

**УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ**

МЕХАНІКО-ЕНЕРГЕТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

**Кафедра електроенергетики, електротехніки
та електромеханіки**

**ЗАВДАННЯ
ТА МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

**до виконання контрольної роботи
з дисциплін**

***«ОСНОВИ МЕТРОЛОГІЇ»,
«МЕТРОЛОГІЯ ТА ТЕХНОЛОГІЧНІ ВИМІРЮВАННЯ»
«ОСНОВИ МЕТРОЛОГІЇ
ТА ЕЛЕКТРИЧНІ ВИМІРЮВАННЯ»***

Харків – 2021

Завдання та методичні вказівки розглянуто і рекомендовано до друку на засіданні кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки 25 травня 2020 р., протокол № 12.

Завдання та методичні вказівки призначено для студентів спеціальностей 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології», 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» та 273 «Залізничний транспорт» факультету інформаційно-керуючих систем та технологій та механіко-енергетичного факультету заочної форми навчання.

Укладачі:

доценти М. Г. Давиденко,
С. М. Тихонравов,
О. Є. Зінченко

Рецензент

доц. О. М. Прогонний

ЗМІСТ

Вступ.....	4
Загальні методичні вказівки.....	4
1 Задача 1. Вимірювання струму і напруги в колах постійного струму.....	6
1.1 Завдання.....	6
1.3 Методичні вказівки.....	6
1.3 Приклад розв'язання.....	10
2 Задача 2. Вибір вимірювальної апаратури.....	13
2.1 Завдання.....	13
2.2 Методичні вказівки.....	15
2.3 Приклад розв'язання.....	18
3 Задача 3. Вимірювання струму в колах змінного несинусоїдного струму.....	20
3.1 Завдання.....	20
3.2 Методичні вказівки.....	22
3.3 Приклад розв'язання.....	22
4 Задача 4. Вимірювання активної потужності в колах трифазного струму.....	26
4.1 Завдання.....	26
4.2 Методичні вказівки.....	28
5 Задача 5. Вимірювання реактивної енергії в колах трифазного струму.....	33
5.1 Завдання.....	33
5.2 Методичні вказівки.....	35
5.3 Приклад розв'язання.....	37
Список літератури.....	41
Додаток А. Основні електричні та магнітні величини.....	42
Додаток Б. Застосування символічного методу для аналізу та розрахунку кіл синусоїдного змінного струму..	43

ВСТУП

Зараз електровимірювальна техніка інтенсивно розвивається в усіх напрямках. Електровимірювальні прилади застосовують не тільки для контролю й обліку електричної енергії при її генеруванні та розподілі, але і для контролю технологічних процесів у різних галузях промисловості і транспорту, контролю якості матеріалів і готових виробів шляхом вимірювання неелектричних величин електричними методами.

Розвиток науки і техніки, а також універсальність електричних вимірювань визначають безперервне розширення номенклатури засобів електричних вимірювань.

Знання основ метрології потрібне всім інженерам. Також електричні вимірювання завжди присутні в усіх галузях науки і техніки. Чимало завдань вимірювань, управління, поліпшення технологічних процесів можуть бути успішно вирішені фахівцем, ознайомленим з основами метрології та електричними вимірюваннями.

Контрольні роботи студенти виконують самостійно, вивчивши попередньо теоретичний матеріал курсу.

Для полегшення вивчення курсу навчальними планами передбачено лекції з окремих його розділів.

Завдання для контрольної роботи складається з п'яти задач. Автори цієї методичної розробки використали завдання методичних розробок кафедри [1, 2], але методичні вказівки більш детальні та задачі доповнені прикладами розв'язання задач. Автори сподіваються, що це значно полегшить виконання контрольної роботи студентами заочної форми навчання.

ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Варіант контрольної роботи вибирається за двома останніми цифрами шифру студента. У таблиці 2.1 вихідні дані поділені на дві групи: А і Б. Номер варіанта групи А знаходиться за передостанньою цифрою, а групи Б – за останньою цифрою шифру.

Кількість задач, яку повинні виконати студенти, задається викладачем.

Студенти повинні виконувати контрольну роботу в терміни, встановлені календарним планом навчальної роботи.

Оформлення контрольних робіт має задовольняти такі вимоги:

1) контрольні роботи оформляються відповідно до роботи [3];

2) на титульному аркуші контрольної роботи мають бути вказані дисципліна; прізвище, ім'я та по батькові; група; навчальний шифр студента;

3) всі розрахункові дії мають супроводжуватися короткими, але чіткими поясненнями;

4) буквені позначення одиниць вимірювання можуть застосовуватись у тексті тільки після числових значень величин (наприклад 5 А, 127 В, 800 Вт) відповідно до додатка А;

5) позначення електричних величин у тексті, формулах, на векторних діаграмах і електричних схемах мають бути узгоджені та розшифровані один раз у кожній задачі;

6) схеми, векторні діаграми і графіки мають виконуватись із застосуванням креслярських інструментів. Схеми, рисунки, векторні діаграми і графіки повинні бути пронумеровані і мати надписи під рисунками. У тексті контрольної роботи слід обов'язково робити посилання на відповідні схеми, діаграми і графіки;

7) криві і графіки повинні мати розміри не менше 10×10 см. При виборі масштабів треба мати на увазі, що кількість одиниць у 1 см (чи відрізка довжини, що прийнято за одиницю, наприклад сторона однієї клітинки паперу) має виражатися числами 1×10^n , 2×10^n або 5×10^n , де n – будь-яке ціле число.

Масштаб має бути зазначений на координатних осях.

Надписи, які позначають величини, що відкладаються по осях, слід робити зліва від осі ординат біля її кінця і під віссю абсцис, також біля її кінця, а умовні знаки одиниць вимірювання ставити в останніх числових значеннях величин;

8) наприкінці роботи мають бути проставлені дата закінчення роботи і підпис студента.

1 ЗАДАЧА 1. Вимірювання струму і напруги в колах постійного струму

1.1 Завдання

Вимірювальний механізм (ВМ) магнітоелектричної системи розрахований на струм I_n і напругу U_n і має шкалу на α_n поділок.

Необхідно:

1 Скласти схему вмикання вимірювального механізму з шунтом і вивести формулу для $R_{ш}$.

2 Визначити постійну вимірювального механізму за струмом S_I , величину опору шунта $R_{ш}$ і постійну амперметра S'_I , якщо цим приладом потрібно вимірювати струм I_n .

3 Визначити потужність, споживану амперметром, при номінальному значенні струму I_n .

4 Скласти схему вмикання вимірювального механізму з додатковим опором і вивести формулу для R_d .

5 Визначити постійну вимірювального механізму за напругою S_U , величину додаткового опору R_d і постійну вольтметра S'_U , якщо цим приладом потрібно вимірювати напругу U_n .

6 Визначити потужність, споживану вольтметром, при номінальному значенні напруги U_n .

Вихідні дані до задачі 1 знаходяться в таблиці 1.1.

1.2 Методичні вказівки

Для вимірювання струму в коло послідовно з об'єктом вимірювання вмикають амперметр. Щоб уникнути зміни режиму роботи кола, амперметр повинен мати якомога малий внутрішній опір. Якщо вимірюване коло малоомне, то вмикання такого приладу сильно змінить струм у колі, виникне похибка методу вимірювання.

Для вимірювання напруги на якій-небудь ділянці кола вольтметр, що вимірює прилад, вмикають паралельно цій ділянці. Щоб уникнути зміни режиму роботи кола, вольтметр повинен мати великий внутрішній опір порівняно з опором кола.

Таблиця 1.1 – Числові значення для задачі 1

Найменування величин	Одиниця вимірювання	Перед-остання цифра шифру	Остання цифра шифру										
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Напруга U_M U_B	мВ	-	45	75	50	100	75	60	100	75	80	100	
Струм I_M I_B	мА	-	5	7,5	10	10	15	30	25	25	40	50	
Кількість поділок α_H	поділка	-	50	75	100	50	150	75	100	150	50	100	
		0; 5	45	300	15	200	30	60	25	75	200	100	
		1; 6	90	150	45	20	60	30	50	150	40	15	
	Напруга V_H	В	2; 7	18	75	50	150	90	150	100	300	80	30
			3; 8	135	225	100	50	120	300	150	15	100	50
			4; 9	180	15	150	100	150	15	250	30	150	10
	Струм I_H	А	0; 1	1,0	1,5	2,0	10	1,5	3,0	25	30	20	5
			6; 2	1,5	3,0	10	2,0	3,0	1,5	2,5	25	5,0	15
		А	7; 3	2,0	6,0	5,0	3,0	4,5	6,0	5,0	15	10	0,5
8; 4			2,5	4,5	1,5	5,0	15	4,5	7,5	1,5	0,5	1,0	
9; 5			3,0	7,5	0,5	2,5	30	0,3	0,5	7,5	4,0	20	

У практиці електричних вимірювань широко використовуються шунти і додаткові резистори.

Шунтами називаються калібровані резистори, що вмикаються паралельно вимірювальному механізму. Вони служать для розширення меж вимірювання приладів за струмом.

Шунти виготовляють у вигляді чотиризатискачевих резисторів з опором $R_{ш}$ (рисунок 1.1). До потенціальних затискачів П-П підключається ВМ з внутрішнім опором R_B і припустимим струмом I_H (номінальний струм приладу), за допомогою струмових затискачів Т-Т шунт вмикають у коло зі струмом I . Наявність двох пар затискачів виключає вплив перехідних опорів контактів у місцях підключення дротів.

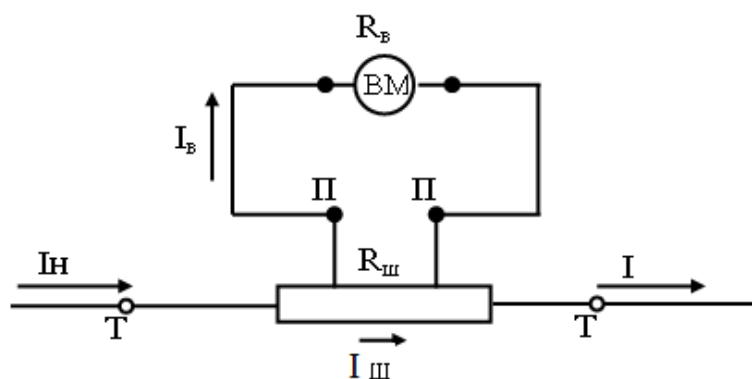


Рисунок 1.1

Для визначення опору шунта користуємось законами Кірхгофа:

$$R_{ш} \cdot I_{ш} = R_B \cdot I_B, \quad (1.1)$$

$$I_{ш} = I_H - I_B, \quad (1.2)$$

$$\frac{I_H \cdot R_{ш}}{I_{ш}} = \frac{I_H \cdot R_H}{I_H - I_B} = \frac{R_B}{n-1}, \quad (1.3)$$

де n – коефіцієнт шунтування., що показує, у скільки разів розширено межу вимірювання за струмом, $n = \frac{I_H}{I_B}$.

Значення опору шунта визначають співвідношенням

$$R_{ш} = \frac{R_B}{n-1}. \quad (1.4)$$

Шунти виготовляють з манганінових стрижнів чи пластин, що мають високий опір і низький температурний коефіцієнт; застосовуються шунти в основному для розширення діапазону вимірювання ВМ магнітоелектричної системи.

Додатковим резистором називається калібрований резистор, що вмикається послідовно з вимірювальним механізмом (рисунок 1.2). Додаткові резистори служать для розширення меж вимірювання ВМ за напругою.

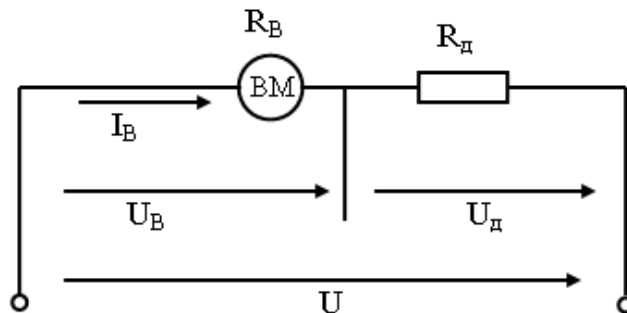


Рисунок 1.2

Резистор R_D обмежує струм I_B у колі ВМ і дозволяє використовувати ВМ при вимірюванні більших напруг U_D , ніж допустимі для ВМ напруги U_D (номінальна напруга ВМ). Функціональний зв'язок між струмом і напругою, що вимірюється, визначається рівняннями:

$$I_B = \frac{U}{R_D + R_B} = \frac{U_B}{R_B}, \quad (1.5)$$

$$R_D = R_B(m-1), \quad (1.6)$$

де $m = \frac{U}{U_B}$ – коефіцієнт ділення напруги, який показує, у скільки разів розширено межу вимірювання за напругою.

Додаткові резистори виготовляються з манганінового ізолюваного дроту, який намотується на діелектричний каркас у вигляді котушки чи пластини. Застосовуються внутрішні, вбудовані в корпус приладу, і зовнішні резистори.

Постійну вимірювального механізму за струмом C_I можна визначити за формулою

$$C_I = \frac{I_B}{\alpha_H}, \quad (1.7)$$

де α_H – кількість поділок приладу.

Відповідно постійну вимірювального механізму за напругою C_U можна визначити за формулою

$$C_U = \frac{U_B}{\alpha_H}. \quad (1.8)$$

1.3 Приклад розв'язання

Вихідні дані. Вимірювальний механізм магнітоелектричної системи розрахований на струм $I_H=20$ А і напругу $U_H=40$ В, має шкалу на $\alpha_H=50$ поділок. Напруга ВМ $U_B=80$ мВ, $I_B=40$ мА.

Розв'язання

1 Складаємо схему вмикання вимірювального механізму (рисунок 1.1) із шунтом, виводимо формулу для $R_{ш}$, визначаємо величину опору шунта $R_{ш}$.

Визначаємо опір вимірювального механізму:

$$R_g = \frac{U_B}{I_B} = \frac{80 \cdot 10^{-3}}{40 \cdot 10^{-3}} = 2 \text{ Ом}.$$

Формула для визначення опору шунта

$$R_{ш} \cdot I_{ш} = R_{\epsilon} \cdot I_{\epsilon},$$

$$\frac{I_H \cdot R_{\epsilon}}{I_{ш}} = \frac{I_H \cdot R_H}{I_H - I_{\epsilon}} = \frac{R_{\epsilon}}{n-1},$$

де n – коефіцієнт шунтування,

$$n = \frac{I_H}{I_{\epsilon}} = \frac{20}{40 \cdot 10^{-3}} = 500.$$

Опір шунта

$$R_{ш} = \frac{R_{\epsilon}}{n-1} = \frac{2}{500-1} = 0,004 \text{ Ом}.$$

2 Визначаємо постійну вимірювального механізму за струмом C_I і постійну амперметра C'_I , якщо цим приладом потрібно вимірювати струм I_H .

$$C_I = \frac{I_B}{\alpha_H},$$

$$C_I = \frac{40 \cdot 10^{-3}}{50} = 0,0008 \text{ A/поділлка}.$$

$$C'_I = \frac{I_H}{\alpha_H},$$

$$C'_I = \frac{20}{50} = 0,4 \text{ A/поділлка}.$$

3 Визначаємо потужність, споживану амперметром, при номінальному значенні струму I_H .

$$P_A = I_H^2 \cdot \frac{R_g \cdot R_{ui}}{R_g + R_{ui}} = 20^2 \cdot \frac{2 \cdot 0,004}{2 + 0,004} = 1,6 \text{ Вт}.$$

4 Складаємо схему вмикання вимірювального механізму з додатковим опором (рисунок 1.2) і виводимо формулу для R_D , визначаємо величину цього опору.

$$I_B = \frac{U}{R_D + R_B} = \frac{U_B}{R_B},$$

$$R_D = R_B(m - 1),$$

де $m = \frac{U}{U_B}$ – коефіцієнт ділення напруги, який показує, у скільки разів розширено межу вимірювання за напругою,

$$m = \frac{U_H}{U_B} = \frac{40}{80 \cdot 10^{-3}} = 200.$$

$$R_D = R_B(m - 1) = 2(200 - 1) = 398 \text{ Ом}.$$

5 Визначаємо постійну вимірювального механізму за напругою C_U і постійну вольтметра C'_U , якщо цим приладом потрібно вимірювати напругу U_H .

$$C_I = \frac{U_B}{\alpha_H},$$

$$C_U = \frac{80 \cdot 10^{-3}}{50} = 0,0016 \text{ В/поділка},$$

$$C'_I = \frac{U_H}{\alpha_H},$$

$$C'_U = \frac{40}{50} = 0,8 \quad B/\text{поділка}.$$

6 Визначаємо потужність, споживану вольтметром, при номінальному значенні напруги U_n .

$$P_V = U_n^2 \cdot \frac{1}{R_o + R_e} = 40^2 \cdot \frac{1}{398 + 2} = 0,0025 \text{ Вт}.$$

2 ЗАДАЧА 2. Вибір вимірювальної апаратури

2.1 Завдання

Номінальний режим роботи електрообладнання постійного струму характеризується напругою U_n і струмом I_n , вимірювання яких може бути виконано вольтметрами (позначимо їх умовно як V_1 чи V_2) і амперметрами (позначимо їх умовно як A_1 чи A_2 .) Значення напруги U_n , струму I_n і характеристики електровимірювальних приладів наведені в таблиці 2.1.

Необхідно:

1) з двох вольтметрів і двох амперметрів, запропонованих у таблиці 2.1, вибрати електровимірювальні прилади, що забезпечують меншу можливу відносну похибку підсумкового результату вимірювань;

2) визначити межі, у яких можуть знаходитись діючі значення напруги і струму при їх вимірюванні вибраними приладами;

3) визначити можливу відносну похибку у визначенні підсумкового результату вимірювання, яким є потужність обладнання за показаннями вольтметра і амперметра.

Таблиця 2.1 – Числові значення для задачі 2

Група	Величина	ВАРІАНТ									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
А	Напруга $U_n, В$	24	60	110	12	36	2,5	42	120	27	80
	V_1 Клас точності. Межа вимірювань, В	2,5	1,0	1,0	4,0	2,5	1,5	4,0	1,0	4,0	1,5
		30	150	300	15	75	3	50	300	30	150
	V_2 Клас точності. Межа вимірювань, В	1,0	2,5	2,5	0,1	1,5	1,0	1,5	2,5	1,5	1,0
		150	75	250	600	50	5	100	150	50	100
	Струм $I_n, А$		2,5	4,5	9,4	0,3	8,5	6,8	9,7	1,8	6,3
Б	A_1 Клас точності. Межа вимірювань, А	4,0	1,0	4,0	0,2	2,5	2,5	1,0	2,5	4,0	2,5
		3	30	10	3	10	7,5	50	2	7,5	30
	A_2 Клас точності. Межа вимірювань, А	1,0	4,0	1,0	1,5	1,0	1,0	2,5	1,0	1,5	4,0
		15	5	75	0,5	30	30	10	5	30	15

2.2 Методичні вказівки

Результати будь-яких вимірювань мають похибки. Відрізняють такі похибки: абсолютну, відносну і приведену.

Абсолютною похибкою ΔA називають різницю між вимірюваним значенням (показанням приладу) A_v і дійсним значенням вимірюваної величини A

$$\Delta A = A_v - A. \quad (2.1)$$

За дійсне значення вимірюваної величини приймається значення, що вимірюється за допомогою зразкового приладу.

Відотною похибкою вимірювання γ_a називають виражене у відсотках відношення абсолютної похибки до дійсного значення вимірюваної величини

$$\gamma_a = \frac{\Delta A}{A} \cdot 100\%. \quad (2.2)$$

Оскільки звичайно значення, що вимірюється, мало відрізняється від дійсного, то в практичних розрахунках відносна похибка може бути визначена як виражене у відсотках відношення абсолютної похибки до вимірюваного значення

$$\gamma_a = \frac{\Delta A}{A_v} \cdot 100\%. \quad (2.3)$$

Приведеною похибкою $\gamma_{пр}$ називається виражене у відсотках відношення абсолютної похибки до нормуючого значення A_n (для приладів з односторонньою шкалою нормуючим значенням звичайно є верхня межа вимірювання приладу)

$$\gamma_{пр} = \frac{\Delta A}{A_n} \cdot 100\%. \quad (2.4)$$

Максимально допустима для приладу приведена похибка нормується стандартом. Вона називається класом точності приладу і визначається як виражене у відсотках відношення

найбільш можливої абсолютної похибки $\Delta A_{\text{нв}}$ до нормуючого значення

$$\gamma_{\text{д}} = \frac{\Delta A_{\text{нв}}}{A_{\text{н}}} \cdot 100\%. \quad (2.5)$$

Клас точності вказується на шкалі приладу.

З виразу (2.5) випливає, що при прямому методі безпосереднього оцінювання, тобто коли за допомогою електровимірювального приладу **безпосередньо вимірюється** шукана величина, наприклад напруга вольтметром, струм амперметром, найбільш можлива абсолютна похибка буде

$$\Delta A_{\text{нв}} = \pm \gamma_{\text{д}} \frac{A_{\text{н}}}{100}. \quad (2.6)$$

Найбільш можлива відносна похибка вимірювань може бути визначена з формули (2.3), якщо в неї підставити вираз (2.6) для найбільш можливої абсолютної похибки

$$\gamma_{\text{нв}} = \gamma_{\text{д}} \frac{A_{\text{н}}}{A_{\text{в}}}. \quad (2.7)$$

З останнього виразу видно, що високий клас точності приладу ($\gamma_{\text{д}}$) ще не забезпечує високої точності вимірювання. Для забезпечення високої точності необхідно правильно вибрати прилад за верхньою межею вимірювань. При заданому класі точності приладу величина найбільш можливої відносної похибки пропорційна відношенню межі вимірювань приладу до вимірюваного значення.

Дійсне значення вимірюваної величини, враховуючи вирази (2.1) і (2.6), знаходиться в межах

$$A = A_{\text{в}} \pm \gamma_{\text{д}} \frac{A_{\text{н}}}{100}. \quad (2.8)$$

При непрямому методі вимірювань, при якому шукана величина **обчислюється** за результатами прямих вимірювань

інших величин, вираз для найбільш можливої відносної похибки залежить від співвідношення між шуканою величиною і результатами прямих вимірювань.

Нехай шукана величина

$$A = B^n C^p D^q, \quad (2.9)$$

де B , C , D – результати прямих вимірювань.

Прологарифмуємо рівність (2.9):

$$\ln A = n \cdot \ln B + p \cdot \ln C + q \cdot \ln D. \quad (2.10)$$

Продиференціюємо одержаний вираз:

$$\frac{dA}{A} = n \frac{dB}{B} + p \frac{dC}{C} + q \frac{dD}{D}. \quad (2.11)$$

Замінімо диференціали dA , dB , dC , dD прирощеннями ΔA , ΔB , ΔC , ΔD , які можна розглядати як абсолютні похибки відповідних вимірювань:

$$\frac{\Delta A}{A} = n \frac{\Delta B}{B} + p \frac{\Delta C}{C} + q \frac{\Delta D}{D}. \quad (2.12)$$

Відношення $\frac{\Delta B}{B}$, $\frac{\Delta C}{C}$ і $\frac{\Delta D}{D}$ являють собою відносні похибки прямих вимірювань величин B , C і D .

Таким чином, відносна похибка непрямих вимірювань визначається співвідношенням

$$\gamma_A = n\gamma_B + p\gamma_C + q\gamma_D, \quad (2.13)$$

а найбільш можлива відносна похибка – співвідношенням

$$\gamma_{нвА} = n\gamma_{нвВ} + p\gamma_{нвС} + q\gamma_{нвD}. \quad (2.14)$$

У виразах (2.10) і (2.14) береться арифметична сума складових незалежно від знаків показників ступенів n , p , і q . Відносні похибки γ_v , γ_c , γ_D і найбільш можливі відносні похибки $\gamma_{нвВ}$, $\gamma_{нвС}$, $\gamma_{нвD}$ визначаються відповідно за формулами (2.3) і (2.7).

2.3 Приклад розв'язання

Вихідні дані. Для визначення активного опору котушки виміряні діючі значення струму і активна потужність (рисунок 2.1).

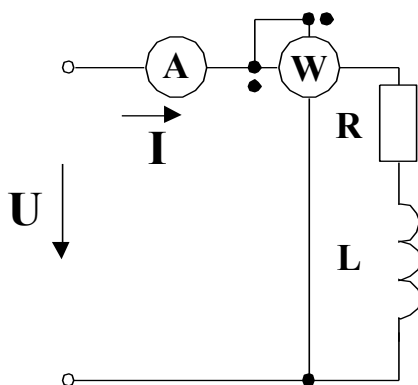


Рисунок 2.1

Амперметр класу точності 0,5 з межею вимірювання $I_H = 5 \text{ А}$ показав $I = 4,0 \text{ А}$. Шкала ватметра класу точності 1,0 з номінальним значенням напруги $U_H = 150 \text{ В}$ і струму $I_H = 5 \text{ А}$ має 150 поділок ($a_m = 150$ поділок). Показання ватметра $\alpha = 128$ поділок.

Необхідно визначити можливу відносну похибку у знаходженні опору, а також межі, у яких знаходиться діюче значення активного опору котушки. Впливом опору вимірювальних приладів знехтувати.

Розв'язання

Активний опір визначається з виразу

$$R = \frac{P}{I^2} = P \cdot I^{-2}. \quad (2.15)$$

Вимірювана активна потужність підраховується за формулою

$$P_B = C_p \cdot \alpha, \quad (2.16)$$

де C_p – постійна (ціна поділки) ватметра,

$$C_p = \frac{U_n I_n}{\alpha_m} = \frac{150 \cdot 5}{150} = 5 \frac{\text{Вт}}{\text{поділок}}.$$

Таким чином, маємо $P_B = 5 \cdot 128 = 640 \text{ Вт}$.

Значення активного опору, одержане в результаті непрямого вимірювання,

$$R_B = \frac{640}{4^2} = 40 \text{ Ом}.$$

Найбільш можлива відносна похибка при вимірюванні опору

$$\gamma_{нвр} = \gamma_{нвр} + 2\gamma_{нвл}. \quad (2.17)$$

Найбільш можлива похибка при вимірюванні потужності

$$\gamma_{нвр} = \gamma_d \frac{P_n}{P_B} = 1,0 \frac{U_n I_n}{P_B} = 1,0 \frac{150 \cdot 5}{640} = 1,172 \%.$$

Найбільш можлива похибка при вимірюванні струму

$$\gamma_{нвл} = \gamma_d \frac{I_n}{I} = 0,5 \frac{5}{4} = 0,625 \%.$$

Таким чином, згідно з формулою (2.13) маємо

$$\gamma_{нвр} = 1,172 + 2 \cdot 0,625 = 2,422 \%.$$

Найбільш можлива абсолютна похибка у вимірюванні опору

$$\Delta R_{нв} = \pm \gamma_{нвр} \frac{R_e}{100} = \pm 2,422 \frac{40}{100} = \pm 0,969 \text{ Ом}.$$

Дійсне значення активного опору котушки лежить у межах

$$R = R_e \pm \Delta R_{не} = 40 \pm 0,969 \text{ Ом}.$$

3 ЗАДАЧА 3. Вимірювання струму в колах змінного несинусоїдного струму

3.1 Завдання

1 У вітку електричного кола несинусоїдного струму послідовно ввімкнені амперметр магнітоелектричної системи та амперметр електродинамічної системи. Обидва вимірювальних прилади мають однакові номінальні струми ($I_n = 5 \text{ А}$) і шкали з однаковою номінальною кількістю поділок ($\alpha_n = 100$ поділок).

2 Накреслити схему кола і визначити, на яку кількість поділок шкали відхилиться стрілка кожного з амперметрів, якщо у цій вітці кола проходить струм

$$i_{1н} = I_0 + I_{1m} \sin(\omega t) + I_{3m} \sin(3\omega t + \Psi_3). \quad (3.1)$$

3 Побудувати в масштабі в одній системі координат графіки заданого несинусоїдного струму $i = f(t)$ і трьох його складових за час одного періоду першої гармоніки струму, електрична частота якої дорівнює **50 Гц**.

Значення I_0 , I_{1m} , I_{3m} і Ψ_3 для варіантів задано в таблиці 3.1.

4 У вітку електричного кола несинусоїдного струму послідовно ввімкнені амперметр електродинамічної системи та амперметр детекторної (випрямної) системи. Обидва вимірювальних прилади мають однакові номінальні струми ($I_n = 5 \text{ А}$) і шкали з однаковою номінальною кількістю поділок ($\alpha_n = 100$ поділок). Як зміниться результуючий вигляд несинусоїдного струму і на яку кількість поділок шкали відхилиться стрілка кожного з амперметрів у цьому випадку, якщо у вітці кола проходить струм, що не має постійної складової:

$$i_{2н} = I_{1m} \sin(\omega t) + I_{3m} \sin(3\omega t + \Psi_3). \quad (3.2)$$

Таблиця 3.1 – Числові значення для задачі 3

Найменування величин	Одиниця вимірювання	Перед-остання цифра шифру	Остання цифра шифру														
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9					
Струм I_0	A	–	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	2,0	1,5	2,0	2,5	
	A	0; 5	4,5	4,0	3,5	3,0	2,5	4,0	3,5	3,0	2,5	2,0	1,5	1,0	0,5	0	
	A	1; 6	4,0	4,5	3,8	3,2	3,0	4,4	4,0	3,5	3,0	2,5	2,0	1,5	1,0	0,5	
	A	2; 7	3,5	3,0	4,0	3,4	3,6	4,2	4,2	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8
	A	3; 8	3,0	2,5	4,2	3,6	4,0	3,5	4,0	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4
	A	4; 9	2,5	2,5	4,4	3,8	4,5	3,8	4,5	3,8	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2
Струм I_{3m}	A	0; 1	2,5	2,0	1,5	1,0	1,5	1,0	2,0	1,5	1,0	2,0	1,5	1,0	1,5	2,0	
	A	6; 2	2,0	2,5	1,8	1,4	2,0	1,2	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	
	A	7; 3	1,5	1,0	2,0	1,6	2,5	1,4	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	
	A	8; 4	1,0	1,5	2,2	2,5	1,2	1,6	1,2	1,6	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	
	A	9; 5	1,5	2,0	2,4	2,0	2,6	1,8	2,6	1,8	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	
	A	–	0	$\frac{\pi}{6}$	π	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{\pi}{6}$	0	π	$\frac{\pi}{3}$		
Кут ψ_3	рад	–	0	$\frac{\pi}{6}$	π	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	0	π	$\frac{\pi}{3}$			

3.2 Методичні вказівки

Несинусоїдні струми і напруги можна вимірювати приладами різних систем. Так, амперметри електромагнітної, електродинамічної і теплової систем реагують на діючі значення струму; прилади детекторної (випрямної) системи — на середнє за модулем значення величини, а прилади магнітоелектричної системи — на постійну складову.

3.3 Приклад розв'язання

Вихідні дані. У вітку електричного кола несинусоїдного струму послідовно включені амперметр магнітоелектричної системи та амперметр електродинамічної системи.

Обидва вимірювальних прилади мають однакові номінальні струми ($I_n = 5 \text{ А}$) і шкали з однаковою номінальною кількістю поділок ($\alpha_n = 100$ поділок).

Накреслити схему кола і визначити, на яку кількість поділок шкали відхилиться стрілка кожного з амперметрів, якщо у цій вітці кола протікає струм

$$i_{in} = 0,8 + 5,5 \sin(\omega t) + 3,5 \sin(3\omega t + \pi/3) \text{ А.} \quad (3.1)$$

Побудувати в масштабі в одній системі координат графіки заданого несинусоїдного струму $i = f(t)$ і трьох його складових за час одного періоду першої гармоніки струму, електрична частота якої дорівнює 50 Гц .

Розв'язання

Схема кола з двома амперметрами в одній вітці має такий вигляд (рисунок 3.1).

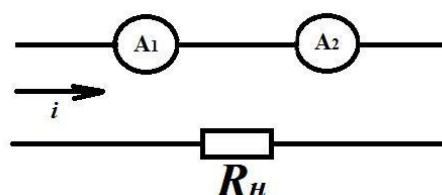


Рисунок 3.1 – Вітка електричного кола з двома амперметрами

Розраховуємо постійну амперметрів (ціну поділки)

$$C_1 = I_n / \alpha_n = 5 / 100 = 0.05 \text{ А/поділка.}$$

Оскільки амперметр магнітоелектричної системи реагує тільки на постійну складову несинусоїдного струму, то стрілка цього приладу відхилиться на

$$\alpha_n = I_0 / C_1 = 0.8 / 0.05 = 16 \text{ поділок.}$$

Будуємо в одній системі координат графіки залежності від часу даного несинусоїдного струму як суму трьох його складових (рисунок 3.2).

Щоб визначити показання амперметра електродинамічної системи, треба розрахувати діюче значення несинусоїдного струму, яке дорівнює

$$I_{1н} = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_3^2} = \sqrt{I_0^2 + \left(\frac{I_{1m}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{3m}}{\sqrt{2}}\right)^2},$$

$$\text{де } I_0^2 = (0,8)^2 = 0,64 \text{ А}^2;$$

$$I_1^2 = (5,5)^2/2 = 15,125 \text{ А}^2;$$

$$I_3^2 = (3,5)^2/2 = 6,125 \text{ А}^2;$$

$$I_{1н} = \sqrt{0,64 + 15,125 + 6,125} = \sqrt{21,89} = 4.6787 \text{ А.}$$

Таким чином, стрілка цього приладу відхилиться на

$$\alpha_n = I_{1н} / C_1 = 4.6787 / 0.05 = 93,6 \text{ поділки.}$$

Якщо у вітку електричного кола з несинусоїдним струмом без постійної складової ввімкнути послідовно два амперметри (відповідно електродинамічної та детекторної системи), то результати вимірювань будуть іншими.

Результуюча крива несинусоїдного струму в цьому випадку має такий самий вигляд, як і раніше, але вона зміститься вниз по осі ординат на 0,8 А і стане симетричною відносно осі абсцис.

Діюче значення несинусоїдного струму тепер дорівнює

$$I_{2н} = \sqrt{I_1^2 + I_3^2} = \sqrt{\left(\frac{I_{1m}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{3m}}{\sqrt{2}}\right)^2};$$

$$I_{2н} = \sqrt{15,125 + 6,125} = \sqrt{21,25} = 4,61 \text{ А.}$$

Таким чином, стрілка приладу електродинамічної системи відхилиться на

$$\alpha_n = I_{1н} / C_1 = 4,61 / 0,05 = 92,2 \text{ поділки.}$$

Детекторний амперметр реагує на середнє значення несинусоїдного струму, яке розраховуємо з урахуванням коефіцієнта форми.

$$\begin{aligned} I_{cp2} &= (2/\pi) \cdot [I_{1m} \cdot \cos(\psi_1) + (1/3) \cdot I_{3m} \cdot \cos(\psi_3)] = \\ &= (2/3,1416) [5,5 \cdot \cos(0) + (1/3) \cdot 3,5 \cdot \cos(\pi/3)] = 3,8728 \text{ А.} \end{aligned}$$

Знаходимо коефіцієнт форми для двопівперіодного випрямлення як відношення діючого значення струму до середнього.

$$K_{фд} = I_{2н} / I_{cp2} = 4,61 / 3,8728 = 1,19.$$

Знаходимо ціну поділки (постійну) детекторного амперметра з урахуванням значення коефіцієнта форми $K_{фд}$ та коефіцієнта форми синусоїди $K_{ф}$, яка приблизно дорівнює 1,111.

$$C_{Ід} = C_1 \cdot (K_{фд} / K_{ф}) = 0,05 \cdot (1,19 / 1,111) = 0,05356 \text{ А/поділка.}$$

Визначаємо, на скільки поділок відхилиться стрілка детекторного амперметра.

$$\alpha_d = I_{cp2} / C_{Ід} = 3,8728 / 0,05356 = 72,3 \text{ поділки.}$$

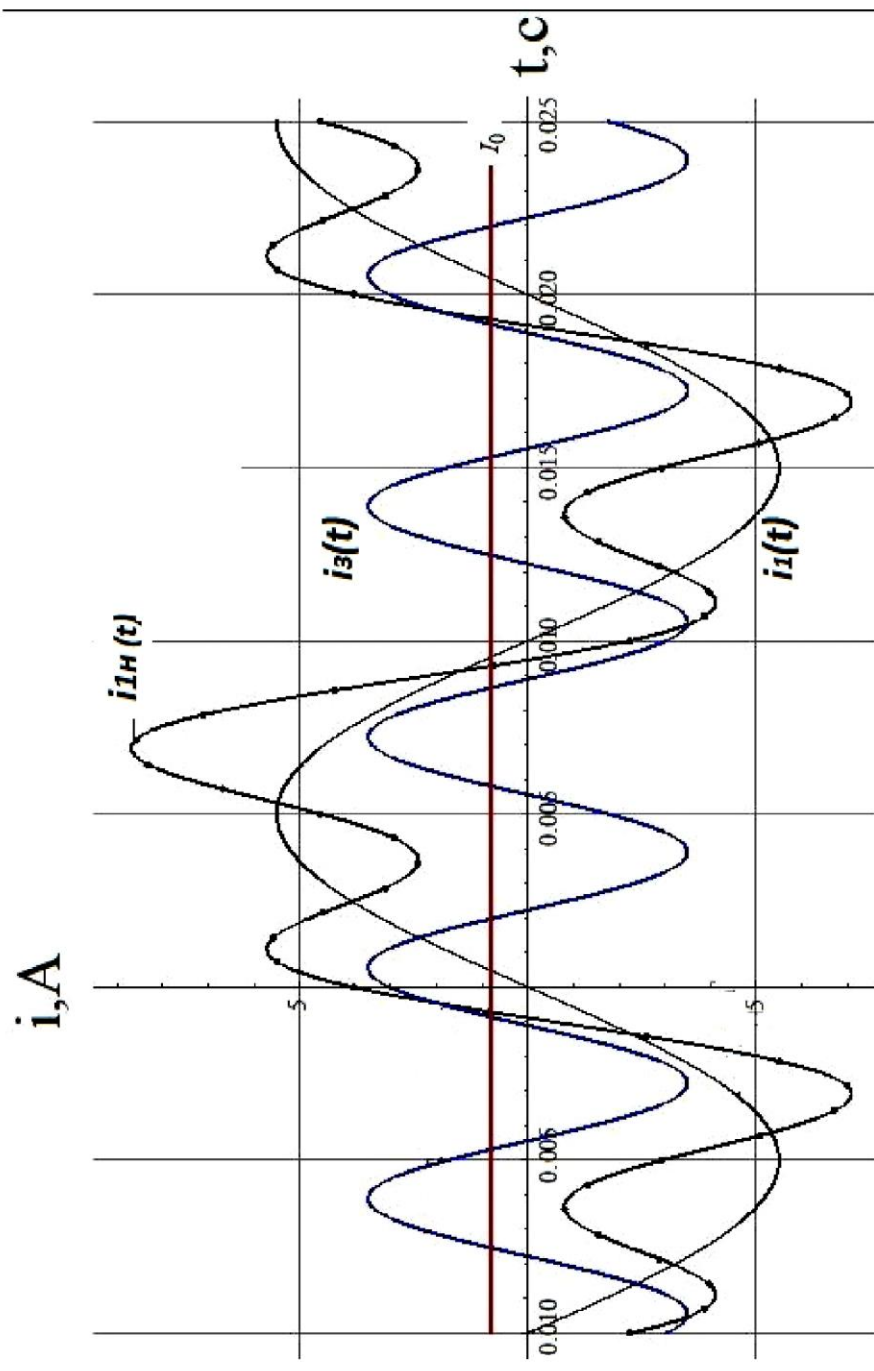


Рисунок 3.2 – Графіки залежності від часу результуючої кривої несинусоїдного струму і трьох його складових

4 ЗАДАЧА 4. Вимірювання активної потужності в колах трифазного струму

4.1 Завдання

Вихідні дані для розв'язання задачі наведені в таблиці 4.1.

Для вимірювання активної потужності трипровідного кола трифазного струму з симетричним активно-індуктивним навантаженням, з'єднаним «зірка» або «трикутник», необхідно вибрати два однакових ватметри з номінальним струмом I_n , номінальною напругою U_n і кількістю поділок шкали $\alpha_n=150$ поділок.

- 1 За даними варіанта для нормального режиму роботи кола:
 - а) довести, що активну потужність трипровідного кола трифазного струму можна подати у вигляді суми двох доданків;
 - б) накреслити відповідну цим доданкам схему ввімкнення двох ватметрів у коло;
 - в) побудувати в масштабі векторну діаграму, виділивши на ній вектори напруг і струмів, під дією яких знаходяться паралельні і послідовні обмотки ватметрів;
 - г) визначити потужності P_1 і P_2 , що вимірюються кожним з ватметрів;
 - д) визначити кількість поділок шкали α_1 і α_2 , на які відхиляються стрілки ватметрів.

2 За даними варіанта при обриві однієї фази приймача енергії:

- а) накреслити схему ввімкнення двох ватметрів у коло;
- б) побудувати в масштабі векторну діаграму, виділивши на ній вектори напруг і струмів, під дією яких знаходяться паралельні і послідовні обмотки цих ватметрів;
- в) визначити потужності P_1 і P_2 , що вимірюються кожним з ватметрів;
- г) визначити кількість поділок шкали α_1 і α_2 , на які відхиляються стрілки ватметрів.

Результати розрахунків записати в таблицю 4.2.

Примітка – Задане трипровідне коло трифазного струму утворене шляхом з'єднання «зірка» або «трикутник» трьох нерухомих магнітоне зв'язаних котушок.

Таблиця 4.1 – Числові значення для задачі 4

Найменування величин	Одиниця вимірювання	Перед-остання цифра шифру	Остання цифра шифру										
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Потужність кола S	кВ·А	0; 5	3,0	6,0	5,5	5,0	3,2	1,5	2,0	2,5	1,8	3,5	1,8
	кВ·А	1; 6	3,5	5,5	6,0	5,5	3,0	2,0	2,5	2,0	3,0	2,2	2,2
	кВ·А	2; 7	2,5	5,0	6,5	6,0	3,6	2,5	1,5	1,8	2,5	2,8	2,8
	кВ·А	3; 8	2,0	4,5	5,0	4,5	5,0	3,0	3,0	5,0	2,0	1,4	1,4
	кВ·А	4; 9	1,8	4,0	4,5	4,0	6,0	3,5	5,8	3,5	1,5	3,5	3,5
<i>Коефіцієнт потужності cos φ</i>	–	0; 1	0,7	0,8	0,9	0,72	0,82	0,88	0,83	0,92	0,84	0,72	0,72
	–	6; 2	0,72	0,82	0,92	0,74	0,83	0,80	0,85	0,90	0,86	0,70	0,70
	–	7; 3	0,74	0,84	0,73	0,76	0,84	0,81	0,87	0,88	0,85	0,76	0,76
	–	8; 4	0,76	0,86	0,75	0,78	0,85	0,82	0,89	0,86	0,83	0,74	0,74
	–	9; 5	0,78	0,88	0,71	0,80	0,86	0,84	0,91	0,83	0,74	0,80	0,80
Фазна напруга U_{ϕ}	В	–	127	220	380	220	380	127	380	220	127	127	127
Схема з'єднання	–	–	人	人	Δ	人	Δ	人	Δ	人	Δ	人	人
Послідовні обмотки ватметрів ввімкнені в проводи	–	–	АіВ	ВіС	СіА	АіВ	ВіС	СіА	АіВ	ВіС	СіА	АіВ	АіВ
Обрив фази	–	–	А	В	АВ	С	ВС	А	СА	АВ	В	С	С

Таблиця 4.2

	Найменування величин	Одиниця вимірювання	Результат розрахунку
Визначити за п. 1	Потужність кола P	Вт	
	Лінійна напруга U_L	В	
	Лінійний струм I_L	А	
	Номінальна напруга ватметра U_N	В	
	Номінальний струм ватметра I_N	А	
	Постійна ватметра C_P	$\frac{Вт}{\text{поділка}}$	
	Потужність, що вимірюється першим ватметром P_1	Вт	
	Потужність, що вимірюється другим ватметром P_2	Вт	
	Кількість поділок шкали α_1	поділка	
	Кількість поділок шкали α_2	поділка	
Примітка – Задане трипровідне коло трифазного струму являє собою з'єднання трьох нерухомих магнітонезв'язаних котушок			

4.2 Методичні вказівки

При виконанні п. 1 цієї задачі необхідно відповідно до завдання свого варіанта накреслити схему ввімкнення ватметрів у трипровідне коло трифазного струму і дати на ній розмітку генераторних затискачів послідовної і паралельної обмоток кожного з ватметрів.

Після цього слід навести докази, що активна потужність у трифазному колі може бути виміряна двома ватметрами, при цьому має бути врахована схема з'єднання приймачів енергії (таблиця 4.1).

Для випадку з'єднання приймачів енергії за схемою «зірка» виведення формули активної потужності наведено в роботах [4], [5], [6]. Якщо приймачі енергії з'єднані за схемою «трикутник», то треба зробити допоміжні перетворення, а саме миттєву потужність трифазного кола слід подати як

$$P = P_{AB} + P_{BC} + P_{CA} = u_{AB}i_{AB} + u_{BC}i_{BC} + u_{CA}i_{CA}, \quad (4.1)$$

де u_{AB} , u_{BC} , і u_{CA} – миттєві значення фазних напруг;
 i_{AB} , i_{BC} , і i_{CA} – миттєві значення фазних струмів.

Далі слід зробити так: скористатися другим законом Кірхгофа, за яким

$$u_{AB} + u_{BC} + u_{CA} = 0.$$

З цього рівняння визначається одна з напруг, наприклад

$$u_{AB} = -u_{BC} - u_{CA}.$$

Для схеми, у якій паралельні обмотки ватметрів знаходяться під дією напруг,

$$u_{AC} = -u_{CA} \text{ і } u_{BC}.$$

Для двох інших схем визначаються u_{BC} або $u_{CA} = -u_{AC}$.

Також у цьому прикладі стануть у нагоді рівняння за першим законом Кірхгофа

$$i_A = i_{AB} - i_{CA} \quad \text{та} \quad i_B = i_{BC} - i_{AB}.$$

Потім виконуються необхідні перетворення, щоб одержати з формули (4.1) кінцевий вираз потужності, що відповідає схемі ввімкнення ватметрів – як сума добутків $u_{BC} i_B$ та $u_{AC} i_A$.

Визначивши струми і напруги, під дією яких знаходяться послідовні і паралельні обмотки ватметрів, необхідно вибрати два однакових ватметри:

- з номінальним струмом $I_H = 5 \text{ А}$ чи $I_H = 10 \text{ А}$;
- номінальною напругою $U_H = 150 \text{ В}$, $U_H = 300 \text{ В}$ чи $U_H = 600 \text{ В}$;

- кількістю поділок шкали $\alpha_H = 150$ поділок.

Постійна ватметра визначається за формулою

$$C_p = \frac{U_H I_H}{\alpha_H}. \quad (4.2)$$

При виконанні п. 2 цієї задачі необхідно також накреслити схему ввімкнення ватметрів, вказавши на ній обрив однієї з фаз приймача енергії (таблиця 4.1).

Якщо приймачі енергії з'єднані за схемою «трикутник», то при обриві однієї з фаз опір її буде дорівнювати нескінченності, і, таким чином, струм у ній буде дорівнювати нулю. Струми у двох інших фазах залишаться такими, якими були до обриву фази. Внаслідок цього зміняться лінійні струми, що і має бути враховано при побудові векторної діаграми і визначенні показань ватметрів.

Якщо приймачі енергії з'єднані за схемою «зірка», то при обриві однієї з фаз струм у ній буде дорівнювати нулю. Дві інші фази виявляться з'єднаними між собою послідовно і ввімкненими на лінійну напругу. Для визначення струму в цих фазах необхідно попередньо визначити модуль опору фази виходячи з даних для нормального режиму роботи приймача.

$$z_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{I_{\phi}}. \quad (4.3)$$

Для симетричної трифазної системи модуль струму в послідовно з'єднаних фазах визначається як

$$I' = \frac{U_{\phi}}{2z_{\phi}}. \quad (4.4)$$

Це значення струму і має бути прийнято при побудові векторної діаграми (**не забудьте врахувати початкові фази напруг і аргументи комплексних опорів фаз**) і визначенні показань ватметрів при обриві фази приймача.

При виконанні розрахунку будуть потрібні комплекси діючих значень лінійних напруг \underline{U}_{AB} , \underline{U}_{BC} , \underline{U}_{CA} (при з'єднанні навантаження «трикутник» вони водночас є фазними напругами і їхні модулі U_{ϕ} вже наведені в таблиці 4.1 під назвою U_{ϕ}) і лінійних струмів \underline{I}_A , \underline{I}_B , \underline{I}_C (при з'єднанні навантаження «зірка» вони водночас є фазними струмами).

При з'єднанні навантаження «зірка» знадобляться також комплекси діючих значень фазних напруг \underline{U}_A , \underline{U}_B , \underline{U}_C (їхні модулі U_{ϕ} наведені в таблиці 4.1).

Потрібні будуть також комплексні опори фаз:

$\underline{Z}_A, \underline{Z}_B, \underline{Z}_C$ – при з'єднанні навантаження «зірка»;

$\underline{Z}_{AB}, \underline{Z}_{BC}, \underline{Z}_{CA}$ – при з'єднанні навантаження «трикутник».

Усі перелічені величини знаходять з таблиці 4.1 так.

Як відомо, за будь-якого з'єднання симетричного навантаження є справедливою формула

$$S = \sqrt{3} U_L \cdot I_L .$$

Звідси при будь-якому з'єднанні симетричного навантаження маємо модуль лінійного струму

$$I_L = \frac{S}{\sqrt{3} U_L} .$$

При з'єднанні «трикутник» маємо комплексні лінійні напруги:

$$\underline{U}_{AB} = U_L e^{j30^\circ} ,$$

$$\underline{U}_{BC} = U_L e^{j150^\circ} ,$$

$$\underline{U}_{CA} = U_L e^{j270^\circ} .$$

Аргумент кожного лінійного струму є меншим від аргументу відповідної лінійної напруги на кут φ , косинус якого вказаний у таблиці 4.2.

Тобто

$$\underline{I}_A = I_L e^{j(30^\circ - \varphi)} ,$$

$$\underline{I}_B = I_L e^{j(150^\circ - \varphi)} ,$$

$$\underline{I}_C = I_L e^{j(270^\circ - \varphi)} .$$

Фазні опори є такими:

$$\underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_{BC} = \underline{Z}_{CA} = (U_L / I_L) e^{j\varphi} = Z_\varphi e^{j\varphi} .$$

При з'єднанні симетричного навантаження «зірка» маємо комплекси діючих значень фазних напруг

$$\underline{U}_A = U_\phi e^{j0^\circ},$$

$$\underline{U}_B = U_\phi e^{j120^\circ},$$

$$\underline{U}_C = U_\phi e^{j240^\circ}.$$

Лінійні напруги є такими:

$$\underline{U}_{AB} = \sqrt{3} U_\phi e^{j30^\circ},$$

$$\underline{U}_{BC} = \sqrt{3} U_\phi e^{j150^\circ},$$

$$\underline{U}_{CA} = \sqrt{3} U_\phi e^{j270^\circ}.$$

При цьому фазні струми збігаються з лінійними і дорівнюють:

$$\underline{I}_A = I_\phi e^{-j\phi},$$

$$\underline{I}_B = I_\phi e^{j(120^\circ - \phi)},$$

$$\underline{I}_C = I_\phi e^{j(240^\circ - \phi)},$$

де $I_\phi = I_\phi$ обчислений вище.

Фазні опори є такими:

$$\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = (U_\phi / I_\phi) e^{j\phi} = Z_\phi e^{j\phi}.$$

Більш детально з методами вимірювання активної потужності в колах трифазного струму можна ознайомитись у роботах [4 – 6].

Більш детально з застосуванням символічного методу для аналізу та розрахунку кіл синусоїдного змінного струму можна ознайомитись за допомогою додатка Б.

5 ЗАДАЧА 5. Вимірювання реактивної енергії в колах трифазного струму

5.1 Завдання

Симетричний трифазний приймач електричної енергії з'єднано за схемою «зірка» чи «трикутник».

Напруга на фазі приймача U_{ϕ} .

Активний та індуктивний опори фаз приймача відповідно дорівнюють R_{ϕ} , X_{ϕ} .

У коло приймача ввімкнено одноелементний лічильник активної енергії для вимірювання реактивної енергії. Послідовна обмотка лічильника ввімкнена в один з проводів трифазного кола, як вказано в таблиці 5.1.

Приймач електричної енергії працює безперервно протягом часу t .

Необхідно:

1 Накреслити схему ввімкнення лічильника відповідно до даних варіанта, зробити розмітку генераторних затискачів його обмоток.

2 Визначити фазний струм I_{ϕ} , коефіцієнт потужності $\cos \varphi$ і кут φ .

3 Для заданого кола побудувати в масштабі векторну діаграму, виділивши на ній вектори напруги і струму, під дією яких знаходяться паралельна і послідовна обмотки лічильника.

4 Користуючись векторною діаграмою, довести, що лічильник, ввімкнений за такою схемою, вимірює реактивну енергію.

Визначити витрати реактивної енергії, що враховуються лічильником за час t .

5 Підрахувати за час t реактивну енергію всього приймача.

6 Знайти числове співвідношення між енергією, що враховує лічильник, і енергією приймача.

Таблиця 5.1 – Числові значення для задачі 5

Найменування величин	Одиниця вимірювання	Передостання цифра шифру	Остання цифра шифру												
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9			
Схема з'єднання	-	-	Δ	Δ	∩	∩	Δ	∩	∩	Δ	∩	∩	∩	Δ	Δ
Послідовна обмотка лічильника ввімкнена в провід	-	-	В	А	А	С	С	С	В	В	В	А	А	А	С
Час t	ч	-	30	50	20	20	20	40	40	40	30	30	30	50	30
Фазна напруга U_{ϕ}	В	-	220	380	127	220	220	220	380	127	220	220	220	220	380
Активний опір фази R_{ϕ}	Ом	0; 5	20	30	10	16	16	15	25	15	15	20	20	14	20
	Ом	1; 6	19	29	11	17	16	16	24	18	18	21	21	16	14
	Ом	2; 7	18	28	12	18	17	17	23	21	21	22	22	18	16
	Ом	3; 8	17	27	13	19	18	18	22	24	24	23	23	20	18
	Ом	4; 9	16	26	14	20	19	19	21	27	27	24	24	22	26
Індуктивний опір фази X_{ϕ}	Ом	0; 1	18	25	15	24	20	20	30	10	10	18	18	28	40
	Ом	6; 2	19	26	16	23	21	21	29	11	11	17	17	27	38
	Ом	7; 3	20	27	17	22	23	23	28	12	12	16	16	26	36
	Ом	8; 4	21	28	18	21	24	24	27	13	13	15	15	25	34
	Ом	9; 5	22	29	19	20	25	25	26	14	14	21	21	24	32

5.2 Методичні вказівки

Трифазним електричним колом називають сукупність трьох однофазних кіл змінного струму, у яких діють джерела ЕРС однакової амплітуди та частоти, зсунуті за фазою відносно одне одного на 120° .

Як відомо з теорії електричних кіл [7], розрізняють з'єднання трифазного кола «зірка» і «трикутник».

Співвідношення між фазними та лінійними напругами та струмами при симетричному навантаженні дорівнюють:

-при з'єднанні «зірка»

$$U_{Л} = \sqrt{3} \cdot U_{\phi}, I_{Л} = I_{\phi}; \quad (5.1)$$

-при з'єднанні «трикутник»

$$U_{Л} = U_{\phi}, I_{Л} = \sqrt{3} \cdot I_{\phi}. \quad (5.2)$$

Повний фазний опір

$$Z_{\phi} = \sqrt{R_{\phi}^2 + X_{\phi}^2}. \quad (5.3)$$

Реактивна потужність симетричного трифазного кола

$$Q = 3 \cdot Q_{\phi} = 3 \cdot U_{\phi} \cdot I_{\phi} \cdot \sin(\varphi), \quad (5.4)$$

де φ – кут, який дорівнює зсуву фаз між фазними напругою та струмом, $\varphi = \arctg \frac{X_{\phi}}{R_{\phi}}$.

Реактивна енергія, яка виділяється в колі, дорівнює

$$W = Q \cdot t. \quad (5.5)$$

Реактивну енергію вимірюють лічильниками реактивної енергії. Оскільки обертальний момент лічильника, як і ватметра,

пропорційний потужності, то схема ввімкнення лічильника та схема ввімкнення відповідного ватметра однакові.

Реактивна потужність у трипровідному трифазному колі при симетричному навантаженні може бути виміряна одним ватметром за спеціальною схемою (рисунок 5.1).

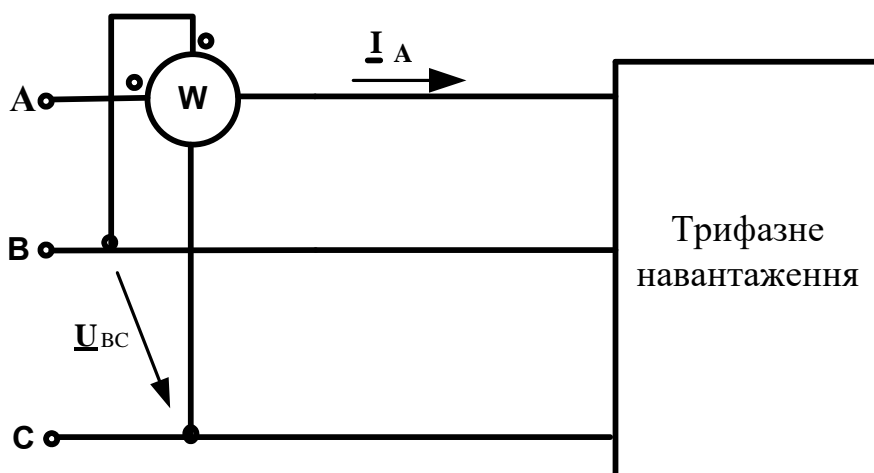


Рисунок 5.1

При такому ввімкненні показання ватметра P_W відповідає виразу

$$P_W = U_{BC} \cdot I_A \cdot \cos(90^\circ - \varphi) , \quad (5.6)$$

де U_{BC} – лінійна напруга;

I_A – лінійний струм;

$(90^\circ - \varphi)$ – кут, який дорівнює зсуву фаз між U_{BC} та I_A (рисунок 5.2).

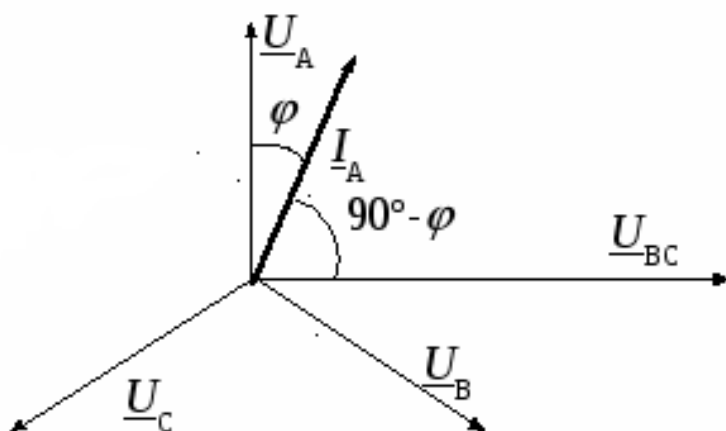


Рисунок 5.2

Вираз (5.6) з урахуванням виразів (5.1), (5.2) можна записати у вигляді

$$P_w = \sqrt{3} \cdot U_\phi \cdot I_\phi \cdot \sin(\varphi) = \sqrt{3} \cdot Q_\phi. \quad (5.7)$$

Реактивну потужність трифазного кола відповідно до виразів (5.4), (5.7) можна визначити як

$$Q = \sqrt{3} \cdot P_w. \quad (5.8)$$

Звісно, значення реактивної потужності ми можемо отримати з показання ватметра (рисунок 5.1), помноживши на коефіцієнт $\sqrt{3}$.

5.3 Приклад розв'язання

Вихідні дані. Симетричний трифазний приймач електричної енергії з'єднано за схемою «зірка».

Напруга на фазі приймача $U_\phi = 220$ В.

Активний та індуктивний опори фаз приймача відповідно дорівнюють $R_\phi = 22$ Ом, $X_\phi = 24$ Ом.

У коло приймача ввімкнено одноелементний лічильник активної енергії для вимірювання реактивної енергії. Послідовна обмотка лічильника ввімкнена в провід А.

Приймач електричної енергії працює безперервно протягом часу $t = 50$ год.

Розв'язання

1 Накреслимо схему ввімкнення лічильника (рисунок 5.3).

2 Визначимо фазний струм I_ϕ , коефіцієнт потужності $\cos \varphi$ і кут φ .

Визначаємо повні фазні опори навантаження:

$$Z_\phi = \sqrt{R_\phi^2 + X_\phi^2} = \sqrt{22^2 + 24^2} = 32,6 \text{ Ом.}$$

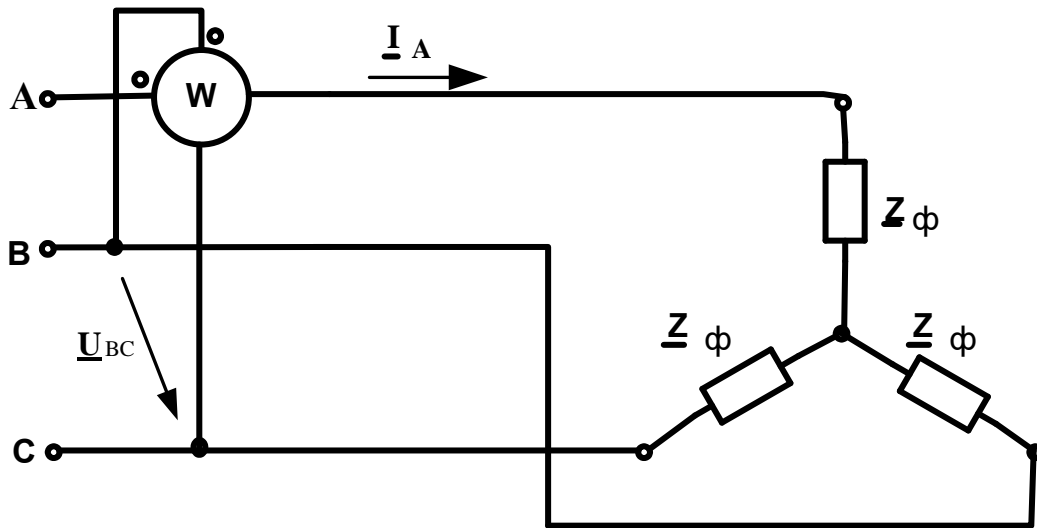


Рисунок 5.3

Визначаємо фазний струм за законом Ома:

$$I_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{Z_{\phi}} = \frac{220}{32,6} = 6,7 \text{ A} ,$$

$$\varphi = \arctg\left(\frac{X_{\phi}}{R_{\phi}}\right) = \arctg\left(\frac{22}{24}\right) = 48^{\circ} ,$$

$$\cos(\varphi) = \cos(48^{\circ}) = 0,45 .$$

3 Для заданого кола будемо в масштабі векторну діаграму, виділивши на ній вектори напруги і струму, під дією яких знаходяться паралельна і послідовна обмотки лічильника.

Масштаб для напруг: 1 см – 22 В, таким чином, фазні напруги на векторній діаграмі будуть дорівнювати 10 см.

Векторна діаграма подана на рисунку 5.4.

4 Користуючись векторною діаграмою, довести, що лічильник, ввімкнений за такою схемою, вимірює реактивну енергію можна за допомогою формул (5.4) – (5.8) і відповідного пояснення.

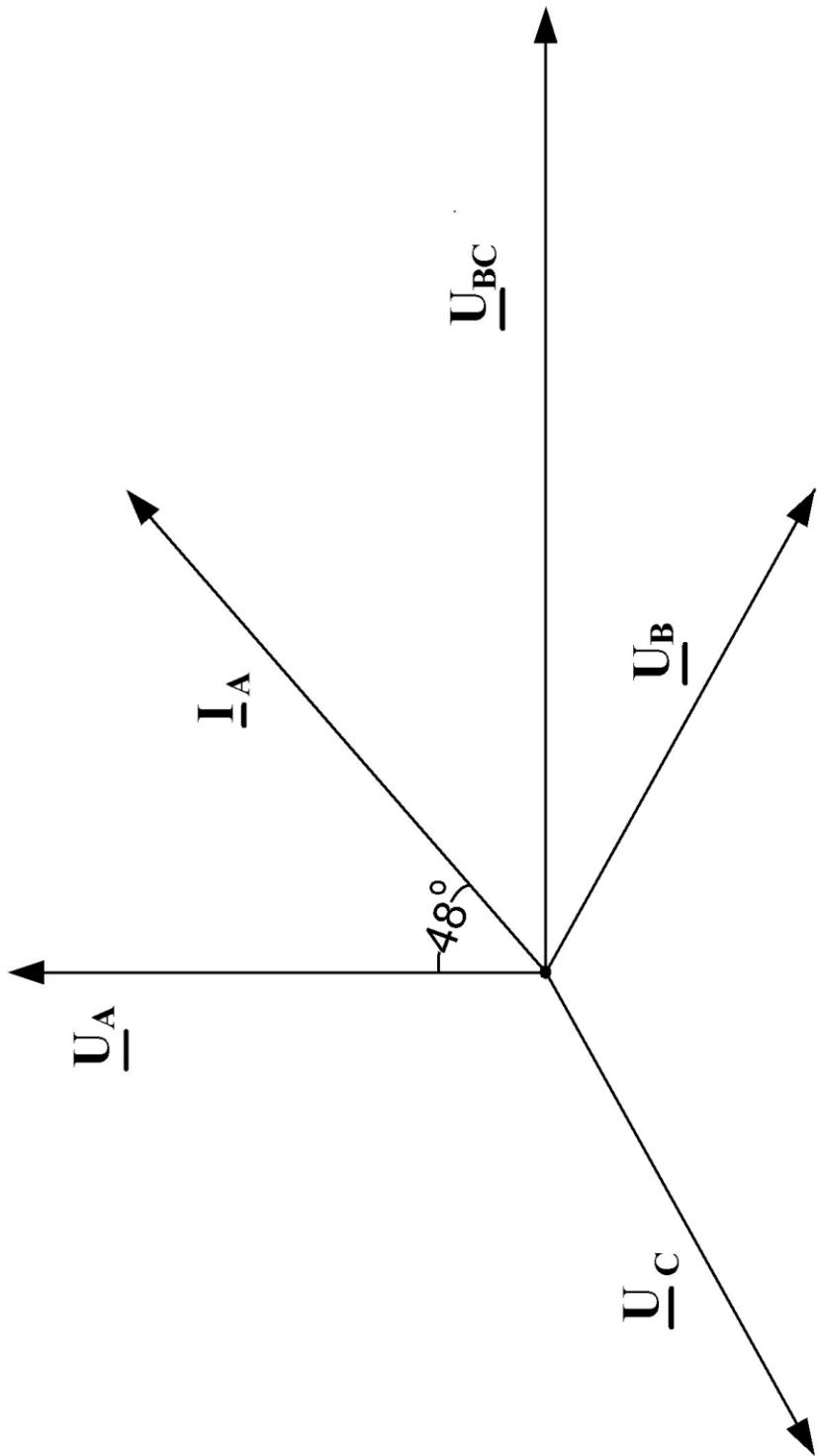


Рисунок 5.4

5 Визначаємо витрати реактивної енергії, що враховуються лічильником за час t :

$$W_{\text{ліч}} = \sqrt{3} I_{\phi} U_{\phi} \sin \varphi \cdot t = \sqrt{3} \cdot 6,7 \cdot 220 \cdot \sin(48^{\circ}) \cdot 50 = 94864 \text{ Дж.}$$

Визначимо реактивну енергію всього приймача за час t :

$$W = 3 \cdot I_{\phi} U_{\phi} \sin \varphi \cdot t = 3 \cdot 6,7 \cdot 220 \cdot \sin(48^{\circ}) \cdot 50 = 164309 \text{ Дж.}$$

6 Знайдемо числове співвідношення між енергією, що враховує лічильник, і енергією приймача.

$$K\% = \frac{W_{\text{ліч}}}{W} = \frac{94864}{164309} = 58\% .$$

$$n = \frac{W}{W_{\text{ліч}}} = \frac{164309}{94864} = 1,7 = \sqrt{3} .$$

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1 Бабаєв М. М., Придубков П. Я., Прилипко А. А. Завдання та методичні вказівки до виконання контрольної роботи з дисципліни «Основи метрології та електричні вимірювання» для студентів спеціальностей «Електричний транспорт», «Електричні системи та комплекси транспортних засобів» заочної форми навчання. Харків : УкрДАЗТ, 2010. 32 с.

2 Завдання для контрольних робіт 1 та 2 з методичними вказівками до їх виконання з дисципліни «Метрологія, технологічні вимірювання та прилади» / М. М. Бабаєв, В. В. Пилипенко, А. А. Прилипко, О. М. Прогонний. Харків : УкрДАЗТ, 2007. 38 с.

3 Студентська навчальна звітність. Загальні вимоги до побудови, викладення та оформлення: метод. посіб. з додержання вимог нормоконтролю у студ. навч. звітності / за ред. Л. М. Козара. Харків : УкрДУЗТ, 2014. 54 с.

4 Решетняк В. Я., Бабюк С. М. Основи метрології та електричних вимірювань : навч.-метод. посіб. Тернопіль : Видавництво ТНТУ імені Івана Пулюя, 2015. 160 с.

5 Дудюк Д. Л., Максимів В. М., Оріховський Р. Я. Електричні вимірювання : навч. посіб. Львів : Афіша, 2003. 273 с.

6 Метрологія та вимірювальна техніка / Є. С. Поліщук, М. М. Дорожовець, В. О. Яцук [та ін.]. Львів : Бескид Біт, 2003. 544 с.

7 Соболев Ю. В., Бабаєв М. М., Давиденко М. Г. Теорія електричних і магнітних кіл. Харків : Транспорт України, 2002. 264 с.

ДОДАТОК А

Основні електричні та магнітні величини

Найменування	Буквене позначення	Одиниця вимірювання	Позначення
Струм	I, i	ампер	А
Електрорушійна сила	E, e	вольт	В
Напруга електрична	U, u	вольт	В
Потенціал електричний	φ	вольт	В
Потужність активна	P	ват	Вт
Потужність повна	S	вольт- ампер	ВА
Потужність реактивна	Q	вольт-ампер реактивний	ВАр
Ємність електрична	C	фарада	Ф
Період коливань	T	секунда	с
Щільність струму	J	ампер на квадратний метр	А/м ²
Індуктивність власна	L	генрі	Гн
Індуктивність взаємна	M	генрі	Гн
Провідність активна	G	сименс	См
Провідність повна	Y	сименс	См
Провідність реактивна	B	сименс	См
Частота коливань кутова	ω, Ω	радіан у секунду	с ⁻¹
Частота електрична	f	герц	Гц
Початкова фаза	ψ, φ	градус	°
Опір постійному струму	R	ом	Ом
Активний опір	R	ом	Ом
Опір повний	Z	ом	Ом
Опір реактивний	X	ом	Ом
Зсув фаз	φ	градус	°
Магнітна індукція	B	тесла	Тл
Напруженість магнітна	H	ампер на метр	А/м
Магнітний потік	Φ	вебер	Вб
Магніторушійна сила	F	ампер	А

ДОДАТОК Б

Застосування символічного методу для аналізу та розрахунку кіл синусоїдного змінного струму

Символічний метод дає змогу замінити геометричні дії над векторами на алгебраїчні. При цьому розрахунок кіл змінного струму виконують так само, як і постійного. Також цей метод називають методом комплексних величин, тому що, наприклад, вектор \underline{E} (ЕРС джерела) розглядається як величина комплексна (рисунок Б.1). Цей вектор розкладається на складові: \mathbf{a} – дійсне число, $\mathbf{j}\mathbf{b}$ – уявне число. Уявне число є добутком дійсного числа \mathbf{b} на уявну одиницю \mathbf{j} , де $\mathbf{j} = \sqrt{-1}$. Тоді записуємо, що $\underline{E} = \mathbf{a} + \mathbf{j}\mathbf{b}$. Це алгебраїчна форма запису комплексної величини.

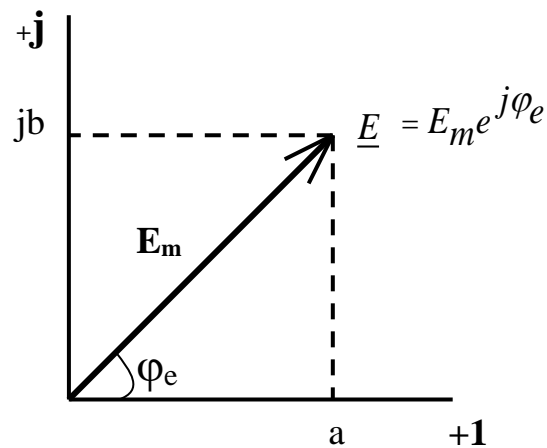


Рисунок Б.1

Якщо записати миттєве значення ЕРС таким чином:

$$e_M = E_m \sin(\omega t + \varphi_e),$$

де e_M – миттєве значення ЕРС;

ω – кутова частота;

E_m – амплітудне значення ЕРС;

φ_e – початкова фаза,

то комплексне значення ЕРС має такий вигляд: $\underline{E} = E_m e^{j\varphi_e}$ (показникова форма запису).

Аналогічно миттєве значення струму $i = I_m \sin(\omega \cdot t + \varphi_i)$ записується в такому вигляді: $\underline{I} = I_m e^{j\varphi_i}$, а напруги – $u = U_m \sin(\omega \cdot t + \varphi_u)$, таким чином, $\underline{U} = U_m e^{j\varphi_u}$.

Кожному вектору на комплексній площі відповідає певне комплексне число, яке може бути записане в показниковій або алгебраїчній формі. Перехід від показникової до алгебраїчної форми запису здійснюється за формулою

$$\underline{E}_m e^{j\varphi_e} = E_m \cos(\varphi_e) + jE_m \sin(\varphi_e) = a + jb .$$

Щоб перейти навпаки з алгебраїчної до показникової форми, потрібно спочатку знайти амплітуду

$$E_m = \sqrt{a^2 + b^2} ,$$

а потім початкову фазу $\varphi_e = \arctg \frac{b}{a}$.

Розглянемо деякі приклади.

Щоб скласти (відняти) два комплексних числа, треба їх обидва подати в алгебраїчній формі і потім окремо скласти (відняти) дійсні частини і окремо скласти (відняти) уявні частини. Результатом буде нове комплексне число в алгебраїчній формі.

Наприклад, $\underline{I}_1 = a + jb = 10 + j4$,

$$\underline{I}_2 = c + jd = -7 + j12,$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = (a + c) + j(b + d) = (10 - 7) + j(4 + 12) = 3 + j16,$$

$$\underline{I}_4 = \underline{I}_1 - \underline{I}_2 = (a - c) + j(b - d) = (10 + 7) + j(4 - 12) = 17 - j8.$$

Щоб помножити (розділити) два комплексних числа треба їх обидва подати в показовій формі і потім помножити (розділити) модулі і окремо скласти (або відняти) аргументи. Результатом буде нове комплексне число в показовій формі.

Якщо дії виконуються з електричними величинами в комплексній формі, то треба наприкінці чисельного запису наводити одиниці вимірювання.

Наприклад,

$$\underline{I} = 3,2 \cdot e^{j30^\circ} \text{ А}; \quad \underline{Z} = 15,8 \cdot e^{-j72^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{U} = \underline{I} \cdot \underline{Z} = 3,2 \cdot e^{j30^\circ} \cdot 15,8 \cdot e^{-j72^\circ} = (3,2 \times 15,8) \cdot e^{j(30-72)^\circ} = 50,56 \cdot e^{-j42^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{50,56 \cdot e^{-j42^\circ}}{3,2 \cdot e^{j30^\circ}} = \frac{50,56}{3,2} \cdot e^{j(-42-30)^\circ} = 15,8 \cdot e^{-j72^\circ} \text{ Ом}.$$

Комплексні числа можна перемножити в алгебраїчній формі почленно з урахуванням того, що $j^2 = -1$.

Наприклад,

$$\underline{I} = 5 + j3$$

$$\underline{Z} = 2 - j6$$

$$\underline{U} = \underline{I} \cdot \underline{Z} = (5 + j3) \cdot (2 - j6) = 10 - j30 + j6 - j^2 \cdot 18 = 10 - j24 + 18 = 28 - j24.$$

На комплексній площині комплексне число подають у вигляді вектора, який починається на початку координат і закінчується в точці з координатами, що дорівнюють дійсній та уявній частинам алгебраїчної форми комплексного числа. Довжина вектора дорівнює модулю показової форми, а кут відносно осі x дорівнює аргументу показової форми.

Сума двох комплексних чисел на векторній діаграмі дорівнює сумі двох векторів. Щоб графічним шляхом знайти доданок двох векторів, треба один з них перенести паралельно самому собі в точку закінчення другого вектора. Сумою буде третій вектор, що з'єднує початок другого вектора і кінець першого (правило паралелограма).

Наприклад,

$$\underline{I}_1 = 4 + j3 = \sqrt{(4^2 + 3^2)} \cdot e^{j \arctg \frac{3}{4}} = 5 \cdot e^{j36.87^\circ} \text{ A}$$

$$\underline{I}_2 = -2 - j6 = \sqrt{[(-2)^2 + (-6)^2]} \cdot e^{j \arctg \frac{-6}{-2} + 180^\circ} = 6.32 \cdot e^{-j108.43^\circ} \text{ A}$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = (4 - 2) + j(3 - 6) = 2 - j3 = 3.61 \cdot e^{-j56.31^\circ} \text{ A}$$

Векторна діаграма, яка ілюструє всі розрахунки, наведена на рисунку Б.2.

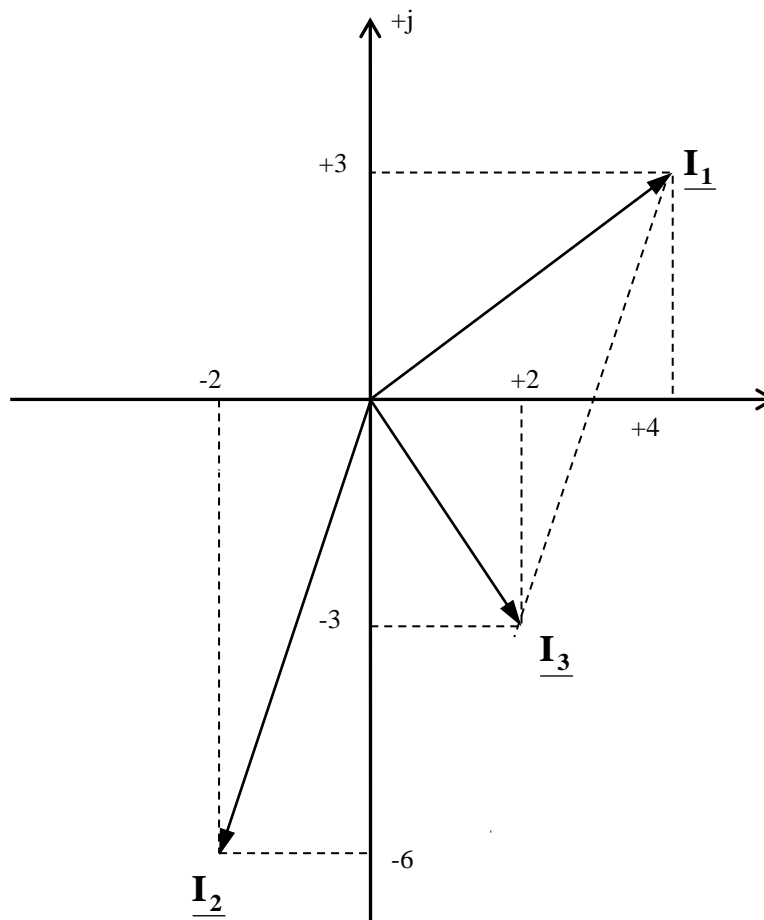


Рисунок Б.2

ЗАВДАННЯ
ТА МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до виконання контрольної роботи
з дисциплін

*«ОСНОВИ МЕТРОЛОГІЇ»,
«МЕТРОЛОГІЯ ТА ТЕХНОЛОГІЧНІ ВИМІРЮВАННЯ»
«ОСНОВИ МЕТРОЛОГІЇ
ТА ЕЛЕКТРИЧНІ ВИМІРЮВАННЯ»*

Відповідальний за випуск Зінченко О. Є.

Редактор Ібрагімова Н. В.

Підписано до друку 07.07.20 р.

Формат паперу 60x84 1/16. Папір писальний.

Умовн.-друк.арк. 2,75. Тираж 5. Замовлення №

Видавець та виготовлювач Український державний університет
залізничного транспорту,
61050, Харків-50, майдан Фейєрбаха, 7.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 6100 від 21.03.2018 р.