

**ФАКУЛЬТЕТ АВТОМАТИКИ, ТЕЛЕМЕХАНІКИ ТА ЗВ'ЯЗКУ**  
**Кафедра «Обчислювальна техніка та системи управління»**

**ЗАВДАННЯ ТА МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**  
до виконання розрахунково-графічних робіт  
з дисципліни  
*"ЧИСЛОВІ МЕТОДИ І МОДЕЛЮВАННЯ НА ЕОМ"*

**Харків 2012**

Завдання та методичні вказівки розглянуто і рекомендовано до друку на засіданні кафедри обчислювальної техніки і систем управління 22 лютого 2011 р., протокол № 7.

Призначені для студентів факультету АТЗ денної форми навчання і відповідають робочій програмі дисципліни "Числові методи і моделювання на ЕОМ".

Укладач  
доц. О.Б. Болотов

Рецензент  
проф. Г.І. Загарій

ЗАВДАННЯ ТА МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
до виконання розрахунково-графічних робіт  
з дисципліни  
*"ЧИСЛОВІ МЕТОДИ І МОДЕЛЮВАННЯ НА ЕОМ"*

Відповідальний за випуск Болотов О.Б.

Редактор Еткало О.О.

---

Підписано до друку 31.08.11 р.

Формат паперу 60x84 1/16 . Папір писальний.

Умовн.-друк.арк. 0,25. Тираж 50. Замовлення №

Видавець та виготовлювач Українська державна академія залізничного транспорту  
61050, Харків - 50, майдан Фейсрбаха, 7

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 2874 від 12.06.2007 р.

Українська державна академія залізничного транспорту  
Факультет автоматики, телемеханіки і зв'язку  
Кафедра обчислювальної техніки та систем управління

Завдання та методичні вказівки  
до виконання розрахунково-графічних робіт  
з дисципліни  
"Числові методи і моделювання на ЕОМ"  
для студентів факультету АТЗ

Харків 2012

Завдання та методичні вказівки розглянуто і рекомендовано до друку на засіданні кафедри обчислювальної техніки і систем управління 22 лютого 2011р., протокол № 7.

Призначені для студентів факультету АТЗ денної форми навчання і відповідають робочій програмі дисципліни "Числові методи і моделювання на ЕОМ".

Укладач  
доц. О.Б. Болотов

Рецензент  
проф. Г.І. Загарий

## **Мета роботи**

Вивчення та практичне освоєння методики використання числових математичних методів при моделюванні технічних систем, а також розв'язанні задач оптимізації з розробленням алгоритмів і програм та реалізація їх на ЕОМ.

## **1 Порядок виконання розрахунково-графічної роботи**

У розрахунково-графічній роботі необхідно виконати одне завдання з чотирьох варіантів завдань, які наведено далі. Номер варіанта завдання для кожної групи або підгрупи визначає викладач. Кожне завдання містить 15 варіантів вхідних даних, з яких студент обирає один. Номер варіанта вхідних даних є номером прізвища студента за списком у журналі групи. Для студентів, номери прізвищ яких 16-те і далі, варіанти вхідних даних знову починаються з першого.

Відповідно до варіанта завдання розробити алгоритм і програму розв'язання задачі на ЕОМ. Мова програмування –С++.

Програма виконується на комп'ютері. Результати розв'язання задачі подати в табличному і графічному вигляді.

Виконану роботу оформити у вигляді пояснювальної записки. Робота, у якій не виконані вимоги з оформлення, викладачем не приймається і повертається студенту на переробку.

## **2 Зміст пояснювальної записки**

- 1 Титульний лист (зразок див. далі).
- 2 Опис задачі на змістовному рівні та вхідні дані.
- 3 Математична модель задачі.
- 4 Опис математичного методу розв'язання задачі.
- 5 Алгоритм і його опис.
- 6 Текст програми, список ідентифікаторів.
- 7 Результати моделювання в табличному і графічному вигляді.

## Зразок титульного листа

Українська державна академія залізничного транспорту  
Факультет автоматики, телемеханіки та зв'язку  
Кафедра обчислювальної техніки і систем управління

Розрахунково-графічна робота  
з дисципліни «Числові методи і моделювання на ЕОМ»  
Тема завдання:

Варіант №

Виконав студент \_\_\_\_\_  
(прізвище, ініціали)

Група \_\_\_\_\_

Перевірив \_\_\_\_\_  
(прізвище, ініціали викладача)

Харків

## Завдання 1

### Моделювання та дослідження поведінки динамічної детермінованої системи

Розповсюдженим елементом електронних пристроїв автоматики є RC – ланцюг, що являє собою динамічну детерміновану систему (рисунок 1). При замиканні ключа К в цій системі відбувається перехідний процес зарядження конденсатора.

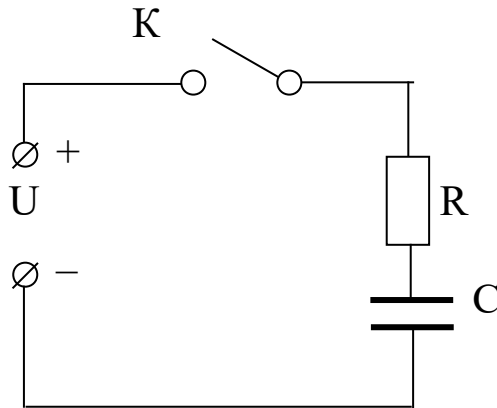


Рисунок 1

У задачі необхідно дослідити поведінку системи при перехідному процесі, тобто визначити, як буде змінюватися в залежності від часу  $t$  напруга на конденсаторі  $U_c$  при його зарядженні – знайти функцію  $U_c(t)$ , а також визначити час зарядження конденсатора.

З електротехніки відомо, що  $U_c = \frac{1}{c} \int I_c dt$ , звідки  $\frac{dU_c}{dt} = \frac{1}{c} I_c$ , де  $I_c$  – струм, що тече через конденсатор.

$I_c = \frac{U - U_c}{R}$ , отже  $\frac{dU_c}{dt} = \frac{U - U_c}{RC}$  – диференціальне рівняння, яке є моделлю перехідного процесу.

Для визначення  $U_c(t)$  потрібно розв'язати це рівняння. Для цього можна використовувати наближені числові методи, коли визначається не аналітичне вираження шуканої функції, а обчислюються її окремі значення в заданих точках. При цьому кожне наступне значення обчислюється, виходячи з попереднього. Одним з таких методів є метод Рунге-Кутта [1,3,4], у якому значення  $U_c(t)$  в заданих точках обчислюються за такими формулами:

$$U_{c_{i+1}} = U_{c_i} + h \cdot (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) / 6;$$

$$K_1 = f(U_{c_i}, t_i);$$

$$K_2 = f(U_{c_i} + K_1/2, t_i + h/2);$$

$$K_3 = f(U_{c_i} + K_2/2, t_i + h/2);$$

$$K_4 = f(U_{c_i} + K_3, t_i + h).$$

де  $i$  – номер заданої точки;

$h = t_{i+1} - t_i$  – крок інтегрування;

$$f(U_c, t) = \frac{dU_c}{dt}$$

Значення  $U_c(t)$  визначити від моменту вмикання напруги до моменту повного зарядження конденсатора. Величину  $h$  вибрати в процесі моделювання так, щоб одержати не менше 8-10 значень  $U_c(t)$ . Вхідні дані взяти з таблиці 1. Побудувати графік  $U_c(t)$ .

Таблиця 1 – Вхідні дані

Варіант	U(в)	R(ком)	C(мкф)
1	10	25	10
2	12	20	10
3	14	18	12
4	15	15	12
5	16	24	14
6	18	20	14
7	20	22	15
8	10	15	8
9	12	16	10
10	14	14	12
11	15	18	14
12	16	15	15
13	18	22	12
14	20	18	16
15	10	16	8

## Завдання 2

### Оптимізація процесу забезпечення надійності системи



Для забезпечення надійності електронних приладів автоматики можливо здійснювати такі заходи:

- підвищення надійності комплектуючих елементів (вид 1, таблиця 2);

- введення інформаційної, алгоритмічної та апаратної надмірності (вид 2, таблиця 2).

Завдання полягає в тому, щоб для заданої кількості заходів виду 1 та виду 2 визначити таку послідовність реалізації цих заходів, при якій задана надійність буде досягнута з мінімальними витратами.

Таблиця 2 – Вхідні дані

Варіант	Кількість заходів	
	Вид 1	Вид 2
1, 9	7	4
2, 10	6	5
3, 11	4	7
4, 12	5	6
5, 13	7	5
6, 14	5	7
7, 15	7	6
8, 16	6	7

Умовні вартості реалізації заходів задати довільно у вигляді двозначних цілих чисел.

Дана задача може бути розв'язана методом динамічного програмування [2,3]. При цьому процес реалізації заходів складається з окремих кроків – заходів. Оптимізація здійснюється у два етапи: на 1-му етапі визначаються оптимальні кроки та вартості реалізації умовно-оптимальної послідовності кроків і на 2-му – оптимальна послідовність кроків.

Для розв'язання задачі як модель зручно використовувати граф, а процедуру оптимізації подати як визначення шляху найменшої вартості з початкової вершини в кінцеву. Приклад такої моделі показано на рисунку 2.

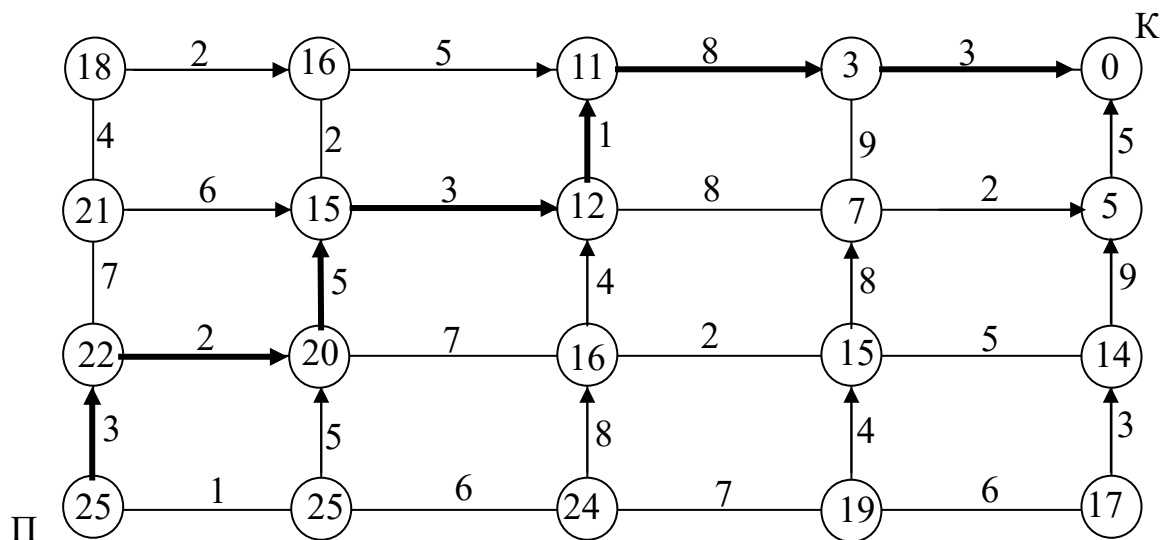


Рисунок 2

Горизонтальні дуги – заходи виду 1, вертикальні – заходи виду 2. Цифри на дугах – умовні вартості реалізації заходів. Цифри у вершинах графа – вартості реалізації умовно-оптимальної послідовності кроків (шлях найменшої вартості з даної вершини в кінцеву). Стрілками показані оптимальні кроки, стрілками подвійної товщини – оптимальна послідовність заходів.

У результаті розв’язання задачі на ЕОМ вивести на екран таблицю вартостей реалізації умовно-оптимальної послідовності кроків у вигляді двовимірного масиву і оптимальну послідовність заходів у вигляді номерів точок, через які проходить оптимальний шлях. Результат відобразити на рисунку у вигляді графа.

### Завдання 3

**Побудова моделі залежності за результатами експерименту**

При дослідженні моделі системи експериментальним шляхом отримані значення деяких величин  $X$  і  $Y$  (таблиця 3), при цьому  $Y$  залежить від  $X$ . Необхідно знайти математичну формулу залежності  $Y=f(X)$ .

Для розв'язання цієї задачі використовується регресійний аналіз (метод найменших квадратів) [3], що полягає в тому, щоб, знаючи положення точок експериментальної залежності  $y(x)$  на площині у системі координат  $(X, Y)$ , так провести лінію регресії, щоб сума квадратів відхилень по осі  $y$  цих точок від лінії регресії була мінімальною. Аналітичне вираження лінії регресії називається регресійною моделлю, чи функцією, що згладжує. При розв'язанні задачі як регресійну модель використовувати квадратичну функцію:

$$y=A+Bx+Cx^2.$$

Для визначення коефіцієнтів  $A, B$  і  $C$  необхідно розв'язати систему алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases} A \cdot N + B \sum_{i=1}^N X_i + C \sum_{i=1}^N X_i^2 = \sum_{i=1}^N Y_i \\ A \sum_{i=1}^N X_i + B \sum_{i=1}^N X_i^2 + C \sum_{i=1}^N X_i^3 = \sum_{i=1}^N X_i \cdot Y_i \\ A \sum_{i=1}^N X_i^2 + B \sum_{i=1}^N X_i^3 + C \sum_{i=1}^N X_i^4 = \sum_{i=1}^N X_i^2 \cdot Y_i \end{cases}$$

де  $X_i, Y_i$  – експериментальні значення  $X$  та  $Y$ ,

$N$  – кількість значень.

Дану систему рівнянь розв'язати методом Гаусса [4].

Розрахувати значення регресійної моделі на заданому інтервалі зміни  $X$  та подати їх у вигляді таблиці.

Побудувати графік лінії регресії з нанесеними на нього експериментальними значеннями  $X$  і  $Y$ .

Таблиця 3 – Вхідні дані

Варіант	Експериментальні значення
---------	---------------------------

1	X: 1,7; 3,2; 5,0; 8,4; 9,9; 16,7; 19,5; 25,8 Y: 2,3; 4,0; 8,7; 9,1; 8,1; 3,6; 1,5; 0,1
2	X: 1,0; 3,5; 6,0; 8,4; 11,2; 12,7; 13,6; 15,8 Y: 1,7; 3,2; 5,5; 8,3; 7,9; 6,7; 6,6; 5,8
3	X: 1,0; 2,5; 4,2; 5,4; 6,2; 8,7; 9,6; 10,8 Y: 1,8; 3,1; 4,5; 6,3; 7,7; 9,7; 9,6; 8,8
4	X: 0,5; 2,0; 3,5; 5,0; 6,5; 8,0; 9,5; 11,0 Y: 4,8; 3,6; 3,3; 3,0; 4,6; 7,7; 9,1; 10,2
5	X: 1,0; 2,0; 3,0; 5,5; 6,8; 9,0; 11,5; 14,0 Y: 0,8; 1,6; 4,9; 10,1; 14,2; 11,6; 9,0; 6,2
6	X: 1,3; 2,1; 3,4; 4,2; 6,2; 9,2; 10,5; 12,0 Y: 0,0; 1,6; 4,4; 6,1; 7,5; 7,6; 7,0; 6,8
7	X: 1,4; 2,0; 2,6; 3,8; 5,2; 6,2; 7,5; 10,0 Y: 0,3; 0,6; 4,8; 6,2; 5,5; 3,5; 4,1; 6,8
8	X: 1,6; 2,4; 3,2; 3,8; 4,0; 5,2; 5,5; 10,0 Y: 0,3; 0,9; 4,8; 6,0; 5,1; 3,9; 4,8; 6,9
9	X: 1,2; 2,0; 2,6; 3,2; 4,2; 5,2; 7,0; 12,3 Y: 6,3; 5,6; 4,8; 6,2; 5,7; 3,9; 4,5; 6,8
10	X: 1,0; 2,0; 3,0; 4,0; 5,0; 6,0; 7,0; 8,0 Y: 4,3; 5,6; 8,8; 12,2; 17,5; 23,3; 24,1; 16,8
11	X: 0,4; 1,4; 2,4; 3,9; 5,4; 6,4; 7,5; 9,2 Y: 7,3; 5,6; 7,8; 9,2; 10,5; 13,5; 12,4; 8,9
12	X: 1,5; 3,0; 4,5; 6,0; 7,5; 9,0; 10,5; 12,0 Y: 20,3; 16,6; 10,8; 6,8; 9,4; 13,0; 14,1; 7,8
13	X: 1,0; 2,0; 3,0; 4,0; 5,0; 6,0; 7,0; 8,0 Y: 3,3; 2,6; -0,8; -0,2; 0,5; 1,5; 4,1; 6,8
14	X: 1,1; 2,0; 3,6; 5,8; 7,2; 9,2; 11,5; 14,0 Y: 3,3; 5,6; 4,7; 3,2; 5,5; 3,8; 4,1; 6,8
15	X: 0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0; 3,5; 4,0 Y: 0,7; 0,6; 4,0; 4,2; 3,5; 0,5; -1,1; -0,8

#### **Завдання 4**

**Дослідження процесу передачі сигналу по каналу електрозв'язку**

При передачі дискретного сигналу по каналу електрозв'язку можливі втрати інформації за рахунок наявності перешкод. З каналу зв'язку сигнал разом з перешкодами надходить у демодулятор, що перетворює сигнал у форму, зручну для декодування цього сигналу. При цьому на виході демодулятора сигнал може містити помилку, а також може відбутися стирання інформації. При моделюванні процесу передачі сигналу можна обчислити ймовірність помилки і ймовірність стирання інформації. Ці величини визначаються нижченаведеним способом.

Ймовірність помилки:

$$P_o = \int_0^{U_{nop}} \frac{1+q}{2q(2+q)} \exp\left[-\frac{U_l(1+q)}{2q}\right],$$

Ймовірність стирання:

$$P_{cm} = \int_{-U_{nop}}^{U_{nop}} P(U_l) dU_l,$$

де  $q$  – відношення потужності сигналу до потужності перешкод;

$U_l$  – напруга сигналу на виході каналу зв'язку;

$U_{nop}$  – порогова напруга сигналу в демодуляторі;

$P(U_l)$  – ймовірність наявності сигналу з напругою  $U_l$  на виході каналу; визначається за формулою

$$P(U_l) = \begin{cases} [(1+q)/2q(1+q)] \exp(-U_l/2q) & \text{для } U_l \geq 0 \\ [(1+q)/2q(1+q)] \exp(U_l(1+q)/2q) & \text{для } U_l < 0. \end{cases}$$

У розрахунково-графічній роботі необхідно:

1) обчислити ряд значень залежності  $P(U_l)$  від  $q$  для  $U_l > 0$  і  $U_l < 0$ . Значення  $U_l$  взяти з таблиці 4. Величина  $q$  змінюється в межах від нуля до 20. Крок зміни  $q$  прийняти рівним 2. Побудувати графік залежності  $P(U_l)$  від  $q$ .

2) використовуючи числові методи обчислення визначених інтегралів [3], обчислити  $P_o$  і  $P_{ст}$ . При цьому  $U_{пор}=5$ , крок зміни  $U_1$  (крок інтегрування)  $h = 0,1$ . Значення  $q$  і метод обчислення інтеграла взяти з таблиці 4.

Таблиця 4 – Вхідні дані

Варіант	$U_1$	$q$	Метод обчислення інтеграла
1	2	10	Прямокутників
2	3	10	Трапецій
3	4	10	Симпсона
4	4	15	Прямокутників
5	2	15	Трапецій
6	3	15	Симпсона
7	5	20	Прямокутників
8	4	20	Трапецій
9	3	20	Симпсона
10	4	25	Прямокутників
11	5	25	Трапецій
12	3	25	Симпсона
13	2	30	Прямокутників
14	4	30	Трапецій
15	3	30	Симпсона

## Список літератури

1 Вычислительная техника и программирование: Учеб. для техн. вузов / А.В. Петров, В.Е. Алексеев, А.С. Ваулин и др. – М.: Высш. шк., 1990. – 480 с.

2 Вентцель Е.С. Исследование операций. – М.: Наука, 1988.

3 Болотов О.Б. Конспект лекцій з дисципліни "Математичні методи і моделі у розрахунках на ЕОМ" для студентів факультету АТЗ. – Харків: УкрДАЗТ, 2006.

4 Методичний посібник до лабораторних робіт по 1-му модулю з дисципліни "Математичні методи та моделі у розрахунках на ЕОМ" для студентів факультету АТЗ. – Харків: УкрДАЗТ, 2006. – 20 с.