

**УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ**

**ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНО-КЕРУЮЧИХ СИСТЕМ
ТА ТЕХНОЛОГІЙ**

Кафедра вищої математики та фізики

**ЕЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТІЙНИЙ СТРУМ.
ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до практичних занять з дисципліни**

«ФІЗИКА»

Харків – 2021

Методичні вказівки розглянуто і рекомендовано до друку на засіданні кафедри фізики 30 червня 2020 р., протокол № 11.

Розглянуто методи розв'язування задач з розділів «Електростатика. Постійний струм», «Електромагнетизм». У кожному розділі наведено основні поняття і формули з теми, приклади розв'язування задач, а також задачі для самостійного опрацювання.

Призначені для проведення практичних занять зі студентами денної та заочної форми навчання. Методичні вказівки можуть використовуватись для самостійної підготовки до занять, а також модульного оцінювання знань з тем «Електростатика. Постійний струм», «Електромагнетизм».

Укладачі:

доценти А. Т. Котвицький,
К. А. Котвицька,
О. В. Самойлов

Рецензент

доц. Н. В. Глейзер

ЗМІСТ

Вступ.....	4
Частина 1. Електростатика. Постійний струм.....	5
1 Основні характеристики електростатичного поля.....	5
Основні визначення і формули.....	5
Приклади розв'язання задач.....	15
2 Провідники та діелектрики в електростатичному полі.....	20
Основні визначення і формули.....	20
Приклади розв'язання задач.....	25
3 Постійний електричний струм.....	28
Основні визначення і формули.....	28
Приклади розв'язання задач.....	36
Задачі для самостійного розв'язання.....	42
Частина 2. Електромагнетизм.....	43
4 Основні характеристики магнітного поля.	
Силова дія магнітного поля. Рух заряджених частинок.....	44
Основні визначення і формули.....	44
Приклади розв'язання задач.....	52
5 Магнітні властивості речовини.....	59
Основні визначення і формули.....	59
Приклади розв'язання задач.....	62
6 Електромагнітна індукція.....	67
Основні визначення і формули.....	67
Приклади розв'язання задач.....	69
Задачі для самостійного розв'язання.....	75
Список літератури.....	77

ВСТУП

У зв'язку зі збільшенням кількості годин для самостійного навчання зростає роль практичних занять. Їхня основна мета – навчити студентів використовувати теоретичний матеріал при розв'язанні задач за основними розділами курсу фізики.

Повний курс дисципліни включає в себе такі розділи:

- механіка;
- молекулярна фізика і термодинаміка;
- електростатика і постійний струм;
- електромагнетизм;
- квантова оптика;
- атомна і ядерна фізика.

У результаті вивчення цих розділів студенти повинні *знати* структуру курсу, основні питання і завдання відповідних розділів курсу, зміст і математичне відображення основних законів. Студенти повинні *вміти* давати визначення фізичних величин, понять і законів; виводити формули, що пов'язують основні величини, при формулюванні фізичних законів; самостійно розв'язувати традиційні фізичні задачі, користуватись довідковою літературою.

Методичні вказівки містять такі розділи курсу фізики: «Електростатика. Постійний струм», «Електромагнетизм». Кожен окремий розділ поділений на теми, які супроводжуються коротким теоретичним матеріалом, поясненням основних фізичних законів і визначень, прикладами розв'язання задач, що дозволяє організувати самостійну та індивідуальну роботу студентів під час навчання. Можна використовувати при дистанційному навчанні студентів всіх спеціальностей університету залізничного транспорту.

Частина 1

ЕЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТІЙНИЙ СТРУМ

1 Основні характеристики електростатичного поля

Електричний заряд, його властивості. Закон Кулона. Напруженість електростатичного поля. Принцип суперпозиції полів. Потік вектора напруженості електричного поля. Теорема Остроградського-Гаусса. Робота сил електростатичного поля. Потенціал електростатичного поля. Закон збереження енергії в електростатичному полі. Енергія взаємодії системи точкових зарядів.

2 Провідники та діелектрики в електростатичному полі

Провідники в електростатичному полі. Діелектрики в електростатичному полі. Електрична ємність провідників. Конденсатори, їх паралельне і послідовне з'єднання. Енергія зарядженого провідника, конденсатора. Густина енергії електричного поля.

3 Постійний електричний струм

Постійний електричний струм. Сила струму, густина струму. Електрорушійна сила. Напруга. Закон Ома. Опір провідників. Залежність опору від температури. Робота і потужність постійного електричного струму. Закон Джоуля-Ленца.

1 Основні характеристики електростатичного поля

Основні визначення і формули

Електростатика – розділ фізики, що вивчає нерухомі заряди і незмінні в часі електричні поля.

Електричний заряд, його властивості

Електричний заряд – величина, що визначає інтенсивність електромагнітної взаємодії заряджених частинок. Електричні заряди можуть бути позитивними і негативними, причому однойменні заряди відштовхуються, різнойменні – притягуються. Носієм елементарного негативного заряду є електрон, а

позитивного – протон. За модулем значення елементарного заряду дорівнює

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$$

Для електричних зарядів встановлено низку законів: закон квантування заряду, закон збереження і закон інваріантності заряду.

Закон квантування заряду: електричний заряд квантується (тобто може змінюватися тільки порціями або квантами):

$$q = N e ,$$

де N – ціле число.

Закон збереження електричного заряду: алгебраїчна сума зарядів електрично ізольованої системи заряджених тіл залишається величиною постійною:

$$\sum_{i=1}^n q_i = \text{const} ,$$

де $\sum_{i=1}^n q_i$ – алгебраїчна сума всіх зарядів, які входять до ізольованої системи.

Закон інваріантності електричного заряду: величина заряду не залежить від швидкості, з якою він рухається (тобто інваріантна відносно інерційних систем відліку). Говорять, що електричний заряд – релятивістський інваріант.

Моделі заряджених тіл

Точковий заряд q – матеріальна точка, яка несе на собі електричний заряд.

Об'ємна густина заряду

$$\rho = \frac{q}{V} .$$

Одиниці вимірювання об'ємної густини заряду в СІ:
 $[\rho] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^3}$.

Поверхнева густина заряду

$$\sigma = \frac{q}{S}.$$

Одиниці вимірювання поверхневої густини заряду в СІ:
 $[\sigma] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$.

Лінійна густина заряду

$$\tau = \frac{q}{l}.$$

Одиниці вимірювання лінійної густини заряду в СІ: $[\tau] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}}$.

Закон Кулона

Закон Кулона встановлений експериментально і дозволяє обчислити силу взаємодії між двома нерухомими точковими зарядами.

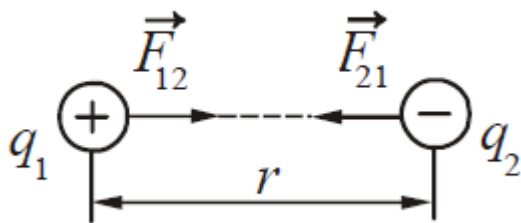


Рисунок 1.1

Закон Кулона стверджує, що два нерухомі точкові заряди взаємодіють із силою F прямо пропорційно величині цих зарядів і обернено пропорційно квадрату відстані між ними (рисунок 1.1).

$$F_{\text{кул}} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

де F – сила взаємодії двох точкових зарядів q_1 і q_2 ;

r – відстань між зарядами,

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – електрична стала;

ϵ – діелектрична проникність.

Напруженість електростатичного поля. Принцип суперпозиції полів

Напруженість є силовою характеристикою електричного поля. Напруженість поля в даній точці простору дорівнює силі, що діє на вміщений у цю точку одиничний позитивний заряд:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q},$$

де \vec{F} – сила, що діє з боку електричного поля на точковий заряд q .

Одиниці вимірювання напруженості в СІ: $[E] = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} = \frac{\text{В}}{\text{м}}$.

Напруженість поля точкового заряду q

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

Принцип суперпозиції електричних полів: напруженість поля, що створюється кількома зарядженими тілами в даній точці, дорівнює векторній сумі напруженостей полів, що створюються в даній точці поля кожним із заряджених тіл окремо (рисунок 1.2):

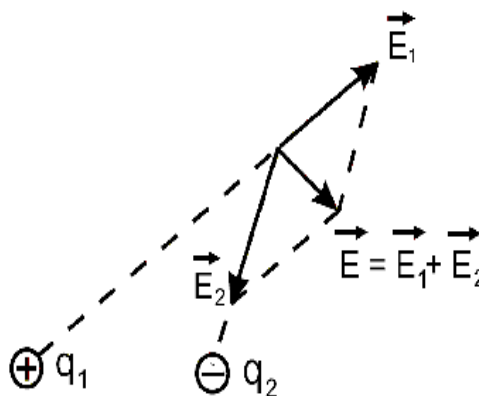


Рисунок 1.2

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n \quad \text{або} \quad \vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i.$$

Потік вектора напруженості електричного поля

Потоком вектора напруженості електричного поля через елементарну площадку dS називається добуток модуля вектора напруженості E на площу елементарної поверхні і косинус кута між нормаллю до поверхні (рисунок 1.3):

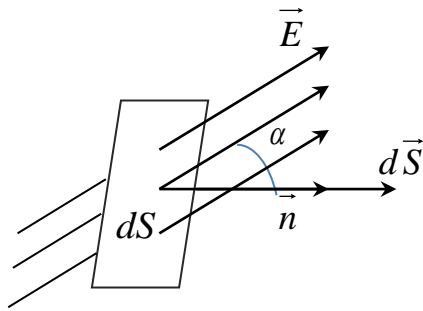


Рисунок 1.3

$$d\Phi_E = E dS \cos \alpha .$$

Для довільної поверхні S потік вектора E через цю поверхню дорівнює

$$\Phi = \int_S \vec{E} d\vec{S} = \int_S E_n dS ,$$

де E_n – проєкція вектора E на нормаль до площадки dS .

Якщо поверхні S замкнена, то потік вектора E через цю поверхню знаходиться за формулою

$$\Phi = \oint_S \vec{E} d\vec{S} .$$

Одиниці вимірювання потоку вектора напруженості \vec{E} в СІ:
 $[\Phi] = \frac{В}{м} \cdot м^2 = В \cdot м .$

Теорема Остроградського-Гаусса

Теорема Остроградського-Гаусса – основна теорема електростатики. Вона дозволяє обчислити напруженість електричного поля у випадках, коли заряди, що створюють поле, розподілені в просторі будь-яким симетричним чином.

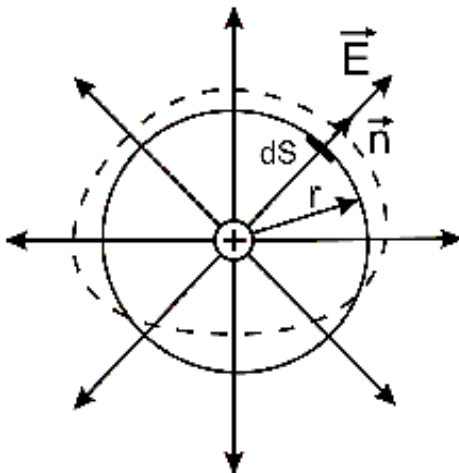


Рисунок 1.4

Теорема Остроградського-Гаусса стверджує, що потік вектора напруженості електричного поля через довільну замкнену поверхню дорівнює алгебраїчній сумі зарядів, укладених всередині цієї поверхні, поділений на ϵ_0 (рисунок 1.4):

$$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i ,$$

де $\sum_{i=1}^n q_i$ – алгебраїчна сума зарядів, які розміщені в середині замкненої поверхні;

n – кількість окремих електричних зарядів.

Застосування теореми Остроградського – Гаусса для розрахунків напруженості електростатичного поля

Напруженість електричного поля, створюваного точковим зарядом q на відстані r від заряду,

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon \cdot r^2},$$

де $k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$ – коефіцієнт пропорційності.

Напруженість електричного поля, створюваного зарядженою металевією кулею радіусом R з зарядом q на відстані r від центра кулі,

$$E = \begin{cases} k \frac{q}{R^3} r, & r < R, \\ k \frac{q}{r^2}, & r \geq R. \end{cases}$$

Напруженість електричного поля, створюваного зарядженою сферою радіусом R з зарядом q на відстані r від центра сфери,

$$E = \begin{cases} 0, & r < R, \\ k \frac{q}{r^2}, & r \geq R. \end{cases}$$

Напруженість електричного поля, створюваного нескінченно довгою рівномірно зарядженою ниткою (або циліндром) на відстані r від її осі,

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon \cdot r},$$

де τ – лінійна густина заряду.

Напруженість електричного поля, створюваного нескінченною, рівномірно зарядженою площиною,

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon},$$

де σ – поверхнева густина заряду.

Напруженість електричного поля, створюваного між двома паралельними нескінченними рівномірно і різнойменно зарядженими площинами,

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}.$$

Робота сил електростатичного поля

Робота, виконувана електричним полем при переміщенні точкового заряду з точки 1 з потенціалом φ_1 в точку 2 з потенціалом φ_2 ,

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) \quad \text{або} \quad A = q \int_L E_l dl,$$

де E_l – проекція вектора напруженості \vec{E} на напрямок переміщення;

\vec{dl} – переміщення.

У випадку однорідного поля остання формула набуває вигляду

$$A = qEl \cos \alpha,$$

де l – модуль переміщення;

α – кут між напрямками вектора \vec{E} і переміщенням \vec{l} .

Потенціал електростатичного поля

Потенціал електростатичного поля – це енергетична характеристика електричного поля.

Потенціал – скалярна фізична величина, що чисельно дорівнює потенціальній енергії, яку має в даній точці одиничний позитивний заряд:

$$\varphi = W_p/q,$$

де W_p – потенціальна енергія, яку має в даній точці поля одиничний позитивний заряд q .

Потенціал електростатичного поля, який створюється точковим зарядом q на відстані r від заряду,

$$\varphi = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r} \text{ або } \varphi = k \frac{q}{\varepsilon r},$$

де k – коефіцієнт пропорційності;

r – відстань від заряду до точки, у якій визначається потенціал. Якщо r наближається до нескінченності, то потенціал наближається до нуля.

Одиниці вимірювання потенціалу в СІ: $[\varphi] = B$.

Різницею потенціалів між двома точками електростатичного поля називається робота, яку здійснюють сили поля при переміщенні одиничного позитивного заряду по будь-якому шляху з першої точки до другої:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{q}.$$

Принцип суперпозиції для потенціалу електростатичного поля: якщо електричне поле створюється системою з декількох зарядів, то потенціал такої системи в кожній точці розраховується як алгебраїчна сума потенціалів від кожного заряду окремо:

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i,$$

де $\sum_{i=1}^n \varphi_i$ – алгебраїчна сума потенціалів $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$, які створюються окремими точковими зарядами q_1, q_2, \dots, q_n .

Зв'язок між напруженістю \vec{E} та потенціалом φ :

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi, \text{ або в скалярній формі } E_r = -\frac{d\varphi}{dr}.$$

У випадку однорідного поля, тобто поля, напруженість якого в кожній точці поля однакова,

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d},$$

де d – відстань між цими поверхнями вздовж електричної силової лінії.

Обчислення різниці потенціалів для геометричних фігур

Різниця потенціалів поля рівномірно зарядженої нескінченної площини з поверхневою густиною заряду σ

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x_1}^{x_2} E dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} dx = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} (x_2 - x_1).$$

Різниця потенціалів поля двох нескінченних паралельних різнойменно заряджених площин з поверхневою густиною заряду σ

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} (x_2 - x_1).$$

Якщо $x_1 = 0$, $x_2 = d$, то $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} d$, або $U = Ed$.

Різниця потенціалів поля рівномірно зарядженої сферичної поверхні радіуса R

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right),$$

якщо $r_1 = r$, $r_2 \rightarrow \infty$, то потенціал поза сферою

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Всередині сферичної поверхні потенціал усюди однаковий і дорівнює

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

Різниця потенціалів поля об'ємно зарядженої кулі радіуса R із загальним зарядом q

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \begin{cases} \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) & \text{— поза кулею ,} \\ \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^3} (r_2^2 - r_1^2) & \text{— всередині кулі .} \end{cases}$$

Різниця потенціалів поля рівномірно зарядженого циліндра (або нескінченно довгої нитки)

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r} dr = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Одиниці вимірювання різниці потенціалів в СІ-вольт:
 $[\varphi_1 - \varphi_2] = V$.

Енергія взаємодії системи точкових зарядів

Енергія системи нерухомих зарядів дорівнює пів сумі добутків кожного з зарядів q_i на потенціал φ_i поля, створеного всіма іншими зарядами в точці, де знаходиться заряд q_i :

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i,$$

де φ_i — потенціал поля, яке створюється всіма $n-1$ зарядами (за виключенням i -го) у точці, де розміщений заряд q_i .

Одиниці вимірювання енергії в СІ: $[W] = \text{Дж}$.

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. У вершинах квадрата перебувають однакові точкові заряди $q = 30 \text{ нКл}$ (рисунок 1.5). Який негативний заряд треба помістити в центрі квадрата, щоб зазначена система зарядів перебувала в рівновазі?

Дано:

$$q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 30 \text{ нКл} = 30 \cdot 10^{-9} \text{ Кл.}$$

$q_5 = ?$

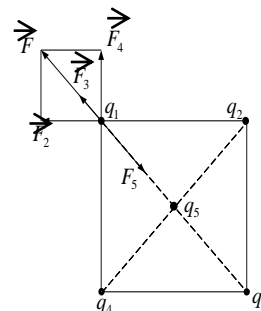


Рисунок 1.5

Всі заряди, розташовані у вершинах квадрата, перебувають в однакових умовах. За принципом суперпозиції,

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_5 = \vec{F} + \vec{F}_3 + \vec{F}_5 = 0,$$

де $\vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, \vec{F}_5$ – сили, з якими відповідно діють заряди q_2, q_3, q_4, q_5 на заряд q_1 .

За законом Кулона, маючи на увазі, що $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = q_5 = q$, одержимо

$$F_2 = F_4 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{\epsilon a^2},$$

$$F_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{\epsilon r^2}, \quad F_5 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q|q_5|}{\epsilon (r/2)^2},$$

де a – сторона квадрата;

$r = a\sqrt{2}$ – діагональ квадрата.

Рівнодійна сил \vec{F}_2 й \vec{F}_4 за напрямком збігається із силою \vec{F}_3 і за модулем дорівнює

$$F = \sqrt{F_2^2 + F_4^2} = F_2 \sqrt{2}.$$

З урахуванням цього твердження векторну рівність сил можна замінити скалярною:

$$F + F_3 - F_5 = F_2 \sqrt{2} + F_3 - F_5,$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2 \sqrt{2}}{\epsilon a^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{\epsilon 2a^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q|q_5|}{\epsilon a^2 / 2} = 0,$$

звідки

$$|q_5| = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{4} \right) \cdot q.$$

Підставимо числові значення

$$|q_5| = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{4} \right) \cdot 3 \cdot 10^{-8} = 2,87 \cdot 10^{-8} \text{ Кл.}$$

Приклад 2. Електричне поле утворюється зарядженою кулею радіусом $R_1 = 30\text{см}$ та оточуючою її концентричною сферою радіусом $R_2 = 70\text{см}$. Заряд кулі $+q$, заряд сфери $-q$. Знайти напруженість електричного поля в точках, віддалених від загального центра на відстанях 20 см, 50 см, 120 см. Заряд $q = 7\text{нКл}$ (рисунок 1.6).

Дано:

$$q = 7\text{нКл} = 7 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$R_1 = 30\text{см} = 0,3\text{м}$$

$$R_2 = 70\text{см} = 0,7\text{м}$$

$$r_a = 20\text{см} = 0,2\text{м}$$

$$r_b = 50\text{см} = 0,5\text{м}$$

$$r_c = 120\text{см} = 1,2\text{м}$$

$$E_a, E_b, E_c - ?$$

Розв'язання

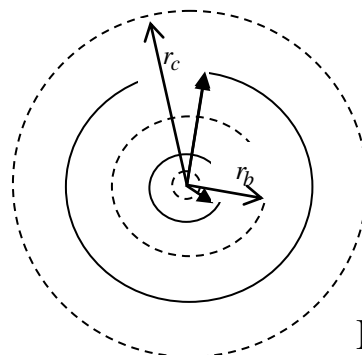


Рисунок 1.6

Напруженість електричного поля кулі радіусом R з рівномірно розподіленим по всьому об'єму зарядом q записується формулою

$$E = \begin{cases} k \frac{q}{R^3} r, & r < R, \\ k \frac{q}{r^2}, & r \geq R, \end{cases}$$

Де r – відстань між центром кулі та досліджуваною точкою;
 $k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$ – коефіцієнт пропорційності.

Для зарядженої сфери з параметрами R та q відповідна формула має вигляд

$$E = \begin{cases} 0, & r < R, \\ k \frac{q}{r^2}, & r \geq R. \end{cases}$$

Позначимо модуль заряду кулі як q_1 , а модуль заряду сфери як q_2 . Врахуємо, що куля заряджена позитивно, це призводить до того, що вектор напруженості електричного поля від кулі \vec{E}_1 має радіальний напрямок від центра кулі. Напруженість електричного поля \vec{E}_2 від сфери направлена до центра. Таким чином, вектори \vec{E}_1 та \vec{E}_2 у кожній точці мають протилежні напрямки. Тоді принцип суперпозиції $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, який записано у векторному вигляді, у скалярному має вигляд

$$E = E_1 - E_2.$$

Точка «а» знаходиться всередині як кулі, так і сфери, тому нам потрібно взяти перші формули у відповідних виразах

$$E_a = E_{1a} - E_{2a} = k \frac{q_1}{R_1^3} r_a - 0 = k \frac{q_1}{R_1^3} r_a = k \frac{q}{R_1^3} r_a.$$

Точка «b» знаходиться зовні кулі та всередині сфери, тому ми беремо другу формулу для кулі та першу для сфери

$$E_b = E_{1b} - E_{2b} = k \frac{q_1}{R_1^3} r_b - 0 = k \frac{q_1}{R_1^3} r_a = k \frac{q}{R_1^3} r_a.$$

Точка «c» знаходиться як зовні кулі, так і зовні сфери, тому ми беремо другу формулу в обох випадках

$$E_c = E_{1c} - E_{2c} = k \frac{q_1}{r_c^2} - k \frac{q_2}{r_c^2} = k \frac{q_1 - q_2}{r_c^2} = k \frac{q - q}{r_c^2}.$$

Підставимо числові значення:

$$E_a = 9 \cdot 10^9 \frac{7 \cdot 10^{-9}}{0,3^3} 0,2 = \frac{63}{0,135} = 467 \text{ (В/м)},$$

$$E_b = 9 \cdot 10^9 \frac{7 \cdot 10^{-9}}{0,5^2} = \frac{63}{0,25} = 252 \text{ (В/м)},$$

$$E_c = 9 \cdot 10^9 \frac{7 \cdot 10^{-9} - 7 \cdot 10^{-9}}{1,2^2} = 0 \text{ (В/м)}.$$

Приклад 3. Електричне поле створюється системою з трьох нескінченно рівномірно заряджених площин. Поверхнева густина заряду площин дорівнює $+\sigma$, $-\sigma$, $+2\sigma$, де $\sigma = 5 \frac{\text{пКл}}{\text{см}^2}$. Знайти напруженість електричного поля в 1-й області (рисунок 1.7).

Дано:

$$\sigma_1 = +\sigma$$

$$\sigma_2 = -\sigma$$

$$\sigma_3 = +2\sigma$$

$$\sigma = 5 \frac{\text{пКл}}{\text{см}^2} = 5 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$$

$$E_1 - ?$$

Розв'язання

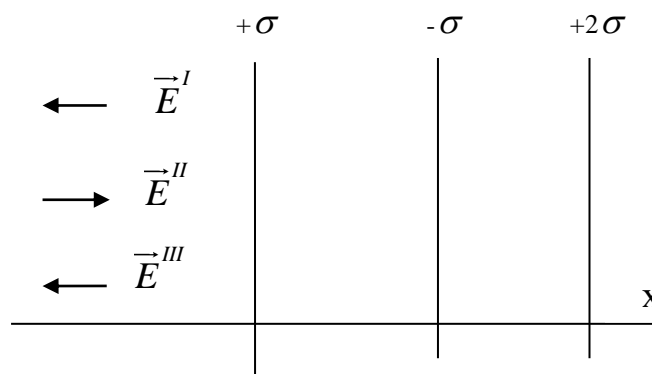


Рисунок 1.7

За принципом суперпозиції полів, напруженість поля в області 1 дорівнює

$$\vec{E}_1 = \vec{E}^I + \vec{E}^{II} + \vec{E}^{III},$$

де E^I, E^{II}, E^{III} – напруженості які створюються в 1-й області зарядженими площинами.

У скалярній формі відносно осі ОХ

$$E_1 = -E^I + E^{II} - E^{III}.$$

Напруженість від однієї площини знаходиться за формулою

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

Враховуючи це, запишемо формулу для E_1 у вигляді

$$E_1 = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{2\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

Підставимо числові значення:

$$E_1 = \frac{5 \cdot 10^{-8}}{8,85 \cdot 10^{-12}} = 0,5649 \cdot 10^4 = 5649 \text{ (В/м)}.$$

Приклад 4. Яку роботу необхідно виконати при перенесенні точкового заряду $q_0 = 30 \text{ нКл}$ з нескінченності в точку, яка знаходиться на відстані $r = 10 \text{ см}$ від поверхні зарядженої металевої кулі? Потенціал на поверхні кулі $\varphi_{\text{кулі}} = 200 \text{ В}$, радіус кулі $R = 2 \text{ см}$.

Дано:	СІ:	Розв'язання
$q_0 = 30 \text{ нКл}$ $\varphi_\infty = 0 \text{ В}$ $r = 10 \text{ см}$ $R = 2 \text{ см}$ $\varphi_{\text{кулі}} = 200 \text{ В}$	$= 30 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$ $= 0,1 \text{ м}$ $= 0,02 \text{ м}$	<p>Робота, яка виконується електричним полем при переміщенні точкового заряду з нескінченності в деяку точку поля,</p> $A = q_0(\varphi_1 - \varphi_\infty),$ <p>де $\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{(R+r)}$ – потенціал поля в точці.</p>
$A - ?$		

Потенціал кулі $\varphi_{\text{кулі}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{R}$, звідки заряд кулі $q = \varphi_{\text{кулі}} \cdot 4\pi\epsilon_0 R$, де $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$ – електрична стала.

Підставимо числові значення:

$$q = 200 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,02 = 0,44 \cdot 10^{-9} \text{ (Кл)},$$

$$\varphi = \frac{1}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \cdot \frac{0,44 \cdot 10^{-9}}{(0,02 + 0,1)} = 33 \text{ (В)},$$

$$A = 30 \cdot 10^{-9} (33 - 0) = 990 \cdot 10^{-9} \text{ (Дж)}.$$

2 Провідники та діелектрики в електростатичному полі

Основні визначення і формули

Провідники в електростатичному полі

Провідниками (рисунок 2.1) називаються речовини, у яких є вільні заряди, здатні переміщуватися по всьому об'єму провідника. Провідниками є всі метали, розчини електролітів, іонізовані гази.

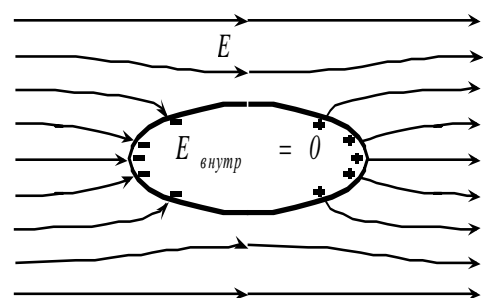


Рисунок 2.1

Основні властивості провідників:

1) напруженість поля всередині провідника дорівнює нулю (рисунок 2.1)

$$E_{внутр} = 0;$$

2) потенціал φ у всьому об'ємі провідника має постійне значення

$$\varphi = const ;$$

3) напруженість поля в кожній точці поверхні провідника визначається поверхневою густиною заряду σ на провіднику поблизу даної точки і виражається формулою

$$E_{нов} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} ;$$

4) лінії напруженості поля зарядженого провідника перпендикулярні до його поверхні.

Діелектрики в електростатичному полі

Діелектриками називаються речовини, що не проводять електричний струм. Діелектрик, поміщений в електричне поле, поляризується. Це означає, що на його поверхні з'являється надлишковий заряд. Цей заряд називається *поляризаційним* або *зв'язаним*.

Напруженість електричного поля зв'язаних зарядів E_i направлена проти зовнішнього поля E_0 , тоді результуюче поле всередині діелектрика (рисунок 2.2)

$$E = E_0 - E_i,$$

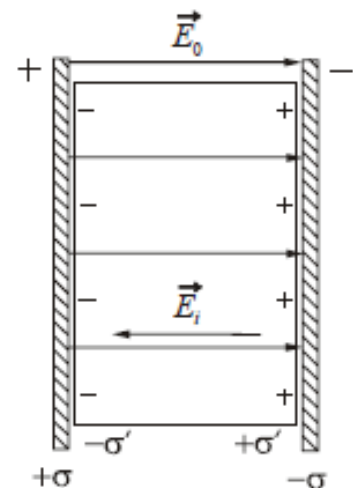


Рисунок 2.2

де E – напруженість поля всередині діелектрика.

Діелектрична проникність середовища показує, у скільки разів напруженість електричного поля у вакуумі E_0 більша, ніж у середовищі E [4]

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E}.$$

Електрична ємність провідників

Електроємність відокремленого провідника – скалярна фізична величина, яка характеризує здатність провідника накопичувати заряд і дорівнює відношенню заряду провідника q до його потенціалу φ :

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

Відокремленим називається провідник, віддалений від інших провідників, тіл, зарядів.

Одиниці вимірювання електроємності в СІ: $[C] = \text{Ф}$.

Електроємність ізольованої провідної сфери радіусом R , яка розміщена в нескінченному середовищі з діелектричною проникністю ε ,

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R,$$

де $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$ – електрична стала;

R – радіус сфери.

Конденсатори, їхнє паралельне і послідовне з'єднання

Конденсатор – пристрій, що складається з двох провідників (обкладок), розділених шаром діелектрика. Це можуть бути дві паралельні пластини, що складають плоский конденсатор, два коаксіальні циліндри, що є обкладками циліндричного конденсатора, або дві концентричні сфери, що утворюють сферичний конденсатор.

Електроємність конденсатора – скалярна фізична величина, що дорівнює відношенню заряду q конденсатора до різниці потенціалів між його обкладками $\varphi_1 - \varphi_2$:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2},$$

де $\varphi_1 - \varphi_2$ - різниця потенціалів між обкладками.

Електроємність плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d},$$

де S – площа кожної з пластин;

d – відстань між ними;

ε – діелектрична проникність діелектрика, який заповнює простір між пластинами.

Електроємність сферичного конденсатора

$$C = 4\pi \varepsilon_0 \varepsilon R_1 R_2 / (R_2 - R_1).$$

Електроємність циліндричного конденсатора

$$C = \frac{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon l}{\ln(R_2 / R_1)}.$$

Паралельне та послідовне з'єднання конденсаторів

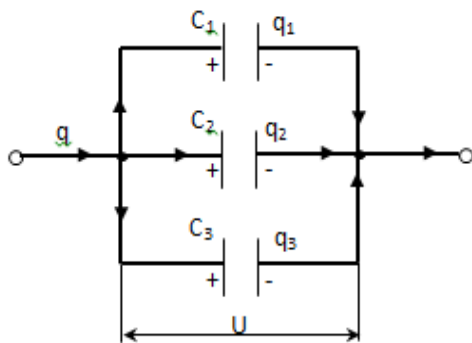


Рисунок 2.3

Паралельне з'єднання конденсаторів [2] (рисунок 2.3)

$$U_1 = U_2 = U_3 = U, \quad q = q_1 + q_2 + q_3,$$

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n,$$

або
$$C = \sum_{i=1}^N C_i.$$

Ємність батареї паралельно з'єднаних конденсаторів дорівнює сумі ємностей кожного з них.

Послідовне з'єднання конденсаторів [2] (рисунок 2.4)

$$U = U_1 + U_2 + U_3, \quad q = q_1 = q_2 = q_3,$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3},$$

або

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}.$$

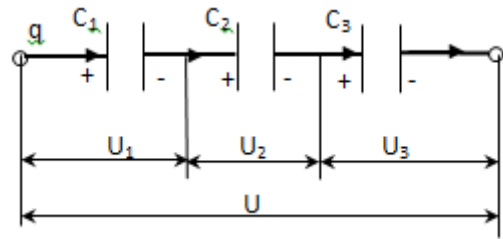


Рисунок 2.4

Величина, обернена ємності батареї конденсаторів при їхньому послідовному з'єднанні, дорівнює сумі обернених величин ємностей кожного з конденсаторів

Енергія зарядженого провідника, конденсатора. Об'ємна густина енергії електричного поля

Енергія зарядженого провідника

$$W = \frac{1}{2} C \varphi^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} q \varphi.$$

Енергія зарядженого конденсатора

$$W = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} q U,$$

де C – електроємність конденсатора;

U – різниця потенціалів на його пластинах.

Одиниці вимірювання енергії W в СІ: $[W] = \text{Дж}$.

Об'ємна густина енергії – це енергія електричного поля, що припадає на одиницю об'єму:

$$\omega = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon E^2,$$

де E – напруженість електричного поля в середовищі з діелектричною проникністю ε .

Одиниці вимірювання об'ємної густини енергії ω в СІ:
 $[\omega] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}$.

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Ємності конденсаторів дорівнюють $C_1 = 2 \text{ мкФ}$, $C_2 = 3 \text{ мкФ}$, $C_3 = 5 \text{ мкФ}$, $C_4 = 4 \text{ мкФ}$, $C_5 = 1 \text{ мкФ}$. Знайти загальну ємність конденсаторів (рисунок 2.5).

Дано:

$$C_1 = 2 \text{ мкФ}$$

$$C_2 = 3 \text{ мкФ}$$

$$C_3 = 5 \text{ мкФ}$$

$$C_4 = 4 \text{ мкФ}$$

$$C_5 = 1 \text{ мкФ}$$

$C - ?$

Розв'язання

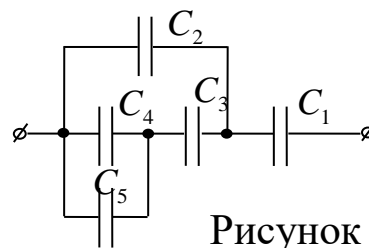


Рисунок 2.5

Послідовно спрощуємо схему з'єднання:

а) конденсатори C_4 , C_5 з'єднані паралельно: $C_{4,5} = C_4 + C_5$

$$C_{4,5} = 4 + 1 = 5 \text{ мкФ};$$

б) конденсатори $C_{4,5}$, C_3 з'єднані послідовно (рисунок 2.6):

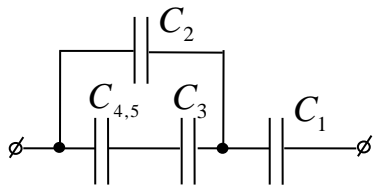


Рисунок 2.6

$$\frac{1}{C_{4,5,3}} = \frac{1}{C_{4,5}} + \frac{1}{C_3} = \frac{C_{4,5} + C_3}{C_{4,5} \cdot C_3},$$

$$C_{4,5,3} = \frac{C_{4,5} \cdot C_3}{C_{4,5} + C_3},$$

$$C_{4,5,3} = \frac{5 \cdot 5}{5 + 5} = 2,5 \text{ мкФ}.$$

в) конденсатори $C_{4,5,3}$, C_2 з'єднані паралельно (рисунок 2.7):

$$C_{4,5,3,2} = C_{4,5,3} + C_2,$$

$$C_{4,5} = 2,5 + 3 = 5,5 \text{ мкФ}.$$

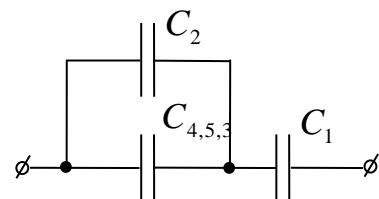


Рисунок 2.7

г) конденсатори $C_{4,5,3,2}$, C_1 з'єднані послідовно (рисунок 2.8):

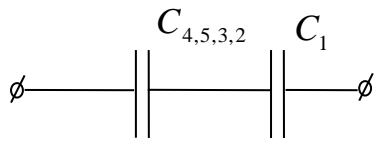


Рисунок 2.8

$$C_{4,5,3,2,1} = \frac{C_{4,5,3,2} \cdot C_1}{C_{4,5,3,2} + C_1},$$

$$C_{4,5,3,2,1} = \frac{5,5 \cdot 5}{5,5 + 5} \approx 1,47 \text{ мкФ}.$$

Приклад 2. Конденсатори ємністю $C_1 = 2 \text{ мкФ}$ і $C_2 = 3 \text{ мкФ}$ заряджені до різниці потенціалів $U_1 = 10 \text{ В}$ і $U_2 = 50 \text{ В}$ і з'єднані обкладинками, які мають однойменні заряди (рисунок 2.9). Визначити напругу на конденсаторах.

Дано:	СІ	Розв'язання
$C_1 = 2 \text{ мкФ}$	$= 2 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$	<p>Рисунок 2.9</p>
$C_2 = 3 \text{ мкФ}$	$= 3 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$	
$U_1 = 10 \text{ В}$		
$U_2 = 50 \text{ В}$		
$U - ?$		

За умовою задачі, конденсатори з'єднані обкладинками, тобто вони з'єднані паралельно. Запишемо формули паралельного з'єднання конденсаторів:

$$C = C_1 + C_2, \quad U = U_1 = U_2, \quad q = q_1 + q_2.$$

За визначенням ємності, $C = \frac{q}{U}$, звідки заряд конденсатора $q = C \cdot U$, тоді заряди на першому і другому конденсаторах будуть дорівнювати

$$q_1 = C_1 \cdot U_1 \quad \text{та} \quad q_2 = C_2 \cdot U_2.$$

Підставимо числові значення:

$$q_1 = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 10 = 20 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}, \quad q_2 = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 50 = 150 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}.$$

$$q = 20 \cdot 10^{-6} + 150 \cdot 10^{-6} = 170 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}.$$

$$C = 2 \cdot 10^{-6} + 3 \cdot 10^{-6} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}.$$

$$U = \frac{170 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-6}} = 34 \text{ В.}$$

Приклад 3. Відстань між пластинами плоского конденсатора дорівнює $d = 1,33 \text{ мм}$, площа пластин $S = 20 \text{ см}^2$. У просторі між пластинами конденсатора знаходяться два шари діелектрика: слюди товщиною $d_1 = 0,7 \text{ мм}$ з $\varepsilon_1 = 6$ і ебоніту товщиною $d_2 = 0,3 \text{ мм}$ з $\varepsilon_2 = 2,6$. Визначити електроємність конденсатора.

Дано:	СІ:	Розв'язання
$d = 1,33 \text{ мм}$	$= 1,33 \cdot 10^{-3} \text{ м}$	Електроємність конденсатора, який заповнений шарами діелектрика товщиною d кожний, $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon \varepsilon_1 \varepsilon_2 S}{d_1 \varepsilon_1 \varepsilon_2 + d_2 \varepsilon \varepsilon_2 + d_3 \varepsilon \varepsilon_1},$ де $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$ – електрична стала.
$S = 20 \text{ см}^2$	$= 20 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$	
$\varepsilon = 1$		
$d_1 = 0,7 \text{ мм}$	$= 0,7 \cdot 10^{-3} \text{ м}$	
$\varepsilon_1 = 6$		
$d_2 = 0,3 \text{ мм}$	$= 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$	
$\varepsilon_2 = 2,6$		
$C - ?$		

Відстань між пластинами конденсатора

$$d = d_1 + d_2 + d_3, \quad \text{тоді} \quad d_3 = d - (d_1 + d_2).$$

Підставимо числові значення:

$$d_3 = 1,33 \cdot 10^{-3} - (0,7 \cdot 10^{-3} + 0,3 \cdot 10^{-3}) = 0,33 \cdot 10^{-3} (\text{м}),$$

$$C = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 20 \cdot 10^{-4} \cdot 1 \cdot 6 \cdot 2,6}{0,7 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 2,6 + 0,3 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot 2,6 + 0,33 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot 6} = 31,5 \cdot 10^{-12} = 3,15 \text{ пФ.}$$

Приклад 4. Сила взаємного притягання пластин плоского повітряного конденсатора $F = 50 \text{ мН}$. Площа кожної пластини $S = 200 \text{ см}^2$. Визначити об'ємну густину енергії поля конденсатора.

Дано:	СИ:	Розв'язання
$F = 50 \text{ мН}$	$= 5 \cdot 10^{-2} \text{ Н}$	Об'ємна густина енергії поля
$S = 200 \text{ см}^2$	$= 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$	конденсатора
		$w = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon\varepsilon_0},$

де σ – поверхнева густина заряду на пластинах.

На заряд першої пластини діє сила $F = qE_1 = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon\varepsilon_0} = wS$,
де $q = \sigma S$ – заряд однієї пластини, що перебуває в полі
напруженістю $E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}$.

Виразимо об'ємну густина енергії:

$$w = \frac{F}{S}.$$

Підставимо числові значення: $w = \frac{5 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-2}} = 2,5 \left(\frac{\text{Дж}}{\text{м}^3} \right)$.

3 Постійний електричний струм

Основні визначення і формули

Постійний електричний струм

Електричним струмом називається впорядкований (спрямований) рух електричних зарядів (рисунок 3.1).

Для протікання струму необхідна наявність у провіднику заряджених частинок (носіїв заряду), які можуть переміщуватися в межах всього провідника.

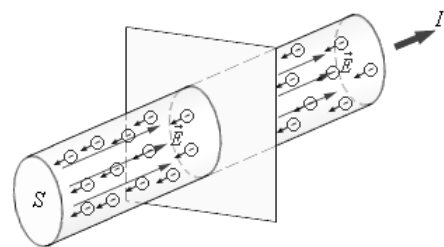


Рисунок 3.1

Носіями заряду в провідних середовищах можуть бути електрони, іони, «дірки» і навіть макроскопічні заряджені частинки [1].

Для виникнення та існування електричного струму необхідне виконання таких умов:

- 1) наявність вільних носіїв зарядів;
- 2) наявність зовнішнього електричного поля;
- 3) коло постійного струму має бути замкненим.

За напрямком струму приймають напрямком руху позитивних зарядів.

Сила струму, густина струму

Кількісною характеристикою електричного струму є сила струму.

Сила струму – скалярна фізична величина, що дорівнює заряду, який переноситься через поперечний переріз провідника за одиницю часу:

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Одиниці вимірювання сили струму I в СІ: $[I] = \frac{Кл}{с} = А$.

Якщо сила струму та його напрямок не змінюються, то струм називається *постійним*.

Для постійного струму

$$I = \frac{q}{t},$$

де q – заряд, що пройшов через поперечний переріз провідника за одиницю часу t .

Густина струму – векторна величина, яка чисельно дорівнює силі струму, що проходить через одиницю площі перерізу провідника, який проведений перпендикулярно до напрямку струму (рисунок 3.2):

$$j = \frac{dI}{dS}.$$

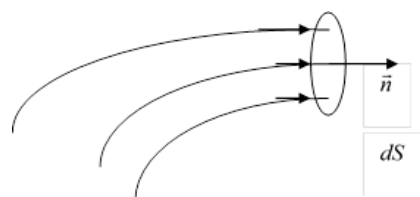


Рисунок 3.2

Одиниці вимірювання густини струму j в СІ: $j = \left[\frac{A}{m^2} \right]$.

Для постійного струму

$$j = \frac{I}{S},$$

де S – площа поперечного перерізу провідника.

У загальному випадку сила струму дорівнює потоку вектора крізь поверхню поперечного перерізу провідника

$$I = \int_S j_n dS = \int_S \vec{j} d\vec{S},$$

де j_n – проекція вектора густини струму на напрямок нормалі до елемента площі dS .

За напрямком вектора густини струму приймається напрямок руху позитивних носіїв заряду, а значення визначається формулою

$$\vec{j} = nq_0 \vec{v},$$

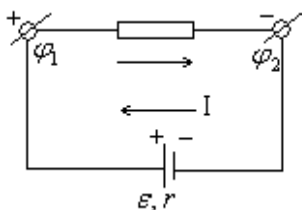
де n – концентрація зарядів;

\vec{v} – модуль середнього направленного руху вільних носіїв заряду в провіднику (дрейфова швидкість);

q_0 – заряд частинки.

Електрорушійна сила. Падіння напруги

Фізична величина, що чисельно дорівнює роботі, яка виконується сторонніми силами під час переміщення одиничного позитивного заряду по замкненому колу, називається *електрорушійною силою (ЕРС)* (рисунок 3.3):



$$\varepsilon = \frac{A_{cm}}{q},$$

Рисунок 3.3

де A_{cm} – робота сторонніх сил по переміщення одиничного електричного заряду q уздовж кола.

Одиниця вимірювання ЕРС в СІ: $[\varepsilon] = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В}$.

Сторонні сили – це сили неелектростатичного походження, що діють на заряди з боку джерела струму.

Падінням напруги (напругою) на ділянці кола 1-2 називається фізична величина, що дорівнює роботі, яка виконується електростатичними і сторонніми силами при переміщенні одиничного позитивного заряду на даній ділянці кола. Отже

$$U = \frac{A_{1,2}}{q} = \varepsilon + (\varphi_1 - \varphi_2),$$

Одиниці вимірювання напруги в СІ: $U = \left[\frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} \right] = \text{В}$.

Напруга на ділянці кола дорівнює сумі різниці потенціалів і електрорушійної сили.

Опір провідників. Залежність опору від температури

Опір провідника залежить від матеріалу провідника і його геометричних розмірів і температури. Для однорідного циліндричного провідника

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

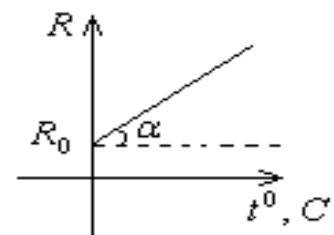
де ρ – питомий електричний опір;

l – довжина провідника;

S – площа поперечного перерізу провідника.

Одиниці вимірювання опору в СІ: $[R] = \text{Ом}$.

Залежність опору від температури (рисунок 3.4)



$$R = R_0(1 + \alpha t),$$

Рисунок 3.4

де R – опір при температурі t , °C;
 R_0 – опір при температурі 0 °C;
 t – температура (за шкалою Цельсія);
 α – термічний коефіцієнт опору, що залежить від матеріалу провідника.

З'єднання провідників буває послідовним і паралельним.

У разі *послідовного з'єднання провідників* кінець попереднього провідника з'єднується з початком наступного і між провідниками струм не розгалужується (рисунок 3.5):

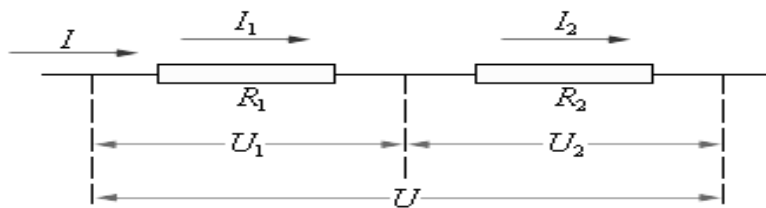


Рисунок 3.5

$$I_1 = I_2 = \dots = I_n = I.$$

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n.$$

$$R = \sum_{i=1}^n R_i,$$

де R_i – опір i -го провідника;
 n – кількість провідників.

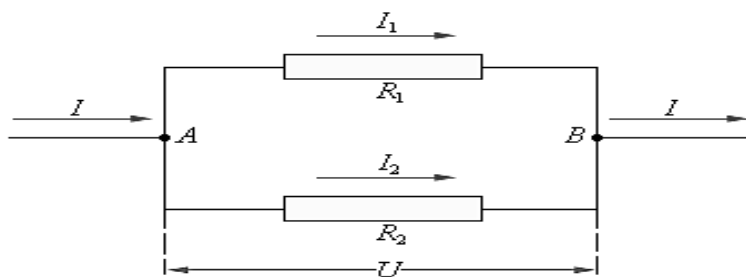


Рисунок 3.6

При *паралельно з'єднаних провідниках* сила струму в нерозгалуженій частині кола дорівнює сумі сил струмів, що протікають у розгалужених ділянках кола, напруга на

паралельно з'єднаних ділянках кола однакова (рисунок 3.6):

$$U_1 = U_2 = \dots = U_n = U.$$

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n.$$

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}.$$

Закон Ома

Закон Ома для однорідної ділянки кола проілюстровано рисунком 3.7.

Ділянка кола, на якій не діють сторонні сили, називається *однорідною*:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R},$$

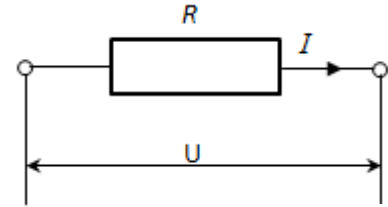


Рисунок 3.7

де U – напруга на ділянці кола;
 R – опір провідника.

Для неоднорідної ділянки кола закон Ома проілюстровано рисунком 3.8.

Ділянка кола, на якій на носії струму діють сторонні сили, називається *неоднорідною*:

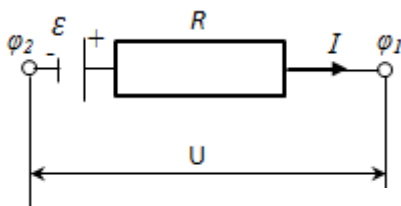


Рисунок 3.8

$$I = \frac{U}{R} = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}}{R + r},$$

де $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – різниця потенціалів на кінцях ділянки кола;

$\varepsilon_{1,2}$ – ЕРС джерел струму, що входять у цю ділянку;

U – напруга на ділянці кола;

R – зовнішній опір кола (ділянки кола);

r – внутрішній опір джерела струму.

Закон Ома для замкненого (повного) кола проілюстровано рисунком 3.9.

При з'єднанні неоднорідної ділянки кола *ідеальним* [3] провідником утворюється замкнене коло, у якому потенціали φ_1 і φ_2 вирівнюються, тобто $\varphi_1 = \varphi_2$.

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r},$$

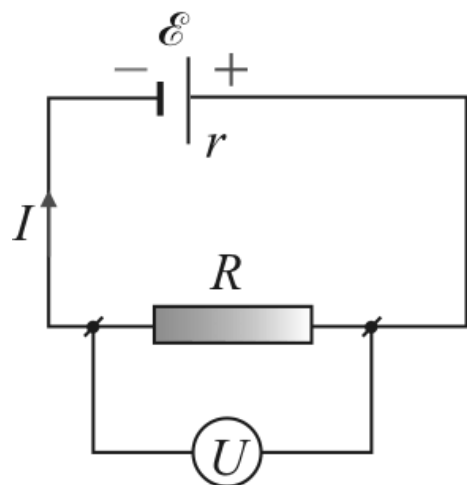


Рисунок 3.9

де ε – ЕРС джерел струму;
 $R + r$ – повний опір кола.

Якщо опір зовнішньої кола $R = 0$, то маємо випадок *короткого замикання*:

$$I_{\max} = \frac{\varepsilon}{r}.$$

При $R = \infty$ маємо *розімкнене коло*. У цьому випадку струм у колі дорівнює нулю.

Закон Ома в диференціальній формі

$$\vec{j} = \sigma \vec{E},$$

де σ – питома електропровідність, $\sigma = \frac{1}{\rho}$,

де ρ – питомий опір провідника;

E – напруженість електричного поля.

Одиниці вимірювання питомої електропровідності в СІ:
 $[\sigma] = \text{См/м}$.

Робота і потужність постійного електричного струму. Закон Джоуля-Ленца

Розглянемо довільну ділянку кола, до кінців якої прикладена напруга U . За час dt крізь поперечний переріз провідника проходить заряд $dq = Idt$. Сили електричного поля здійснюють роботу

$$dA = Udq = IUdt.$$

За час t виконується робота

$$A = IU \int_0^t dt = IUt$$

або

$$A = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t.$$

Одиниці вимірювання роботи в СІ: $[A] = \text{Дж}$.
Закон Джоуля-Ленца

$$Q = I^2 R dt ,$$

де Q – кількість теплоти, що виділяється на ділянці кола за час dt .

Якщо струм змінюється з часом

$$Q = \int_1^2 I^2 R dt ,$$

ця формула носить назву закону Джоуля-Ленца в інтегральній формі.

Закон Джоуля-Ленца у диференціальній формі

$$\omega = \sigma E^2 ,$$

де ω – об'ємна густина теплової потужності.

Одиниці вимірювання роботи в СІ: $[Q] = \text{Дж}$.

Потужність електричного струму – фізична величина, що чисельно дорівнює роботі, яку виконує струм за одиницю часу

$$P = \frac{dA}{dt} , \quad \text{або} \quad P = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R} .$$

Одиниці вимірювання потужності в СІ: $[P] = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт}$.

Корисна потужність на опорі R для замкненого кола

$$P_a = I^2 R = \frac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2} ,$$

де $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$.

Корисна потужність максимальна, якщо зовнішній опір дорівнює внутрішньому ($R = r$) [2]:

$$P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r}.$$

Повна потужність

$$P = I \cdot E = I^2(R+r).$$

Коефіцієнт корисної дії (ККД)

$$\eta = \frac{P_a}{P} = \frac{I^2 R}{I^2(R+r)} = \frac{R}{R+r}.$$

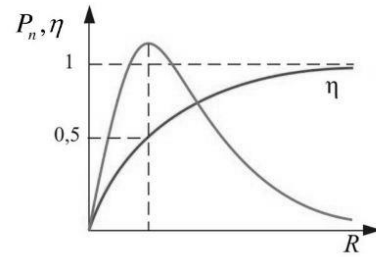


Рисунок 3.10

Умова $R=r$ називається умовою узгодження джерела і навантаження. При виконанні умови узгодження ККД джерела струму

$$\eta = \frac{r}{r+r} = 0,5,$$

тобто половина загальної потужності буде корисною. Найбільша потужність джерела буде при $R=0$ (коротке замикання). Корисна потужність при цьому буде дорівнювати нулю (рисунок 3.10).

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Електричні опори резисторів мають такі значення: $R_1 = 2\text{Ом}$, $R_2 = 3\text{Ом}$, $R_3 = 5\text{Ом}$, $R_4 = 4\text{Ом}$, $R_5 = 1\text{Ом}$. Знайти загальний опір з'єднання провідників (рисунок 3.11).

$$R_1 = 2\text{Ом}$$

$$R_2 = 3\text{Ом}$$

$$R_3 = 5\text{Ом}$$

$$R_4 = 4\text{Ом}$$

$$R_5 = 1\text{Ом}$$

Розв'язання

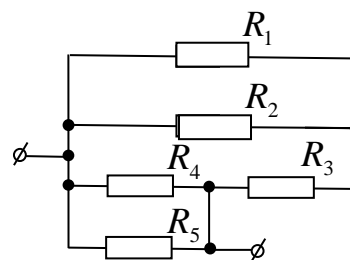


Рисунок 3.11

Проведемо ряд послідовних спрощень, маємо:

а) резистори R_1 та R_2 , а також R_4 , R_5 з'єднані паралельно (рисунок 3.12):

$$R_{1,2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}, \quad R_{4,5} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5}.$$

$$R_{1,2} = \frac{2 \cdot 3}{2 + 3} = 1,2(\text{Ом}), \quad R_{4,5} = \frac{4 \cdot 1}{4 + 1} = 0,8(\text{Ом});$$

б) електричні опори $R_{1,2}$ та R_3 з'єднані послідовно (рисунок 3.12):

$$R_{1,2,3} = R_{1,2} + R_3,$$

$$R_{1,2,3} = 1,2 + 5 = 6,2(\text{Ом});$$

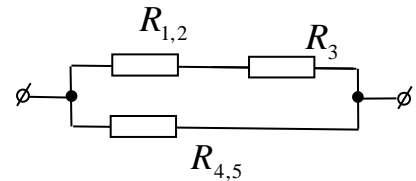


Рисунок 3.12

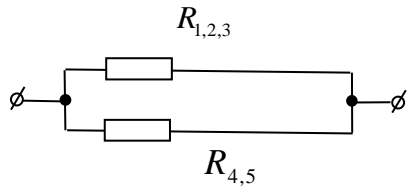


Рисунок 3.13

в) електричні опори $R_{1,2,3}$ та $R_{4,5}$ з'єднані паралельно (рисунок 3.13):

$$R = \frac{R_{1,2,3} \cdot R_{4,5}}{R_{1,2,3} + R_{4,5}}, \quad R = \frac{6,2 \cdot 0,8}{6,2 + 0,8} = 0,71(\text{Ом}).$$

Приклад 2. Дано з'єднані резистори $R_1 = 3 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 6 \text{ Ом}$, внутрішній опір ЕРС дорівнює $r = 2 \text{ Ом}$, $\varepsilon = 20 \text{ В}$. Знайти струми, які протікають через опори r, R_1, R_2, R_3 , напругу, потужність, яка розсіюється на резисторах (рисунок 3.14).

Дано:

$$R_1 = 3 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 4 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 6 \text{ Ом}$$

$$r = 2 \text{ Ом}$$

$$\varepsilon = 20 \text{ В}$$

$$I_r, I_1, I_2, I_3 - ?$$

$$U_r, U_1, U_2, U_3 - ?$$

$$P_r, P_1, P_2, P_3 - ?$$

Розв'язання

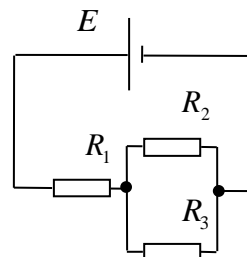


Рисунок 3.14

За законом Ома, для замкненого кола загальний струм

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r},$$

де R – загальний зовнішній опір,

$$R = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}.$$

Підставимо числові значення:

$$R = 3 + \frac{4 \cdot 6}{4 + 6} = 3 + 2,4 = 5,4 \text{ (Ом)}.$$

З рисунка 3.14 бачимо, що струм, який проходить через опір R_1 , і струм через джерело ЕРС той самий, таким чином

$$I_1 = I_r = \frac{\varepsilon}{R + r}.$$

Підставимо числові значення:

$$I_1 = I_r = \frac{20}{5,4 + 2} = 2,7 \text{ (Ом)}.$$

Знайдемо напругу на R_1 та напругу, яка втрачається на джерелі ЕРС:

$$U_1 = I_1 R_1 = 2,7 \cdot 3 = 8,1 \text{ (В)}, \quad U_r = I_r R_r = 2,7 \cdot 2 = 5,4 \text{ (В)}.$$

Опори R_2 та R_3 з'єднані паралельно:

$$R_{2,3} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}, \quad R_{2,3} = \frac{4 \cdot 6}{4 + 6} = 2,4 \text{ (Ом)}.$$

При паралельному з'єднанні R_2 та R_3 напруга однакова:

$$U_2 = U_3 = I_1 \cdot R_{2,3} = 2,7 \cdot 2,4 = 6,48 \text{ (В)}.$$

Сила струму на резисторах R_2 та R_3

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{6,5}{4} = 1,63 \text{ (А)},$$

$$I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \frac{6,5}{6} = 1,08 \text{ (А)}.$$

Розрахуємо потужності, які розсіюються на відповідних опорах:

$$P_r = I_r^2 r = 2,7^2 \cdot 2 = 14,6 \text{ (Вт)}, \quad P_1 = I_1^2 R_1 = 2,7^2 \cdot 3 = 21,9 \text{ (Вт)},$$

$$P_2 = I_2^2 R_2 = 1,63^2 \cdot 4 = 10,6 \text{ (Вт)}, \quad P_3 = I_3^2 R_3 = 1,08^2 \cdot 6 = 7 \text{ (Вт)}.$$

Приклад 3. Сила струму в провіднику опором $R = 20$ Ом рівномірно зростає протягом часу $t_2 = 2$ с від $I_1 = 0$ А до $I_2 = 4$ А. Визначити кількість теплоти, яка виділилася у провіднику за $t_3 = 1,5$ с.

Дано:
 $R = 20$ Ом
 $t_1 = 2$ с
 $I_1 = 0$ А
 $I_2 = 4$ А
 $t_1 = 0$ с
 $t_2 = 2$ с
 $t_3 = 1,5$ с

$\Delta Q - ?$

Розв'язання

Відповідно до закону Джоуля-Ленца корисна потужність, яка виділяється на опорі R , дорівнює

$$P = I^2 R.$$

Кількість тепла dQ , що виділяється за час dt :

$$dQ = P dt = I^2 R dt.$$

За умовою задачі, сила струму рівномірно зростає, тобто є лінійною функцією часу

$$I = at + b.$$

У початковий момент $t_1 = 0$ с струм $I_1 = 0$ А, тому в рівнянні маємо $b = 0$:

$$I = at.$$

Струм у момент часу t_2 $I_2 = at_2$, звідки $a = \frac{I_2}{t_2} = \frac{4}{2} = 4$ А/с.

Зробимо інтегрування за часом кількості теплоти dQ від $t_1 = 0$ с до $t_3 = 1,5$ с і знайдемо кількість тепла, що виділяється у провіднику:

$$\Delta Q = \int_{t_1}^{t_3} I^2 R dt = a^2 R \int_{t_1}^{t_3} t^2 dt = \frac{a^2 R}{3} (t_3^3 - t_1^3).$$

Підставимо числові значення:

$$\Delta Q = \frac{2^2 \cdot 20}{3} (1,5^3 - 0) = 90 \text{ (Дж)}.$$

Приклад 4. Визначити кількість електронів, які проходять за $t = 1$ с через поперечний переріз провідника $S = 1 \text{ мм}^2$ мідного дроту завдовжки $l = 20$ м при напрузі $U = 36$ В. Питомий опір провідника $\rho = 0,017 \cdot \text{Ом} \cdot \text{мм}^2$.

Дано:	СІ:	Розв'язання
$t = 1 \text{ с}$		Із закону Ома для ділянки кола
$S = 1 \text{ мм}^2$	$= 10^{-6} \text{ м}^2$	
$l = 20 \text{ м}$		
$U = 36 \text{ В}$		$I = \frac{U}{R},$
$\rho = 0,017 \cdot \text{Ом} \cdot \text{мм}^2$	$= 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}^2$	
$N - ?$		де R – електричний опір провідника, $R = \rho \frac{l}{S},$
		де ρ – питомий опір провідника.

За визначенням, сила струму

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t},$$

де $\Delta q = Ne$ – заряд частинки, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд електрона.

Підставимо формули в закон Ома, одержимо

$$\frac{Ne}{\Delta t} = \frac{US}{\rho l},$$

звідки

$$N = \frac{\Delta t \cdot U \cdot S}{e \cdot \rho \cdot l}.$$

Підставимо числові значення:

$$N = \frac{1 \cdot 36 \cdot 10^{-6}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 20} = 6,62 \cdot 10^{20}.$$

Приклад 5. Якої довжини і площі поперечного перерізу необхідно взяти ніхромовий провідник для виготовлення електричного нагрівача потужністю $P = 500$ Вт, якщо напруга в колі $U = 220$ В, а допустима густина струму $j = 9,1$ А/мм²? Питомий опір ніхрому $\rho = 10^{-6}$ Ом·м.

Дано:	СІ:	Розв'язання
$P = 500$ Вт		Корисна потужність
$U = 220$ В		струму
$j = 9,1$ А/мм ²	$= 9,1 \cdot 10^6$ А/м ²	$P = U \cdot I = \frac{U^2}{R}.$
$\rho = 10^{-6}$ Ом·м		
$l - ?$ $S - ?$		

За визначенням, густина струму $j = \frac{I}{S}$, звідки $I = j \cdot S$.

$$\frac{P}{U} = j \cdot S, \text{ тоді } S = \frac{P}{U \cdot j}.$$

Підставимо числові значення:

$$S = \frac{500}{220 \cdot 9,1 \cdot 10^6} = 0,25 \cdot 10^{-6} (\text{м}^2).$$

Із формули $P = \frac{U^2}{R} = \frac{U^2}{\rho \frac{l}{S}} = \frac{U^2 \cdot S}{\rho \cdot l}$ знайдемо довжину $l = \frac{U^2 \cdot S}{P \cdot \rho}$.

Підставимо числові значення:

$$l = \frac{(220)^2 \cdot 0,25 \cdot 10^{-6}}{500 \cdot 10^{-6}} = 24,2 (\text{м}).$$

Задачі до самостійного розв'язання

1 Три точкових заряди $q_1 = 2 \text{ нКл}$, $q_2 = -8 \text{ нКл}$, $q_3 = 15 \text{ нКл}$ розташовані один за одним вздовж однієї горизонтальної прямої і віддалені один від одного відповідно на $r_1 = 10 \text{ см}$ і $r_2 = 12 \text{ см}$. Знайти напруженість електричного поля зліва від першого заряду в точці, віддаленій від нього на $r_3 = 5 \text{ см}$.

2 Чотири паралельні площини, поверхневі густини заряду яких дорівнюють $\sigma_1 = 3 \text{ нКл/см}^2$, $\sigma_2 = -5 \text{ нКл/см}^2$, $\sigma_3 = 8 \text{ нКл/см}^2$, $\sigma_4 = -4 \text{ нКл/см}^2$, розміщені у вакуумі. Знайти напруженість електричного поля між першою та другою площинами.

3 У вершинах квадрата ABCD зі стороною $a = 4 \text{ см}$ знаходяться заряди $q_a = 5 \text{ нКл}$, $q_b = -4 \text{ нКл}$, $q_c = 5 \text{ нКл}$, $q_d = -2 \text{ нКл}$. Знайти напруженість електричного поля в центрі квадрата.

4 Частинка масою $m = 0,15 \text{ мг}$ і зарядом $q_1 = 2 \text{ нКл}$ рухається між пластинами $\overset{+ \sigma}{\text{-----}} \bullet q, \text{ м} \text{-----} \overset{+ 2 \sigma}{\text{-----}}$ ($\sigma = 8,85 \text{ мкКл/м}^2$) у полі сили тяжіння. Знайти силу, яка діє на частинку.

5 Знайти роботу, яка виконується при перенесенні заряду $q = 6 \text{ мкКл}$ в однорідному електричному полі з напруженістю $E = 1,5 \text{ кВ/м}$ вздовж силових ліній на $l = 5 \text{ см}$.

6 На три послідовно з'єднаних конденсатори з електричними ємностями $C_1 = 12 \text{ мкФ}$, $C_2 = 4 \text{ мкФ}$ та $C_3 = 6 \text{ мкФ}$

подається напруга $U = 1200$ В. Знайти напругу на третьому конденсаторі.

7 Ємність конденсатора дорівнює $C_1 = 20$ мкФ, а його енергія $W = 3$ Дж. Знайти поверхневу густину заряду на пластинах конденсатора, якщо площа пластин дорівнює $S = 10$ см².

8 Якщо до джерела ЕРС підключити опір $R_1 = 8$ Ом, то в колі піде струм $I_1 = 2$ А, якщо $R_2 = 14$ Ом, то $I_1 = 1,25$ А. Знайти внутрішній опір джерела.

9 До джерела ЕРС ($\mathcal{E} = 60$ В, $r = 4$ Ом) необхідно підключити дві лампи опором $R = 8$ Ом кожна. Як це зробити, щоб корисна потужність була максимальною? Знайдіть цю потужність.

10 Послідовно з'єднані два резистори $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 6$ Ом. Знайти потужність, яка розсіюється на другому резисторі, якщо на першому резисторі напруга дорівнює $U_1 = 120$ В.

Частина 2

ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

4 Основні характеристики магнітного поля. Силова дія магнітного поля. Рух заряджених частинок

Магнітне поле. Вектор магнітної індукції. Напруженість магнітного поля. Магнітне поле провідника зі струмом, соленоїда і тороїда. Сили Ампера та Лоренца. Рух заряду в магнітному полі. Циркуляція вектора магнітної індукції. Магнітний момент контура зі струмом. Магнітний потік. Робота при переміщенні провідника і контура зі струмом у магнітному полі.

5 Магнітні властивості речовини

Магнітні моменти електронів та атомів. Діа- і парамагнетизм. Намагніченість. Магнітне поле в речовині. Феромагнетика та їхні властивості. Природа феромагнетизму.

6 Змінне магнітне поле

Змінний магнітний потік. ЕРС індукції. Закон Фарадея. Правило Ленца. Явище самоіндукції.

4 Основні характеристики магнітного поля. Силова дія магнітного поля. Рух заряджених частинок

Основні визначення і формули

Магнітне поле – це особливий вид матерії, що створюється рухомими зарядами та змінюється електричним полем або тілами, що володіють магнітним моментом.

Основними характеристиками магнітного поля є вектор магнітної індукції \vec{B} та напруженість магнітного поля \vec{H} .

Магнітна індукція \vec{B} є силовою характеристикою магнітного поля.

Вектор напруженості магнітного поля \vec{H} є допоміжною величиною і визначається тим внеском у магнітну індукцію, який дають зовнішні джерела поля.

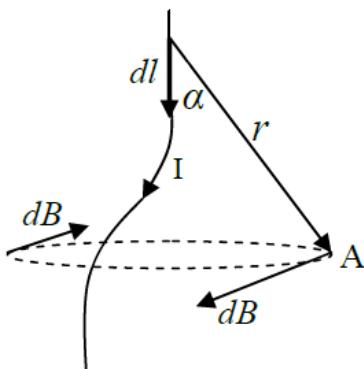


Рисунок 4.1

Розрахунок магнітної індукції проводять за допомогою закону Біо-Савара-Лапласа (рисунок 4.1)

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu I [\vec{dl}, \vec{r}]}{4\pi r^2},$$

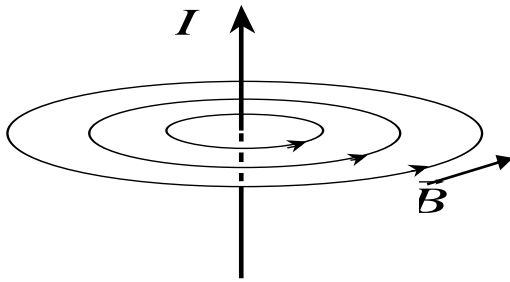
або у скалярному вигляді $dB = \frac{\mu_0 \mu I \sin \alpha}{4\pi r^2} dl$,

де dB – магнітна індукція, яку створює елемент провідника довжиною dl зі струмом I в точці простору A ;

r – радіус-вектор, що з'єднує елемент провідника dl з точкою спостереження A ;

α – кут між радіусом-вектором і напрямком струму;

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнітна стала.



Напрямок ліній індукції визначається правилом правого гвинта: якщо гвинт обертати за напрямком ліній \vec{B} , він рухається вздовж напрямку струму I (рисунок 4.2).

Рисунок 4.2

Магнітна індукція \vec{B} пов'язана з напруженістю \vec{H} магнітного поля співвідношенням

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}.$$

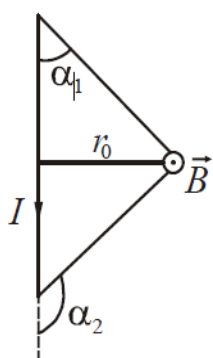
Одиниці вимірювання вектора магнітної індукції в SI: $[\vec{B}] = \text{Тл}$.

Одиниці вимірювання вектора напруженості в SI: $[H] = \text{А/м}$.

Магнітне поле провідника зі струмом, соленоїда і тороїда

Використовуючи закон Біо-Савара-Лапласа, можна знайти магнітну індукцію (напруженість) магнітного поля провідників різної форми та розмірів.

Магнітна індукція (напруженість) поля створеного прямолінійним відрізком провідника зі струмом



$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), H = \frac{I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2),$$

де r_0 – відстань від осі провідника до точки, у якій визначається магнітна індукція або напруженість;
 α_1 і α_2 – кути, під якими бачимо кінці провідника.

Рисунок 4.3

Вектор магнітної індукції \vec{B} зображений точкою, тобто спрямований до нас (рисунок 4.3).

Магнітна індукція поля (напруженість) прямого нескінченно довгого провідника зі струмом

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}, \quad H = \frac{I}{2\pi r_0}.$$

Магнітна індукція поля (напруженість) на осі кругового провідника зі струмом

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}, \quad H = \frac{I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}},$$

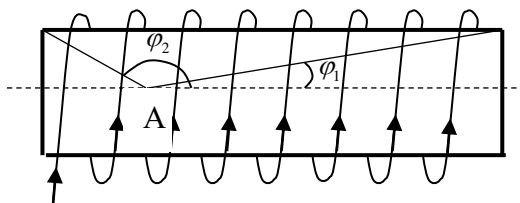
де R – радіус кривизни провідника;

x – відстань від центра витка до точки, у якій визначається магнітна індукція.

Магнітна індукція, напруженість у центрі кругового провідника зі струмом при $x=0$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}, \quad H = \frac{I}{2R}.$$

Магнітна індукція в довільній точці A , що лежить на осі соленоїда кінцевої довжини, по



якому протікає струм I (рисунок 4.4),

Рисунок 4.4

$$B = \frac{\mu_0 n I}{2} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2),$$

$$H = \frac{n I}{2} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2),$$

де $n = N/l$ – кількість витків на одиницю довжини соленоїда (щільність намотування);

I – сила струму в одному витку;

φ_1 і φ_2 – кути, під якими з точки A видно кінці соленоїда.

Магнітна індукція поля, створюваного нескінченно довгим соленоїдом,

$$B = \mu_0 n I.$$

Оскільки довжина соленоїда визначається кількістю витків $l = N \cdot d$, тоді для щільності намотування маємо

$$n = N/l = N/(N \cdot d) = 1/d,$$

де d – діаметр дроту.

Одиниці вимірювання щільності обмотки в СИ: $[n] = 1/\text{м}$.

Магнітна індукція на осевій лінії тороїда (рисунок 4.5):

$$B = \frac{\mu_0 N}{2\pi r} I,$$

де $n = \frac{N}{2\pi r}$ – лінійна щільність витків у обмотці тороїда.

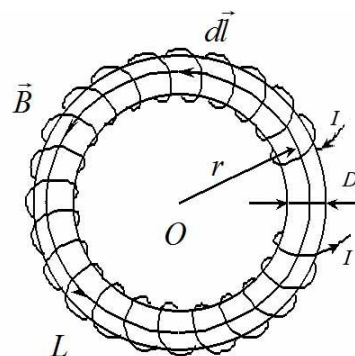


Рисунок 4.5

У разі тонкого тороїда, коли діаметр котушки $d \ll r$, індукція магнітного поля в межах тороїда мало змінюється з відстанню, тоді формула має вигляд

$$B = \mu_0 n I.$$

Принцип суперпозиції магнітних полів: магнітна індукція \vec{B} поля, створеного кількома провідниками зі струмом, дорівнює векторній сумі магнітних індукцій полів, створених кожним струмом окремо (рисунок 4.6):

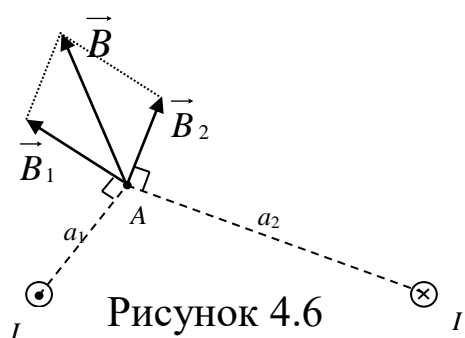


Рисунок 4.6

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i, \text{ або } \vec{H} = \sum_{i=1}^n \vec{H}_i.$$

На рисунку 4.6 струм I_1 перпендикулярний до площини рисунка, спрямований до нас, тому, зображений точкою. Струм I_2 , спрямований від нас, зображений хрестиком, тоді загальна магнітна індукція точці А

$$\vec{B}_A = \vec{B}_1 + \vec{B}_2.$$

Сила Ампера та Лоренца

Сила Ампера – сила, що діє на провідник зі струмом у магнітному полі:

$$\vec{F}_A = I[\vec{l}\vec{B}],$$

де I – сила струму;

\vec{l} – вектор, який дорівнює за модулем довжині l провідника і збігається за напрямком зі струмом.

Модуль вектора F визначається за формулою

$$F_A = BIl \sin \alpha ,$$

де α – кут між напрямком струму в провіднику і вектором магнітної індукції.

Одиниці вимірювання сили Ампера в СІ: $[F_A] = \text{Н}$.

Напрямок сили Ампера можна знайти за допомогою *правила лівої руки* (рисунок 4.7) [2].

А) ліву руку розташувати так, щоб силові лінії магнітного поля входили в долоні;

б) чотири витягнуті пальці показують напрямок струму в провіднику;

в) великий відігнутий палець покаже напрямок сили \vec{F}_A .

Сила взаємодії двох прямих нескінченно довгих паралельних провідників зі струмами I_1 і I_2 , розміщених на відстані d один від одного,

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{r} l ,$$

де I_1, I_2 – сили струму у провідниках;

l – довжина провідників;

r – відстань між провідниками.

Сила Лоренца – сила, з якою магнітне поле діє на рухомий електричний заряд,

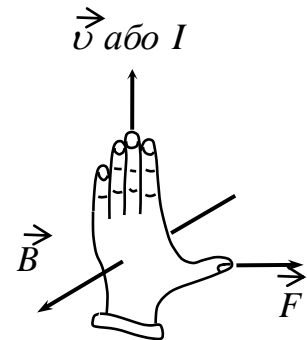


Рисунок 4.7

$$\vec{F}_L = q[\vec{v}, \vec{B}].$$

Модуль вектора F_L визначається за формулою

$$F_L = qvB \sin \alpha,$$

де α – кут між напрямком руху частинки та напрямком магнітного поля.

Одиниці вимірювання сили Лоренца в SI: $[F_L] = \text{Н}$.

Напрямок сили Лоренца також можна знайти за допомогою правила лівої руки (рисунок 4.7). Якщо заряд частинки *негативний*, то напрямок сили Лоренца потрібно поміняти на протилежний.

Рух заряду в магнітному полі

1 Якщо швидкість частинки \vec{v} направлена вздовж лінії магнітної індукції поля \vec{B} , то частинка рухається рівномірно і прямолінійно. Сила Лоренца дорівнює нулю

$$F_L = 0.$$

2 Якщо швидкість частинки \vec{v} направлена під кутом 90° до ліній індукції однорідного поля \vec{B} , то частинка рухається по колу (рисунок 4.8), а сила Лоренца дорівнює

$$F_L = qvB.$$

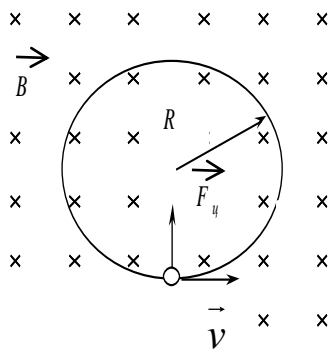


Рисунок 4.8

Радіус кола R , по якому рухається частинка, можна знайти за формулою

$$R = \frac{mv}{qB}.$$

Одиниці вимірювання радіусу в SI: $[R] = \text{м}$.

Період обертання частинки по колу

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{B} \frac{m}{q};$$

Одиниці вимірювання періоду в SI: $[T] = \text{с}$.

Питомий заряд частинки – це відношення заряду до її маси

$$\frac{q}{m} = \frac{v}{2\pi R}.$$

Одиниці вимірювання питомого заряду в SI: $\left[\frac{q}{m}\right] = \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$.

3 Якщо швидкість частинки \vec{v} направлена під кутом до ліній індукції однорідного поля \vec{B} , то частинка рухається по гвинтовій лінії (рисунок 4.9).

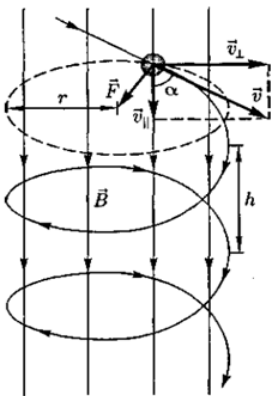
Вектор швидкості можна розкласти на дві складові:

$$\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp},$$

де \vec{v}_{\parallel} викликає рівномірний рух вздовж силових ліній; \vec{v}_{\perp} викликає обертання в площині, перпендикулярній до вектора магнітної індукції. Сума цих двох рухів дає рух за гвинтовою лінією [2].

Крок гвинтової лінії

$$h = v_{\parallel} T = v \cdot T \cos \alpha,$$



де $T = \frac{2\pi R}{v}$ – період обертання,

де $R = \frac{mv}{qB}$ – радіус колової лінії,

тоді

$$h = \frac{2\pi m v \cos \alpha}{qB}.$$

Рисунок 4.9

Одиниці вимірювання кроку гвинтової лінії в SI: $[h] = \text{м}$.

Магнітний момент контура зі струмом

Магнітним моментом \vec{p}_m контура зі струмом називається вектор, перпендикулярний до площини контура, довжина якого дорівнює добутку сили струму I на площу контура S , а напрямок пов'язаний з напрямком струму в контурі правилом правого гвинта (рисунок 4.10).

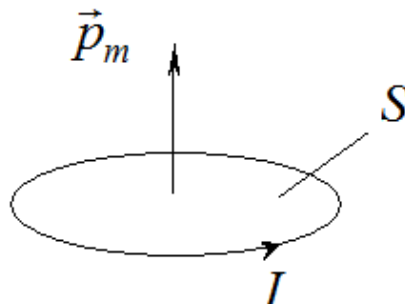


Рисунок 4.10

Магнітний момент контура зі струмом

$$\vec{P}_m = I\vec{S}, \quad \vec{P}_m = IS\vec{n}$$

де I – сила струму;

S – площа контура;

\vec{n} – одиничний вектор нормалі до площини контура.

Одиниці вимірювання магнітного моменту в СІ: $[p_m] = \text{А} \cdot \text{м}^2$.

Магнітний потік

Магнітний потік дорівнює кількості ліній магнітної індукції, які перетинають дану поверхню.

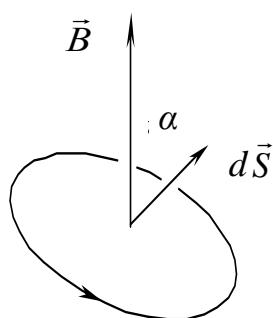


Рисунок 4.11

Магнітний потік Φ через плоский контур площею S (рисунок 4.11):

- у випадку однорідного поля

$$\Phi = BS \cos \alpha,$$

де α – кут між вектором нормалі до площини контура і вектором

магнітної індукції \vec{B} ;

- у випадку неоднорідного поля

$$\Phi = \int_S \vec{B}_n dS,$$

де B_n – проекція вектора \vec{B} на нормаль \vec{n}

$$(B_n = B \cos \alpha).$$

Одиниці вимірювання магнітного потоку в СІ: $[\Phi] = \text{Вб}$.

Робота при переміщенні провідника і контура зі струмом у магнітному полі

Механічна робота при переміщенні провідника зі струмом у магнітному полі дорівнює добутку сили струму в провіднику на різницю потоків вектора магнітної, що перетинається ним:

$$A = I \Delta \Phi,$$

де $\Delta \Phi$ – зміна магнітного потоку, який пронизує поверхню, обмежену контуром;

I – сила струму у контурі.

Одиниці вимірювання роботи в СІ: $[A] = \text{Дж}$.

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Відстань між двома прямими паралельними струмами $I_1 = 10 \text{ А}$ і $I_2 = 30 \text{ А}$ одного напрямку дорівнює $l = 10 \text{ см}$ (рисунок 4.12). Знайти, на якій відстані від струму I_1 знаходиться точка А, у якій напруженість магнітного поля дорівнює нулю.

Дано:

$$I_1 = 10 \text{ А}$$

$$I_2 = 30 \text{ А}$$

$$l = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$$

$$H_A = 0$$

$$r - ?$$

Розв'язання

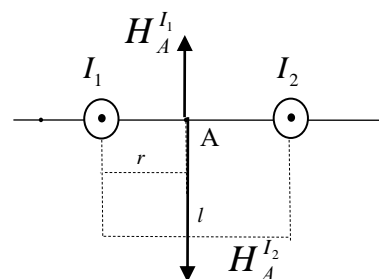


Рисунок 4.12

У точці А магнітне поле створюється двома струмами I_1 і I_2 . Будемо вважати, що струми направлені до спостерігача.

Визначимо напрямок напруженості $H_A^{I_1}$ і $H_A^{I_2}$ в точці А за правилом правого гвинта та позначимо їх на рисунку.

За принципом суперпозиції, загальна напруженість у точці А

$$\vec{H}_A = \vec{H}_A^{I_1} + \vec{H}_A^{I_2}.$$

У скалярному вигляді

$$H_A = H_A^{I_1} - H_A^{I_2}.$$

За умовою задачі, $H_A = 0$, тоді

$$H_A^{I_1} = H_A^{I_2}.$$

Оскільки провідники нескінченно довгі, то напруженість магнітного поля в точці А від струму I_1 буде дорівнювати

$$H_A^{I_1} = \frac{I_1}{2\pi r},$$

а від струму I_2

$$H_A^{I_2} = \frac{I_2}{2\pi(l-r)},$$

де r – відстань від струму I_1 до точки спостереження А;
 $(l-r)$ – відстань від струму I_2 до точки А.

З рівності $H_A^{I_1} = H_A^{I_2}$ маємо

$$\frac{I_1}{2\pi r} = \frac{I_2}{2\pi(l-r)},$$

звідки

$$I_1(l-r) = I_2 r.$$

Розкривши дужки, отримуємо

$$I_1 l = I_1 r + I_2 r \text{ або } I_1 l = r(I_1 + I_2)$$

тоді відстань r до точки спостереження $r = \frac{I_1 l}{(I_1 + I_2)}$.

Підставимо числові значення:

$$r = \frac{10 \cdot 0,1}{10 + 30} = 0,25 \text{ м} = 25 \text{ см.}$$

Приклад 2. Магнітне поле в точці А створюється двома взаємно перпендикулярними прямими струмами I_1 і I_2 (рисунок 4.13). Побудувати і розрахувати результуючий вектор магнітної індукції в точці А, якщо $I_1 = I_2 = 10 \text{ А}$, $a = 1 \text{ м}$.

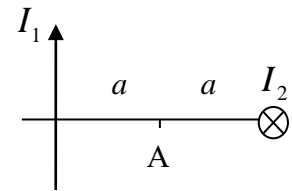


Рисунок 4.13

Дано:

$$I_1 = I_2 = 10 \text{ А}$$

$$a = 1 \text{ м}$$

$$B_A - ?$$

Розв'язання

У точці А магнітне поле створюється двома струмами I_1 і I_2 . Для знаходження магнітної індукції B_A в точці А використаємо принцип суперпозиції магнітних полів

$$\vec{B}_A = \vec{B}_A^{I_1} + \vec{B}_A^{I_2}.$$

Визначимо напрямки магнітних індукцій $B_A^{I_1}$ і $B_A^{I_2}$ за правилом правого гвинта, та позначимо їх на рисунку 4.14.

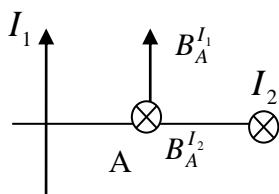


Рисунок 4.14

Модуль вектора магнітної індукції можна знайти за теоремою Піфагора:

$$B_A = \sqrt{(B_A^{I_1})^2 + (B_A^{I_2})^2}.$$

Магнітні індукції від струмів I_1 і I_2 знаходяться за формулами

$$B_A^{I_1} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a} \text{ та } B_A^{I_2} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a}.$$

Підставимо формули для $B_A^{I_1}$ і $B_A^{I_2}$ в теорему Піфагора, отримуємо

$$B_A = \sqrt{\left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}\right)^2 + \left(\frac{\mu_0 I_2}{2\pi a}\right)^2} = \frac{\mu_0}{\pi a} \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{\mu_0}{\pi a} \sqrt{\frac{1}{2}},$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнітна стала.

Підставимо числові значення:

$$B_A = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{\pi \cdot 1} \sqrt{\frac{1}{2}} = 2,83 \cdot 10^{-6} \text{ (Тл)}.$$

Приклад 3. Протон рухається в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 20$ мТл по колу радіусом $R = 40$ см (рисунок 4.15). Визначити імпульс p протона і його кінетичну енергію E_k .

Дано:	SI
$B = 20$ мТл	$= 0,02$ Тл
$R = 40$ см	$= 0,4$ м
p -? E_k -?	

Розв'язання

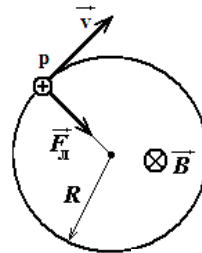


Рисунок 4.15

На протон з боку магнітного поля діє сила Лоренца \vec{F}_L . Вектор магнітної індукції зобразимо хрестиком і знайдемо напрям напрямку сили Лоренца за правилом лівої руки.

Чисельне значення сили Лоренца визначається за формулою

$$F_L = qvB \sin \alpha,$$

Оскільки напрям вектора магнітної індукції перпендикулярний до вектора швидкості частинки (протону), то $\sin 90^\circ = 1$.

Імпульс частинки

$$p = m \cdot v,$$

де $m = 1,6 \cdot 10^{-27}$ кг – маса протона (табличне значення);
 v – швидкість руху.

З рисунка 4.15 бачимо, що сила Лоренца перпендикулярна до швидкості, тому вона надає протону нормальне прискорення a_n . Використовуючи другий закон Ньютона, можна записати

$$F = ma_n = m \frac{v^2}{R}.$$

Прирівнюємо до сили Лоренца, отримуємо:

$$qvB = m \frac{v^2}{R}.$$

Зробимо скорочення та виразимо з формули швидкість:

$$v = \frac{BqR}{m}.$$

Підставимо у формулу імпульсу частинки:

$$p = m \cdot \frac{BqR}{m} = BqR.$$

Підставимо числові значення:

$$p = 0,02 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,4 = 1,3 \cdot 10^{-21} \left(\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}} \right).$$

Кінетична енергія частинки (протона)

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Підставимо формулу швидкості, отримуємо

$$E_k = \frac{m}{2} \left(\frac{BqR}{m} \right)^2 = \frac{(BqR)^2}{2m},$$

де $m = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд протона (табличне значення).

Підставимо числові значення:

$$W = \frac{(0,02 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,4)^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-27}} = 5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)}.$$

Приклад 4. Електрон, прискорений різницею потенціалів $U = 100$ В, влітає в однорідне магнітне поле індукцією $B = 10^{-2}$ Тл, спрямовану під кутом $\alpha = 30^\circ$ до вектора магнітної індукції (рисунок 4.16). Знайти радіус і крок гвинтової лінії, по якій рухається електрон.

Дано:

$$U = 100 \text{ В}$$

$$B = 10^{-2} \text{ Тл}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$R - ? \quad h - ?$$

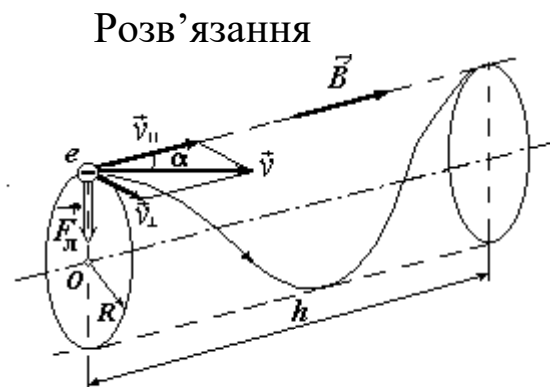


Рисунок 4.16

При русі в магнітному полі електрон рухається рівномірно вздовж поля зі швидкістю v_{\parallel} і рівномірно обертається по колу зі швидкістю v_{\perp} [4].

$$v_{\parallel} = v \cos \alpha,$$

$$v_{\perp} = v \sin \alpha.$$

За правилом лівої руки знайдемо напрямок сили Лоренца, яка надає електрону доцентрове прискорення:

$$F = qvB \sin \alpha,$$

$$F = ma_n = m \frac{v_{\perp}^2}{R}.$$

Прирівнюємо сили та підставимо перпендикулярну складову швидкості, отримуємо

$$qvB \sin \alpha = m \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{R}.$$

Зробимо скорочення і знайдемо радіус витка гвинтової лінії:

$$R = \frac{mv \sin \alpha}{qB},$$

де $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ – маса електрона;

$q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ – заряд електрона (табличне значення);

v – швидкість руху електрона.

Величина швидкості електрона визначається пройденою різницею потенціалів:

$$qU = \frac{mv^2}{2},$$

звідки

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}.$$

Підставимо швидкість у вираз для радіуса і зробимо скорочення:

$$R = \frac{m \sin \alpha}{qB} \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2Um}{q}} \sin \alpha.$$

Підставимо числові значення:

$$R = \frac{1}{10^{-2}} \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{1,6 \cdot 10^{-19}}} \sin 30 = 1,68 \cdot 10^{-3} \text{ (м)}.$$

Крок гвинтової лінії

$$h = v_{\parallel} T ,$$

де $T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}}$ – період обертання електрона.

Підставимо паралельну і перпендикулярні складові швидкості, отримуємо

$$h = v_{\parallel} \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = v \cos \alpha \frac{2\pi R}{v \sin \alpha} = 2\pi R \cdot \operatorname{ctg} \alpha .$$

Підставимо числові значення:

$$h = 2 \cdot 3,14 \cdot 1,68 \cdot \operatorname{ctg} 30^{\circ} = 10,55 \cdot 1,73 = 18,27 \text{ (м)}.$$

5 Магнітні властивості речовини

Основні визначення і формули

Магнетики. Магнітна проникність

Магнетики – речовини, що намагнічуються в зовнішньому магнітному полі (у них виникає власне магнітне поле). Магнітні властивості середовища характеризує фізична величина – магнітна проникність.

Магнітна проникність – величина, що показує, у скільки разів магнітна індукція \vec{B} в однорідному середовищі відрізняється за модулем від магнітної індукції \vec{B}_0 у вакуумі:

$$\mu = \frac{\vec{B}}{B_0}.$$

Вектор намагнічування

Кількісною характеристикою намагнічування є вектор намагніченості.

Вектор намагніченості – сумарний магнітний момент молекул в одиниці об'єму речовини:

$$\vec{J} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{p}_{m,i},$$

де $\sum_i \vec{p}_{m,i}$ – магнітні моменти окремих молекул, що знаходяться в одиниці об'єму речовини V .

Одиниці вимірювання вектора намагніченості в СІ:
 $[J] = \frac{\text{А} \cdot \text{м}^2}{\text{м}^3} = \frac{\text{А}}{\text{м}}.$

Теорема про циркуляцію вектора намагніченості

Циркуляція вектора намагніченості вздовж довільного замкненого контура дорівнює алгебраїчній сумі струмів намагнічування, охоплених цим контуром.

$$\oint_L \vec{J} d\vec{l} = I'.$$

Циркуляція вектора \vec{B} в речовині записується як

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 (I_k + I_{m,i}),$$

де I_k , $I_{m,i}$ – алгебраїчна сума макро- і мікрострумів крізь поверхню, натягнуту на замкнений контур L .

Вектор напруженості магнітного поля в речовині

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}.$$

Закон повного струму: циркуляція вектора напруженості \vec{H} вздовж замкненого контура L дорівнює алгебраїчній сумі струмів, які охоплюються цим контуром:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \sum_i I_k$$

Зв'язок між індукцією \vec{B} і напруженістю магнітного поля у речовині \vec{H} :

1 У вакуумі намагніченість дорівнює нулю

$$\vec{J} = 0,$$

тоді $\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}$.

2 У речовині вектор намагніченості пропорційний напруженості магнітного поля

$$\vec{J} = \chi \vec{H},$$

де χ – магнітна сприйнятливість.

Магнітна сприйнятливість – безрозмірна величина, яка дорівнює намагніченості речовини в полі одиничної напруженості.

Вектор магнітної індукції в речовині $\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H}$. Вводячи відносну магнітну проникність середовища $\mu = 1 + \chi$, отримуємо зв'язок між \vec{B} і \vec{H}

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}.$$

Діа- і парамагнетизм. Феромагнетики та їхні властивості

За характером взаємодій з магнітним полем магнетики поділяються на *діа-, парамагнетики і феромагнетики*.

Діамагнетики – речовини, що переміщуються в магнітному полі в бік спадання напруженості поля, тобто виштовхуються з

поля. Для них $\chi < 0$, $\mu < 0$. До них належать H_2 ; N_2 ; Zn ; Cu ; Au ; He ; Ar ; Cr ; Ne .

Парамагнетики – речовини, які в магнітному полі переміщуються в бік зростання напруженості поля, тобто втягуються в поле. Для них $\chi > 0$ та $\mu > 1$. До них належать O_2 ; NO ; MnO ; $FeCl_2$.

Феромагнетиками – речовини, здатні бути намагніченими навіть за відсутності зовнішнього магнітного поля. Для них $\mu = f(\vec{H})$, $\mu \gg 0$. До феромагнетиків належать тільки чотири хімічних елементи: Fe , Ni , Co , Gd , а також їхні сполуки та сплави. На рисунку 5.1 подано графік залежності $\vec{B} = f(\vec{H})$ для різних феромагнетиків

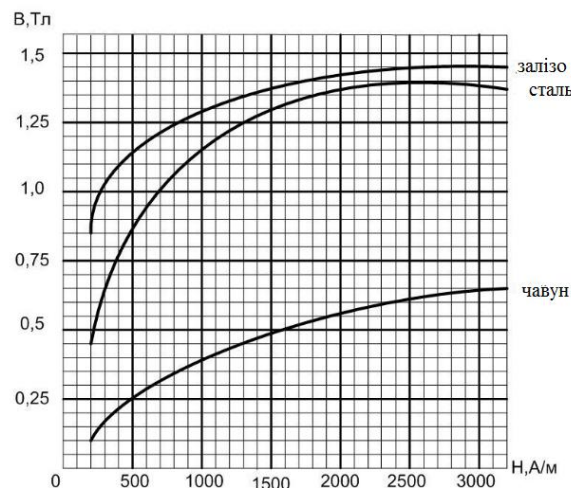


Рисунок 5.1 – Графік залежності $\vec{B} = f(\vec{H})$ для заліза, чавуну, сталі

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Суцільний тороїд із залізним осердям має $N = 500$ витків. Середній радіус тороїда $R = 15$ см. Визначити напруженість магнітного поля всередині тороїда і намагніченість при силі струму в обмотці $I = 2$ А.

Дано:	СІ	Розв'язання
$N = 500$	=0,15м	З закону повного струму
$R = 15 \text{ см}$		$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \sum_i I_k$
$I = 2 \text{ А}$		
$H - ? \quad J - ?$		

Як замкнений контур інтегрування виберемо коло радіусом R , що проходить через середню лінію тороїда. Вектори \vec{H} і $d\vec{l}$ в кожній точці цього кола паралельні один одному, тому $(\vec{H} d\vec{l}) = H dl$. Крім того, модуль \vec{H} на цьому колі має постійне значення. З урахуванням зазначеного маємо

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \oint H dl = H \oint dl = H 2\pi r = NI$$

Звідки напруженість магнітного поля

$$H = \frac{NI}{2\pi r}$$

Підставимо числові значення:

$$H = \frac{500 \cdot 2}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,15} = \frac{1000}{0,942} = 1061 \frac{\text{А}}{\text{м}}$$

З графіка залежності $B = f(H)$ (рисунок 5.1) знайдемо магнітну індукцію для заліза $B = 1,3 \text{ Тл}$.

Намагніченість знайдемо з формули

$$H = \frac{B}{\mu_0} - J,$$

звідки

$$J = \frac{B}{\mu_0} - H,$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ – магнітна стала.

Підставимо числові значення:

$$J = \frac{1,3}{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7}} - 1061 = 1,03 \cdot 10^6 \text{ (А/м)}.$$

Приклад 2. По круговому витку, радіусом $R=20$ см протікає струм $I=1$ А. Намагніченість у центрі цього контура дорівнює $J=8,05 \cdot 10^6$ А/м. Яка магнітна сприйнятливість речовини?

Дано:	СІ	Розв'язання
$R = 20$ см	$= 0,2$ м	
$I = 1$ А		
$J = 8,05 \cdot 10^6$ А/м		
χ - ?		

Напруженість магнітного поля в центрі колового витка

$$H = \frac{I}{2R}.$$

Для ізотропного магнетика

$$J = \chi H.$$

Підставимо формулу для напруженості, отримуємо $J = \chi \frac{I}{2R}$, звідки магнітна сприйнятливість речовини

$$\chi = \frac{2JR}{I}.$$

Підставимо числові значення:

$$\chi = \frac{2 \cdot 8,05 \cdot 10^6}{1} = 16,1 \cdot 10^6.$$

Приклад 3. В однорідне магнітне поле вноситься довгий платиновий стрижень. Визначити, яка частка сумарного магнітного поля в цьому стрижні визначається молекулярними струмами $\chi = 3,6 \cdot 10^4$.

Дано:

$$\chi = 3,6 \cdot 10^4$$

Розв'язання

Запишемо формулу для магнітної індукції в стрижні:

$$B = \mu_0 \mu H,$$

$$\frac{B^*}{B} - ?$$

де $\mu = 1 + \chi$ – зв'язок між магнітною проникністю і магнітною сприйнятливістю.

Підставимо у формулу, отримуємо $B = \mu_0(1 + \chi)H$.

Індукція магнітного поля, що створюється молекулярними струмами, визначається за формулою

$$B^* = \mu_0 J,$$

де $J = \chi H$, звідки $B^* = \mu_0 \chi H$.

Визначимо частку сумарного магнітного поля в стрижні, що визначається молекулярними струмами, і зробимо скорочення:

$$\frac{B^*}{B} = \frac{\mu_0 \chi H}{\mu_0 (1 + \chi) H} = \frac{\chi}{1 + \chi}.$$

Підставимо числові значення: $\frac{B^*}{B} = \frac{3,6 \cdot 10^4}{1 + 3,6 \cdot 10^4} = 0,999$.

Приклад 4. Чавунне кільце має повітряний зазор довжиною $b = 2$ мм. Довжина середньої лінії кільця $l = 1$ м (рисунок 5.2). Скільки витків N містить обмотка на кільці, якщо при силі струму $I = 2$ А магнітна індукція в повітряному зазорі дорівнює $B = 0,6$ Тл?

Дано:	СІ
$b = 2\text{мм}$	$= 2 \cdot 10^{-3}\text{ м}$
$l = 1\text{м}$	
$I = 2\text{А}$	
$B = 0,6\text{Тл}$	
$N = ?$	

Розв'язання

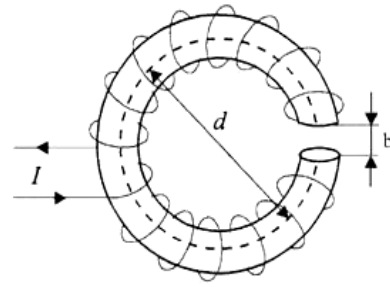


Рисунок 5.2

Із закону повного струму $\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \sum_i I_k$.

Будемо вважати, що індукція магнітного поля в повітряному зазорі дорівнює індукції магнітного поля у чавуні, тоді

$$Hl + H_0 b = NI,$$

звідки кількість витків в обмотці

$$N = \frac{Hl + H_0 b}{I}.$$

З графіка залежності $B = f(H)$ (рисунок 5.1) знаходимо, що при $B = 0,25\text{Тл}$ напруженість чавуну дорівнює $H = 2300 \frac{\text{А}}{\text{м}}$.

Для повітря ($\mu = 1$) магнітна індукція $B = \mu_0 H_0$, тоді $H_0 = \frac{B}{\mu_0}$,

$$H_0 = \frac{0,25}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 1,99 \cdot 10^5 \frac{\text{А}}{\text{м}}.$$

Підставимо числові значення:

$$N = \frac{2300 \cdot 1 + 1,99 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{2} = 1349.$$

6 Електромагнітна індукція

Основні визначення і формули

Основний закон електромагнітної індукції (закон Фарадея)

$$\xi_i = -N \frac{d\Phi}{dt},$$

де ξ_i – електрорушійна сила індукції;

N – кількість витків контура;

$\frac{d\Phi}{dt}$ – швидкість зміни магнітного потоку.

Різниця потенціалів U на кінцях провідника довжиною l , який рухається зі швидкістю v в однорідному магнітному полі,

$$U = Blv \sin \alpha,$$

де α – кут між напрямками векторів швидкості v та магнітної індукції B .

Електрорушійна сила індукції ξ_i , яка виникає в рамці, що містить N витків площею S . При обертанні рамки з кутовою швидкістю ω в однорідному магнітному полі з індукцією B виникає електрорушійна сила

$$\xi_i = BNS\omega \sin \omega t,$$

де ωt – миттєве значення кута між вектором \vec{B} і вектором нормалі \vec{n} до площини рамки.

Заряд Q , який протікає в контурі,

$$Q = \Delta\psi / R,$$

де R – опір контура;

$\Delta\psi$ – зміна поточкозчеплення.

Правило Ленца. Явище самоіндукції

Електрорушійна сила самоіндукції ξ , яка виникає в замкненому контурі при зміні сили струму в ньому,

$$\xi_i = -L \frac{dl}{dt} \quad \text{або} \quad \langle \xi_i \rangle = -L \frac{\Delta l}{\Delta t},$$

де L – індуктивність контура.

Потокозчеплення, тобто повний магнітний потік, зчеплений з усіма витками соленоїда або тороїда,

$$\psi = N\Phi,$$

де Φ – магнітний потік через один виток;
 N – кількість витків соленоїда або тороїда.

Потокозчеплення контура

$$\psi = LI,$$

де L – індуктивність контура.

Індуктивність соленоїда (тороїда)

$$L = \mu_0 \mu n^2 V,$$

де $n = \frac{N}{l}$ – кількість витків, які припадають на одиницю довжини соленоїда;

V – об'єм соленоїда.

У всіх випадках для знаходження індуктивності соленоїда (тороїда) з сердечником з використанням наведеної формули для визначення магнітної проникності слід користуватися графіком залежності B від H , а потім формулою

$$\mu = B/(\mu_0 H).$$

Миттєве значення сили струму I в колі, що має активний опір R та індуктивність L :

- після замикання кола

$$I = \frac{\xi}{r} (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) = I_0 (1 - e^{-\frac{R}{L}t}),$$

де ξ – ЕРС джерела струму;

t – час, що минув після замикання кола;

- після розмикання кола

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t},$$

де I_0 – значення сили струму в колі при $t = 0$;

t – час, що минув з моменту розмикання кола.

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Шматок дроту довжиною $l = 1\text{ м}$ складаємо вдвічі і замикаємо кінці. Потім дріт розтягують у квадрат, площина якого перпендикулярна до ліній індукції однорідного магнітного поля з індукцією $B = 0,1\text{ Тл}$. Знайти заряд, що пройде через поперечний переріз провідника, опір якого $R = 10\text{ Ом}$.

Дано:

$$l = 1\text{ м}$$

$$B = 0,1\text{ Тл}$$

$$R = 10\text{ Ом}$$

$$q = ?$$

Розв'язання

При розтягуванні рамки буде збільшуватись поверхня, потік магнітного поля буде збільшуватись. У рамці створюється ЕРС індукції

$$E_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

і виникає індукційний струм

$$I_i = \frac{E_i}{R} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t R}$$

З визначення сили струму

$$I_i = -\frac{q}{\Delta t},$$

звідки

$$q = I_i \Delta t.$$

Підставимо у формулу, отримуємо

$$I_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t R} \Delta t = -\frac{\Delta\Phi}{R} = -\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{R}.$$

Коли дріт був складений удвічі, магнітний потік крізь поверхню, обмежену цим дротом, дорівнював нулю, оскільки дорівнювала нулю площа цієї поверхні. Коли його розтягнули в рамку, магнітний потік став

$$\Phi_2 = BS \cos \alpha.$$

Оскільки довжина дроту l , то сторона рамки, виготовленої з нього, дорівнює $\frac{l}{4}$, а площа буде рівна $S_2 = \frac{l^2}{16}$, тоді потік $\Phi_2 = \frac{Bl^2}{16}$.

Підставляючи формулу для потоку у формулу для заряду отримуємо

$$q = \frac{Bl^2}{16R}.$$

Підставимо числові значення: $q = \frac{0,1 \cdot 1^2}{16 \cdot 10} = 6,25 \cdot 10^{-4}$ (Кл).

Приклад 2. Металеве кільце діаметром $d = 5$ см рівномірно обертається в однорідному магнітному полі індукцією $B = 2$ Тл з частотою $\nu = 12$ об/хв. При цьому вісь обертання кільця співпадає з його діаметром і перпендикулярна до ліній вектора магнітної індукції. До кільця приєднані контакти, замкнені на реостат опором $R = 4$ Ом. Визначити максимальну ЕРС індукції, що наводиться в кільці.

Дано:

$$d = 5\text{см} = 5 \cdot 10^{-2}\text{м}$$

$$\nu = 12\text{об/хв} = 0,2\text{об/с}$$

$$B = 2\text{Тл}$$

$$R = 4\text{Ом}$$

$$E_m - ?$$

Розв'язання

Для визначення ЕРС індукції, що діє в цьому кільці, візьмемо першу похідну магнітного потоку за часом

$$E_i = -\Phi',$$

запишемо формулу магнітного потоку

$$\Phi = BS \cos \alpha,$$

де $S = \frac{\pi D^2}{4}$ – площа кільця.

Кут α дорівнює добутку кутової швидкості і часу його обертання $\alpha = \omega t$.

Кутова швидкість пов'язана з частотою обертання співвідношенням

$$\omega = 2\pi\nu,$$

тоді

$$\alpha = 2\pi\nu t.$$

Підставляючи у формулу для потоку, отримаємо

$$\Phi = \frac{\pi D^2}{4} B \cos 2\pi\nu t.$$

Оскільки ЕРС індукції дорівнює зміні магнітного потоку за часом, то

$$E_i = -\Phi' = -\left(\frac{\pi D^2}{4} B \cos 2\pi\nu t\right)' = -\left(-\frac{\pi D^2}{4} B \cdot 2\pi\nu \sin 2\pi\nu t\right) = \frac{(\pi D)^2}{2} B \cdot \nu \sin 2\pi\nu t,$$

де E_i – миттєве значення ЕРС, яка змінюється синусоїдально від 0 до максимуму. Максимум буде досягнутий при $\sin 2\pi\nu t = 1$, отже

$$E_m = 0,5(\pi D)^2 B \nu.$$

Підставимо числові значення:

$$E_m = 0,5(3,14 \cdot 0,05)^2 2 \cdot 0,2 \approx 0,005 \text{ В} = 5 \text{ (мВ)} .$$

Приклад 3. По замкнутому колу опором $R=20$ Ом протікає струм. Через $t=8$ мс після розмикання кола сила струму зменшилась у 20 разів. Знайти індуктивність кола.

Дано:

$$t = 8 \text{ мс} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ с}$$

$$I = \frac{1}{20} I_0$$

$$R = 20 \text{ Ом}$$

$$L - ?$$

Розв'язання

Струм зменшується експоненційно з часом за законом

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} .$$

Зробимо перетворення формули у вигляді

$$\frac{I_0}{I} = e^{\frac{R}{L}t} .$$

Прологарифмуємо праву та ліву частини $\ln\left(\frac{I_0}{I}\right) = \ln\left(e^{\left(\frac{R}{L}t\right)}\right),$

маємо
$$\ln\left(\frac{I_0}{I}\right) = \frac{R}{L}t .$$

Розв'яжемо рівняння відносно L :

$$L = \frac{R \cdot t}{\ln\left(\frac{I_0}{I}\right)} .$$

Підставимо числові значення:

$$L = \frac{20 \cdot 8 \cdot 10^{-3}}{\ln(20)} = \frac{160 \cdot 10^{-3}}{2,996} \approx 53,4 \cdot 10^{-3} \text{ (Гн)} .$$

Приклад 4. Квадратний контур зі стороною $a=10$ см, по якому протікає струм $I=6$ А, знаходиться в магнітному полі з магнітною індукцією $B=0,5$ Тл. Знайти роботу, яку необхідно здійснити при незмінному магнітному полі, щоб змінити його форму на коло.

Дано:
 $a = 10\text{см} = 0,1\text{м}$
 $I = 6\text{А}$
 $B = 0,5\text{Тл}$

 $A - ?$

Розв'язання
Робота при переміщенні контура в
магнітному полі дорівнює

$$A = I \cdot \Delta\Phi,$$

де $\Delta\Phi = B\Delta S$ – магнітний потік.

При незмінній магнітній індукції ($B = \text{const}$)

$$\Delta\Phi = B(S_2 - S_1),$$

де $S_1 = a^2$ – площа квадрата;

$S_2 = \pi R^2$ – площа кола.

З математики відомо, що довжина квадратної рамки $l = 4a$, а довжина кола $l = 2\pi R$.

Знайдемо радіус кола, прирівнюємо формули:

$$4a = 2\pi R,$$

звідки

$$R = \frac{2a}{\pi},$$

тоді площа кола $S_2 = \pi \left(\frac{2a}{\pi}\right)^2 = \frac{4\pi a^2}{\pi^2} = \frac{4a^2}{\pi}$.

Робота, яку необхідно здійснити при зміні форми на коло,

$$A = I \cdot B(S_2 - S_1) = IB \left(\frac{4a^2}{\pi} - a^2 \right) = IBa^2 \left(\frac{4}{\pi} - 1 \right)$$

Підставимо числові значення:

$$A = 6 \cdot 0,5 \cdot 0,1^2 \left(\frac{4}{3,14} - 1 \right) = 8,22 \cdot 10^{-3} \text{ (Дж)}.$$

Приклад 5. По котушці з осердям із феромагнетика протікає струм силою $I = 0,1$ кА. Кількість витків на одиницю довжини котушці $n = 50$ см⁻¹, магнітна проникність осердя $\mu = 600$. Знайти об'ємну густину енергії магнітного поля котушки.

Дано:

$$I = 0,1 \text{ кА} = 100 \text{ А}$$

$$n = 50 \text{ см}^{-1} = 50 \frac{\text{ВИТ}}{\text{СМ}} = 5000 \frac{\text{ВИТ}}{\text{М}}$$

$$\mu = 600$$

$$w - ?$$

Розв'язання

Об'ємна густина енергії магнітного поля

$$w = \frac{W}{V},$$

де енергія магнітного поля в осерді соленоїда $W = \frac{LI^2}{2}$,

отримуємо

$$w = \frac{\mu_0 \mu n^2 V I^2}{2V},$$

де $L = \mu_0 \mu n^2 V$ – індуктивність котушки.

Після скорочення маємо

$$w = \mu_0 \mu \frac{(nI)^2}{2},$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнітна стала;

μ – магнітна проникність осердя.

Підставимо числові значення:

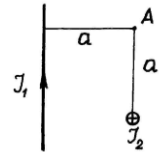
$$w = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{600}{2} \cdot (5 \cdot 10^3 \cdot 10^2)^2 = 300\pi \cdot 10^5 = 942 \cdot 10^5 \left(\frac{\text{Дж}}{\text{м}^3} \right).$$

Задачі для самостійного розв'язання

1 Знайти відстань між провідниками, якщо $I_1 = 5 \text{ А}$, $I_2 = 15 \text{ А}$, напруженість магнітного поля в точці А $H_A = 53 \text{ А/м}$ і спрямована вгору.



2 Поле в точці А створюється двома взаємно перпендикулярними прямими струмами I_1 і I_2 . Побудувати і розрахувати результуючий вектор магнітної індукції в точці А, якщо $I_1 = I_2 = 10 \text{ А}$, $a = 1 \text{ м}$.



3 Магнітний потік через соленоїд дорівнює $\Phi = 100 \text{ мкВб}$. Знайти напруженість магнітного поля, якщо діаметр соленоїда дорівнює $d = 2 \text{ см}$, а магнітна проникність сердечника дорівнює $\mu = 1500$.

4 Знайти магнітний момент соленоїда без осердя при силі струму $I = 200 \text{ мА}$, якщо його індуктивність дорівнює $L = 10 \text{ мГн}$. Густина намотування складає $n = 2000 \text{ м}^{-1}$.

5 Електрон, прискорений різницею потенціалів $\Delta\varphi = 100 \text{ В}$, влітає в однорідне магнітне поле ($B = 10^{-2} \text{ Тл}$), перпендикулярний до напрямку його руху. Розрахувати радіус кривизни траєкторії електрона.

6 Горизонтально розташований провідник довжиною $l = 50 \text{ см}$ і масою $m = 30 \text{ г}$ знаходиться в однорідному магнітному полі індукцією $B = 700 \text{ мТл}$. Силі лінії магнітної індукції перпендикулярні до провідника. Вертикальна складова сили Ампера повністю компенсує силу тяжіння і дорівнює горизонтальній складовій цієї ж сили. Знайти силу струму в провіднику. Зобразити графічно.

7 Потік магнітної індукції в провідному контурі, що має опір $R = 2,5 \text{ Ом}$ і містить $N = 100$ витків, змінюється за законом $\Phi(t) = (2 + 5t) \cdot 10^{-2} \text{ Вб}$. Знайти силу струму в контурі.

8 Коло складається з котушки індуктивністю $L = 1 \text{ Гн}$ і опором $R = 10 \text{ Ом}$. Джерело струму можна відключити, не пориваючи кола. Визначити час t , після закінчення якого сила струму зменшиться до $0,001$ від початкового значення.

9 Скільки витків має котушка, індуктивність якої $L = 0,002 \text{ Гн}$, якщо при силі струму $I = 2 \text{ А}$ потік магнітної індукції дорівнює $\Phi = 4 \text{ мкВб}$?

10 Через $t = 5 \text{ мс}$ після вимикання кола в ній протікає струм рівний чверті максимального. Знайти індуктивність кола, якщо опір ланцюга дорівнює $R = 0,2 \text{ Ом}$.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1 Кучерук І. М., Горбачук І. Т., Луцик П. П. Загальний курс фізики. Т. 2: Електрика і магнетизм /за ред. І. М. Кучерука. Київ: Техніка, 2001. 452 с.

2 Попов А. В., Вовк Р. В. Електрика і магнетизм: конспект лекцій. Харків:УкрДАЗТ, 2011. 175 с.

3 Курс фізики: навч. підруч. / І. Р. Зачек, Б. М. Романишин, В. М. Габа, Ф. М. Гончар. Львів: Бескид-Біт, 2002. 376 с.

4 Волков О. Ф., Лумпієва Т. І. Курс фізики: у 2-х т. Т. 1: Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка. Електростатика. Постійний струм. Електромагнетизм: навч. посіб. для студ. інж. спец. вищих навч. закл. Донецьк: ДонНТУ, 2009. 224 с.

5 Бушок Г. Ф., Левандовський В. В., Півень Г. Ф. Курс фізики: навч. посіб.: у 2 кн. Кн. 1. Фізичні основи механіки. Електрика і магнетизм. Вид. 2-ге. Київ: Либідь, 2001. 448 с.

6 Задачі з фізики / А. В. Попов, Р. В. Вовк, В. Ю. Гресь та ін. Харків: УкрДУЗТ, 2009. 63 с.

7 Котвицька К. А., Котвицький А. Т., Гресь В. Ю. Методичні вказівки до контрольних робіт з фізики № 1, 2 «Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. Електростатика і постійний струм». Харків: УкрДУЗТ, 2017. 90 с.

8 Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики: учеб. пособ. Изд. 11-е, перераб. Москва: Наука: Физматлит, 1985. 384 с.

ЕЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТІЙНИЙ СТРУМ.
ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до практичних занять з дисципліни

«ФІЗИКА»

Відповідальний за випуск Котвицька К. А.

Редактор Ібрагімова Н. В.

Підписано до друку 07.07.20 р.

Формат паперу 60x84 1/16. Папір писальний.

Умовн.-друк.арк. 3,5. Тираж 5. Замовлення №

Видавець та виготовлювач Український державний університет
залізничного транспорту,
61050, Харків-50, майдан Фейєрбаха, 7.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 6100 від 21.03.2018 р.