8	4	4,5	14	15	12
5	16	15	14	3	3,5	4	8,5	9	10	6	5	3	15	14	11
6	8	7,2	7	1,1	1	1,4	3,1	3,7	3,9	3,2	5,2	3,3	11	15	12
7	15	14	12,5	2,9	2,7	3,2	7,2	6,8	7,5	2,2	2,5	3,2	8	10	11
8	12,5	14	10,5	2,2	2,8	2,4	14	12	15	4	4	2,2	11	12	9
9	8,5	10,5	9	3,2	3,5	3	19	15,5	17	2,5	4	2,8	7	8	8
10	4	4,8	4,2	1,9	2,2	2,1	6,3	6	6,5	5	6	4	10	12	9
11	8	10	11	2	2,4	2,6	17	15	14,5	6	6	8	8	9	9
12	6	7	8	3	3,5	3,2	16	14	14	3	5	4	7	10	9
13	7,5	6,8	7,2	4	3,7	3,5	21	19	22	5	6	4,5	8	9	7
14	5,8	5,3	6,2	4,5	4	5,1	18	19	17	2,6	2	3,5	7	6	8
15	4,8	5,2	4,6	2,5	2,5	2,1	12,5	12	14	3,1	3,5	2,8	8	8	6
16	2,3	2,1	2,5	1,4	1,7	1,2	5,3	5	5,3	3	5	3,2	8	6	7
17	2,9	3,1	3,5	1,7	1,6	1,8	6	6,2	5,5	6,8	5,5	7	7	5	7
18	3,4	3,5	3,8	2,2	2,1	1,5	6	6,5	7	7,5	8	6	7	7	6
19	4,5	5,2	4,2	1,9	2,3	2,2	9	8	9	4,5	5,5	5	6	8	6
20	3,2	3,6	3,2	2,1	2,5	2,4	11	9,5	10	3,5	4,8	5	8	10	9
21	2,1	2,5	2,3	1,1	1,8	1,5	4,9	4,1	4,7	4,5	6,2	5	6	8	7
22	2,6	3,1	3,3	1,9	2,2	2,6	8,5	8,2	7,8	5,5	6,5	7,2	8	10	10
23	3,2	3,5	4,1	2,5	2,8	2,9	16	15	14	4	6,2	7,4	6	8	8
24	3,8	3,1	4,2	1,9	1,5	2,1	16	18	14,5	5,1	4,2	6,2	8	7	9
25	2,1	2,4	2,8	1,7	1,7	1,9	7,5	7,3	7	4,2	5,2	6,3	6	7	8
26	3,3	2,8	3,2	2,5	2,2	3,1	14,5	16	14	5,5	4	6,1	7	6	8
27	4,8	4,3	5,2	3,5	3	4,1	15	16	14	3,6	3	4,5	7	6	8
28	6,2	8,1	9,2	2	2,4	2,6	21	20	18	6,2	6,3	8	8	9	9
29	3,6	3,7	3,9	2,3	2,2	1,6	16	17	18	7,6	8,1	6,2	7	7	6
30	2,5	3,1	3,2	1,8	2,2	2,5	14	12,5	12	5,7	6,7	7,4	8	10	10

## 7 Транспортна задача лінійного програмування

### 7.1 Постановка задачі

Задача лінійного програмування – це задача з лінійною цільовою функцією багатьох змінних та лінійними обмеженнями.

Приклад умов такої задачі: у двох пунктах розташовані підприємства А і В, що виготовляють будівельні матеріали, а ще у двох пунктах – кар'єри С і D, що постачають їм пісок. Перевезення з кожного кар'єру можуть здійснюватися до обох споживачів.

Розглянемо **приклад** розв'язання задачі за вихідними даними, наведеними у таблиці 7.1 (рисунок 7.1).

Таблиця 7.1 – Вихідні дані (приклад)

Варіант	Потреба підприємства, т/доб		Продуктивність кар'єру, т/доб		Вартість перевезення вантажу, грн/т			
	А	В	С	D	від С до А	від С до В	від D до А	від D до В
31	40	50	70	30	20	60	50	30

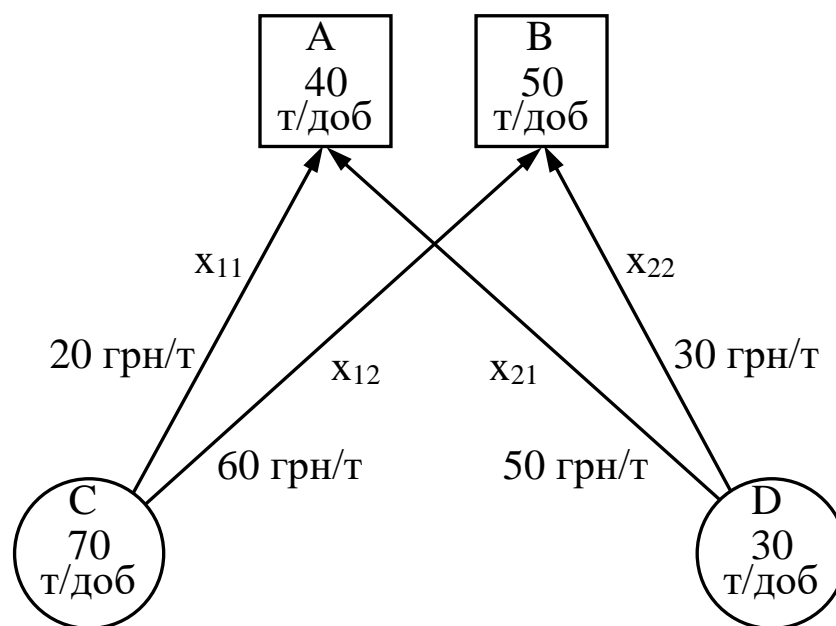


Рисунок 7.1 – Схема перевезень

У задачі необхідно спланувати перевезення до споживачів А і В від постачальників С і D за умови мінімальних транспортних витрат.

## 7.2 Побудування математичної моделі транспортної задачі

Позначимо кількість піску, що перевозиться між відповідними пунктами, через  $x_{11}$ ,  $x_{12}$ ,  $x_{21}$ ,  $x_{22}$  (рисунок 7.1).

На підприємство А необхідно завозити 40 т/доб, а на підприємство В – 50 т/доб, тобто

$$x_{11} + x_{21} = 40;$$

$$x_{12} + x_{22} = 50.$$

У свою чергу з кар'єру D не може бути вивезено більше ніж 30 т/доб, а з кар'єру С – більше ніж 70 т/доб, тобто

$$x_{21} + x_{22} \leq 30;$$

$$x_{11} + x_{12} \leq 70.$$

Вартість усіх перевезень можна визначити за цільовою функцією, грн,

$$F = 20x_{11} + 60x_{12} + 50x_{21} + 30x_{22}. \quad (7.1)$$

Обмеження можна записати у вигляді системи

$$\left. \begin{array}{l} x_{11} + x_{12} \leq 70; \\ x_{21} + x_{22} \leq 30; \\ x_{11} + x_{21} = 40; \\ x_{12} + x_{22} = 50; \\ x_{ij} \geq 0; \quad i = 1, 2; \quad j = 1, 2. \end{array} \right\} \quad (7.2)$$



**Математичне формулювання задачі:** на множині розв'язків системи обмежень (7.2) знайти мінімальне значення цільової функції (7.1).

### 7.3 Перетворення задачі

**7.3.1** Задача є незбалансованою (відкритою): можливості постачальників ( $70+30=100$  т/доб) не збігаються із запитами споживачів ( $40+50=90$  т/доб). Щоб перетворити задачу в збалансовану (закриту), впровадимо третього умовного споживача Е (з нульовою вартістю перевезень), до якого будуть транспортуватися невикористані запаси кар'єрів, тобто введемо додаткові невід'ємні змінні:  $x_{13}+x_{23}=10$ . Перші дві нерівності у системі (7.2) перетворимо у рівняння:

$$x_{11}+x_{12}+x_{13}=70;$$

$$x_{21}+x_{22}+x_{23}=30.$$

У цільову функцію додаткові змінні  $x_{13}$  та  $x_{23}$  входять з нульовими коефіцієнтами.

**7.3.2** Запишемо умову задачі з додатковим споживачем у вигляді таблиці 7.2.

Таблиця 7.2 – Форма таблиці перевезень

	А	В	Е	
С	<sup>1-1</sup> 20 $x_{11}$	<sup>1-2</sup> 60 $x_{12}$	<sup>1-3</sup> 0 $x_{13}$	70
Д	<sup>2-1</sup> 50 $x_{21}$	<sup>2-2</sup> 30 $x_{21}$	<sup>2-3</sup> 0 $x_{23}$	30
	40	50	10	100

Математична модель збалансованої задачі:

$$\left. \begin{aligned} x_{11} + x_{12} + x_{13} &= 70; \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} &= 30; \\ x_{11} + x_{21} &= 40; \\ x_{12} + x_{22} &= 50; \\ x_{13} + x_{23} &= 10; \\ x_{ij} &\geq 0; \quad i = 1, 2; \quad j = 1, 2, 3. \end{aligned} \right\} \quad (7.3)$$

Цільова функція збалансованої задачі, грн,

$$F=20x_{11}+60x_{12}+0x_{13}+50x_{21}+30x_{22}+0x_{23}. \quad (7.4)$$

**7.3.3** Складемо задачу, що є двоїстою щодо збалансованої. З кожною вихідною задачею лінійного програмування можна пов'язати деяку іншу задачу, що називається **двоїстою** і відповідає таким вимогам:

- у матриці з коефіцієнтів змінних у двоїстій задачі рядки замінені колонками відносно вихідної задачі;
- у вихідній задачі  $n$  змінних і  $m$  обмежень, у двоїстій – навпаки;
- у правих частинах систем обмежень кожної із задач стоять коефіцієнти цільової функції, взяті з іншої задачі;
- якщо до системи обмежень вихідної задачі входять нерівності типу « $\leq$ » і при цьому треба максимізувати цільову функцію, то у двоїстій задачі – нерівності типу « $\geq$ » і треба мінімізувати цільову функцію, та навпаки.

Оптимальні плани обох задач тісно пов'язані між собою. Задачі утворюють так звану двоїсту пару. За вихідну можна взяти будь-яку з них, для подальшого розв'язання це не має значення.

Математичну модель двоїстої задачі складемо у вигляді таблиці 7.3 за такими правилами:

- у верхній частині таблиці залишаємо вільні рядки для подальшого вписування планів перевезень;
- у наступному після вільних рядків записуємо всі змінні вихідної задачі, а у першій колонці записуємо введені додаткові змінні двоїстої задачі  $u_1, u_2$  (за кількістю постачальників) та  $v_1, v_2, v_3$  (за кількістю споживачів);

- в останньому рядку записуємо коефіцієнти цільової функції вихідної задачі, а в останній колонці – двоїстої;

- у частині таблиці, між згаданими рядками і колонками (виділена подвійними лініями) записуємо коефіцієнти при змінних вихідної задачі. Наприклад, подамо систему (7.3) у вигляді матриці змінних (7.5). Закреслимо змінні, яких нема у рівняннях (7.3). Коефіцієнти при незакреслених змінних будуть дорівнювати 1, а при закреслених – 0.

Таблиця 7.3 – Математична модель двоїстої задачі

	$x_{11}$	$x_{12}$	$x_{13}$	$x_{21}$	$x_{22}$	$x_{23}$	
$u_1$	1	1	1	0	0	0	70
$u_2$	0	0	0	1	1	1	30
$v_1$	1	0	0	1	0	0	40
$v_2$	0	1	0	0	1	0	50
$v_3$	0	0	1	0	0	1	10
$C_{ij}$	20	60	0	50	30	0	

$$\left[ \begin{array}{cccccc|c}
 x_{11} & x_{12} & x_{13} & \cancel{x_{21}} & \cancel{x_{22}} & \cancel{x_{23}} & 70 \\
 \cancel{x_{11}} & \cancel{x_{12}} & \cancel{x_{13}} & x_{21} & x_{22} & x_{23} & 30 \\
 x_{11} & \cancel{x_{12}} & \cancel{x_{13}} & x_{21} & \cancel{x_{22}} & \cancel{x_{23}} & 40 \\
 \cancel{x_{11}} & x_{12} & \cancel{x_{13}} & \cancel{x_{21}} & x_{22} & \cancel{x_{23}} & 50 \\
 \cancel{x_{11}} & \cancel{x_{12}} & x_{13} & \cancel{x_{21}} & \cancel{x_{22}} & x_{23} & 10
 \end{array} \right] \quad (7.5)$$

Система обмежень двоїстої задачі складається за колонками таблиці 7.3 з урахуванням лише ненульових чарунок:

$$\left. \begin{array}{l}
 u_1 + v_1 \leq 20; \\
 u_1 + v_2 \leq 60; \\
 u_1 + v_3 \leq 0; \\
 u_2 + v_1 \leq 50; \\
 u_2 + v_2 \leq 30; \\
 u_2 + v_3 \leq 0.
 \end{array} \right\} \quad (7.6)$$

Цільова функція двоїстої задачі, грн,

$$F=70u_1+30u_2+40v_1+50v_2+10v_3. \quad (7.7)$$

## 7.4 Побудування планів перевезень і перевірка їх на оптимальність

**7.4.1** Складемо перший опорний план перевезень (таблиця 7.4), використавши **метод північно-західного кута** – максимальну кількість вантажу поміщаємо в ліву верхню частину таблиці.

Таблиця 7.4 – Перший опорний план

	A	B	E	
C	<sup>1-1</sup> 20 40	<sup>1-2</sup> 60 30	<sup>1-3</sup> 0	70
D	<sup>2-1</sup> 50	<sup>2-2</sup> 30 20	<sup>2-3</sup> 0 10	30
	40	50	10	100

$$x_{11}=40; \quad x_{12}=30; \quad x_{13}=0;$$

$$x_{21}=0; \quad x_{22}=20; \quad x_{23}=10.$$

Цільова функція за формулою (7.4):

$$F=20 \cdot 40 + 60 \cdot 30 + 30 \cdot 20 + 0 \cdot 10 = 3200 \text{ грн.}$$

**7.4.2** Перевіримо перший план на оптимальність. Для цього числові значення базисних змінних  $x_{ij}$  впишемо в таблицю 7.3 над рядком змінних і одержимо таблицю 7.5.

Таблиця 7.5 – Записування планів перевезень у таблицю 7.3

2-й план	40	20	10	0	30	0	100
1-й план	40	30	0	0	20	10	100
	$x_{11}$	$x_{12}$	$x_{13}$	$x_{21}$	$x_{22}$	$x_{23}$	
$u_1$	1	1	1	0	0	0	70
$u_2$	0	0	0	1	1	1	30
$v_1$	1	0	0	1	0	0	40
$v_2$	0	1	0	0	1	0	50
$v_3$	0	0	1	0	0	1	10
$C_{ij}$	2	6	0	5	3	0	

Випишемо обмеження двоїстої задачі, що відповідають ненульовим значенням змінних (зайнятим чарункам таблиці 7.4), вважаючи їх рівностями, із системи (7.6):

$$\left. \begin{aligned} u_1 + v_1 &= 20; \\ u_1 + v_2 &= 60; \\ u_2 + v_2 &= 30; \\ u_2 + v_3 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (7.8)$$

Знайдемо один з розв'язків системи (7.8), для чого приймемо  $u_1=0$ :

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= 0; \\ u_2 &= -30; \\ v_1 &= 20; \\ v_2 &= 60; \\ v_3 &= 30. \end{aligned} \right\} \quad (7.9)$$

Підставимо одержані значення (7.9) у решту нерівностей (3-й і 4-й рядки системи (7.6)), які відповідають вільним чарункам таблиці 7.4:

$$\begin{array}{l|l} u_1+v_3 \leq 0 & 30 > 0 \text{ – умова не виконується;} \\ u_2+v_1 \leq 50 & -10 < 50 \text{ – умова виконується.} \end{array}$$

Якщо хоча б одна з нерівностей не є правильною, як у нашому випадку, план не оптимальний.

**7.4.3** Складемо новий опорний план, для чого використаємо незайняті чарунки таблиці 7.4 таким чином: для кожної вільної чарунки будемо прямокутний контур (ланцюг) таким чином, щоб одна з його вершин перебувала у вільній (вихідній) чарунці, а решта – у зайнятих. При цьому усі кути контуру повинні бути прямими.

Вихідній чарунці присвоюємо знак «+» (збільшення поставки). Тоді друга чарунка повинна мати знак «-», третя «+» і т. д. Далі обходимо контур і знаходимо сумарну вартість перевезення однієї тонни вантажу. Якщо в результаті проходження контуру вартість відносно вихідної чарунки зменшилась, то цю чарунку вигідно включати до плану перевезень (рисунок 7.2).

	A	B	E
C	<sup>1-1</sup> 20	<sup>1-2</sup> 60	<sup>1-3</sup> 0
D	<sup>2-1</sup> 50	<sup>2-2</sup> 30	<sup>2-3</sup> 0

	A	B	E
C	<sup>1-1</sup> 20	<sup>1-2</sup> 60	<sup>1-3</sup> 0
D	<sup>2-1</sup> 50	<sup>2-2</sup> 30	<sup>2-3</sup> 0

$50 - 20 + 60 - 30 = 60$ ;  
 $60 > 50$  – вартість збільшилась  
 (невигідно)

$0 - 60 + 30 - 0 = -30$ ;  
 $-30 < 0$  – вартість зменшилась  
 (вигідно)

Рисунок 7.2 – Схема перевірки доцільності включення чарунки таблиці у план перевезень

Перерозподілимо план перевезень, включивши чарунку 1-3, яка визначена як вигідна. Для цього визначаємо найменше значення  $x_{ij}$  серед чарунок контуру зі знаком «-» (у нашому випадку це  $x_{23} = 10$  т/доб). Далі це число віднімаємо від чисел у чарунках зі знаком «-» і додаємо до чисел у чарунках зі

знаком «+». У результаті отримаємо новий план перевезень (таблиця 7.6).

Таблиця 7.6 – Другий опорний план перевезень

	А	В	Е	
С	<sup>1-1</sup> 20	<sup>1-2</sup> 60	<sup>1-3</sup> 0	70
	40	20	10	
D	<sup>2-1</sup> 50	<sup>2-2</sup> 30	<sup>2-3</sup> 0	30
		30		
	40	50	10	100

Отже, другий план перевезень:

$$x_{11}=40; \quad x_{12}=20; \quad x_{13}=10;$$

$$x_{21}=0; \quad x_{22}=30; \quad x_{23}=0.$$

Цільова функція за формулою (7.4):

$$F=20 \cdot 40+60 \cdot 20+0 \cdot 10+30 \cdot 30=2900 \text{ грн.}$$

Впишемо значення змінних  $x_{ij}$  для 2-го плану у таблицю 7.3 (дивись таблицю 7.5) і перевіримо новий план на оптимальність. Складемо систему рівнянь для зайнятих чарунок таблиці 7.6 (приклад для чарунки 1-2 подано на рисунку 7.3) та знайдемо один з розв'язків для  $u_1=0$ :

$$\left. \begin{array}{l} u_1 + v_1 = 20; \\ u_1 + v_2 = 60; \\ u_1 + v_3 = 0; \\ u_2 + v_2 = 30. \end{array} \right\} \begin{array}{l} u_1 = 0; \\ u_2 = -30; \\ v_1 = 20; \\ v_2 = 60; \\ v_3 = 0. \end{array} \quad (7.10)$$

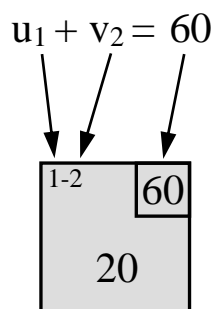


Рисунок 7.3 – Ілюстрація до складання рівнянь для перевірки плану на оптимальність

Підставимо одержані значення у нерівності для вільних чарунок таблиці 7.6 (4-й і 6-й рядки системи (7.6)):

$$\begin{array}{l|l} u_2 + v_1 \leq 50 & -10 < 50 \quad \text{– умова виконується;} \\ u_2 + v_3 \leq 0 & -30 < 0 \quad \text{– умова виконується.} \end{array}$$

Отже, другий план (таблиця 7.6) є оптимальним.

Задача розв'язана.

Вихідні дані до задачі за варіантами наведені у таблиці 7.7.

Таблиця 7.7 – Вихідні дані до транспортної задачі

Варіант	Потреба підприємства, т/доб		Продуктивність кар'єру, т/доб		Вартість перевезення вантажу, грн/т			
	A	B	C	D	від C до A	від C до B	від D до A	від D до B
<b>1</b>	50	60	80	40	30	7	60	40
<b>2</b>	65	80	95	70	50	8	50	60
<b>3</b>	80	90	130	60	40	10	70	50
<b>4</b>	90	110	140	90	60	12	100	80
<b>5</b>	100	120	150	100	90	14	120	110
<b>6</b>	60	80	70	90	40	70	90	60
<b>7</b>	80	70	90	85	80	50	60	70
<b>8</b>	90	100	110	100	60	80	50	90
<b>9</b>	50	70	80	60	90	70	80	60
<b>10</b>	110	80	130	100	10	60	50	70
<b>11</b>	60	80	90	70	70	80	50	40



Продовження таблиці 7.7

Варіант	Потреба підприємства, т/доб		Продуктивність кар'єру, т/доб		Вартість перевезення вантажу, грн/т			
	А	В	С	Д	від С до А	від С до В	від Д до А	від Д до В
<b>12</b>	80	70	85	90	40	70	90	60
<b>13</b>	90	100	100	110	8	50	60	70
<b>14</b>	50	70	60	80	6	80	50	90
<b>15</b>	110	80	100	130	9	70	80	60
<b>16</b>	60	80	75	95	10	60	50	70
<b>17</b>	80	70	95	90	7	80	50	40
<b>18</b>	90	100	115	105	4	70	90	60
<b>19</b>	50	70	85	65	8	50	60	70
<b>20</b>	110	80	135	100	6	80	50	90
<b>21</b>	60	80	95	75	9	70	80	60
<b>22</b>	80	70	90	95	10	60	50	70
<b>23</b>	90	100	105	115	7	80	50	40
<b>24</b>	50	70	65	85	4	70	90	60
<b>25</b>	110	80	100	135	8	50	60	70
<b>25</b>	110	80	100	135	8	50	60	70
<b>26</b>	60	80	100	75	6	80	50	90
<b>27</b>	80	70	95	100	9	70	80	60
<b>28</b>	90	100	110	120	10	60	50	70
<b>29</b>	50	70	75	80	7	80	50	40
<b>30</b>	110	80	120	100	6	80	50	90

## Список літератури

1 Козар Л. М., Романович Є. В., Афанасов Г. М. Логістика вантажних перевезень у прикладах на залізничному та автомобільному видах транспорту: навч. посіб. Харків: УкрДУЗТ, 2016. 206 с.

2 Логістика: Теорія та практика: навч. посіб. / В. М. Кислий, О. А. Біловодська, О. М. Олефіренко, О. М. Соляник. Київ: Центр навч. літ., 2010. 359 с.

3 Крикавський Є., Похильченко О., Фертч М. Логістика та управління ланцюгами поставок: навч. посіб. Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2017. 844 с.

## МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до практичних занять та самостійної роботи з дисципліни

*«УПРАВЛІННЯ ВИРОБНИЦТВОМ ТА ОСНОВИ ЛОГІСТИКИ»*

Частина 3

Відповідальний за випуск Козар Л. М.

Редактор Еткало О. О.

---

Підписано до друку 25.02.20 р.

Формат паперу 60x84 1/16. Папір писальний.

Умовн.-друк. арк. 2,0. Тираж 50. Замовлення №

Видавець та виготовлювач Український державний університет  
залізничного транспорту,

61050, Харків-50, майдан Фейєрбаха, 7.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 6100 від 21.03.2018 р.