

---

## АВТОМАТИЗОВАНІ СИСТЕМИ ЕЛЕКТРИЧНОГО ТРАНСПОРТУ

---

УДК 629.423.31.004.18

*Д-р техн. наук Я.В. Щербак,  
асп. В.П. Нерубацький*

### АНАЛІЗ ВАРІАНТІВ ВИБОРУ КРИТЕРІЮ ОПТИМІЗАЦІЇ ЕНЕРГОВИТРАТ НА ТЯГОВІ ПОТРЕБИ РУХОМОГО СКЛАДУ ЗАЛІЗНИЦЬ

**Актуальність досліджень.** Вирішення задачі оптимізації витрат енергії на переміщення поїзда дає можливість підвищення економічної ефективності при здійсненні перевізного процесу. Найбільш придатними для розв'язання цієї задачі є метод динамічного програмування, розроблений американським математиком Р. Беллманом [1, 2], та математичний прийом, запропонований Л.С. Понтрягіним і названий автором принципом максимуму [3]. Саме ці методи широко використовувалися для вирішення вказаного вище завдання.

**Мета статті.** Проаналізувати відомі результати досліджень у галузі оптимізації руху поїзда з енергетичної точки зору та обрані авторами цих досліджень критерії оптимізації.

**Основна частина.** Оптимізацію керування рухом поїзда за допомогою класичного варіаційного числення вперше досліджували Ichikawa, Tamura і Inada (Японія), про що ними була зроблена доповідь на Міжнародному симпозиумі з автоматичного регулювання в 1965 році. У СРСР цю методику першим використав Ю.П. Петров [4]. Умови оптимальності ним були сформульовані у формі рівнянь Ейлера. За умови, що сила тяги може змінюватися безперервно, а коефіцієнт корисної дії тягового привода локомотива постійний, було встановлено, що оптимальна траєкторія зазвичай

складається з ділянок руху по екстремалі, на якій швидкість повинна бути постійною, і ділянок руху по обмеженнях або на керування, або на швидкість.

Пізніше вченими активно розроблялися алгоритми оптимізації режимів керування і побудовані на їх основі системи автоведення поїзда, де теоретичне рішення виконувалося за допомогою принципу максимуму Л.С. Понтрягіна або методом динамічного програмування Р. Беллмана [5-13]. Завдання оптимізації керування рухом поїзда з енергетичної точки зору ставилося і вирішувалося в [14-18]. Велика увага зниженню енерговитрат на тягу завдяки вибору оптимальних режимів руху поїздів приділялася і за кордоном [19, 20].

У роботах [7, 8] за допомогою принципу максимуму Л.С. Понтрягіна отримані співвідношення для розрахунку екстремальної швидкості та обчислені оптимальні тягові режими з урахуванням профілю шляху і змінного коефіцієнта корисної дії тягових двигунів, визначені умови оптимального керування для коротких перегонів, характерних для метрополітенів і приміських електропоїздів.

У роботі [19] оптимізація керування рухом поїзда проводилася виходячи з умови мінімальної витрати палива або електроенергії при безумовному дотриманні заданого часу його прибуття на кінцевий пункт і виконанні всіх обмежень, наприклад за швидкістю. Засобом

вирішення задачі був установлений на поїзді автоматичний програмний регулятор, у який безперервно повинні надходити результати вимірювання швидкості і координати поїзда. На виході регулятора встановлювався виконавчий керуючий пристрій, який повинен реалізовувати розрахункові значення швидкості та прискорення. Як фазові координати були вибрані координата поїзда, його швидкість і час. Умова мінімальної витрати енергії на тягу поїзда була записана у вигляді виразу

$$J = \int_0^{t_f} \frac{(u + |u|) \cdot x_2}{2} \cdot dt = \min, \quad (1)$$

де  $x_2$  – швидкість поїзда, що є другою фазовою координатою;  $t_f$  – заданий час прибуття поїзда в кінцевий пункт ділянки.

У роботі [20] розглядалася оптимізація руху поїзда за мінімумом витрати електроенергії за умови дотримання заданого часу ходу поїзда від одного пункту до іншого. Були також задані початкова і кінцева швидкості поїзда. Особливістю роботи є облік електромеханічних процесів у тяговому двигуні постійного струму. За критерій оптимізації була взята витрата електроенергії, яку слід мінімізувати:

$$W = \int_{t_0}^{t_1} U \cdot i \cdot dt, \quad (2)$$

де  $t_0, t_1$  – заданий час прослідування поїздом меж ділянки, що розглядається;  $U, i$  – відповідно напруга на тяговому двигуні і його струм (тяговий з плюсом, гальмівний з мінусом). У результаті був отриманий оптимальний закон регулювання струму електровоза.

У [14, 15] авторами виконувалися дослідження з оптимізації режиму ведення поїзда метрополітену. Одночасно оптимізувався і подовжній профіль шляху. Як керуючі параметри були вибрані функція керування ухилом  $u_1$ , що дорівнює відношенню ухилу в будь-якій точці перегону до максимально допустимого спуску, і функція керування тяговими двигунами  $u_2$ , що дорівнює відношенню сили тяги (гальмування) двигуна в будь-якій точці перегону до максимально допустимої сили тяги. За критерій оптимальності був узятий такий функціонал:

$$J = \int_0^T \left( 1 + \lambda \cdot f(v) \cdot v \cdot \frac{u_2 + |u_2|}{2} \right) dt, \quad (3)$$

де  $T$  – час ходу поїзда по перегону;  $f(v)$  – максимально можлива питома сила тяги або гальмування;  $\lambda$  – коефіцієнт Лагранжа, що задає бажане співвідношення між природами часу ходу і витрати енергії.

Для вирішення завдання використовувався принцип максимуму Л.С. Понтрягіна. Було доведено, що в даному завданні регулярне керування тяговими двигунами складається з розгону і гальмування з максимально можливими тяговими і гальмівними силами, розділених вибігом.

У [9] для тепловозної тяги за допомогою принципу максимуму автором виконувався пошук функції керування поїздом у часі  $u(t)$  за частотою обертання колінчастого вала двигуна  $n$  і розрахунковим натисненням гальмівних колодок  $k_p$ . Як фазові координати були вибрані шлях, пройдений поїздом, і його швидкість. Оптимальність керування визначалася критерієм якості, записаним у вигляді:

$$J(v, n) = c_T \cdot \Phi_0[v(T), T] + c_3 \cdot \int_0^T \varphi_0[v(T), n(T)] \rightarrow \min, \quad (4)$$

де  $c_T, c_{\text{Э}}$  – вагові коефіцієнти, що відповідають вартості часу і палива;  $\Phi_0, \varphi_0$  – скалярні функції, що відповідають часу закінчення руху  $T$  і витратам палива в одиницю часу. Залежно від значень  $c_T$  і  $c_{\text{Э}}$ , а також обраної величини часу закінчення руху  $T$ , наведений критерій використовувався для оптимізації приведених витрат, витрати палива або мінімізації часу ходу по перегону.

У роботах [21, 22] автором наголошується, що при побудові графіка руху поїздів для складів розрахункової ваги доцільний і традиційно використовується критерій мінімуму часу ходу, що забезпечує максимальне використання пропускної спроможності ділянки і потужності локомотива. Для легких складів або уніфікованих вагових норм при заданому (графіковому) часі ходу або надлишку пропускної спроможності на другорядних ділянках обертання поїздів слід використовувати інші критерії керування, наприклад такі, що мінімізують витрату палива [4], або приведені витрати [5, 6]. Як фазові координати були вибрані шлях  $s$ , пройдений поїздом, і його швидкість  $v$ . Як керуючі параметри були взяті відносні величини сили тяги  $u_1$  і гальмування  $u_2$ . Критерієм оптимальності були витрати енергії під час руху поїзда:

$$J = \xi \cdot \int_0^T \frac{u_1 \cdot F(v)}{\eta(v)} \cdot v dt, \quad (5)$$

де  $\xi$  – коефіцієнт пропорційності, який ураховує інерцію мас поїзда, що обертаються;  $F(v)$  – дотична сила тяги локомотива при ним максимальній потужності, що ним розвивається;  $\eta(v)$  – коефіцієнт корисної дії локомотива, що приймається надалі рівним постійній величині;  $T$  – заданий час ходу.

Поставлене завдання вирішувалося з використанням принципу максимуму Л.С.Понтрягіна. Автор довів, що робота додаткових сил опору від ухилів подовжнього профілю шляху не залежить від режиму ведення поїзда по перегону і є величиною постійною для конкретної ділянки. Фізично вона являє собою роботу сил тяжіння з вертикального переміщення поїзда. У результаті функціонал (5), що підлягає мінімізації, був перетворений до вигляду

$$\frac{\eta}{g} \cdot J = A_{\omega} + A_b, \quad (6)$$

де  $g$  – прискорення вільного падіння;

$$A_{\omega} = \xi \cdot \frac{P+Q}{g} \cdot \int_0^L \omega_0(v) \cdot ds \quad \text{– робота}$$

основних сил опору руху поїзда по перегону;

$$A_b = \xi \cdot \frac{P+Q}{g} \cdot \int_0^L u_2 \cdot b(v) \cdot ds \quad \text{– робота}$$

гальмівних сил поїзда;

$L$  – довжина даної ділянки.

У роботі був запропонований алгоритм пошуку мінімуму цього функціонала.

У [13] розглядалася математична модель поїзда, у якій останній був поданий матеріальною точкою. У роботі наводиться ряд математичних виразів, отриманих при розв'язанні задачі з використанням принципу максимуму, які спільно з рівняннями руху і граничними умовами утворюють повну систему співвідношень, що дозволяють розрахувати оптимальну траєкторію при будь-якому профілі шляху на перегоні. У цій роботі також описаний алгоритм оптимізації методом динамічного програмування.

У [16] автором наводиться обґрунтування методики розрахунку економічно доцільних режимів ведення поїзда, закладеної в основу програмного комплексу «Train», призначеного для

розрахунку індивідуальної режимної карти прослідування поїзда по ділянці. За основний критерій оптимізації

використовувався мінімум сумарних матеріальних витрат на переміщення поїзда по ділянці:

$$C = T \cdot K_{ваг} \cdot E_{вч} + T \cdot K_{лок} \cdot E_{лч} + T \cdot K_{лок} \cdot E_{бч} + A_{эл эн} \cdot E_{эл эн} \rightarrow \min, \quad (7)$$

де  $T$  – загальний час руху поїзда по ділянці;  $K_{ваг}$ ,  $K_{лок}$  – кількість відповідно вагонів і локомотивів;  $E_{вч}$  – витратна ставка на одну вагоно-годину;  $E_{лч}$  – витратна ставка на одну локомотиво-годину поїзного електровоза;  $A_{эл эн}$  – витрати електроенергії на тягу за

вирахуванням рекуперованої електроенергії;  $E_{эл эн}$  – вартість електроенергії.

Основною відмінною особливістю роботи [18] є подання поїзда як системи матеріальних тіл з розподіленими по його довжині параметрами. За критерій якості режиму ведення поїзда в даній роботі автором були вибрані приведені витрати:

$$C_{пр} = c_1 \cdot \left[ \int_0^{T_x} F_k(v) v dt + \alpha \cdot \int_0^{T_x} B_T(v, t) v dt + \beta \cdot T_x \right], \quad (8)$$

де  $\alpha = c_5 \cdot K_u / c_1$ ,  $\beta = c_4 / c_1$  – безрозмірні коефіцієнти;  $c_1$  – вартість 1 кВт·год електричної енергії, затраченої на тягу поїзда;  $c_4$  – вартість однієї поїздо-години;  $c_5$  – вартість гальмівної колодки, що враховує також матеріальні витрати на її заміну;  $K_u$  – коефіцієнт зносу гальмівної колодки;  $F_k(v)$  – дотична сила тяги локомотива;  $B_T(v, t)$  – гальмівна сила поїзда;  $T_x$  – час проходження перегону.

вибиралися математичні вирази, що дозволяють визначити витрату електроенергії на тягу поїзда, роботу сил опору руху поїзда, роботу гальмівних сил поїзда за час його руху по перегону.

Таким чином, у всіх відомих дослідженнях оптимальності керування рухом поїзда за критерій оптимальності

**Висновки.** Надалі завдання оптимізації керування рухом поїзда за мінімумом енерговитрат на тягу слід розглядати, виходячи з умови виконання поїздки по даній ділянці за заданий час ходу при безумовному дотриманні всіх постійних і тимчасових обмежень на величину швидкості руху.

### Список літератури

1. Беллман, Р. Динамическое программирование [Текст] / Р. Беллман; под. ред. Н.Н. Воробьёва. – М.: ИЛ, 1960. – 391 с.
2. Моисеев, Н.Н. Численные методы в теории оптимальных систем [Текст] / Н.Н. Моисеев. – М.: ВЦ АН СССР, 1968. – 100 с.
3. Математическая теория оптимальных процессов [Текст] / Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе [и др.]. – М.: Гос. из-во физ.-мат. лит.-ры, 1961. – 392 с.
4. Петров, Ю.П. Оптимальное управление движением транспортных средств [Текст] / Ю.П. Петров. – Л.: Энергия, 1969. – 96 с.

5. Сидельников, В.М. Выбор оптимального режима управления локомотивом с использованием ЭЦВМ [Текст] / В.М. Сидельников // Вестник ВНИИЖТ. – 1965. – №2. – С. 52-58.
6. Дувалян, С.В. Построение оптимальной кривой движения поезда [Текст] / С.В. Дувалян // Вестник ВНИИЖТ. – 1968. – №1. – С. 57-60.
7. Максимов, В.М. Оптимальное управление при автоматическом ведении поезда метрополитена [Текст] / В.М. Максимов: сб. науч. трудов. – М.: МИИТ. – 1971. – Вып. 388. – С. 82-92.
8. Максимов, В.М. Оптимальное распределение времени хода поезда по перегонам [Текст] / В.М. Максимов: сб. науч. трудов. – М.: МИИТ. – 1975. – Вып. 498. – С. 48-52.
9. Кудрявцев, Я.Б. Принцип максимума и оптимальное управление движением поезда [Текст] / Я.Б. Кудрявцев // Вестник ВНИИЖТ. – 1977. – №1. – С. 57-60.
10. Гуськов, М.В. Интервальный алгоритм управления движением поездов метрополитена в системе автоведения с управляющей ЭВМ [Текст] / М.В. Гуськов, В.И. Бужеря: сб. науч. трудов. – М.: МИИТ. – 1978. – Вып. 612. – С. 107-114.
11. Ерофеев, Е.В. Определение оптимального по расходу электроэнергии перегонного времени хода поезда метрополитена [Текст] / Е.В. Ерофеев // Вестник ВНИИЖТ. – 1979. – №2. – С. 56-57.
12. Головичер, Я.М. Энергетически оптимальный алгоритм управления для системы автоведения поезда [Текст] / Я.М. Головичер // Вестник ВНИИЖТ. – 1982. – № 8. – С. 18-22.
13. Микропроцессорные системы автоведения электроподвижного состава [Текст] / Л.А. Баранов, Я.М. Головичер, Е.В. Ерофеев, В.М. Максимов; под ред. Л.А. Баранова. – М.: Транспорт, 1990. – 272 с.
14. Лянда, А.А. Выбор оптимального продольного профиля линии [Текст] / А.А. Лянда // Метрострой. – 1979. – № 8. – С. 20-22.
15. Плакс, А.В. Оптимизация режимов движения поездов метрополитена [Текст] / А.В. Плакс, А.А. Лянда // Вестник ВНИИЖТ. – 1981. – №6. – С. 23-27.
16. Баранов, А.Э. Выбор экономически обоснованных режимов ведения грузового поезда с электрической тягой [Текст] : дис. ... канд. техн. наук / А.Э. Баранов. – Самара, 2002. – 145 с.
17. Галиев, И.И. Оптимальное управление поездом с учётом критериев безопасности движения [Текст] / И.И. Галиев, В.А. Нехаев. – Омск: Омская гос. академия путей сообщения, 1996. – С. 30-39.
18. Нехаев, В.А. Оптимизация режимов ведения поезда с учётом критериев безопасности движения (методы и алгоритмы) [Текст] : дис. ... д-ра. техн. наук / В.А. Нехаев. – Омск, 1999. – 353.
19. Horn Peter. Uber die Anwendung des Maximum-Prinzips von Pontrjagin zur Ermittlung von Algorithmen für eine energieoptimale Zugsteuerung [Text] / Peter Horn // Vias. Z. Hochsch. Verkehrsm. Dresden, 1971. – V. 18. – №4. – S. 919-934.
20. Kokolovic Peter. Minimum-energy control of a traction motor [Text] / Peter Kokolovic, Gardial Singh // IEEE Trans. Automat. Contr., 1972. – V. 17. – №1. – S. 92-97.
21. Ильгисонис, М.Г. Оптимальное по энергозатратам управление движением поезда [Текст] / М.Г. Ильгисонис // Вестник ВНИИЖТ. – 1987. – № 5. – С. 12-15.
22. Ильгисонис, М.Г. Расчёт на ЭВМ параметров энергетически оптимальной траектории движения поезда [Текст] / М.Г. Ильгисонис // Вестник ВНИИЖТ. – 1989. – № 5. – С. 17-21.

**Ключові слова:** оптимізація руху поїзда, принцип максимуму, критерій оптимальності, зниження енерговитрат на тягу.

*Анотації*

У статті проаналізовані головні результати виконаних раніше досліджень у галузі оптимізації руху поїзда з енергетичної точки зору та обрані авторами цих досліджень критерії оптимізації.

В статье проанализированы главные результаты выполненных ранее исследований в области оптимизации движения поезда с энергетической точки зрения и выбираемые авторами э

In this paper the principal results of the research held before in the field of the train movement optimization in terms of energy and the optimization criteria chosen by the authors of these researches are analysed.