ФАКУЛЬТЕТ АВТОМАТИКИ, ТЕЛЕМЕХАНІКИ ТА ЗВ'ЯЗКУ

Кафедра «Автоматика та комп'ютерне телекерування рухом поїздів»

ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання розрахунково-графічної, контрольної та курсової роботи

"РОЗРОБЛЕННЯ ЦИКЛІЧНОГО КОДУ ДЛЯ СИСТЕМИ ТЕЛЕКЕРУВАННЯ ЗІ ЗМІННО-ЯКІСНОЮ ЧАСТОТНОЮ МАНІПУЛЯЦІЄЮ СИГНАЛІВ"

Частина 2. СИСТЕМИ ТЕЛЕКЕРУВАННЯ

Харків 2011

Методичні вказівки розглянуто та рекомендовано до друку на засіданні кафедри "Автоматика та комп'ютерне телекерування рухом поїздів" 9 грудня 2010 р., протокол № 4.

Наведені варіанти завдань та методичні рекомендації до виконання розрахунково-графічної, контрольної та курсової роботи "Розроблення циклічного коду для системи телекерування зі змінно-якісною частотною маніпуляцією сигналів" з дисципліни "Теорія автоматичного керування", ч. 2 "Системи телекерування".

Призначено для студентів денної та заочної форми навчання, а також студентів, що отримують другу вищу освіту за напрямом 0925 "Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології", спеціальність 092507 "Автоматика і автоматизація на транспорті".

Укладач

проф. В.Ш. Хісматулін

Рецензент

доц. С.В. Кошевий

ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання розрахунково-графічної,
контрольної та курсової роботи

"РОЗРОБЛЕННЯ ЦИКЛІЧНОГО КОДУ ДЛЯ СИСТЕМИ ТЕЛЕКЕРУВАННЯ ЗІ ЗМІННО-ЯКІСНОЮ ЧАСТОТНОЮ МАНІПУЛЯЦІЄЮ СИГНАЛІВ"

Частина 2. СИСТЕМИ ТЕЛЕКЕРУВАННЯ

Відповідальний за випуск Хісматулін В.Ш.

Редактор Решетилова В.В.

Підписано до друку 25.01.11 р.

Формат паперу 60х84 1/16 . Папір писальний.

Умовн.-друк.арк. 0,75. Тираж 100. Замовлення №

Видавець та виготовлювач Українська державна академія залізничного транспорту
61050, Харків - 50, майдан Фейєрбаха, 7
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 2874 від 12.06.2007 р.

ЗМІСТ

1 Завдання

У системі телекерування для захисту від помилок використовується надлишкове кодування переданих команд за допомогою циклічних кодів і змінно-якісна частотна маніпуляція сигналів.

Для розроблення системи телекерування виконати таке:

1) для заданого інформаційного повідомлення G й твірного полінома $P(x)$ знайти циклічний код F:

а) як результат додавання добутку $G(x) \cdot x^m$ із залишком $R(x)$;

б) як результат перемножування частки $Q(x)$ на твірний поліном $P(x)$;

2) для заданої розрядності k інформаційного повідомлення й твірного полінома $P(x)$ визначити твірну матрицю U. За допомогою твірної матриці знайти циклічний код F для заданого інформаційного повідомлення G;

3) визначити коригувальні здатності заданого циклічного коду. Для заданої ймовірності P_e спотворення одного розряду повідомлення оцінити ймовірність невиявлення помилок;

4) для заданої розрядності k інформаційного повідомлення й твірного полінома $P(x)$ скласти таблицю синдромів R_D. Для розрахованого у п.п. 1, 2 циклічного коду F та заданої комбінації помилок D записати прийняту спотворену комбінацію $H(x)$. Користуючись таблицею, відновити код;

5) для заданої розрядності k інформаційного повідомлення G й твірного полінома $P(x)$ розробити функціональні схеми пристроїв кодування й декодування циклічних кодів. Скласти таблиці алгоритмів формування та декодування циклічного коду;

6) побудувати частотно-часову діаграму передачі повідомлення, що містить заданий циклічний код F, з використанням змінно-якісної частотної маніпуляції сигналів.

Варіанти завдань для студентів денної форми навчання наведені в таблиці 1. Номер варіанта визначається за правилом

$$N = z - 30 \cdot \mathrm{int}(z/30),$$

де z – дві останні цифри номера залікової книжки студента;
$\mathrm{int}(*)$ – ціла частина числа.

Таблиця 1 – Варіанти завдань для студентів денної форми навчання

Варіант	$P(x) \to P$	$G(x) \to G$	k	P_e	$D(x) \to D$
0	10011	100111	6	10^{-4}	0001000000
1	11001	010100	6	$2 \cdot 10^{-4}$	0100000000
2	10011	110011	6	$0.5 \cdot 10^{-4}$	0010000000
3	10011	101101	6	10^{-5}	0000100000
4	11001	101001	6	$2 \cdot 10^{-5}$	0100000000
5	11001	001101	6	$0.5 \cdot 10^{-5}$	0001000000
6	10011	110010	6	10^{-3}	0000010000
7	11001	101110	6	$0.5 \cdot 10^{-3}$	0010000000
8	10011	001110	6	$2 \cdot 10^{-3}$	1000000000
9	10011	000111	6	10^{-4}	0000100000
10	11001	111000	6	$2 \cdot 10^{-4}$	0001000000
11	11001	101111	6	$0.5 \cdot 10^{-4}$	0100000000
12	10011	010010	6	10^{-5}	0010000000
13	11001	101100	6	$2 \cdot 10^{-5}$	0000100000
14	10011	011001	6	$0.5 \cdot 10^{-5}$	0100000000
15	10011	001000	6	10^{-3}	0001000000
16	11001	110111	6	$0.5 \cdot 10^{-3}$	0000010000
17	11001	111100	6	$2 \cdot 10^{-3}$	0010000000
18	10011	010110	6	10^{-4}	1000000000
19	11001	110000	6	$2 \cdot 10^{-4}$	0001000000
20	10011	000101	6	$0.5 \cdot 10^{-4}$	0100000000
21	10011	111101	6	10^{-5}	0010000000
22	11001	001100	6	$2 \cdot 10^{-5}$	0000100000
23	10011	101010	6	$0.5 \cdot 10^{-5}$	0100000000
24	10011	101101	6	10^{-3}	0001000000
25	11001	001111	6	$0.5 \cdot 10^{-3}$	0000010000
26	11001	011000	6	$2 \cdot 10^{-3}$	0010000000
27	10011	010100	6	10^{-4}	1000000000
28	11001	001011	6	$2 \cdot 10^{-4}$	0000100000
29	10011	111001	6	$0.5 \cdot 10^{-4}$	0001000000

Варіанти завдань для студентів заочної форми навчання та другої освіти наведені в таблиці 2. У контрольній роботі виконуються п.п. 1 – 4. У курсовій роботі виконуються п.п. 1 – 6.

Номер варіанта визначається за правилом

$$N = z - 20 \cdot \mathrm{int}(z/20),$$

де z – дві останні цифри номера залікової книжки студента;
int(*) – ціла частина числа.

Таблиця 2 – Варіанти завдань для студентів заочної форми навчання та другої освіти

Варіант	$P(x) \to P$	$G(x) \to G$	k	P_e	$D(x) \to D$
0	1011	1001	4	10^{-4}	0001000
1	1101	0101	4	$2\cdot 10^{-4}$	0100000
2	1011	1100	4	$0.5\cdot 10^{-4}$	0010000
3	1011	1011	4	10^{-5}	0000100
4	1101	1010	4	$2\cdot 10^{-5}$	0100000
5	1101	0011	4	$0.5\cdot 10^{-5}$	0001000
6	1011	1100	4	10^{-3}	0000010
7	1101	1011	4	$0.5\cdot 10^{-3}$	0010000
8	1011	0011	4	$2\cdot 10^{-3}$	1000000
9	1011	0001	4	10^{-4}	0000100
10	1101	1110	4	$2\cdot 10^{-4}$	0001000
11	1101	1011	4	$0.5\cdot 10^{-4}$	0100000
12	1011	0100	4	10^{-5}	0010000
13	1101	1011	4	$2\cdot 10^{-5}$	0000100
14	1011	0110	4	$0.5\cdot 10^{-5}$	0100000
15	1011	0010	4	10^{-3}	0001000
16	1101	1101	4	$0.5\cdot 10^{-3}$	0000010
17	1101	1111	4	$2\cdot 10^{-3}$	0010000
18	1011	0101	4	10^{-4}	1000000
19	1101	1100	4	$2\cdot 10^{-4}$	0001000

2 Методичні вказівки щодо виконання завдання

2.1 Загальна характеристика й принцип побудови циклічних кодів

Циклічні коди відносяться до лінійних систематичних розподільних кодів. Вони мають фіксовані кількість розрядів і місце розташування інформаційної й контрольної частин. При загальній довжині кодової комбінації n розрядів і довжині інформаційної частини k розрядів код позначається як (n,k) код. Структура (n,k) коду має такий вигляд:

$$\underbrace{\underbrace{***\ldots**}_{\substack{k \text{ ðî çðÿä³â} \\ \text{³í ô . ÷àñòèí à}}}\ \underbrace{***\ldots**}_{\substack{m \text{ ðî çðÿä³â} \\ \text{êî í òð. ÷àñòèí à}}}}_{\substack{n=k+m \text{ ðî çðÿä³â} \\ \text{çàêî äî âàí å ï î â³äî ì ëåí í ÿ}}}.$$

Циклічні коди будуються на основі операцій з інформаційними $G(x)$ і твірним $P(x)$ поліномами (многочленами) у кінцевому полі двійкових чисел. Умовне подання двійкового коду у вигляді полінома полягає в заміні основи 2 на фіктивну змінну *x*. Наприклад, коду 10101001 відповідає поліном

$$F(x) = 1\cdot x^7 + 0\cdot x^6 + 1\cdot x^5 + 0\cdot x^4 + 1\cdot x^3 + 0\cdot x^2 + 0\cdot x^1 + 1\cdot x^0 . \quad (1)$$

Як інформаційні поліноми $G(x)$ використовуються кодові комбінації двійкового коду на всі сполучення, кількість комбінацій *N* якого при *k* інформаційних розрядах дорівнює

$$N = 2^k . \quad (2)$$

Твірний поліном $P(x)$ циклічного коду вибирається із числа многочленів, які не зводяться, тобто діляться без залишку тільки на себе або на одиницю. Деякі многочлени, які не зводяться, і їхні двійкові еквіваленти наведені в таблиці 3.

Таблиця 3 – Деякі многочлени, які не зводяться, і їхні двійкові еквіваленти

$x + 1 \rightarrow 11$	$x^4 + x + 1 \rightarrow 10011$

$x^2+x+1 \to 111$	$x^4+x^3+1 \to 11001$
$x^3+x+1 \to 1011$	$x^4+x^3+x^2+x+1 \to 11111$
$x^3+x^2+1 \to 1101$	$x^5+x^2+1 \to 100101$

Ступінь m твірного полінома $P(x)$ дорівнює кількості перевірочних (контрольних) розрядів і визначає мінімальну кодову відстань, а, отже, здатності циклічного коду з корекції помилок.

З метою утворення розподільних (систематичних) кодів, у яких контрольні розряди приписуються наприкінці коду після інформаційних символів, при формуванні циклічного коду кодова комбінація $G(x)$ двійкового коду спочатку помножується на одночлен x^m, що має той же ступінь, що й твірний поліном $P(x)$. Як відомо, множення $G(x) \cdot x^m$ приводить до зсуву інформаційного полінома $G(x)$ на m розрядів уліво (приписування наприкінці комбінації m нулів). Надалі додана частина заміняється перевірочною $R(x)$.

Перевірочна частина утворюється як залишок від ділення в кінцевому полі добутку $G(x) \cdot x^m$ на поліном $P(x)$:

$$G(x) \cdot x^m / P(x) = Q(x) \oplus R(x) / P(x), \qquad (3)$$

де $Q(x)$ – ціла частка від ділення;

$R(x)$ – залишок, що містить m розрядів.

Після перемножування виразу (3) на $P(x)$ і перенесення $R(x)$ в іншу частину рівності без зміни знака одержимо

$$F(x) = G(x) \cdot x^m \oplus R(x) = Q(x) \otimes P(x), \qquad (4)$$

де $F(x)$ – циклічний код, утворений для кодової комбінації $G(x)$.

З виразу (4) маємо, що циклічний код математично може бути отриманий двома способами:

а) як результат додавання добутку $G(x)\cdot x^m$ із залишком $R(x)$;

б) як результат перемножування частки $Q(x)$ на твірний поліном $P(x)$.

Приклад. Одержати циклічний код для інформаційного коду $G(x)=x^3+1 \to G=1001$ й твірного полінома $P(x)=x^3+x^2 \to P=11101\cdot$

1) знаходимо добуток $G(x)\cdot x^3 = x^6 + x^3 \to 1001000$;

2) проводимо ділення $G(x)\cdot x^3 / P(x)$:

$$
\begin{array}{l|l}
\oplus\,1001000 & 1101 \\
\quad 1101 & \overline{\;\;1111} \text{ – частка } Q \\
\quad\overline{\;\;1000} & \\
\quad\oplus\,1101 & \\
\quad\quad\overline{\;\;1010} & \\
\quad\quad\oplus\,1101 & \\
\quad\quad\quad\overline{\;\;1110} & \\
\quad\quad\quad\oplus\,1101 & \\
\quad\quad\quad\quad\overline{\;\;011} \text{ – залишок } R &
\end{array}
$$

3) визначаємо комбінацію циклічного коду:

а) як результат додавання добутку $G(x)\cdot x^m$ із залишком $R(x)$:

$$F(x) = G(x)\cdot x^m \oplus R(x);$$

$$
\begin{array}{r}
\oplus\;1001000 \\
011 \\
\hline
F(x) \to 1001011
\end{array}
$$

б) як результат перемножування частки $Q(x)$ на твірний поліном $P(x)$:

$$F(x) = Q(x) \otimes P(x);$$

$$\begin{array}{r}
\otimes\begin{array}{r}1111\\1101\end{array}\\
\hline
1111\\
\oplus\ 1111\\
1111\\
\hline
F(x) \rightarrow 1001011
\end{array}$$

2.2 Метод твірної матриці

Для задання лінійного коду використовується також інший спосіб. Він заснований на тім, що у всякому підпросторі лінійного простору можна вибрати базис, тобто таку лінійно незалежну систему з k векторів $a_1, a_2, ..., a_k$, що складаються з n компонентів кожний, через які лінійно виражаються всі взагалі вектори підпростору. Таким чином, система базисних векторів $a_1, a_2, ..., a_k$ повністю визначає лінійний (n, k)-код. Матриця U, складена з них,

$$U = \left(a_1\ a_2\ ...\ a_k \right)^T, \tag{5}$$

називається ***твірною матрицею*** коду.

При заданій інформаційній комбінації G відповідна кодова комбінація буде визначатися виразом

$$F = G \otimes U. \tag{6}$$

Твірна матриця циклічного (n, k)-коду складається з одиничної матриці E, що містить k рядків й k стовпців, і матриці доповнень M_R, що містить k рядків і m стовпців:

$$U = \begin{pmatrix} E & M_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\ 0 \ldots 0\ 0 & R_k \\ 0\ 1 \ldots 0\ 0 & R_{k-1} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & \\ 0\ 0 \ldots 0\ 1 & R_1 \end{pmatrix}. \qquad (7)$$

$$\underbrace{\qquad\qquad}_{E} \ \underbrace{\ }_{M_R}$$

Рядками матриці доповнень M_R є k m-розрядних часткових залишків $R_1,\ R_2,\ \ldots,\ R_k$ від розподілу одиниці з $(n-1)$ нулями на твірний многочлен, причому перший залишок записується у останньому рядку, а останній – у першому.

Як відзначалося, рядки твірної матриці є вихідними лінійно незалежними кодовими комбінаціями $a_1, a_2, \ldots a_k$. Всі інші кодові комбінації циклічного коду створюються або відповідно до виразу (6), або підсумовуванням по модулю 2 усіляких варіантів вихідних кодових комбінацій $a_1, a_2, \ldots a_k$.

Приклад. Знайти твірну матрицю циклічного коду (7,4), якщо твірний многочлен $P(x) = x^3 + x^2 + 1 \to 1101$. Записати кодову комбінацію для інформаційної частини $G(x) = x^3 + 1 \to 1001$.

1) записуємо одиничну матрицю розміром $k \times k$:

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix};$$

2) розраховуємо матрицю доповнень розміром $k \times m$:

$$\begin{array}{l|l} \oplus\,1000000 & 1101 \\ \underline{1101} & \overline{111} \\ 101\ \text{-}\ R_1 & \\ \oplus\,1010 & \\ \underline{1101} & \\ 111\ \text{-}\ R_2 & \\ \oplus\,1110 & \\ \underline{1101} & \\ 011\ \text{-}\ R_3 & \\ 110\ \text{-}\ R_4 & \end{array}$$

$$M_R = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

3) записуємо твірну матрицю

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix}.$$

4) знаходимо кодову комбінацію для вектора $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$:

$$F = G \otimes U =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Виходячи зі структури вектора $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ можна також знайти кодову комбінацію шляхом додавання першої та четвертої вихідних лінійно незалежних кодових комбінацій:

$$F = a_1 \oplus a_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

2.3 Коригувальні здатності й завадостійкість циклічного коду

Коригувальні здатності циклічного коду визначаються вибором твірного полінома $P(x)$ і кількістю перевірочних розрядів m.

Циклічні коди, що виправляють одиночні помилки або виявляють одиночні й подвійні помилки, мають мінімальну кодову відстань $d_{\min} = 3$. Число контрольних символів $m = n - k$ таких кодів залежить від числа інформаційних символів k, а виходить, і від довжини всієї кодової комбінації. Значення m повинне задовольняти емпіричну формулу

$$m = \left]\log_2\left((k+1) + \left]\log_2(k+1)\right[\right)\right[, \qquad (8)$$

де $]*[$ — знак округлення у бік більшого значення.

При цьому загальне число ненульових компонентів многочлена $P(x)$ не повинне бути менше мінімальної кодової відстані $d_{\min}$. Ряд твірних поліномів, що задовольняють ці вимоги, наведений у таблиці 4.

Таблиця 4 – Поліноми для виправлення однократних помилок

k	m	n	$P(x)$
2...4	3	5...7	$x^3 + x + 1 \rightarrow 1011$; $x^3 + x^2 + 1 \rightarrow 1101$
5...11	4	9...15	$x^4 + x + 1 \rightarrow 10011$; $x^4 + x^3 + 1 \rightarrow 11001$;

Імовірність невиявлення помилок в (n,k)-циклічному коді визначається виразом:

$$Ð_{íî} = \frac{1}{2^{n-k}} \sum_{i=3}^{n} C_n^i P_e^i \left(1 - P_e\right)^i,$$

де C_n^i – число сполучень із n елементів по i, $C_n^i = \dfrac{n!}{i!(n-i)!}$;

P_e – імовірність спотворення одного розряду повідомлення.

Якщо P_e << 1, то цей вираз можна спростити:

$$Đ_{íî} \cong \frac{1}{2^{n-3}} C_n^3 P_e^3 . \tag{9}$$

2.4 Алгоритм виправлення одиночних помилок

При спотвореннях окремих розрядів у каналі зв'язку на приймальній стороні замість кодової комбінації циклічного коду $F(x)$ виявляється кодова комбінація

$$H(x) = F(x) \oplus D(x) , \tag{10}$$

де $D(x)$ – многочлен помилок, що містить одиниці на тих позиціях, де є спотворення прийнятої комбінації.

У цьому випадку в результаті розподілу спотвореної кодової комбінації $H(x)$ на твірний поліном $P(x)$ одержимо

$$\begin{aligned} \frac{H(x)}{P(x)} = \frac{F(x)}{P(x)} \oplus \frac{D(x)}{P(x)} = \frac{Q(x) \otimes P(x)}{P(x)} \oplus \frac{D(x)}{P(x)} = \\ = Q(x) \oplus R_D(x) , \end{aligned} \tag{11}$$

де $R_D(x)$ – залишок (синдром), обумовлений наявністю спотворень, $R_D(x) = D(x) / P(x)$.

Існує декілька варіантів декодування циклічних кодів з виправленням помилок. Розглянемо табличний варіант, який може застосовуватись не лише для виправлення одиночних помилок, а й для всіх, що відповідають корегувальній здатності коду. Він полягає в тому, що для всіх варіантів многочлена помилок $D(x)$, які можуть бути виправлені при коді (n,k) з твірним многочленом $P(x)$, заздалегідь підраховуються залишки (синдроми) $R_D(x)$. Результати записуються у таблицю, яка зберігається у блоці визначення місця помилки.

Після ділення прийнятої кодової комбінації $H(x)$ на $P(x)$ по величині синдрому $R_D(x)$ з таблиці визначається многочлен помилок $D(x)$. Далі він додається до прийнятої комбінації, внаслідок чого створюється виправлена кодова комбінація $\tilde{F}(x)$:

$$\tilde{F}(x) = H(x) \oplus D(x). \tag{12}$$

При технічній реалізації такого методу виправлення помилок в моменти часу, коли відбувається передача спотвореного розряду із вхідного регістра на вихід, у блоці визначення місця помилки формується коригувальний символ $Kr = 1$. Він додається по модулю 2 до прийнятого спотвореного розряду, у результаті чого спотворений розряд інвертується.

Приклад. Синдроми всіх одиночних помилок коду (7,4) з твірним многочленом $P(x)$ = $x^3 + x^2 + 1 \rightarrow$ 1101 наведені у таблиці 5.

Таблиця 5

D	R_D
1000000	110
0100000	011
0010000	111
0001000	101
0000100	100
0000010	010
0000001	001

Нехай прийнята комбінація $H = 1000011$, тоді залишок

$$R_D(x) = H(x) / P(x) \rightarrow R_D = 101.$$

З таблиці 5 маємо, що залишку R_D= 101 відповідає вектор помилок D = 0001000. Отже, виправлена кодова комбінація

$$\tilde{F} = 1000011 \oplus 0001000 = 1001011.$$

Якщо кількість помилок у прийнятій комбінації перевищує корегувальну здатність коду, то виправлення спотворень стає неможливим, тому що залишки будуть повторюватись. Крім того, якщо кількість помилок перевищує спроможність коду до виявлення помилок, то у деяких випадках многочлен помилок $D(x)$ ділиться цілком на твірний поліном $P(x)$. Помилки при цьому зовсім не виявляються, а повідомлення $H(x)$ сприймається як правильне.

2.5 Функціональні схеми пристроїв кодування та декодування циклічних кодів

2.5.1 Функціональна схема пристрою кодування

Розглянемо реалізацію алгоритму кодування шляхом додавання добутку $G(x) \cdot x^m$ із залишком $R(x)$.

Для одержання добутку $G(x) \cdot x^m$ використовується m-розрядний регістр зсуву із прямим зв'язком із входу на вихід. Для одержання залишку $R(x)$ при діленні $G(x) \cdot x^m$ на многочлен $P(x)$ використовується m-розрядний регістр зсуву зі зворотними зв'язками через суматори по модулю два. На практиці операції множення й ділення виконують за допомогою одного регістра зсуву із прямими й зворотними зв'язками, а операцію додавання інформаційного й контрольного компонентів коду реалізують шляхом комутації джерела сигналу логічними ключами.

Функціональна схема пристрою кодування для твірного многочлена $P(x) = x^m + a_{m-1} \cdot x^{m-1} + ... + a_1 \cdot x + 1$, де $a_1, ..., a_{m-1}$ – множники, що дорівнюють нулю або одиниці, наведена на рисунку 1. Тут, на відміну від звичайної схеми ділення, крім зворотних зв'язків з виходу останнього тригера на входи, для яких множники $a_1, ..., a_{m-1}$ дорівнюють одиниці, уведений прямий зв'язок з виходу першого суматора на інші. Цим забезпечується одночасне множення вхідного коду $G(x)$ на x^m й ділення на $P(x)$.

На початку кодування ключ $K1$ перебуває у верхньому положенні, а ключ $K2$ – у нижньому. Інформаційна кодова комбінація G з k імпульсів подається безпосередньо на вихід й одночасно на схему множення-ділення. У схемі за $k = n - m$ тактів формується залишок $R(x)$, що складається з контрольних символів. Після k тактів ключ $K2$ розмикається, а ключ $K1$ переводиться в нижнє положення. За наступних m тактів контрольні символи виводяться з регістра безпосередньо за інформаційними символами.

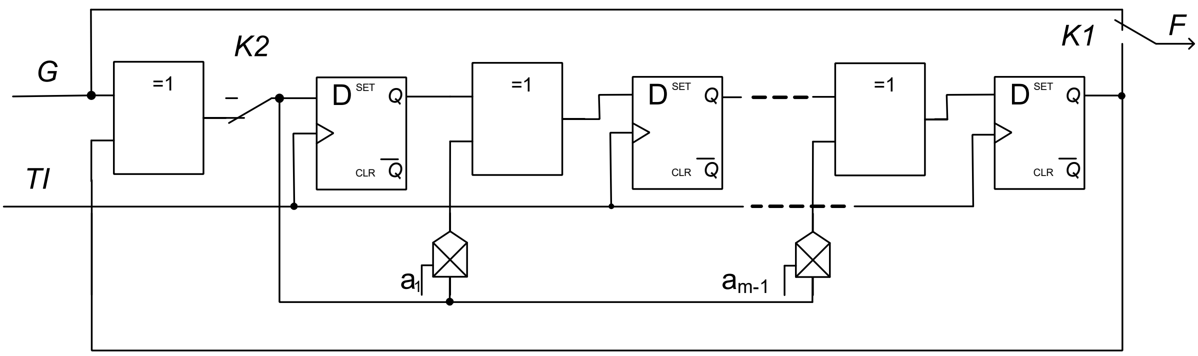

Рисунок 1

Приклад. На рисунку 2 наведена схема формування циклічного коду (7,4) для твірного многочлена $P(x) = x^3 + x + 1 \rightarrow 1011$. Робота схеми для інформаційного коду $G = 1001$ пояснюється за допомогою таблиці 6.

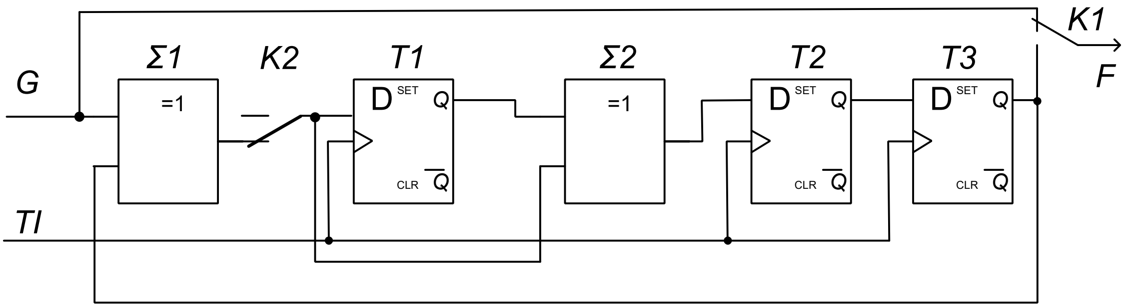

Рисунок 2

Таблиця 6 – Алгоритм формування циклічного коду

№ *TI*	*K1*	*K2*	*G*	Σ1	Вих.	Σ2	Вих.	Вих.	*F*

					T1		T2	T3	
1	↑	↓	1	1	0	1	0	0	1
2	↑	↓	0	0	1	1	1	0	0
3	↑	↓	0	1	0	1	1	1	0
4	↑	↓	1	0	1	1	1	1	1
5	↓	↑	0	0	0	0	1	1	1
6	↓	↑	0	0	0	0	0	1	1
7	↓	↑	0	0	0	0	0	0	0

2.5.2 Функціональна схема пристрою декодування

Прийнятий код може бути спотворений внаслідок впливу перешкод у каналі зв'язку. У результаті на приймальній стороні замість кодової комбінації циклічного коду F виявляється прийнята (правильна або спотворена) кодова комбінація H.

Відповідно до виразу (11), наявність залишку при діленні прийнятої кодової комбінації $H(x)$ на твірний поліном є свідченням того, що в прийнятій комбінації є помилки. Дана властивість використовується для перевірки відсутності помилок у прийнятій комбінації. При цьому помилки не будуть виявлятися тільки в тих випадках, коли многочлен помилок $D(x)$ ділиться на твірний многочлен цілком.

Структурна схема декодера циклічного коду наведена на рисунку 3. Прийнята комбінація H записується у вхідний регістр зсуву і одночасно шляхом ділення на твірний поліном перевіряється на наявність помилок. Якщо ділення виконується без залишку, то на виході схеми «І» формується ознака правильного прийому $PR = 1$, і інформаційна частина із вхідного регістра передається для подальшого використання. Наявність залишку вказує на помилку в прийнятій кодовій комбінації. У цьому випадку ознака $PR = 0$, і проходження повідомлення на вихід блокується.

За величиною залишку (синдрому) R_D можна визначити вектор помилок D, а отже, позиції в прийнятому коді, де виникли помилки, і виправити їх. Для цього в моменти часу, коли відбувається передача спотвореного розряду із вхідного регістра на вихід, у блоці визначення місця помилки формується коригувальний символ $Kr = 1$. Він додається до прийнятого спотвореного розряду, у результаті чого спотворений розряд інвертується.

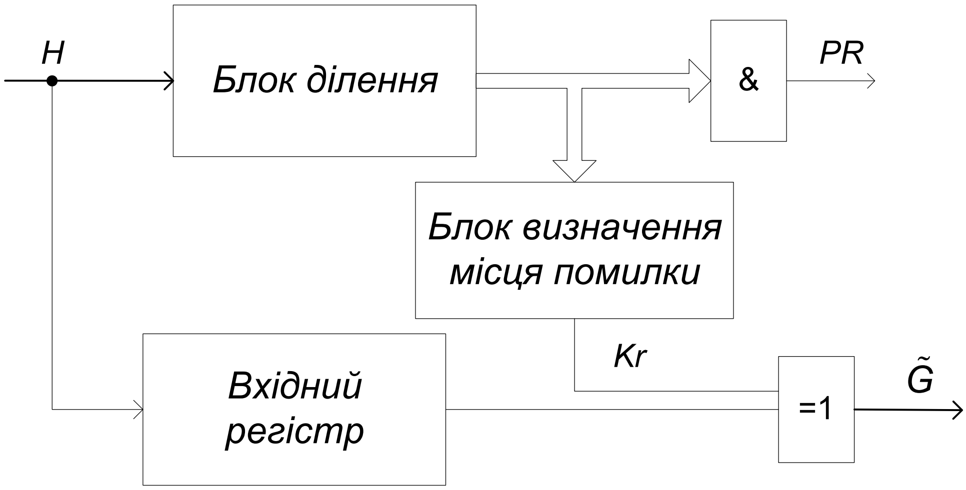

Рисунок 3

Приклад. На рисунку 4 наведена функціональна схема декодера, що виявляє й виправляє однократну помилку в коді (7,4) з твірним многочленом $P(x) = x^3 + x + 1 \to 1011$.

На вхід декодера з каналу зв'язку послідовним кодом подається прийнята комбінація H, що складається із 7 символів. Ця комбінація послідовно записується у вхідний 7-розрядний регістр зсуву RG і одночасно в схемі ділення ($\Sigma 1, \Sigma 2, T1, T2, T3$) ділиться на твірний код P = 1011. Із приходом останнього символу (на сьомому такті) всі тригери для неспотвореної кодової комбінації перебувають у нульовому стані ("1" на інверсному виході). Наявність "1" на виході хоча б одного із тригерів ("0" на інверсному виході) приводить до індикації спотворення коду (PR = 0). Перевірка цієї умови й формування ознаки PR виконується схемою "3І" $I1$.

По закінченні перших $n = 7$ тактів протягом $k = 4$ додаткових тактів на виході регістра RG порозрядно з'являється інформаційна частина прийнятого повідомлення. Вона із вхідного регістра проходить через схему "2І" $I2$, яка відкривається бланковим імпульсом, на суматор $\Sigma 3$. У тому такті, коли з'являється помилковий розряд, на другий вхід цього суматора надходить коригувальний імпульс Kr з виходу блока визначення місця помилки.

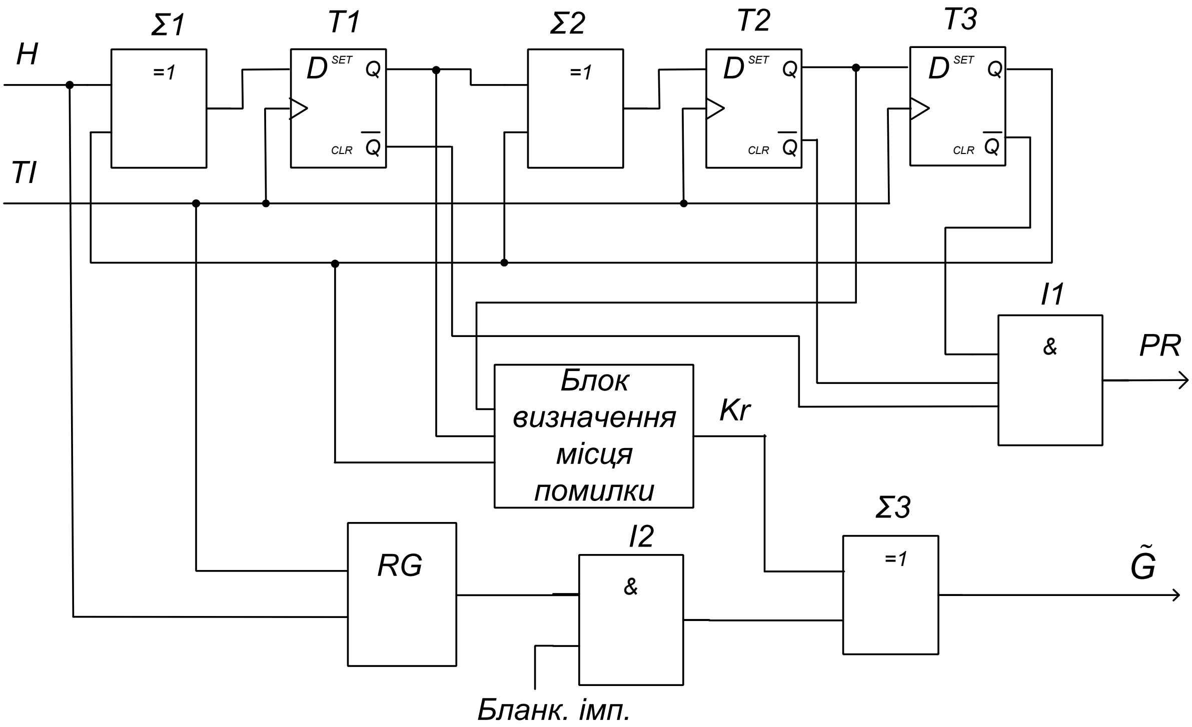

Рисунок 4

Робота схеми при відсутності помилок пояснюється за допомогою таблиці 7.

Таблиця 7 – Декодування при відсутності помилок

№ *TI*	*H*	*Σ*1	Вих. *T*1	*Σ*2	Вих. *T*2	Вих. *T*3	Вих. *I*1 (*PR*)	Вих. *I*2	$\tilde{G}$
1	1	1	0	0	0	0	–	–	–
2	0	0	1	1	0	0	–	–	–
3	0	0	0	0	1	0	–	–	–
4	1	0	0	1	0	1	–	–	–
5	1	1	0	0	1	0	–	–	–
6	1	0	1	0	0	1	–	–	–
7	0	0	0	0	0	0	1	–	–
I	0	0	0	0	0	0	1	1	1
II	0	0	0	0	0	0	1	0	0
III	0	0	0	0	0	0	1	0	0
IV	0	0	0	0	0	0	1	1	1

У таблиці 8 показана робота декодера при надходженні спотвореної комбінації 10**1**1110. У третьому додатковому такті до спотвореного символу "**1**", що надходить із вхідного регістра, додається символ $Kr = 1$ з виходу блока визначення місця помилки, у результаті чого на виході суматора $\Sigma 3$ утворюється правильний символ "0".

Таблиця 8 – Декодування при наявності помилки

№ TI	H	$\Sigma 1$	Вих. $T1$	$\Sigma 2$	Вих. $T2$	Вих. $T3$	Вих. $I1(PR)$	Вих. $I2$	Kr	$\tilde{G}$
1	1	1	0	0	0	0	–	–		–
2	0	0	1	1	0	0	–	–		–
3	**1**	1	0	0	1	0	–	–		–
4	1	0	1	0	0	1	–	–		–
5	1	1	0	0	0	0	–	–		–
6	1	1	1	1	0	0	–	–		–
7	0	0	1	1	1	0	0	–		–
I	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1
II	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0
III	0	1	1	0	0	1	0	**1**	**1**	**0**
IV	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1

2.6 Змінно-якісна частотна маніпуляція сигналів

Підвищення достовірності переданої інформації досягається багаторазовим кодуванням. Зокрема, для цих цілей застосовується змінно-якісна частотна маніпуляція переданих сигналів.

Змінно-якісний код (ЗЯ-код) являє собою код, у якому сусідні символи не можуть бути однаковими.

ЗЯ-код зручний тим, що дешифратор коду може легко розрізнити символи в слові, тому що два однакових символи ніколи не перебувають поруч. Завдяки цьому імпульси можуть передаватися без інтервалів між ними, що скорочує час передачі.

В системах телемеханіки, застосовуваних на залізничному транспорті, ознаками, що використовуються для створення ЗЯ-коду, служать частоти або фази імпульсних послідовностей.

У розглянутій системі для передачі кодової комбінації по лінії зв'язку із застосуванням змінно-якісного кодування використовується чотири частоти: дві частоти f_{H1} й f_{H0} використовуються для передачі "1" або "0" у непарних розрядах кодової комбінації (1, 3, 5,…); $f_{Ч1}$ й $f_{Ч0}$ – для передачі "1" або "0" у парних розрядах кодової комбінації (2, 4, 6,…). Тому передана кодова комбінація складається із сигналів, частоти яких змінюються на парних і непарних позиціях. Наприклад, при передачі двійкового коду 111001 частоти сигналів будуть змінюватись в такій послідовності: $f_{Н1}$ $f_{Ч1}$ $f_{Н1}$ $f_{Ч0}$ $f_{Н0}$ $f_{Ч1}$. Частотно-часова діаграма такої послідовності має вигляд, показаний на рисунку 5.

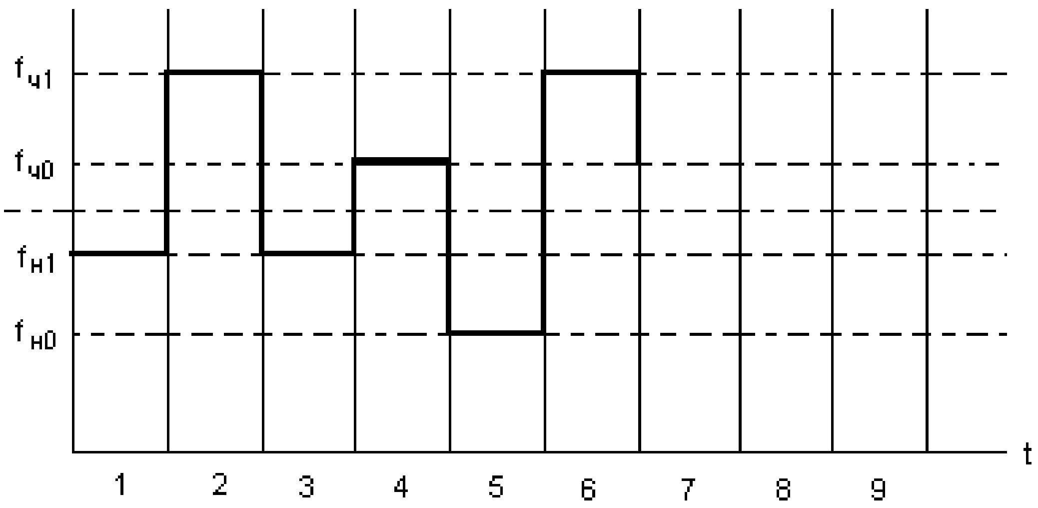

Рисунок 5 – Частотно-часова діаграма змінно-якісного коду

Перевірка правильності переданої комбінації на приймальному пункті полягає в перевірці чергування частот непарних і парних розрядів. Якщо чергування частот порушене, комбінація сприймається як помилкова.

Список літератури

1 Теоретические основы железнодорожной автоматики и телемеханики /Под ред. В.В. Сапожникова. – М.: Транспорт, 1995.

2 Тутевич В.М. Телемеханика. – М.: Высшая школа, 1985.

3 Ильин В.А. Телеуправление и телеизмерение. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоиздат, 1982.

4 Диспетчерская централизация / А.С. Переборов, О.К. Дрейман, Л.Ф. Кондратенко / Под ред. Вал. В. Сапожникова. – Л.: Транспорт, 1989.